

A BSc-képzés szakdolgozati témái

ELTE TTK, Algebra és Számelmélet Tanszék

2011/2012

BSc szakdolgozati témát a matematika valamely témaköréből vagy annak tanításából lehet választani. A szakdolgozat célja, hogy a hallgató elmélyedjen egy területen és azt a témavezető segítségével feldolgozza. Tipikus szakdolgozati téma lehet egy könyvfejezet megértése feladatok segítségével (matematikus és tanár szakirányon), vagy egy alkalmazott matematikai feladat megismerése, megoldása (elemző és alkalmazott matematikai szakirányon). Önálló matematikai eredményeket nem várunk el, önálló munkát azonban igen. Ez nemcsak az irodalom feldolgozását és az anyag megértését jelenti, hanem például önálló feladatmegoldást, feladatok, programok vagy népszerűsítő anyagok készítését is. A dolgozat elvárt terjedelme körülbelül 30 oldal.

Szakdolgozati témát (legkésőbb) a (tervezett) záróvizsga-időszak kezdete előtt 6 hónappal kell választani, tehát az ajánlott tanterv szerint haladóknak az 5. félévben november 15-ig. A tanszékek minden év október 15-ig meghirdetik az aktuális szakdolgozati témákat. A leadással kapcsolatos tennivalókról és határidőkről a Matematikai Intézet honlapján olvasható tájékoztatás.

A szakdolgozat elkészítésében a hallgatót témavezető(k) segíti(k). A témavezető(ke)t a hallgató az egyetem oktatói és tudományos kutatói közül választhatja ki. Az illetékes tanszékvezető jóváhagyásával külső szakembert is fel lehet kérni témavezetőnek.

A szakdolgozatot a záróvizsgán, a szakdolgozat teljes témájáról folytatott interaktív beszélgetés keretében kell megvédeni. A szakdolgozatra és a védésre a hallgató külön érdemjegyet kap, ezeket a záróvizsga-bizottság állapítja meg. A védelem céljai közé tartozik annak ellenőrzése, hogy a hallgató megfelelő mélységben érti-e a szakdolgozat témájához tartozó alapfogalmakat.

A-Sz.1. Szabadon választható téma.

Témavezető: A tanszék bármelyik oktatója, vagy (a tanszékvezető által jóváhagyott) külső szakember.

A téma rövid leírása: Ha egy hallgató tetszőleges algebrai vagy számelméleti téma iránt érdeklődik, akkor témavezetőnek választhatja azt a szakembert, aki ehhez ért, és ebben segítséget tud neki nyújtani.

Ajánlott irodalom: a hallgató és a témavezető megállapodása alapján.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.2. Irreducibilis polinomok

Témavezető: Ágoston István

A téma rövid leírása: Polinomok irreducibilitásáról általában már középiskolában, de legkésőbb az egyetem első évében tanulunk. Ennek ellenére egy sor érdekes eredménnyel soha nem találkozunk, pedig egy részük nagyon régi, más részük pedig egészen új is lehet: ilyenek pl. egyes irreducibilitási kritériumok, illetve a polinomok faktorizációjával kapcsolatos algoritmusok. A szakdolgozó feladata ezeknek az eredményeknek az összegyűjtése, földolgozása lehetne.

Ajánlott irodalom: Prasolov: *Polynomials*; Filaseta: *Irreducible polynomials*; egyéb cikkek és tankönyvek

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.3. Fejezetek az algebra történetéből.

Témavezető: Ágoston István

A téma rövid leírása: Ki „fedezte” föl a Gauss-eliminációt? Ki tudott először harmadfokú egyenleteket megoldani? Hogyan alakult ki a determináns fogalma? Mikor „születtek” a kvaterniók? Miért nem lehet magasabbfokú egyenleteket megoldani gyökjelekkel? Mit köszönhetünk Emmy Noethernek? – Az algebra és általában a matematika története gyakran nemcsak a történészek számára érdekes, hanem a matematikusok számára is: a manapság rutinszerűen használt fogalmak és eljárások mélyebb megértését teszi lehetővé egy-egy matematikatörténeti kirándulás a múltba. Ilyenkor, persze, nem elsősorban a történelmi anekdoták jelentenek fontos adalékot a tudásunkhoz, hanem a fogalom kialakulásában rejlő gondolati irányok. – A szakdolgozatban egy vagy több nevezetes kérdésnek vagy fogalomnak a földolgozását várjuk nemcsak történeti, hanem matematikai szempontból is.

