IBNR tartalékok meghatározása

Szakdolgozat

Írta: Bihari Róbert

Alkalmazott matematikus szak

Témavezető:

Dr Marczi Erika, Életbiztosítási igazgató, vezető aktuárius
Groupama Biztosító Zrt.

Belső konzulens:
Dr. Arató Miklós, egyetemi docens
Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék
Eötvös Loránd Tudományegyetem, Természettudományi Kar

Eötvös Loránd Tudományegyetem
Természettudományi Kar
2006

Kivonat

A biztosítás keretein belül kiemelt szerepet kap a tartalékok, ezen belül a függőkár tartalékok meghatározása. Szerte a világban és Magyarországon is számos módszer létezik és használatos az IBNR tartalékok meghatározására. A helyes módszer kiválasztása nagyon bonyolult feladat az aktuáriusok számára. Ez abból adódik, hogy minden kárfolyamatnak megvannak a sajátosságai, amit nehéz modellezni. Általában a módszerek jelentős egyszerűsítéssel élnek a számítások könnyítése végett.

A dolgozatban a teljesség igénye nélkül összegyűjtöttem a legalapvetőbbeket ezek közül. Ahol lehetséges volt, matematikai alátámasztásokkal és hibabecsléssel is éltem. Igyekeztem rávilágítani az egyes módszerek előnyeire, gyengeségeire, hibáira.

Az összegyűjtött módszerek nagy részét egy konkrét, a valóságot tükröző adathalmazon összehasonlítva vizsgáltam, amihez egy saját készítésű programot használtam fel.

Célom a lehető legjobb módszer megtalálása volt erre a konkrét adathalmazra. A módszer helyességének indoklásához a lebonyolítási eredményeket vizsgáltam, figyelembe véve a kapott tartalékok időbeli változását.

Végezetül kipróbáltam a kiválasztott módszert más adathalmazokon is.

Tartalomjegyzék

Ábrák jegyzéke

1. fejezet

Bevezetés

Magyarországon a biztosítás története immáron hét évszázadot ölel fel. Első emlékeink a XIV. századból maradtak fenn, a céhrendszer idejéből, amikor biztosításra jellemző szolgáltatásokat kínáltak egyes céhek. 2007-ben lesz kétszáz éve, hogy létrejött az első magyar biztosító, a Révkomáromi Császári Királyi Kiváltságos Hajózást Bátorságosító Társaság [1]. Megalakulását követően igencsak megnőtt a számuk az országban. Terjeszkedésüknek az államosítás vetett véget. A rendszerváltás óta ismét sok biztosító alakult, vagy telepedett meg országunkban. Az ügyfelek biztonsága érdekében szigorú szabályokhoz van kötve a működésük. Ilyen szabályok vonatkoznak például a biztosítástechnikai tartalékok képzésére is.

1.1. A biztosítástechnikai tartalékok

A tartalékok képzésére azért van szükség, hogy a biztosító fedezni tudja a mérlegfordulóig[1] megkötött szerződésekre, a mérlegforduló után felmerülő kötelezettségeit. Leegyszerűsítve azt mondhatjuk, hogy a tartalék megegyezik a jövőben várható kiadások és bevételek különbségével. Az aktuárius feladata, hogy a lehető legpontosabban állapítsa meg ezt a várható értéket.

Ha alulbecsüli, azzal szélsőséges esetben a biztosító működését is veszélyeztetheti, de mindenképpen veszteséget okoz akkor, ha a biztosító nyereséges, vagy ezáltal lesz azzá. Ha a szükségesnél kevesebb a tartalék, akkor a későbbiekben lesz olyan kötelezettsége, amit az eredményből kell fedeznie. A nyereséget azonban adó terheli, a tartalékot pedig nem. Ezért, ha nyereséges, akkor a különbözetre adót kell fizetnie,

[1] A vállalkozásoknak bizonyos időközönként számot kell adniuk gazdálkodásuk eredményéről mind a tulajdonosok, mind pedig a költségvetés felé. Ez a számadás a jelenlegi magyar jogszabályok szerint a mérleg és eredmény-kimutatás nyomtatványok kitöltése és a közzététel. A mérlegforduló az a nap, amikor ez megtörténik.

amit elkerülhetett volna, ha pontosan lett volna megállapítva a tartalék mértéke.

Ha felülbecsüli, azzal a biztosítót nem veszélyezteti ugyan, de így az eredményt csökkenti. A kisebb eredményt kevesebb adó terheli, így az államnak kevesebb bevétele lesz. Másrészről a tulajdonosok érdeke is, hogy a befektetésük nyereséget termeljen.

A cél tehát a tartalékok lehető legjobb becslése. Ez egyes tartalékfajtáknál különösen nehéz feladat, amit a későbbiekben látni is fogunk.

Magyarországon, mint más országokban is, törvény szabályozza a tartalékolás rendjét. A dolgozat írásának időpontjában a biztosítókról és a biztosítási tevékenységről a **2003. évi LX. törvény** van hatályban. Részletesen pedig a **8/2001. PM rendelet** írja le a biztosítástechnikai tartalékok képzésének és felhasználásának a rendjét. Ezek hivatottak megteremteni a biztonságos működés feltételeit, valamint megakadályozni az esetleges visszaéléseket.

1.1.1. A tartalékok rövid áttekintése

A tartalékoknak számos fajtájuk létezik. Ennek oka, hogy különböző célból képezzük őket, más és más felhasználási területre. A **2003. évi LX. törvény** leírja, hogy melyek minősülnek biztosítástechnikai tartaléknak. A továbbiakban ezeket szeretném röviden és érthetően bemutatni. Előrebocsátom, hogy a tartalékok meghatározásánál mindig figyelembe kell venni a felmerülő költségeket és az infláció hatását is! A későbbiekben ezt nem kívánom minden esetben kiemelni.

a) **Meg nem szolgált díjak tartaléka.** A tartalékokat mérlegzáráskor kell megképezni. Gyakran előfordul, hogy egy szerződés díjrendezettsége átnyúlik a mérlegzárás időpontján. Ez azt jelenti, hogy a befolyt díjnak csak egy részét fedeztük kockázattal. A fennmaradó díjrészt el kell határolni minden ilyen szerződésre.

b) **Matematikai tartalékok.** Ez a tartalékfajta négy részből áll, melyek a következők: életbiztosítási díjtartalék, betegségbiztosítási díjtartalék, balesetbiztosítási járadéktartalék és felelősségbiztosítási járadéktartalék. A díjtartalékokat a terméktervben[2] meghatározott módon kell megképezni minden élet- és balesetbiztosítási szerződésre egyedien. A később bekövetkező biztosítási események (halál, elérés) kapcsán járó szolgáltatások fedezésére szolgál. A tar-

[2] "meghatározott veszélyközösségre kialakított, a biztosító által terjeszteni kívánt biztosítási termék alkalmazhatóságáról kidolgozott terv." [3]

talékokat a biztosító befektetheti, és a többlethozam [3] minimum 80%-át köteles visszajuttatni a biztosítottainak. A piaci verseny miatt azonban ez az érték általában 90% fölött szokott lenni.

Járadéktartalékot csak akkor kell képezni, ha a biztosító köteles járadékot szolgáltatni egy káreseményből kifolyólag. Ameddig a járadék nem eldöntött, addig a következő pontban ismertetett függőkár tartalékot lehet a kárra megképezni. Úgy kell megállapítani, hogy a tartalék a befektetéséből származó hozamával együtt várhatóan fedezze a várható kifizetéseket a költségekkel együtt. [4]

c) **Függőkár tartalékok.** Ezen a tartalékon belül megkülönböztetünk két esetet. A bekövetkezett és bejelentett károkat, amelyeket még valamilyen okból nem rendeztek a mérlegforduló napjáig, tételes függőkároknak nevezzük. Ezeknek a várható kifizetéseit tartalékoljuk. A bekövetkezett, de még be nem jelentett károk tartalékának külön neve van. IBNR tartaléknak nevezik, ami az angol megfelelőjének (incurred but not reported) a rövidítése. A neve egyértelműen leírja a tartalék célját. Képzése viszont nem ennyire egyértelmű. Ez adja dolgozatom témáját.

d) **Eredménytől függő díj-visszatérítési tartalék.** Az életbiztosítási és betegségbiztosítási díjtartaléknál már említett, a biztosítottat megillető nyereséget gyűjti össze ez a tartalék, amit szigorúan csak a biztosítottak kaphatnak meg a biztosítási szerződésben szabályozott módon. Nem csak életbiztosításnál képződhet ilyen összeg. Előfordulhat más ágazatokban is olyan szerződés, ahol a biztosított díjvisszatérítésre jogosult. Ezt általában a káralakuláshoz szokták kötni. Alacsony kárhányad esetén a biztosító felvállalhatja a díj egy részének visszafizetését, hiszen ekkor nagyobb összeget tud befektetni és így nagyobb nyereséget realizál. Ezt a részt is itt tartalékoljuk mindaddig, amíg vissza nem kerül a biztosítottakhoz.

e) **Eredménytől független díj-visszatérítési tartalék.** Eredményen itt a biztosító eredményét kell érteni. Az az összeg kerül ebbe a tartalékba, amit a biztosítottaknak vissza kíván juttatni a biztosító a szerződési feltételeknek megfelelően. Például ilyen összeg lehet egy szerződésnél a kármentesség következtében visszajuttatandó díjrész. Az elnevezés megtévesztő lehet, hiszen a szerződés eredményétől mégis függ a tartalék.