Ajánlott irodalom: a választott témáktól függő szakirodalom.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.4. Sztruktúratételek az algebrában.*Témavezető:* Ágoston István

A téma rövid leírása: Minden vektortérnek van bázisa. Minden komplex mátrixnak van Jordan-normálalakja. Minden véges Abel-csoport prímszámú ciklikus csoportok direkt összege. Egy gyűrűnek a radikál szerinti faktora féligegyszerű. Minden disztributív háló beágyazható egy halmaz részhalmazhálójába. – Mi a közös a fenti állításokban? Ezek mind egy-egy algebraosztályra vonatkozó *sztruktúratételeknek* tekinthetők, melyekben általános módszert adunk arra, hogyan állíthatjuk elő az osztály minden elemét valamilyen jól körülhatárolt eljárással egyszerű építőkövekből. Ilyen sztruktúratétel megléte esetén az algebraosztályra vonatkozó kérdések jelentős része általában sokkal könnyebben megválaszolható. – A szakdolgozatnak feladata lehet különböző sztruktúratételek bemutatása (a kutatás mélységétől függően az ilyen eredmények száma szinte korlátlan!), rendszerezése, fölhasználásuk módjának illusztrálása stb.

Ajánlott irodalom: Fried Ervin, Fuchs László, Kiss Emil tankönyvei, angol nyelvű könyvek és szócikkek.

Ajánlott szakirányok: matematikus, alkalmazott matematikus, tanári.

A-Sz.5. Rédei: Algebra című könyve egy fejezetének feldolgozása.*Témavezető:* Csörgő Piroska

A téma rövid leírása: A hallgató tetszőlegesen választhat azon témakörökből, amelyek nem képezték eddigi tanulmányai tárgyát. A kiválasztott fejezethez kapcsolódóan feladatok megoldása is kívánatos.

Ajánlott irodalom: Rédei László: *Algebra*.

Ajánlott szakirányok: tanári, elemző.

A-Sz.6. Csoportelméleti alapfogalmak és összefüggések.*Témavezető:* Csörgő Piroska

A téma rövid leírása: Csoportelméleti alapfogalmak és összefüggések, konkrét csoportok és gráfjaik bemutatásával középiskolai szakkörön.

Ajánlott irodalom: I.Grossman–W.Magnus: *Csoportok és gráfjaik*.

Ajánlott szakirányok: tanári.

A-Sz.7. Loopelméleti alapismeretek.*Témavezető:* Csörgő Piroska

A téma rövid leírása: Loopelméleti alapismeretek, véges loopokra vonatkozó feloldhatósági és nilpotencia-problémák, kapcsolatuk a loop szorzáscsoportjával.

Ajánlott irodalom: Angol nyelvű szakcikkek.

Ajánlott szakirányok: matematikus.

A-Sz.8. A számfogalom kialakulása.

Témavezető: Fialowski Aliz

A téma rövid leírása: A számfogalom kialakulása az ősi időkre vezethető vissza. Igen izgalmas végigkísérni a fogalom fejlődését a különböző korokban, megérteni az egyes kiterjesztések szükségességét.

Ajánlott irodalom: *Numbers*, Springer 1995, R.Wilson: *4000 years of numbers*.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.9. Nemasszociatív algebrák.

Témavezető: Fialowski Aliz

A téma rövid leírása: A nemasszociatív algebrák nagy szerepet játszanak a modern matematika szinte minden ágában és a matematikai fizikában. Ezek közül a legjelentősebbek áttekintése és összehasonlítása egy-egy példával érdekes feladat (Lie-algebrák, Leibniz-algebrák, Jordan-algebrák, Poisson-algebrák, stb.). Kiválasztható közülük egy típus is, és azt behatóbban lehet tanulmányozni, alkalmazásokkal is.

Ajánlott irodalom: R.Schafer: *An Introduction to Nonassociative Algebras*, 1996.

Ajánlott szakirányok: matematikus.

A-Sz.10. Lineáris algebra és mátrixok alkalmazásai.

Témavezető: Fialowski Aliz

A téma rövid leírása: Egy tetszés szerinti alkalmazás részletezése.

Ajánlott irodalom: Peter Lax: *Lineáris algebra és alkalmazásai* ill. más angol nyelvű algebra könyvek.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.11. Bilineáris formák.

Témavezető: Fialowski Aliz

A téma rövid leírása: Valós és komplex vektortér bilineáris formáinak jellemzése, ehhez kapcsolódó feladatok megoldása.

Ajánlott irodalom: K. Spindler: *Abstract Algebra with Applications* ill. példatárak.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.12. Algebrai egyenlőtlenségek és négyzetösszegek.

Témavezető: Frenkel Péter

A téma rövid leírása: Ha egy egyváltozós, valós együtthatós polinom az egész számegegyenesen nemnegatív, akkor két polinom négyzetösszege. Az analóg állítás több változóban nem igaz, még ha többtagú négyzetösszegeket engedünk is meg. Ha viszont egy „klasszikus, nevezetes” egyenlőtlenség mondja ki, hogy egy polinom mindenütt nemnegatív, akkor az a polinom többnyire négyzetösszegnek szokott bizonyulni. A szakdolgozatban az erre vonatkozó eredményeket lehetne összegyűjteni.