[3] többlethozam = a matematikai tartalékok befektetése hozamának és a technikai kamatláb felhasználásával számított hozamnak a különbsége, ahol a technikai kamatláb maximális mértékét külön jogszabály állapítja meg

f) **Káringadozási tartalék.** Ezt a tartalékot az adott ágazaton belüli, különböző évre szóló kárkifizetések esetleges nagy különbségének a kiegyenlítésére lehet megképezni. Kevésbé szakmaian úgy szokták jellemezni, hogy könnyű feltölteni, de nehéz felhasználni. Előfordulhat, hogy évtizedekig nem lehet kivenni belőle, mert ez csak abban az esetben megengedett, ha az ágazat biztosítástechnikai eredménye negatív.[4]

g) **Nagy károk tartaléka.** Mint a neve is mutatja, a kiemelkedően nagy kockázatú szerződésekre lehet megképezni ágazatonként. Klasszikusan ilyen például egy atomerőmű biztosítása, de a [4]-ben pontosan meg vannak jelölve a csoportok, amibe be lehet sorolni a "nagy károkat" [5]. Hasonlót lehet elmondani róla, mint az előző tartalékról. Mivel akkor lehet felhasználni, ha bekövetkezik egy nagy kár, ezért lehet, hogy itt is évtizedekre tárolja a biztosító aktuáriusa a betett összeget.

Érdekesség, hogy ennek a két tartaléknak a létjogosultsága igen vitatott. A magyar törvények megengedik a képzését, de vannak olyan vélemények itthon is, hogy el kellene törölni őket. A nemzetközi számviteli szabvány, az IFRS[6], pedig kifejezetten tiltja a képzésüket. Ennek oka elsősorban épp a nehézkes felhasználás valamint az, hogy lehetőséget nyújt a biztosító eredményének manipulálására. Az a vélemény körvonalazódott ki, hogy helyettük szavatoló tőkét kellene elkülöníteni ezekre a kockázatokra.

h) **Törlési tartalék.** Az adott időszakban előírt díjak egy része valamilyen okból, például kockázatmegszűnés vagy kötvénytörlés, nem fog befolyni a biztosítóhoz. Ennek az összegnek a fedezetére kell megképezni a törlési tartalékot. A korábbi évek tapasztalatait felhasználva lehet megállapítani a várható értékét.

i) **Befektetési egységekhez kötött (unit-linked) életbiztosítások tartaléka.** Lényegében az ügyfelek által unit-linked szerződésekre befizetett díjak (a felmerülő költségekkel terhelve és egységekre váltva), mind ebbe a tartalékba kerülnek. A tartalék értéke a képzés időpontjában a legfrissebb piaci záróárfolyamtól függ. A kockázat eltérő kezelése miatt külön kell venni az életbiztosítási

[4] Ha megszűnik az ágazat, akkor fel kell szabadítani a tartalékot

[5] külön rendelet szabályozza, mit tekintünk nagy kárnak

[6] International Financial Reporting Standards - 2005-től az Európai Unióban, így hamarosan Magyarországon is, valamennyi tőzsdén jegyzett vállalatnak, illetve azok leányvállalatainak az IFRS-nek megfelelően kell elkészíteniük konszolidált éves beszámolójukat.

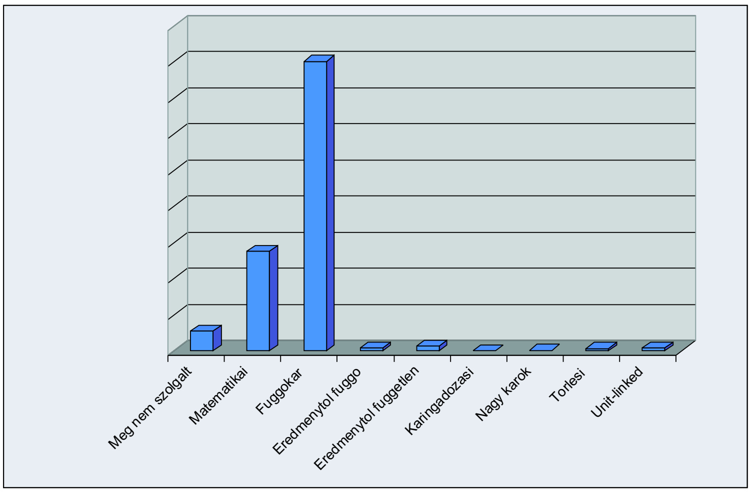
díjtartaléktól. A tartalékon belül is el kell különíteni a különböző eszközalapokhoz[7] tartozó részeket.

j) Egyéb biztosítástechnikai tartalékok. Ide sorolható a várható veszteségek tartaléka. Ezt a jövőben szinte biztosan bekövetkező, előre látható és számítható veszteségekre lehet megképezni. Tipikus példa a régebbi életbiztosítási szerződéseknél a magas technikai kamatláb okozta várható veszteség a jövőben.

Ebbe a típusba tartozik még a hitel- és kezesi biztosítások külön tartaléka is, ami gyakorlatilag egy speciális formája a káringadozási tartaléknak.

1.1.2. Függőkár tartalékról bővebben

Most már ismerjük a lehetséges tartalékokat. Ezek közül különösen nagy jelentőséggel bír a függőkár tartalék. Kompozit biztosítóknál a mértéke általában messze a legnagyobb a többihez képest, így ez befolyásolja legjobban a biztosító eredményét. A teljesség kedvéért szeretném megjegyezni, hogy életbiztosítóknál még előfordulhat, hogy a matematikai tartalék ennél nagyobb mértékű. Mint már a rövid ismertetőben említettem, a tartalék két részből áll.



1.1. ábra. Egy magyar biztosító tartalékai 2005 év végén

Ismerjük meg közelebbről előbb a tételes függőkár tartalékot (RBNS)[8]. A biztosítónak a kár bejelentése után meg kell vizsgálnia például, hogy jogos-e az igény. Előfordulhat, hogy jogos, de nem tudnak megegyezni a mértékében és bíróság elé is kerülhet az ügy. Még számtalan eset lehetséges, de a lényeg az, hogy a késedelmes

[7] a befektetési egységekhez kötött életbiztosítások - a biztosítási szerződésben meghatározott levonásokkal csökkentett - díjából tőkebefektetés céljából létrehozott eszközállomány[3]

[8] Az angol megfelelőjének a rövidítése (reported but not settled)

intézés miatt tartalékot kell képezni a jövőbeni kifizetésekre. Ezt a tartalékot minden kárra egyedileg határozzák meg a biztosító szakemberei. A lehető legjobb becslés elvét kell alkalmazzák. Mivel végülis ez egy részben szubjektív döntés, lehetséges, hogy tévedés történik, de az is lehet, hogy újabb tények derülnek ki a káreseménnyel kapcsolatban. Ezért folyamatosan felül kell vizsgálni a nyitott károkat és a tartalék képzésekor a legfrissebb becsléseket kell felhasználni.

Sajnos az is előfordulhat, hogy manipulálásra kerül sor a becslések meghatározásánál, ami kihat az eredményre is. Ezért vannak olyan vélemények, hogy nem szakértők által kellene meghatározni a tételes függőkár tartalékot, hanem statisztikai módszerekkel. Több országban az elemzések azt mutatják, hogy ez a módszer pontosabb eredményt szolgáltat.[2]

A későn bejelentett károkat a tételes függőkároktól elkülönítve kell megképezni. Ezekről a tartalékképzés időpontjában semmilyen információval nem rendelkezünk. Olyan esetre kell gondolni, hogy egy kár bekövetkezik valamikor december közepén, jönnek az ünnepek, bevásárlások, esetleg kórházba is kerül a károsult, így nem az lesz az első dolga, hogy bejelentse a biztosítónak a kárt. Mire erre kerül a sor, már lehet január van és megtörtént a mérlegzárás. Előfordulhat olyan eset is, hogy csak évekkel később keletkezik kár egy felelősségbiztosítási szerződés okán. Ilyen lehet például egy az építésekor felelősségbiztosítással rendelkező épület összedőlése. Manapság, az információs forradalomnak köszönhetően, egyre jobban kezdenek megismerkedni az emberek a jogaikkal. Ez azt eredményezheti, hogy a jövőben megnő például az autóbalesetekből eredő személyi sérüléses, vagy az orvosi műhibából eredő károk késői bejelentése. Az ilyen esetekre kell felkészülnie a biztosítónak, amikor az IBNR tartalékot megképzi.

2. fejezet

Az IBNR tartalékok meghatározása

Az IBNR tartalék képzése nagyon hasonló az RBNS tartalék statisztikai alapon való képzéséhez. A korábbi évek kártapasztalatait használjuk fel. Előfordulhat azonban, hogy teljesen új ágazatra kell IBNR tartalékot képezni. Ekkor Magyarországon a termék tárgyévi megszolgált díjának maximum 6%-nak erejéig teheti ezt meg a biztosító. Három év eltelte után azonban a biztosító köteles a károk kifutási háromszögének adataira alapozott statisztikai módszert használni. [4]

2.1. Kifutási háromszögek

A káradatokat a könnyebb felhasználás érdekében rendszerezni szokták. Tipikusan mátrix alakban írják fel. A legtöbb helyen a következő módon szerepel:

	késések száma hónapban			
bekövetkezés dátuma	0	1	…	47
200201	$K_{1,0}$	$K_{1,1}$	…	$K_{1,35}$
200202	$K_{2,0}$	…	$K_{2,34}$	
…	…	…		
200512	$K_{36,0}$			