Ajánlott irodalom: *Sums of Squares of Polynomials*, Walter Rudin, The American Mathematical Monthly **107/9** (2000), 813-821; *Algebraic means*, Rikitaro Fujisawa, Proc. Imp. Acad. Volume **1**, Number 5 (1918), 159–170.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.13. Kürschák versenyfeladatok algebrai háttere.

Témavezető: Frenkel Péter

A téma rövid leírása: A Kürschák versenyen sok olyan feladat szerepel, amely mögött valamilyen algebrai struktúra, összefüggés, tétel húzódik meg. Ezek egy részét jegyzetek tárgyalják a könyv alakban megjelent Kürschák feladatgyűjteményekben, de korántsem mindegyiket, és a meglevők esetében is lehetne mélyebbre ásni.

Ajánlott irodalom: *Matematikai versenytételek I-III*, Szerk. Hajós György, Neukom Gyula, Surányi János, Tankönyvkiadó; *Matematikai versenytételek IV*, Szerk. Surányi János, TypoTEX.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.14. A Fulton-Harris reprezentációelmélet tankönyv feladatainak megoldása.

Témavezető: Frenkel Péter

A téma rövid leírása: Ez a legnépszerűbb bevezető reprezentációelmélet tankönyv. Számos feladat szerepel benne — igen nehezek is —, melyekhez egy-egy mondatos megoldási útmutatást adnak, de részletes megoldások nincsenek. Ezeket lehetne megírni a szakdolgozatban.

Ajánlott irodalom: *Representation Theory: A First Course* (Graduate Texts in Mathematics / Readings in Mathematics), William Fulton, Joe Harris.

Ajánlott szakirányok: matematikus, alkalmazott matematikus.

A-Sz.15. Prímtesztek és prímfaktorizáció.

Témavezető: Freud Róbert

A téma rövid leírása: A modern titkosításban alapvető RSA-séma azon alapul, hogy míg egy nagy szám prím vagy összetett voltát gyorsan és nagy biztonsággal el tudjuk dönteni, ugyanakkor egy nagy összetett szám felbontása — jelenlegi tudásunk szerint — reménytelen feladat. Az ezzel kapcsolatos rengeteg algoritmus és alkalmazás bőséges, módszerben és nehézségi fokban is igen változatos témaválasztékot kínál, amihez az informatika iránt érdeklődők részére programírási lehetőség is kapcsolódik.

Ajánlott irodalom: Knuth: *A számítógép-programozás művészete*, különösen a 4.5.4 pont, Koblitz: *A Course in Number Theory and Cryptography*.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.16. Lineáris algebra a kombinatorikában.

Témavezető: Freud Róbert

A téma rövid leírása: A lineáris algebrának a kombinatorikában is számos szép és komoly alkalmazása van a Fibonacci-számok képletének meghatározásától kezdve halmazrendszerek szerkezetének jellemzésén át (pl. Párosváros) jelentős gráfelméleti eredményekig (pl. Hoffman–Singleton-tétel).

Ajánlott irodalom: Freud: *Lineáris algebra* 9. fejezet, Babai–Frankl: *Linear Algebra Methods in Combinatorics*.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.17. Számelmélet feladatok középiskolai versenyeken és a KöMAL-ban.

Témavezető: Freud Róbert

A téma rövid leírása: A cél bizonyos évekből vagy bizonyos témákból vagy adott megoldási módszer szerint a címben jelzett feladatok kigyűjtése, rendszerezése, többféle megoldása, általánosítása, hasonló feladatok készítése.

Ajánlott irodalom: versenyfeladatok gyűjteményei, Középiskolai Matematikai Lapok.

Ajánlott szakirányok: tanári.

A-Sz.18. Nevezetes számelméleti problémák a matematika történetében.

Témavezető: Freud Róbert

A téma rövid leírása: Egy lehetséges minta a tökéletes számokból kiindulva: tökéletes és barátságos számok, modern variánsaik, a Mersenne-prímek szerepe, a Mersenne-számok prímosztóinak keresése és prímtesztjük, néhány rokon számelméleti függvény, illetve prím típus vizsgálata.

Ajánlott irodalom: Freud–Gyarmati: *Számelmélet*, Guy: *Unsolved Problems in Number Theory*.

Ajánlott szakirányok: tanári.

A-Sz.19. Kombinatorikus számelmélet.

Témavezető: Freud Róbert

A téma rövid leírása: Ízelítőnek kettő Erdős Pál kedvenc problémái közül: Maximálisan hány pozitív egészt lehet megadni n -ig, hogy a belőlük képzett (a) kéttagú; (b) tetszőleges összegek mind különbözők legyenek? Az ilyen típusú kérdések kezeléséhez elemi számelméleti és kombinatorikai megfontolásokon kívül gyakran algebrai, analízisbeli és valószínűségszámítási módszerekre van szükség, és pl. a fenti két kérdés számos vonatkozása ma is megoldatlan. Így mindenki kedvére válogathat a sokféle téma vagy a megoldási módszer típusa és nehézsége szerint, esetleg kisebb önálló új eredmény reményében is.

Ajánlott irodalom: Freud–Gyarmati: *Számelmélet*, 12. fejezet.

Ajánlott szakirányok: matematikus, tanári.

A-Sz.20. Sidon sorozatok.

Témavezető: Gyarmati Katalin

A téma rövid leírása: Sidon-sorozatnak vagy Sidon-halmaznak nevezzük természetes számoknak egy $A = \{a_0, a_1, a_2, \dots\}$ véges vagy végtelen sorozatát, ha az A elemeiből képzett valamennyi kéttagú $a_i + a_j$ ($i \leq j$) összeg különböző.

Ajánlott irodalom: O’Bryant, K. (2004), *A complete annotated bibliography of work related to Sidon sequences*, Electronic Journal of Combinatorics 11: 39, <http://www.emis.ams.org/journals>.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.21. Gráfelmélet alkalmazása a számelméletben.

Témavezető: Gyarmati Katalin

A téma rövid leírása: A gráfelméleti tételek gyakran szép és fontos tételekre vezetnek a kombinatorikus számelméletben. Erre klasszikus példa Shur tételére a Ramsey tételt alkalmazó bizonyítás.

Ajánlott irodalom: Erdős Pál, Surányi János: *Válogatott fejezetek a számelméletből*, Tankönyvkiadó, 1959. Második, bővített kiadás: Polygon, Szeged, 1996.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.22. Additív és multiplikatív problémák.

Témavezető: Gyarmati Katalin

A téma rövid leírása: A témakörben bármilyen egész számokból álló halmazok összegére, szorzatára vonatkozó téma belefér.

Ajánlott irodalom: K. Gyarmati, *On a problem of Diophantus*, Acta Arith. 97.1 (2001), 53-65.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.23. Pszeudovéletlen objektumok.

Témavezető: Gyarmati Katalin

A téma rövid leírása: Az ókortól kezdve napjainkig a véletlengenerálás mindig fontos szerepet játszott. De mi is az a véletlenszám generálás? Az általunk használt módszerek valóban véletlen számokat állítanak-e elő? Ebben a témakörben számítógép által generálható pszeudovéletlen objektumokat fogunk tanulmányozni.

Ajánlott irodalom: C. Mauduit, A. Sárközy, *On finite pseudorandom binary sequence I: Measures of pseudorandomness, the Legendre symbol*, Acta Arith. 82 (1997), 365-377.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.24. Csoportelméleti fejezetek — feladatok és szimbolikus számítások tükrében.

Témavezető: Hermann Péter

A téma rövid leírása: Az algebra kurzusok keretében tárgyalt algebrai struktúrák között a csoportok alapvető szerepet játszanak. A tanultak továbbgondolása és néhány új fogalom és módszer megismerése a leghatékonyabban az önálló feladatmegoldás keretében valósítható meg. A feladatok sok esetben vezetnek olyan kérdésekhez, amelyeket még konkrét példákban sem mindig lehet emberi erővel kiszámolni. Ilyen esetekre alkották meg a GAP rendszert,

amelynek alapjai könnyen elsajátíthatóak, és a konkrét számítások elvégezhetőségén kívül szép programozási feladatokat is kínálhatnak az egyes függvények grafikus alkalmazásokba építésére.

Ajánlott irodalom: D. J. S. Robinson: *A Course in the Theory of Groups*, különösen az 1.6., 2.2. és 7.2 pontok, N. L. Biggs and A. T. White: *Permutation Groups and Combinatorial Structures*.

Ajánlott szakirányok: tanári és elemző.

A-Sz.25. Halmazrendszerek és lineáris algebra.

Témavezető: Hermann Péter

A téma rövid leírása: Bizonyos kombinatorikai tulajdosságokkal rendelkező véges halmazrendszerek vizsgálatának időnként meglepően hatékony eszközt nyújtunk alkalmas vektorrendszerek, ill. mátrixok bevezetésével és azok összefüggőségi viszonyainak ill. rangjának megállapításával. A tanult lineáris algebrai alapfogalmak is elegendőek arra, hogy egy-egy feladatsor megoldásának eredményeként olyan kombinatorikai eredményekhez jussunk, amelyekhez közvetlenül nem vagy csak igen körülményesen juthatnánk el.