2.1. ábra. Példa kifutási háromszögre

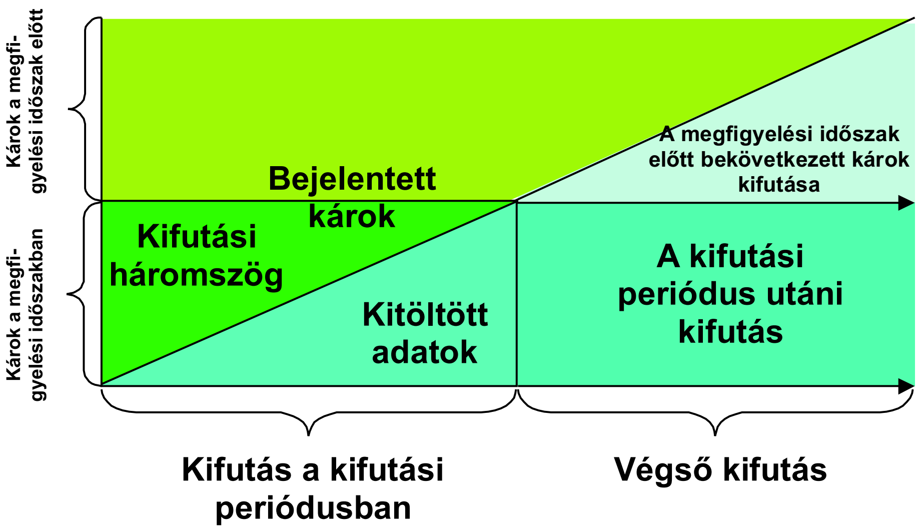
Számos felírást lehet még generálni. A kitöltött háromszögrész például a mátrix bármely sarka lehet. A bekövetkezés dátuma helyett szerepelhet a bejelentés dátuma vagy a kezdet, esetleg más. A késések száma pedig vonatkozhat a bejelentésre, kifizetésre vagy lezárásra is. A mátrix elemei ($K_{i,j}$) reprezentálhatják a bekövetkezett károk darabszámát, a kifizetett károk összegét vagy a tételes függőkárral növelt kifizetett károkat stb. Lehetnek havi, negyedéves, vagy éves adatok. Korlátozódhatnak az adott periódusra, de lehetnek kumuláltak is.

A dolgozatban azzal az esettel fogok foglalkozni, amikor a függőleges tengelyen a bekövetkezés ideje szerepel, a vízszintes tengelyen a bejelentések késése, a mátrix elemei pedig kumulált adatok, a kárkifizetések ($C_{i,j}$) és a tételes függőkárok ($T_{i,j}$) összege, minden hónapban a vizsgált időszakban. Vagyis $K_{i,j} = C_{i,j} + T_{i,j}$

Most már lehet érezni, miért háromszög, de még nem beszéltem arról, mit jelent a nevében a kifutási szó. Ezzel arra utal, hogy a károknak van egy úgynevezett kifutási ideje, vagyis egy olyan időpont, amin túl már nem jelentenek be újabb kárt. Ez a választott háromszögünkben úgy mutatkozik meg, hogy egy ideig növekednek a sorokban az adatok, majd egy időponttól kezdve ugyanaz a szám fog állni a sor végéig.

A különböző kártípusokhoz más kifutási idők tartoznak. Van ahol néhány év alatt bejelentenek minden kárt az adott évre, és szinte elképzelhetetlen későbbi bejelentés. Ilyen például a casco biztosítás. A felelősségbiztosításoknál pedig az a jellemző, hogy akár évtizedek múltán is történhet kárbejelentés egy adott időszakra. Ennek megfelelően megkülönböztetünk teljes és nem teljes kifutási háromszögeket. Ha a kifutási háromszög nem teljes, akkor a kitöltött kifutási mátrixot a várható végső kifutási mátrixszá kell kiterjeszteni. Ilyen esetben, ha például $(t+1)$ periódusig van adatunk akkor $K^v_{i,t}$-vel fogom jelölni az i. évben a $(t+1)$. periódus után kifizetett kár és a tételes függőkár összegét. [1] Képlettel kifejezve $K^v_{i,t} = \lim_{j\to\infty} K_{i,j}$.

Végezetül álljon itt egy ábra[6] magyarázat nélkül, melyen jól látszik a teljes kárstatisztika leírása.



2.2. ábra. A kifutási téglalap sematikus ábrája

[1] A csúsztatás azért van, mert a bejelentések nullától lettek kezdve.

2.2. A gyakorlatban leggyakrabban használt számítási módszerek

Maga az IBNR becslése azt jelenti, hogy a kifutási mátrix hiányzó adatait kitöltjük valamilyen módon. Ebben a szakaszban ismertetek néhány módszert amivel feltölthető a mátrix és így becslés adható az IBNR tartalékra.

2.2.1. A jéghegy módszer

A továbbiakban használni fogom a kifutási mátrix elemeire korábban bevezetett jelöléseket. Ennél a módszernél kitüntetett szerepet kap a $K^v_{1,t}$ elem. Ez adja a módszer elnevezését is. Úgy tekinthetünk $K^v_{1,t}$ elemre, mint a jéghegy csúcsára, ebből fogjuk megbecsülni a teljes IBRN tartalékot, ahogyan a jéghegy tömegét is meg lehet becsülni a látható része alapján.

Szerencsés esetben ismerjük a "jéghegy csúcsát". Felhívom a figyelmet, hogy teljes kifutási háromszög esetén $K^v_{1,t} = K_{1,t}$. Ha nem teljes a háromszögünk, akkor becsléssel élünk $K^v_{1,t}$-re a megfigyelési időszak előtti kárstatisztika alapján. Feltételezzük, hogy ekkor már teljes volt a kifutási háromszög. Érdemes nem túl régi adatokat használni, mert az évek során az inflációval is számolni kell, továbbá az állomány összetétele is jelentősen változhat.

Vizsgáljuk például a megfigyelési időszakot megelőző három évet. Ha éves felbontást használunk, vegyük erre három évre, évenként, a $(t + 1)$. periódusbeli és a végső kárkifizetés + RBNS arányát. Most is több lehetőség áll előttünk. Számíthatjuk ezek átlagát, de választhatjuk a minimumát is, ami egy óvatos szemléletet testesít meg. A kapott aránnyal határozzuk meg a vizsgált időszak első évi káraira még várható kárkifizetés és az RBNS összegét. Jelölje ezt a becslést $\widehat{K}^v_{1,t}$. Ha nem áll rendelkezésre korábbi statisztika, akkor a tételes függőkár alapján adhatunk becslést $\widehat{K}^v_{1,t}$-ra, majd megképezzük a

$$df_t = \frac{K_{1,t}}{\widehat{K}^v_{1,t}}; \qquad df_{t-1} = \frac{K_{1,t-1}}{\widehat{K}^v_{1,t}}; \qquad \cdots \qquad df_0 = \frac{K_{1,0}}{\widehat{K}^v_{1,t}}$$

hányadosokat. A df a növekedési faktor angol megfelelőjének (development factor) a rövidítése. Azzal a feltevéssel élünk, hogy a $\frac{K_{i,j}}{\widehat{K}^v_{i,t}}$ hányadosok nem függnek erősen i-től (a kárbekövetkezés évétől). Ezek alapján megbecsüljük a további években bekövetkezett károkra az összes kárkifizetés és RBNS összegét.

$$\widehat{K}^v_{2,t} = \frac{K_{2,t-1}}{df_{t-1}}; \qquad \widehat{K}^v_{3,t} = \frac{K_{3,t-2}}{df_{t-2}}; \qquad \cdots \qquad \widehat{K}^v_{t+1,t} = \frac{K_{t+1,0}}{df_0}$$

Most már kiszámíthatjuk az i. év káraira képzett tartalékot (V_i^{ibnr}) a következő módon:

$$V_i^{ibnr} = \widehat{K}_{i,t}^v - K_{i,t+1-i}$$

Ami szavakkal annyit jelent, hogy a feltöltött mátrix i. sorának utolsó eleméből levonjuk mátrix mellékátlójának az i. sorban álló elemét. Ez az utolsó, tényleges adatok alapján beírt érték az adott sorban. Most már csak annyi a dolgunk, hogy összeadjuk ezeket az értékeket minden évre, azaz:

$$V^{ibnr} = \sum_{i=1}^{t+1} V_i^{ibnr}$$

Ezzel megkaptuk az aktuális IBNR tartalékot.

Azt lehet észrevenni, hogy így a módszer csak az első éves növekedési faktorokat használja. Ez esetleg olyan hibákat rejthet magában, hogy például időközben változtak a bejelentési szokások. A jéghegy módszernek vannak olyan változatai is, ami ezt kiküszöböli. Ha már megvan a becslés az i. év összes kárráfordításaira, akkor ebből meghatározhatóak az i. év növekedési faktorai. A következő év végső kárkifizetésének becslésekor most már ezeket is felhasználhatjuk, ami csökkenti az első év dominanciáját, de a módszer lényegén nem változtat. Használhatjuk új növekedési faktorként a megfelelő periódusban szereplő faktorok átlagát, a legfrissebbet, vagy esetleg a minimumot közülük, ami mint az előbb is említettem egy óvatos hozzáállás.

Az is egy lehetséges módja újabb változatok generálásának, hogy ugyanúgy, mint ahogyan az első év utolsó periódusára vonatkozó növekedési faktort, a megfigyelési időszakot megelőző káradatok alapján határozzuk meg, a korábbi periódusokra is a régi adatokra támaszkodva választjuk meg a növekedési faktorokat. Ebben az esetben is vehetjük az átlagukat, a minimumot, vagy a legfrissebb adatok alapján készültet.

2.2.2. A láncszemhányados módszer

Ez a módszer sokban hasonlít az előző pontban bemutatott jéghegy módszerre. Itt is növekedési faktorok segítségével becsülhető meg az IBNR tartalék mértéke. Ebben a pontban nf_j-vel fogom jelölni őket, hogy megkülönböztethetőek legyenek az előzőektől.