Ajánlott irodalom: Babai L. és Frankl P.: *Linear Algebra Methods in Combinatorics*, különösen a 7.4., 7.5. és 5.11 pontok

Ajánlott szakirányok: tanári és elemző.

A-Sz.26. Csoportok az elméleti fizikában.

Témavezető: Hermann Péter

A téma rövid leírása: A véges és végtelen csoportok és azok reprezentációi meglepő szerephez jutnak a kvantummechanikában. A témáról szóló klasszikus mű bizonyos részeinek feldolgozása és viszonylag egyszerű eszközökkel való ismeretése szép feladat a fizikában is járatosabb hallgató számára. Az eredmény hozzájárulhat a matematika és a természettudományok e híres, ám részleteiben nem közismert kapcsolatának népszerűsítéséhez a matematika és a fizika tanításában.

Ajánlott irodalom: Wigner J.: *Csoportelméleti módszer a kvantummechanikában*, különösen a 4., 9., 11. és 18. szakasz

Ajánlott szakirányok: tanári.

A-Sz.27. Szintválasztó kisokos.

Témavezető: Károlyi Gyula

A téma rövid leírása: A matematika alapszakra felvett hallgatóknak nagy dilemma, hogy az első félévben az egyes tárgyakat milyen szinten vegyék fel.

A diplomamunka célja egy olyan interaktív felület létrehozása, amely a gólyák érdeklődését, előképzettségét, matematikai érettségét és önálló gondolkozóképességét is felmérve hathatós támpontot nyújthatna a legmegfelelőbb szint kiválasztásához.

Ajánlott irodalom: Pólya György: *A gondolkodás iskolája*, továbbá az első féléves gyakorlatok különböző szintű feladatsorai.

Ajánlott szakirányok: elemző, tanári.

A-Sz.28. Eliminációelmélet I.

Témavezető: Károlyi Gyula

A téma rövid leírása: Hogyan lehet szisztematikusan megoldani magasabbfokú egyenletrendszereket? A választ a Gröbner-bázisok elmélete és Buchberger algoritmusai szolgáltatja.

Ajánlott irodalom: D.A. Cox, J.B. Little, D. O’Shea: *Ideals, Varieties, and Algorithms* első két fejezete.

Ajánlott szakirányok: alkalmazott matematikus, elemző, tanári.

A-Sz.29. Eliminációelmélet II.

Témavezető: Károlyi Gyula

A téma rövid leírása: Hogyan lehet szisztematikusan megoldani magasabbfokú egyenletrendszereket? A kérdés minőségi vizsgálata a projektív algebrai geometria eszközeivel. MSc szakdolgozatnak is alkalmas téma.

Ajánlott irodalom: D.A. Cox, J.B. Little, D. O’Shea: *Ideals, Varieties, and Algorithms* további fejezetei.

Ajánlott szakirányok: matematikus.

A-Sz.30. Csoportok a matematika különböző területein.

Témavezető: Károlyi Gyula

A téma rövid leírása: Hogyan bukkannak elő csoportstruktúrák a matematika különféle területein, milyen jellegzetességekkel bírnak, és mire jók? Látókörszélesítő téma azoknak, akik imádnak keresgélni és vagy már megszerették a csoportokat, vagy éppen most készülnek megszeretni.

Ajánlott irodalom: elsősorban internetes portálok, mint pl. Wikipedia, valamint az érdeklődési területtől függően később megadott magyar, vagy angol nyelvű szakirodalom. Pl. I.R. Shafarevics: *Algebra*.

Ajánlott szakirányok: elemző és tanári.

A-Sz.31. Középiskolai versenyfeladatok csoportelméleti háttere.*Témavezető:* Károlyi Gyula

A téma rövid leírása: Fel lehet-e bontani a gömböt két közös pont nélküli egybevágó részre? Mi köze a D_3 diédercsoport konjugáltosztályainak a 2004. évi Kürschák verseny 3. feladatához? A dolgozatban ilyen és ehhez hasonló kérdéseket feszegetnénk. Csoportelmélet nem maradna szárazon.

Ajánlott irodalom: versenyfeladatok gyűjteményei, Középiskolai Matematikai Lapok.

Ajánlott szakirányok: elsősorban tanári.

A-Sz.32. Versenyfeladatok az általános- és középiskolában.*Témavezető:* Kiss Emil

A téma rövid leírása: A cél bizonyos (elsősorban algebrahoz kapcsolódó) témákból vagy adott megoldási módszert használó feladatok gyűjtése, rendszerezése, többféle megoldása, általánosítása, hasonló feladatok készítése.