Az adatokat ismét az eddig használt kifutási háromszögből vesszük, és felírjuk az $nf_j(i) = \frac{K_{i,j+1}}{K_{i,j}}$ hányadosokat minden i-re és j-re. Így kaptunk, egy a háromszögnél egyel kevesebb sorból álló, másik háromszöget a növekedési faktorokból. Most is feltételezzük, hogy az így készített növekedési faktorok nem függnek erősen a kár bekövetkezésének évétől. Az nf_t, vagyis az adott időszakra vonatkozó növekedési faktor, meghatározása az előző módszernél leírt módon történhet, attól függően, hogy teljes, vagy nem teljes a kifutási háromszög. A további nf_j-ket a kiszámolt $nf_j(i)$-kel határozhatjuk meg. Itt is számos lehetőség adott. Vehetjük egyszerűen az átlagukat vagy a maximálisat közülük, ami a biztonságra törekvő módszer. Az előzőnél a minimális jelentette ugyanezt, ami abból adódik, hogy most balról jobbra haladva vannak meghatározva a hányadosok. Továbbá vehetjük a $nf_j(i)$-k súlyozott átlagát is valamilyen súlyfüggvénnyel, vagy a legutolsó ismert értékeket.

A háromszög hiányzó részének feltöltése, ezzel a végső kárráfordítás meghatározása a következő egyszerű módon történik.

$$\begin{aligned}
\widehat{K}^v_{1,t} &= nf_t \cdot K_{1,t} \\
\widehat{K}^v_{2,t} &= nf_t \cdot nf_{t-1} \cdot K_{2,t-1} \\
&\vdots \\
\widehat{K}^v_{i,t} &= nf_t \cdot nf_{t-1} \cdot \ldots \cdot nf_{t+1-i} \cdot K_{i,t+1-i} \\
&\vdots \\
\widehat{K}^v_{t+1,t} &= nf_t \cdot nf_{t-1} \cdot \ldots \cdot nf_0 \cdot K_{t+1,0}
\end{aligned}$$

Ezek után az IBNR tartalék mértéke az i. évre könnyen meghatározható az előző pontban tárgyalt módszerrel.

$$V_i^{ibnr} = \widehat{K}^v_{i,t} - K_{i,t+1-i} = (nf_t \cdot nf_{t-1} \cdot \ldots \cdot nf_{t+1-i} - 1) \cdot K_{i,t+1-i}$$

Ezeket összeadva megkapjuk a teljes tartalékot. A képlet annyiban egyszerűsödött, hogy az IBNR tartalék meghatározásához lényegében elegendő a növekedési faktorok és az átlóbeli elemek ismerete.

2.2.3. A lánc-létra módszer

Valójában most nem egy újabb módszert részletezek, hanem a láncszemhányados módszer egy speciális változatát. Azzal érdemelte ki, hogy mégis külön pont foglalkozik vele, hogy a lehető legegyszerűbb gyakorlati számítását adja az IBNR tartaléknak. A tapasztalatok pedig azt mutatják, hogy egyszerűsége ellenére nagyon pontos eredményeket szolgáltat. Ezekért a tulajdonságaiért nagyon népszerű lett szerte a világban és a magyar biztosítók is szép számmal alkalmazzák. Ennyi dicséret után jöjjön hát maga a módszer.

A láncszemhányados módszernek az a speciális esete ez, amelyik a súlyozott átlagolású növekedési faktorokat használja. A súlyok jelen esetben az adott periódushoz tartozó kárkifizetéseknek és az RBNS-nek az összege. Vagyis a mátrix oszlopaiban álló számok.

$$nf_j = \frac{K_{1,j} \cdot nf_j(1) + K_{2,j} \cdot nf_j(2) + \dots + K_{t-j,j} \cdot nf_j(t-j)}{K_{1,j} + K_{2,j} + \dots + K_{t-j,j}}$$

Behelyettesítve az $nf_j(i)$-k helyére a hányadosokat a következő alakban kapjuk meg a növekedési faktorokat.

$$nf_j = \frac{K_{1,j+1} + K_{2,j+1} + \dots + K_{t-j,j+1}}{K_{1,j} + K_{2,j} + \dots + K_{t-j,j}}$$

Ez annyit jelent, hogy a háromszög oszlopaiban lévő számokat össze kell adni és az egymás után következő oszlopösszegeket kell elosztani egymással. Így megkapjuk a növekedési faktorokat, amiből az előbb látott módon számítható az IBNR tartalék.

Ennél a módszernél már meg lehet spórolni az éves növekedési faktorok meghatározását is. A gyakorlatban viszont hasznos lehet, ha kiszámítjuk. Sokszor segítségünkre lehet, miközben keressük az okát az IBNR furcsa viselkedésének. Például jelentősen megugorhat a mértéke az előző záráshoz képest. Ekkor ha végignézzük a faktorokat, viszonylag nagy eséllyel találhatunk közöttük olyat, esetleg többet is, amelyik nagyban eltér a körülötte állóktól. Ekkor érdemes megvizsgálni az erre az időszakra eső károkat tételesen. Nagy valószínűséggel megtaláljuk a furcsa viselkedés okát. Ami lehet például egy későn bejelentett nagy összegű kár, vagy valamilyen okból megemelt [2] függőkár összeg.

2.2.4. Egy sztochasztikus modell a lánc-létra módszer alátámasztására

Thomas Mack tanulmányában [10] azt vizsgálta, melyik sztochasztikus módszer adja ugyanazt az eredményt, mint az eredeti lánc-létra módszer. Az a célunk, hogy a kifutási háromszög hiányzó elemeit kitöltsük egy sztochasztikus módszer segítségével és ez egyezzen meg a lánc-létra módszer által adott

$$\widehat{K}_{i,j} = K_{i,t+1-i} * nf_{t+1-i} * \ldots * nf_{j-1} \qquad i + j > t + 1$$

értékekkel. Lépésenként fogunk haladni a már ismert adatokat felhasználva. Feltesszük, hogy az i. periódusban bekövetkezett és $(j+1)$ periódussal később bejelentett kumulatív kárkifizetések és tételes függőkárok függnek attól, hogy a $(j+1)$. periódus előtt hogyan alakult az összegük. Ezt beépítve a modellbe feltételes várható értékkel számíthatjuk ki a nem ismert mezők értékét.

$$E(K_{i,j+1} \mid K_{i,1}, \ldots, K_{i,j}) = K_{i,j} * nf_j$$

[2] például kiderül egy járadékigény

Felesszük továbbá azt is, hogy a kárbekövetkezés időpontjai viszont függetlenek egymástól. Ekkor a következő tételt fogalmazhatjuk meg.

2.2.1. Tétel. *Az előző feltételezésekkel élve $j > t+1-i$ esetén*

$$E(K_{i,j} \mid D) = K_{i,t+1-i} * nf_{t+1-i} * \ldots * nf_{j-1}$$

ahol $D = \{K_{i,j} \mid i+j \leq t+1\}$.

Bizonyítás: Vezessük be a következő jelölést

$$E_i(X) = E(X \mid K_{i,1}, \ldots, K_{i,t+1-i})$$

Ekkor

$$E(K_{i,j} \mid D) = E_i(K_{i,j}) =$$

$$= E_i\left(E\left(K_{i,j} \mid K_{i,1}, \ldots, K_{i,j-1}\right)\right) = E_i(K_{i,j-1} * nf_{j-1}) =$$

$$= E_i(K_{i,j-1}) * nf_{j-1} = \ldots = E_i(K_{i,t+2-i}) * nf_{t+2-i} * \ldots * nf_{j-1} =$$

$$= K_{i,t+1-i} * nf_{t+1-i} * \ldots * nf_{j-1}$$

Azt kaptuk tehát, hogy ha a faktorokat a lánc-létra módszernél tanult módon választjuk meg, akkor ez a modell ugyanazt az eredményt adja, mint amit ott kapnánk.

2.2.5. A lánc-létra módszer által adott tartalék standard hibája

Thomas Mack foglalkozott a lánc-létra módszer hibájával is.[11] Az előző sztochasztikus módszert alapul véve számolta ki és a következő eredményre jutott

$$HIBA^2(\widehat{K}_{i,t}^{v}) = \left(\widehat{K}_{i,t}^{v}\right)^2 * \sum_{j=t+1-i}^{t-1} \frac{\widehat{\sigma}_j^2}{nf_j^2} \left(\frac{1}{\widehat{K}_{i,j}} + \frac{1}{\sum\limits_{l=1}^{t-j} K_{l,j}} \right)$$

Ez az i. periódus végső kárráfordítás becslésének standard hibája, de

$$\widehat{V}_i^{IBNR} = \widehat{K}_{i,t}^{v} - K_{i,t+1-i}^{v}$$

miatt ugyanaz a tartaléké is. A $\widehat{\sigma}_j^2$ az egyetlen, eddig nem használt elem a képletben.

Mack ezt a következőként definiálta

$$\sigma_j^2 := K_{i,j} * Var\left[nf_j(i) \mid K_{i,1}, \ldots, K_{i,j}\right]$$

amiből a becslés

$$\widehat{\sigma}_j^2 = \frac{1}{t-j-1} * \sum_{i=1}^{t-j} K_{i,j} * (nf_j(i) - nf_j)^2$$

Az $nf_j(i)$ és az nf_j a korábban használt egyéni illetve becsült növekedési faktorok.