Ajánlott irodalom: versenyfeladatok gyűjteményei, Középiskolai Matematikai Lapok.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.33. Általános algebrai kalkulátor.*Témavezető:* Kiss Emil

A téma rövid leírása: Az univerzális algebra elméletében is használható a számítógép példák elemzésére, amiből később általános tételek születhetnek. Az elmúlt évtizedben többen közösen fejlesztettek egy ehhez hasznos kalkulátor programot. A szakdolgozat témája ehhez egy új modul írása, vagy esetleg egy régi továbbfejlesztése (például felgyorsítása). A feladat elvégzéséhez némi rutin szükséges a JAVA programozási nyelvben.

Ajánlott irodalom: Kiss: *Bevezetés az algebra*ba, 8. fejezet, Burris–Sankappanavar: *Bevezetés az univerzális algebra*ba.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.34. Általános algebraik, hálók.*Témavezető:* Kiss Emil

A téma rövid leírása: Az általános algebraiknak az utóbbi évtizedekben mély elmélete alakult ki. Az alapok elsajátítása mellett szabadon lehet választani olyan témákból, mint teljességi kérdések, kommutátorelmélet, kongruenciaszeleidítés, a szubdirekt irreducibilis algebraik viselkedése.

Ajánlott irodalom: Kiss: *Bevezetés az algebrába*, 8. fejezet, Hobby–McKenzie: *The structure of finite algebras*.

Ajánlott szakirányok: matematikus, esetleg tanári.

A-Sz.35. Kockák és kvaterniók.

Témavezető: Kiss Emil

A téma rövid leírása: Az alábbi cikkben a szerzők az egész kvaterniók számelméletét használják fel térbeli, egész koordinátájú vektorokból képzett négyzet- és kockarácsok vizsgálatára. A témához kapcsolódik a négy négyzetszám összegére való felbontások számának megállapítása, valamint a pitagoraszi számnégyesek megértése is. Az eredmények esetleg továbbfejleszthetők magasabb dimenziókban.

Ajánlott irodalom: Rédei: *Algebra*, Goswick–Kiss–Moussong–Simányi: *Sums of squares and orthogonal integral vectors*.

Ajánlott szakirányok: matematikus, tanári.

A-Sz.36. Abel-csoportok.

Témavezető: Kiss Emil

A téma rövid leírása: Az Abel-csoportok algebrailag jól viselkedő osztályt alkotnak, ezért a példájukon könnyen megérthetőek olyan általánosabb moduluselméleti fogalmak, mint a direkt felbontások létezése, injektivitás, projektivitás, tenzorszorzat.

Ajánlott irodalom: Kiss: *Bevezetés az algebrába*, 7. fejezet, L. Fuchs: *Infinite Abelian groups*.

Ajánlott szakirányok: matematikus, esetleg tanári.

A-Sz.37. Számelméleti függvényekről.

Témavezető: P. Kovács Katalin

A téma rövid leírása: A számelméleti függvények olyan függvények, amelyek értelmezési tartománya a természetes számok halmaza. Pl. rendeljük hozzá minden természetes számhoz a pozitív osztók számát vagy a pozitív osztók összegét. A szakdolgozat témája lehet pl. értékészlet vizsgálata, egyenletek megoldása, amelyben számelméleti függvények szerepelnek.

Ajánlott irodalom: Sierpinski: *200 feladat az elemi számelméletből*, Niven–Zuckermann: *Számelmélet*.

Ajánlott szakirányok: tanári.

A-Sz.38. Diofantikus egyenletek megoldása elemi módszerekkel.

Témavezető: P. Kovács Katalin

A téma rövid leírása: Diofantikus egyenleteknek olyan egész együtthatós algebrai egyenleteket nevezünk, amelyek megoldását az egész számok halmazán keressük. Vannak tipikus megoldási módszerek, tipikus egyenletekre visszavezethető feladatok és van számos egyedi feladat ötletes megoldásokkal. Ebből a gazdag anyagból választhat érdeklődése szerint a szakdolgozó.

Ajánlott irodalom: Sierpinski: *200 feladat az elemi számelméletből*, Hardy–Wright: *Számelmélet*.

Ajánlott szakirányok: tanári.

A-Sz.39. Generátorrendszerek a számelméletben.

Témavezető: P. Kovács Katalin

A téma rövid leírása: Az alapfeladat egy halmaz elemeinek előállítása valamely más halmaz elemeinek összegeként ill. egész együtthatós lineáris kombinációjaként, a tagok számára tett korlátozásokkal. Pl: természetes számok előállítása négyzetszámokkal, Fibonacci-számokkal, prímeikkel stb.

Ajánlott irodalom: Hardy–Wright: *Számelmélet*, Sárközy: *Számelmélet feladatgyűjtemény*.

Ajánlott szakirányok: tanári.

A-Sz.40. Magyar matematikusok a huszadik században.