2.2.6. Problémák és lehetséges megoldások

Végezetül essen néhány szó ezen módszerek hátrányairól is. A gyakorlatban néha megesik, hogy irreális tartalékot kapunk a módszerek használatával. Ennek több oka is lehet. A jéghegy módszernél például nagy mértékben a megfigyelési időszak kezdetére koncentrálunk. Ennek az lehet a hátránya, hogy például időközben nagyban megváltozhatnak a biztosítottak szokásai a kárbejelentéssel kapcsolatban. Így a későbbi évekre hibás tartalékot állapítunk meg. Autóbiztosításoknál fennállhat olyan eset is, hogy időközben lecserélődött az autópark. A nagyobb teljesítményű gépkocsik talán gyakrabban is okoznak kárt, de mindenképp megnő a kár értéke. Az infláció is lehet jelentős néhány év alatt. Ezt talán ki lehet azzal küszöbölni, hogy a kifutási háromszögben a jelenértékre hozott adatokat szerepeltetjük. Az is megeshet, hogy kezdetben kevés szerződés volt, így a károk is nagyon ritkán keletkeztek. Egy hosszú idő után bejelentett nagyobb összegű kár, ekkor lényegesen torzíthatja a tartalékot. Az ilyen károkat például érdemes kivenni a statisztikából, vagy maximalixálni egy értékkel. Ez viszont ismét torzítja az eredményt.

A láncszemhányados módszer legfőbb hátránya, hogy túlságosan függ az átlóbeli elemektől. Legjobban pedig az utolsó periódusbeli olyan károktól, amit rögtön bejelentettek.[3] Ha ez az érték nulla, tehát nem volt bejelentett kár, akkor az utolsó periódusra számított tartalék is nulla lesz, hiszen azzal szoroztuk a faktorokat. Ez természetesen lehetetlen, így az aktuáriusnak valamilyen módszer szerint meg kell állapítania a helyes értéket. Ennek a kiküszöbölésére, ha nem éves adatokból képez tartalékot, használhatja például alapadatként az adott év azonos késéssel bejelentett kárainak az átlagát hónaponként, vagy negyedévenként. Ez a módszer még mindig nem tökéletes, hiszen év elején nem védi semmi, hogy ne legyen nulla a kritikus érték.

[3] egyes megközelítések ezt nem veszik bele a kifutási háromszögbe, csak a legalább 1 periódus késésűeket

Lehetne talán egyévi mozgóátlagot is használni, de ez sem tökéletes. Vannak olyan állományok, amik évente egyszer teljesen megváltoznak. Ilyen például a gépjármű felelősségbiztosítás. Ebben az esetben nem lenne ajánlatos mozgóátlagot használni.

A kiugró értékek is meghamisíthatják a tartalék mértékét. Az átlagolás erre is megoldást nyújthat, de az úgynevezett részátlag módszert is használhatjuk, ami nem veszi figyelembe a kiugró értékeket a növekedési faktorok számításánál. Olyan módon, hogy a rendezett mintának csak a középső értékeit használja fel. Ez nagyon kényes terület, mert nehéz meghatározni mi az a százalék, amit még kivehetünk. Jó esetben elég hosszú kifutás áll a rendelkezésünkre ahhoz, hogy maradjon elég adat az átlagoláshoz. Ez kisimítja az eredményt, de torzítja is egyben, mivel nem a teljes statisztikán alapul.

Azt is feltettük rendre, hogy a növekedési faktorok nem függnek erősen a bekövetkezés idejétől. Ez gyakran nem fedi a valóságot, ami szintén torzíthatja az eredményt.

Ezek a módszerek nem veszik figyelembe a díjakról gyűjtött ismereteket sem. A továbbiakban olyan módszerek következnek, ahol ez már bele van építve a számításokba.

2.3. Kárhányadon alapuló módszerek

Korábban már említettem, hogy másképp kell képezni az IBNR tartalékot egy új ágazat vagy termék esetén. Ilyenkor még nagyon kevés vagy egyáltalán semmi információnk nincs a károkról. Ez lehetetlenné teszi a kifutási háromszögre alapuló módszerek használatát. Ekkor kárhányadokat[4] becsülve tudunk előrelépni. Ebben a szakaszban ismertetek néhány olyan módszert, ami a kárhányadot használja fel az IBNR tartalék becsléséhez.

2.3.1. A naiv kárhányad módszer

Mint ahogyan a nevéből is következtetni lehet rá, a naiv kárhányad módszer a legegyszerűbb kárhányadot felhasználó számítási módszer.

Azzal a helyzettel állunk tehát szemben, hogy nincs információnk a károkról. Új terméket vezettünk be, vagy esetleg olyan jó üzletbe fogtunk bele, hogy szinte kármentesek a szerződések. Amit biztosan tudunk, az a díjak mértéke. Próbáljuk meg ezt felhasználni valamilyen módon. Azt mondjuk, hogy várhatóan a díjnak egy meghatározott részét fogjuk károkra kifizetni az adott periódusban. Jelöljük ezt a

[4] a biztosító díjbevételének és a kifizetett károknak egymáshoz való arányát fejezi ki egy adott időszakra vetítve

részt az i. periódusban ρ_i-vel. Ez lesz a kárhányad. Felmerül a kérdés, hogy honnan találjuk ki, mennyi legyen ρ_i értéke? Feltételezhetjük, hogy a kalkulációban voltak erre irányuló számítások, vagy esetleg hasonló kockázatú szerződések káralakulásait figyelembe véve is megállapíthatjuk. Hagyatkozhatunk még a kárszakértők tapasztalataira is.

A módszer annyiból áll, hogy a kárhányad segítségével meg kell becsülni minden periódusra, hogy mennyit fizettek ki a (P_i) megszolgált díjból károkra. Majd ezekből le kell vonni az erre az időszakra már ismert kifizetett károkat és a függőkárokat. Utána összegezni kell a periódusok szerint, és már meg is kaptuk az IBNR tartalékot.

$$V_i^{ibnr} = P_i \cdot \rho_i - K_{i,t+1-i}; \qquad V^{ibnr} = \sum_{i=1}^{t+1} V_i^{ibnr}$$

2.3.2. Bornhuetter-Ferguson módszer

Kárhányadon alapuló módszerek nem csak olyan esetben használatosak, amikor nincsenek káradataink. Bornhuetter és Ferguson arra gondoltak, hogy a jéghegy és a láncszemhányados módszereknél is érdemes lenne felhasználni a díjak adta információkat is. Ha éves periódust választunk, az előző módszereknél az adott évben bekövetkezett károk összes kárkifizetését és tételes függőkár tartalékát becsléssel határoztuk meg. Az volt az ötletük Fergusonéknak, hogy ezt a becslést a naiv kárhányad módszer segítségével adják meg. Az általuk megadott módszer tehát a következő.

Először meg kell határozni a jéghegy vagy a láncszemhányados módszernél használatos növekedési faktorokat az ott leírt módon. Közöttük a következő összefüggések írhatók föl.

$$df_t = \frac{K_{i,t}}{\widehat{K}_{i,t}^v} = \frac{1}{nf_t}$$

$$df_{t-1} = \frac{K_{i,t-1}}{\widehat{K}_{i,t}^v} = \frac{K_{i,t-1}}{K_{i,t}} \cdot \frac{K_{i,t}}{\widehat{K}_{i,t}^v} = \frac{1}{nf_{t-1} \cdot nf_t}$$

$$\vdots$$

$$df_0 = \frac{1}{nf_0 \cdot \ldots \cdot nf_{t-1} \cdot nf_t}$$

Mint mindig most is feltesszük, hogy a hányadosok nem függnek erősen a kár bekövetkezésének idejétől. Alkalmazva az előzőket, az i. év IBNR tartaléka, egyszerű átalakításokat használva, a következő összefüggéssel határozható meg

$$V_i^{ibnr} = \widehat{K}_{i,t}^v - K_{i,t+1-i} = \widehat{K}_{i,t}^v - \frac{K_{i,t+1-i}}{\widehat{K}_{i,t}^v} \cdot \widehat{K}_{i,t}^v =$$

$$= (1 - df_{t+1-i}) \cdot \widehat{K}_{i,t}^v = \left(1 - \frac{1}{nf_{t+1-i} \cdot \ldots \cdot nf_{t-1} \cdot nf_t}\right) \cdot \widehat{K}_{i,t}^v$$

A kapott képletben ki kell még számítani az i. év káraira kifizetendő összeget $\left(\widehat{K}_{i,t}^v\right)$ minden i-re, amit a naiv kárhányad módszer segítségével becsülünk meg. Az így kapott tartalékokat összeadva az évek száma szerint, kapjuk a teljes IBNR tartalékot.

2.3.3. A Bornhuetter-Ferguson módszer egy sztochasztikus alátámasztása

Patrik Dahl, a Stokholmi Egyetem tanára leírta a [8] -ban e módszer helyességének egy sztochasztikus bizonyítását. Ezt szeretném bemutatni röviden.

A következő feltételezésekkel élt.

- Legyenek a periódusok évek.
- Az i. évre az összkárkifizetések ismertek $\widehat{K}_{i,t}^v = E(K_{i,t}^v)$.[5]
- Az ismert károk függetlenek a nem ismert károktól, azaz $K_{i,j}$ és $K_{i,j}^v - K_{i,j}$ függetlenek.

Legyenek $F_{i,j}$-k a következő hányadosok $F_{i,j} = \frac{E\left(K_{i,j}^v\right)}{E(K_{i,j})}$. [6]

Írjuk fel a módszer által szolgáltatott végső kárkifizetéseket a következő alakban.

$$\widehat{K}_{i,t}^{BF} = K_{i,j} + \left(1 - \frac{1}{F_{i,j}}\right) \cdot \widehat{K}_{i,t}^v$$

Ez az eredeti formula, de Dahl ezt az alakot továbbalakította a következőképp.

$$\widehat{K}_{i,t}^{BF} = \frac{1}{F_{i,j}} \cdot K_{i,j} \cdot F_{i,j} + \left(1 - \frac{1}{F_{i,j}}\right) \cdot \widehat{K}_{i,t}^v$$

A $W_{i,j} = \frac{1}{F_{i,j}}$ helyettesítéssel élve

$$\widehat{K}_{i,t}^{BF} = W_{i,j} \cdot K_{i,j} \cdot F_{i,j} + (1 - W_{i,j}) \cdot \widehat{K}_{i,t}^v$$

alakra lehet jutni. Ez nem más, mint a lánc-létra módszer által adott végső károk és a naiv kárhányad módszerből nyert összkárok konvex kombinációja.