Témavezető: Pálffy Péter Pál

A téma rövid leírása: Egy — választás szerinti — magyar matematikusnak a Rényi Intézet könyvtárában őrzött hagyatékának (levelezés, kéziratok, különlenyomatok) feldolgozása.

Ajánlott irodalom: Horváth János (szerk.): *Panorama of the Hungarian Mathematics in the Twentieth Century*.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.41. Szimmetriacsoportok.

Témavezető: Pálffy Péter Pál

A téma rövid leírása: A csoportelmélet a szimmetriák absztrakt matematikai elmélete. Síkbeli, illetve térbeli szimmetriacsoportok megjelennek a díszítőművészetekben és a kristálytanban is. A lehetséges szimmetriacsoportok leírása jól ismert matematikai eredmény. A szakdolgozat témája a bizonyítás bemutatása, valamint az eredmény illusztrálása lehet.

Ajánlott irodalom: H. Weyl: *Szimmetria*.

Ajánlott szakirányok: tanári.

A-Sz.42. BCzSz.

Témavezető: Szabó Csaba

A téma rövid leírása: Az absztrakt algebra feladatgyűjtemény egy részének felfrissítése mind megoldások mind a feladatanyag szempontjából.

Ajánlott irodalom: B. Szendrei–Czédli–Szendrei: *Absztrakt algebrai feladatok*.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.43. Alacsonyfokú egyenlet megoldása.

Témavezető: Szabó Csaba

A téma rövid leírása: Középiskolában teljes négyzetté való alakítással levezetjük a másodfokú egyenlet megoldóképletét. Első félévben frappáns észrevételekkel formulát adunk a harmadfokú egyenlet megoldására. Hogy keressük a legfölbjebb negyedfokú polinomok gyökképletét — Galois elmélet segítségével? A radikállal való megoldhatóság és a Galois csoportról szóló ismeretek teljes tárházára szükségünk lesz.

Ajánlott irodalom: Stewart: *Galois Theory*.

Ajánlott szakirányok: matematikus.

A-Sz.44. CSP versus univerzális algebra.

Témavezető: Szabó Csaba

A téma rövid leírása: Az utóbbi időben az úgynevezett reláció homomorfizmus probléma bonyolultságának eldöntése az érdeklődés központjába került. Ide tartozik például a gráfok retrakciója is. Kiderült, hogy a kérdés átfogalmazható a relációkat megtartó algebraik nyelvére. Ezt az összefüggést próbáljuk megérteni a dolgozatban.

Ajánlott irodalom: *különböző jegyzetek*.

Ajánlott szakirányok: matematikus, alkalmazott matematikus.

A-Sz.45. Számelmélet feladatok szakkörre.

Témavezető: Szalay Mihály

A téma rövid leírása: A számelmélet különböző témaköreiből kellene összeállítani szakköri foglalkozásokat és feladatokat megoldásokkal együtt az irodalomban szereplő könyv alapján, mely egyrészt tankönyv a speciális matematikai osztályok számára, másrészt szakköri füzet.

Ajánlott irodalom: Szalay Mihály: *Számelmélet*.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.46. Generátorfüggvények és alkalmazásuk.

Témavezető: Szalay Mihály

A téma rövid leírása: Egy a természetes számokon értelmezett függvény értékeit írjuk be együtthatókként egy hatványsorba, majd az összegfüggvény algebrai, valós függvénytani vagy komplex függvénytani tulajdonságaiból próbálunk következtetni az eredeti függvény tulajdonságaira.

Ajánlott irodalom: Freud–Gyarmati: *Számelmélet*, 7.9. pont; Niven–Zuckerman: *Bevezetés a számelméletbe*, Hardy–Wright: *An Introduction to the Theory of Numbers*.

Ajánlott szakirányok: matematikus, tanári.

A-Sz.47. Természetes számok partíciói.

Témavezető: Szalay Mihály

A téma rövid leírása: Egy adott természetes szám pozitív egészek összegére való felbontásait vizsgáljuk, de nem különböztetjük meg azokat a felbontásokat, melyek csak a tagok sorrendjében térnek el egymástól. További megkötéseket téve is próbálunk következtetni a lehetséges felbontások számára és az előforduló tagok tulajdonságaira a kombinatorika, az algebra vagy az analízis módszereivel. Így lehet válogatni a megoldási módszer típusa és nehézsége szerint.

Ajánlott irodalom: Freud–Gyarmati: *Számelmélet*, 7.9. pont, Niven–Zuckerman: *Bevezetés a számelméletbe*, Hardy–Wright: *An Introduction to the Theory of Numbers*, Andrews–Eriksson: *Integer Partitions*, D.E. Knuth: *The Art of Computer Programming*, Volume 4, Fascicle 3, Section 7.2.1.4, magyar kiadás: D.E. Knuth: *A számítógépprogramozás művészete*, 4. kötet, 3. rész, 7.2.1.4. alpont (Budapest, 2008).