[5] A gyakorlatban ezt kapjuk meg a naiv kárhányad módszerrel.

[6] Ezek a jéghegy módszer növekedési faktorai reciprokának felelnek meg

A továbbiakban az lesz a célunk, hogy kiszámítsuk az optimális súlyokat. Kiderül, hogy épp a $W_{i,j} = \frac{1}{F_{i,j}}$ választás a megfelelő.

Szükség lesz a következő segédtételre, ami a Lagrange multiplikátorok segítségével igazolható.

2.3.1. Lemma. *Legyenek X_i-k ($i = 1 \dots n$) független azonos eloszlású valószínűségi változók σ_i^2 szórásnégyzetekkel. Ekkor a legjobb torzítatlan lineáris becslés a várható értékre*

$$\sum_{i=1}^{n} w_i X_i$$

ahol a w_i súlyokra feltettük, hogy

$$\sum_{i=1}^{n} w_i = 1 \qquad \textit{és} \qquad w_i = \frac{\frac{1}{\sigma_i^2}}{\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{\sigma_k^2}}$$

2.3.2. Tétel. *Tegyük fel, hogy $Var\left(K_{i,j} \cdot F_{i,j}\right) = F_{i,j} \cdot Var\left(K_{i,t}^{v}\right)$. Ekkor a $W_{i,j} = \frac{1}{F_{i,j}}$ súlyozás az optimális a lánc-létra módszer által adott végső károknak és naiv kárhányad módszerrel nyert összkároknak a kombinálására a Bornhuetter-Ferguson módszer végső kárráfordításnak becsléséhez.*[7]

Bizonyítás: Keressük azt a $W_{i,j}$-t, ami megoldja a következő minimalizálási feladatot:

$$\min_{W_{i,j}} E\left[\left(K_{i,t}^{v} - \left(W_{i,j} \cdot \left(K_{i,t}^{v} - K_{i,j} \cdot F_{i,j}\right) + (1 - W_{i,j}) \cdot \left(K_{i,t}^{v} - \widehat{K}_{i,t}^{v}\right)\right)\right)^2\right]$$

Ez a torzítatlanság miatt ekvivalens azzal, ha a következő szórást minimalizáljuk.

$$Var\left[\left(W_{i,j} \cdot K_{i,j} \cdot F_{i,j} + (1 - W_{i,j}) \cdot \widehat{K}_{i,t}^{v}\right)^2\right]$$

Szükségünk lesz a következő eredményre a korrelálatlanság megmutatásához

$$Cov\left[-K_{i,j} \cdot F_{i,j} \ , \ K_{i,t}^{v}\right] = -F_{i,j} * Cov\left[K_{i,j} \ , \ K_{i,t}^{v}\right] =$$

$$= -F_{i,j} * Cov\left[K_{i,j} \ , \ \left(K_{i,t}^{v} - K_{i,j}\right) + K_{i,j}\right] =$$

$$= -F_{i,j} * Cov\left[K_{i,j} \ , \ \left(K_{i,t}^{v} - K_{i,j}\right)\right] - F_{i,j} * Cov\left[K_{i,j} \ , \ K_{i,j}\right] =$$

[7] abban az értelemben, hogy minimalizálja a négyzetes veszteséget

$$= -F_{i,j} * 0 - F_{i,j} * Var\left[K_{i,j}\right] = -F_{i,j} * \frac{Var\left[K^v_{i,t}\right]}{F_{i,j}} =$$

$$= -Var\left[K^v_{i,t}\right] := -\nu^2$$

Ezt felhasználva

$$Cov\left[K^v_{i,t} - K_{i,j} \cdot F_{i,j}\ ,\ K^v_{i,t} - \widehat{K}^v_{i,t}\right] =$$

$$Cov\left[K^v_{i,t}\ ,\ K^v_{i,t}\right] + Cov\left[-K_{i,j} \cdot F_{i,j}\ ,\ K^v_{i,t}\right] = \nu^2 - \nu^2 = 0$$

adódik, tehát korrelálatlanok. Számítsuk most ki a tagok szórásnégyzeteit.

$$Var\left[K^v_{i,j} - \widehat{K}^v_{i,t}\right] = \nu^2$$

és

$$Var\left[K^v_{i,t} - K_{i,j} \cdot F_{i,j}\right] =$$

$$= Var\left[K^v_{i,t}\right] + F^2_{i,j} * Var\left[K_{i,j}\right] + 2 * Cov\left[K^v_{i,t} - K_{i,j} \cdot F_{i,j}\right] =$$

$$= \nu^2 + F^2_{i,j} * \frac{\nu^2}{F_{i,j}} - 2\nu^2 = \nu^2 * (F_{i,j} - 1)$$

Felhasználva a lemma eredményét, kapjuk a következőt

$$W_{i,j} = \frac{\frac{1}{\nu^2 * (F_{i,j}-1)}}{\frac{1}{\nu^2 * (F_{i,j}-1)} + \frac{1}{\nu^2}} = \frac{1}{F_{i,j}}$$

ami a kívánt állítás.

Megkaptuk tehát, hogy a jéghegy módszernél használatos növekedési faktorokat érdemes felhasználni a Bornhuetter-Ferguson módszernél. Az átalakítások miatt használhatjuk a láncszemhányados, vagy a lánc-létra módszer növekedési faktorait is a tartalék meghatározásához.

2.3.4. A Cape Cod módszer

A Bornhuetter-Ferguson módszer egy változatát szeretném bemutatni ebben a szakaszban, felhasználva Dahl [8] munkájában írottakat. Az eltérés, vagy újdonság a Cape Cod módszernél az, hogy a használt kárhányadot a már meglévő adatok alapján maga a módszer becsüli meg. Egyébként a naiv kárhányad módszernél látott módon áll elő a végső kárösszeg az i. évre. Nézzük mindezt képletekben.

$$\widehat{K}_{i,t}^{CC} = K_{i,t-i+1} + \left(1 - \frac{1}{F_{i,t-i+1}}\right) \cdot \widehat{K}_{i,t}^{v}$$

Beírva $\widehat{K}_{i,t}^{v}$ naiv kárhányad módszer szerinti becslését

$$\widehat{K}_{i,t}^{CC} = K_{i,t-i+1} + \left(1 - \frac{1}{F_{i,t-i+1}}\right) \cdot P_i \cdot \rho_i$$

Itt is feltesszük, hogy a kárbekövetkezés évétől nem függnek a faktorok ezért $F_{i,j}$[8] helyett használhatjuk F_j-t is. Írjuk fel ez alapján az IBNR tartalék becslését.

$$\sum_{i=1}^{t+1} V_i^{ibnr} = \sum_{i=1}^{t+1} \left(1 - \frac{1}{F_{t-i+1}}\right) \cdot P_i \cdot \rho_i$$

Tegyük fel most, hogy a kárhányad sem függ az évtől. Ekkor ki lehet hozni az összegzés elé.

$$\sum_{i=1}^{t+1} V_i^{ibnr} = \rho \cdot \sum_{i=1}^{t+1} \left(1 - \frac{1}{F_{t-i+1}}\right) \cdot P_i$$

Ugyanekkor a teljes kárráfordítást fel lehet írni úgy is, hogy összegezzük az összes kifizetést és függőkárt továbbá az IBNR tartalékokat is.

$$\sum_{i=1}^{t+1} K_{i,t-i+1} + \sum_{i=1}^{t+1} V_i^{ibnr} = \rho \cdot \sum_{i=1}^{t+1} P_i$$

Behelyettesítve az előző eredményt, majd átrendezve az egyenletet, kapunk egy becslést a kárhányadra.

$$\rho^{CC} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{t+1} K_{i,t-i+1}}{\sum\limits_{i=1}^{t+1} \frac{P_i}{F_{t-i+1}}}$$

Most térjünk vissza a Bornhuetter-Ferguson módszerhez, és használjuk ugyanazt a ρ^{CC}-t a végső kárráfordítások meghatorázásához minden évre. Ez a megközelítés már felhasználja a díjakról ismert információkat is.

[8] $F_{i,j}$-k az előző szakaszban definiált változók, a jéghegy módszer növekedési faktorainak a reciprokai

2.3.5. Az iteratív Bornhuetter-Ferguson módszer

Gunnar Benktander 1976-ban, Észak-Amerikában publikálta módszerét, ami egy credibility modell a lánc-létra és a Bornhuetter-Ferguson módszer felhasználásával[9]. Európába nem került el a híre, így Esa Hovinen nem tudhatott róla. Benktandertől függetlenül ő is hasonló modellt alkotott meg. 1981-ban mutatta be az Astin Kollokviumon Norvégiában. Gunnar is ott volt és hivatkozott korábbi cikkére, így Esa eredménye nem lett publikálva. Ezért rejtve maradt az eredmény Walter Neuhaus elől is, aki 1992-ben szintén felfedezte és publikálta kutatását.

No de lássuk akkor mi is az, amire ennyien rájöttek. Bizonyára értékes eredmény lehet. Az alapötlet az, hogy a lánc-létra és a Bornhuetter-Ferguson módszer által adott tartalékokat keverjük valamilyen arányban, és állítsuk be az eredményt tartaléknak.

$$V_i = w * V_i^{CL} + (1-w) * V_i^{BF}$$

Erre azért lehet szükség, mert a tapasztalatok azt mutatják, hogy a korai bejelentésű károk másként viselkednek, mint a későbbiek. Ez a módszer kisebb mértékben veszi figyelembe a korai károkat, ha megfelelően választjuk a súlyokat. Látható, hogy ehhez a bejelentés függvényében változó súlyozást kell használni. Mégpedig olyat, ami folyamatosan nő, mivel így a lánc-létra módszerrel számított tartalék eleinte kisebb súllyal fog szerepelni a tartalékban. Később, amikor már megfelelő statisztikánk van a károkról, a lánc-létra módszer által adott tartalék biztosabb eredményt adhat, ezért aránya megnő.

Benktander és Hovinen is az úgynevezett elértségi szinteket találta a legalkalmasabbnak a súlyozásra. Ezek azt mutatják meg, hogy az i. év végső kárráfordításának hányad részét teljesíti a biztosító a k. évben. Ezt p_k-val fogom jelölni a továbbiakban. Látható, hogy p_k megegyezik a jéghegy módszernél számolt növekedési faktorokkal, abban az esetben, ha teljes a kifutási háromszög ($p_k = df_k$). Az is egyértelmű, hogy $0 \leq p_1 \leq p_2 \leq \ldots \leq p_n = 1$. Bevezetem továbbá a $q_k = 1 - p_k$ jelölést is, a bekövetkezési évet pedig rögzítem és nem fogom jelölni a képletekben, ezzel egyszerűsítve azokat. Most a Hovinen módszer szerinti tartalék a következő.

$$V_{p_k}^{EH} = p_k * V^{CL} + q_k * V^{BF}$$

Tudjuk, hogy a végső kárráfordítást a már ismert kárráfordítás és az aktuális évre képzett IBNR tartalék adja, azaz a BF[9] módszernél $K^{BF} = K_k + V^{BF}$. Ezt becsültük a korábbi adatokra alapozva a naiv kárhányad módszerrel. A CL[10] módszernél pedig

[9]a Bornhuetter-Ferguson rövidítése

[10]a lánclétra angol megfelelőjének (chain ladder) rövidítése

$K^{CL} = \frac{K_k}{p_k}$. Benktander azt javasolta, hogy a helyes végső kárráfordítás becsléséhez, vegyük ezeknek a konvex kombinációját a p_k súlyokkal.

$$K_{p_k}^{GB} = p_k * K^{CL} + q_k * K^{BF}$$

Ezt a becslést visszahelyettesítette a BF módszerbe, hogy megkapja a tartalékot.

$$V_{p_k}^{GB} = q_k * K_{p_k}^{GB}$$

Észre kell venni, hogy

$$K_{p_k}^{GB} = p_k * K^{CL} + q_k * K^{BF} = K_k + V^{BF} = K^{BF}$$

Vagyis

$$V_{p_k}^{GB} = q_k * K^{BF}$$

amiből az látszik, hogy a Gunnar Benktander által képzett tartalékot meg lehet határozni a Bornhuetter-Ferguson módszer végső kárráfordításait felhasználva. Ebből ered az iteratív Bornhuetter-Ferguson módszer név.

Azt is egyszerű megmutatni, hogy a Benktander által adott módszer megegyezik a Hovinen által adottal.

$$V_{p_k}^{GB} = q_k * K^{BF} = q_k * K_{p_k}^{GB} = q_k * \left(p_k * K^{CL} + q_k * K^{BF}\right) =$$
$$= p_k * \left(q_k * K^{CL}\right) + q_k * \left(q_k * K^{BF}\right) = p_k * V^{CL} + q_k * V^{BF} = V_{p_k}^{EH}$$

Neuhaus azt vizsgálta, hogy mi az átlagos négyzetes eltérése az eredetileg számolt $V^{IBNR} = K_t^v - K_k$ tartaléknak a következőképp számoltaktól

$$V_c = c * V^{CL} + (1 - c) * V^{BF}$$

Három különböző c értékre nézte az eltérést. Ha $c = 0$, ekkor V_0 a BF módszer szerinti tartalékot adja. Ha $c = p_k$, akkor az iteratív BF módszer szerintit, továbbá ha $c = c^*$ akkor az optimális credibility tartalékot kapjuk meg. Sikerült megmutatnia, hogy $c = p_k$ helyettesítés esetén majdnem mindig szinte akkora volt a négyzetes eltérés, mint az optimális választás esetén. Abban az esetben volt különbség, ha p_k-t kicsinek választotta, miközben c^*-ot nagynak. Az viszont egyértelmű volt, hogy a BF módszernél minden esetben kisebb volt az itaratív módszer négyzetes eltérése.

2.4. További módszerek

Számos módszer van még, amelyek már nem annyira elterjedtek a mindennapi aktuáriusi használatban. A számításuk nem olyan egyszerű, mint az előzőekben tárgyalt módszereknek. Vannak közöttük szép számmal, amelyek inkább csak elméleti eredménynek számítanak. Gyakorlatban való használhatóságuk erősen kérdéses a számítási bonyolultság vagy az erős feltételezések miatt. Ezért a dolgozatban nem is tárgyalom őket, hiszen az a célom, hogy a legjobb gyakorlatban használható módszert megtaláljam egy konkrét adathalmazra. A következő módszer még nem túl bonyolult és elég széles körben ismert, de nem tartozik az előző szakaszokhoz.

2.4.1. A szeparációs módszer

Az eddig vizsgált módszerektől eltérően most a nem kumulált háromszöget használjuk fel, hanem az úgynevezett incrementálisat, vagyis a kifutási háromszög $C_{i,j}$ eleme az i. periódusban bekövetkezett j periódus késéssel bejelentett károk összes kárkifizetéseit és függőkár tartalékát tartalmazza. Feltételezzük, hogy a kifutási háromszög teljes, ami azt jelenti, hogy $C^v_{i,t} = 0$. Feltesszük továbbá, hogy $C_{i,j}$ előáll a következő alakban

$$C_{i,j} = n_i r_j \lambda_{i+j-1}$$

ahol $i = 1 \dots (t+1)$ az évek száma, $j = 0 \dots t$ a késések száma, n_i az i. év összes kárainak száma. Ezeket meg lehet becsülni például a lánc-létra módszerrel, ha a felhasznált kifutási háromszög az ismert kárszámokat tartalmazza. Az r_j azt mutatja, hogy a kár keletkezésétől számított j. évben a károk hányad részét fizetik ki ha nem vesszük figyelembe az inflációt. λ_j pedig a j. évi inflációt reprezentálja.

	késések száma hónapban				
bekövetkezés dátuma	0	1	…	t-1	t
1	$r_0\lambda_0$	$r_1\lambda_1$	…	$r_{t-1}\lambda_{t-1}$	$r_t\lambda_t$
2	$r_0\lambda_1$	…	…	$r_{t-1}\lambda_t$	?
…	…	…	…	?	?
t	$r_0\lambda_{t-1}$	$r_1\lambda_t$	?	?	?
t+1	$r_0\lambda_t$	?	?	?	?

2.3. ábra. A szeparációs módszernél használt kifutási háromszög

Az r_j és λ_j együtthatók meghatározása a következő módon történik. Tegyük fel, hogy $\sum_{j=0}^{t} r_j = 1$, ilyenkor aritmetikus szeparációs módszerről beszélünk. A felírt nem kumulált kifutási háromszög $C_{i,j}$ elemeit osszuk le az adott év kárszámaival. Jelöljük ezt a hányadost $p_{i,j} = \frac{C_{i,j}}{n_i}$-vel. Ekkor az új kifutási háromszög elemei az $r_j \lambda_{i+j-1}$ szorzatok lesznek.

Célunk kitölteni a kifutási háromszög hiányzó elemeit. Ehhez szükségünk lesz a következő évek inflációjának becslésére. Először összegezzük a mátrix átlójában szereplő értékeket. Elsőként vegyük a leghosszabb átlót.

$$(r_0 + r_1 + \ldots + r_t)\, \lambda_t = \sum_{j=1}^{t+1} p_{j,t+1-j}$$

Ebből meg lehet becsülni az inflációt a t. évre $\widehat{\lambda}_t = \sum\limits_{j=1}^{t+1} p_{j,t+1-j}$, mert az r_j-k összege 1. Ezt a $\widehat{\lambda}_t$-t és azt, hogy $p_{i,j} = r_j \lambda_{i+j-1}$ felhasználva kapjuk az $\widehat{r}_t = \frac{p_{1,t}}{\widehat{\lambda}_t}$ becslést.

A következő mellékátlót összegezve, majd hasonlóképp kifejezve kapjuk a $\widehat{\lambda}_{t-1}$ és az $\widehat{r}_{t-1}$ becslését.

$$\widehat{\lambda}_{t-1} = \frac{\sum_{j=1}^{t} p_{j,t-j}}{1 - \widehat{r}_{t-1}}; \qquad \widehat{r}_{t-1} = \frac{p_{1,t-1} + p_{2,t-1}}{\widehat{\lambda}_t + \widehat{\lambda}_{t-1}}$$

Az eljárást folytatva megkapható az összes $\widehat{\lambda}_j$ és $\widehat{r}_j$ együttható becslése. Már csak a további évek inflációira van szükség a háromszög feltöltéséhez. Ezeket meg lehet határozni például a korábbi évek becsléseiből, de a gazdasági helyzetet figyelembe véve is megadhatóak. Jelenleg például felhasználhatnánk az eurokonvergencia programban megadott infláció adatokat. Tehát a háromszög hiányzó elemei a következők lesznek

$$\widehat{C}_{i,j} = n_i \widehat{r}_j \widehat{\lambda}_{i+j-1}; \qquad i + j \geq t + 2$$

Az IBNR tartalék pedig ezen elemek összege lesz.