Ajánlott szakirányok: matematikus, tanári.

A-Sz.48. Algebra és számelmélet feladatok szakkörre.

Témavezető: Zábrádi Gergely

A téma rövid leírása: Tematikusan kellene összegyűjteni olyan típusú számelmélet, algebra (ill. algebrai eszközökkel megoldható) feladatokat, melyek középiskolás szakkörökön is prezentálhatók. A szakdolgozat témája lehet egyes feladatok mélyebb matematikai háttere is.

Ajánlott irodalom: *KöMaL*; különböző középiskolai versenyek feladatgyűjteményei; <http://www.versenyvizsga.hu/>; Surányi L.: *Algebra - tesztek, gyűriők, polinomok*; esetleg egyetemi jegyzetek, feladatsorok algebra vagy számelmélet gyakorlatról.

Ajánlott szakirányok: elsősorban tanári.

A-Sz.49. Mi motiválja/motiválta az algebra fejlődését?

Témavezető: Zábrádi Gergely

A téma rövid leírása: Kummer a Fermat-sejtést próbálta bizonyítani, közben megalkotta az „ideális számok” fogalmát, melyből később kialakult az absztrakt gyűrűelméleti ideál-fogalom. Létezik egy másik, Abeltől származó bizonyítás is arra, hogy az 5-ödfokú egyenletre nincs megoldóképlet, miért tanítják mégis szinte minden egyetemen a Galois-elméleti bizonyítást? A konkrét kérdés megválaszolása vagy a közben felépített elmélet a fő motiváció? Min múlik, hogy egy elmélet fennmarad-e? Az ilyen típusú kérdésekre keressük a választ az algebra történetében.

Ajánlott irodalom: konkrét témától függően különböző matematikatörténeti könyvek, internetes források, egyetemi jegyzetek, esetleg szakcikkek.

Ajánlott szakirányok: mindegyik.

A-Sz.50. A meredekségek elmélete.

Témavezető: Zábrádi Gergely

A téma rövid leírása: Ha egy vektortéren van egy lineáris transzformációnk, akkor a teret felbonthatjuk a transzformáció sajátértékeihez tartozó invariáns alterek direkt összegére. Ennek a jól ismert állításnak az általánosítása a Dieudonné-Manin tétel *szemilineáris* (azaz valamilyen testendomorfizmusra nézve lineáris) leképezésekre. Itt a sajátértékek szerepét az ún. meredekségek veszik át, és az alaptestről fel kell tenni, hogy teljes egy diszkrét értékelésre nézve (ilyen például a p -adikus számok teste a p -adikus értékeléssel). Ezért a dolgozat írása során természetesen a diszkrét értékelésekkel is megbarátkozunk. A szemilineáris leképezéseknek messzemenő alkalmazásai vannak a p -adikus Galois-reprezentációk elméletében, de ez persze nem témája a dolgozatnak. A lineáris algebra és a bevezető Galois-elméleten kívül némi német nyelvismeret sem hátrány az irodalom miatt.

Ajánlott irodalom: elsősorban Peter Schneider: *Die Theorie des Anstiegs* című interneten elérhető jegyzete; esetleg Fernando Gouvêa: *p-adic Numbers*, Jean-Pierre Serre: *Local Fields*, I.B. Fesenko, S.V. Vostokov: *Local fields and their extensions*.

Ajánlott szakirányok: matematikus.

A-Sz.51. Nemarkhimédeszi funkcionálanalízis.

Témavezető: Zábrádi Gergely

A téma rövid leírása: A feladat a klasszikus funkcionálanalízis egy vagy több szabadon választott tételének (pl. Banach-Steinhaus, Nyílt leképezés tétel, Hahn-Banach) vizsgálata *nemarkhimédeszi* testek felett. Egy test *nemarkhimédeszi*, ha van rajta egy abszolútérték, melyre nézve minden Cauchy sorozat konvergens, de a valós számoknál megszokott arkhimédeszi axióma (minden valósnál van nagyobb abszolútértékű egész) nem teljesül. Ilyen például a p -adikus számok teste a p -adikus abszolútértékre nézve, amivel a dolgozat írása közben behatóbban is megismerkedünk. A dolgozatban kitérhetünk arra is, hogy mik a hasonlóságok, és mik a különbségek a szokásos valós feletti funkcionálanalízissel, de ízlés szerint koncentrálnunk csak a *nemarkhimédeszi* esetre is.

Ajánlott irodalom: Peter Schneider: *Non-archimedean Functional Analysis* című interneten elérhető jegyzete, esetleg Gouvêa: *p-adic Numbers*.

Ajánlott szakirányok: matematikus.