Ennek a módszernek egy másik változata a geometria szeparációs módszer. Annyi eltérés van az előzőhöz képest, hogy az r_j-kre a $\prod\limits_{j=0}^{t} r_j = 1$ feltételezéssel élünk, és az átlóban lévő elemeket nem összeadjuk, hanem összeszorozzuk.

A szeparációs módszer előnye, hogy kiküszöböli az erős inflációs hatásokat.

3. fejezet

A módszerek összehasonlítása

A továbbiakban a fent leírt módszereket fogom vizsgálni. Ehhez készítettem egy programot a Microsoft Excel nevű Windows alkalmazással, amit illusztrációként a dolgozathoz mellékelek, de módosításához nem járulok hozzá. Szükségem volt továbbá adatokra is. A használt adatok nem fedik egyetlen biztosító valódi állományát sem, de a tulajdonságaik megegyeznek a valósággal.

3.1. Az adatokról és a programról röviden

Az adatok minden esetben 2002 január elsejétől kezdődően lettek vizsgálva és havi bontású kifutási háromszögekbe lettek rendezve. Egyes esetekben korábbi tapasztalatok is rendelkezésre álltak, máskor teljesen új biztosítás kezdetét mutatják be. Főként felelősségbiztosításokat reprezentálnak. A mélyebben vizsgált adathalmaz megfelel egy gépjármű felelősség biztosítás személyi sérüléses kárstatisztikájának. A háromszögben szereplő károk minden esetben magukban foglalják a kárkifizetéseket az adott időszakra és a tételes függőkár tartalékokat, ahogyan korábban is feltételeztük. A tételes függőkár tartalék tartalmazza a járadékos károkat is és az infláció hatása is bele van építve a mátrixba. Jelenértéken szerepelnek az adatok.

A program egyszerre öt módszer szerint számít IBNR tartalékot egy adott időpontra. A módszerek további almódszereket is tartalmaznak, amit a felhasználó maga választhat meg.

A következő táblázatban összefoglaltam a számolható módszereket. Az elnevezések talán egy kis magyarázatra szorulnak, mivel a hatékonyságra és a gyorsaságra törekedtem a program létrehozásakor.

módszer	almódszer	módszer	almódszer	módszer	almódszer	módszer	almódszer	módszer
Jéghegy	átlag	Láncszem	CL	CC	átlag	BF	átlag	iteratív BF
	részátlag		részátlag		részátlag		részátlag	
	eredeti		várható érték		eredeti		eredeti	
			legutolsó					

3.1. ábra. A program által számolt módszerek

A jéghegy módszernél szereplő "eredeti" almódszerrel számíthatjuk ki a klasszikus jéghegy módszer szerinti tartalékot. Az "átlag" almódszer a faktorok olyan módon való megválasztását jelenti, amikor az időközben rendelkezésre álló információkat is felhasználjuk, nem csak a kezdeti év tudását. A "részátlag" ehhez hasonló, csak nem veszi figyelembe a faktorok bizonyos százalékát az átlagoláskor. Ezt a százalékot a felhasználó maga adhatja meg.

A láncszem módszernél szereplő CL a klasszikus lánc-létra módszert adja. A "várható érték" takarja az eredeti láncszemhányados módszer átlagolással kapott faktorait. A "részátlag" az előbb ismertetve volt. A "legutolsó" almódszer pedig a mellékátlóban álló faktorokat használja, vagyis a legújabb adatokon alapulókat. Azt az elvet követtem, hogy ha egy időszakra a részátlagot akarom használni, akkor ugyanolyan százalékkal használjam az összes módszernél, hiszen az adatok ugyanazok erre az időszakra.

Ezt az elvet a későbbiekben is szem előtt tartom. Rögtön a Cape Cod (CC) módszernél is megfigyelhető. Ha a jéghegy módszert például az "eredeti" faktorokkal használom, akkor a Cape Cod módszernél is ezt fogom tenni. Ugyanez vonatkozik a Bornhuetter-Ferguson és az iteratív Bornhuetter-Ferguson módszerre is, hiszen ugyanúgy a jéghegy módszeren alapulnak.

A Bornhuetter-Ferguson módszert annyiban módosítottam, hogy egy adott kárhányadot használtam az összes bekövetkezési időszakra. A kárhányadot a Cape Cod módszerrel számolt kárhányadok átlaga körül határoztam meg az adott adathalmazra.

Az iteratív Bornhuetter-Ferguson módszert pedig úgy alakítottam át, hogy mindig a láncszemhányados módszert használja alapként. [1] Ezzel lényegében a dolgozatban tárgyalt összes módszer ki tudom próbálni, hogyan működik a valóságban. Csak a naiv kárhányad módszer és a szeparációs módszer maradt ki. A naiv kárhányad módszert túlzott egyszerűsége miatt nem építettem be, a szeparációs módszert pedig azért, mert az valójában az inflációs hatásokat hivatott kiküszöbölni. A vizsgált időszakban azonban nem volt jelentős az infláció mértéke és az adatok amúgy is jelenértéken szerepelnek.

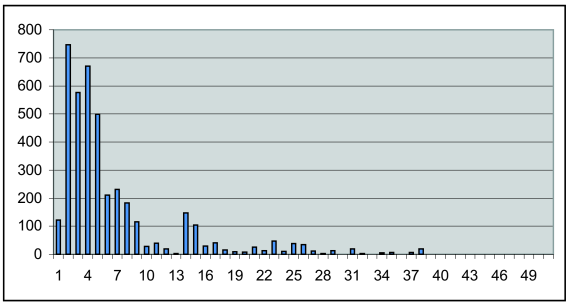
[1] Ez nem feltétlenül egyezik meg a lánc-létra módszerrel

A program nagyon egyszerűen működik. Az alapadatok azonos sablonban, külön lapokon vannak tárolva. Egy makró hozza elő a kívánt adathalmazt. A továbbiakban kumulálja és ezt használja alapadatként az összes módszer. Ezek mind külön munkalapon dolgoznak és el vannak rejtve. Az "IBNR" lapon be kell állítani a számítási paramétereket. Az "IMPORT" lapon ki kell választani a kívánt alapadatot, majd az "IMPORT" nevű gombra kattintva meghatározzuk a tartalékokat, ami az "IBNR" lapon van összefoglalva. A zöld mezők változtatható paramétereket rejtenek. A piros színűek nem változtathatóak, a kékekben pedig az eredmények láthatóak. Azért választottam az Excelt, mert széles körben elterjedt és könnyű a használata.

A program által adott eredményt a lánc-létra módszerre összevetettem a ResQ nevű kereskedelmi forgalomban lévő, több mint 20 országban használt IBNR számító programmal. Vagy megegyező, vagy nagyon közeli eredményt adtak.

3.2. Kifutási faktor

Egy további lehetőség is adott a programban. Ha nem teljes a használt kifutási háromszögünk, módunkban áll megadni a becsült kifutási értéket. Vagyis egy százalékot, amiről azt feltételezzük, hogy ezzel megszorozva a módszer által adott kárráfordítást, megkapjuk a végső értéket. Megjegyzem, ilyen esetben használható az a módszer is, hogy az IBNR tartalékra számítunk egy biztonsági pótlékot. Egyes programokban lehetőség van a kifutást [2] úgy meghatározni, hogy az ismert károkra görbét illesztünk, és ennek segítségével határozzuk meg a kifutási értékeket.

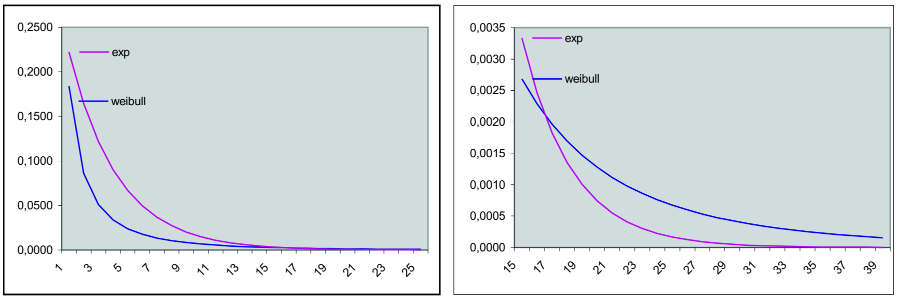


3.2. ábra. Károk mértéke bejelentési hónapokra bontva

A valóságban az figyelhető meg, hogy kezdetben a károk nagy részét bejelentik, aztán exponenciálisan csökken a kárbejelentések száma, de például egy felelősségbiztosításnál, sok év elteltével is lehetséges hogy megtörténik.

[2]farok eloszlásnak is nevezik

Ennek modellezésére gyakran a Weibull görbét[3] alkalmazzák. Ez a görbe az exponenciális eloszlás sűrűségfüggvényére emlékeztet, de annál lassabban cseng le, ezért jobban elterjedt felelősségbiztosítások kifutásának modellezésére.



3.3. ábra. Lehetséges kifutási görbék

3.3. Vizsgált szempontok

Ha tartalékot képzünk fontos tudni, hogy az nemcsak egy szám, hanem egy érték, amit a biztosítónak tudni kell fedezni eszközökkel. Ezért amellett, hogy a biztonságra törekszünk, érdemes figyelni arra is, hogy ne képezzünk irreálisan magas tartalékokat. Erről már korábban is esett szó, de nem ilyen szempontból. Az is fontos lehet, hogy az egyes időszakokra képzett tartalékok között ne legyenek nagy ugrások. Ez azért rossz, mert egy nagyobb állománynál ezek az ugrások akár több száz milliós értéket jelenthetnek. Ha ilyenek vannak, azok lehetetlenné teszik a pénzügyi befektetés tervezést, hiszen bármikor szükség lehet fedezetre. Rosszabb esetben akár a biztosító szolvabilitását is fenyegetheti egy nagy ugrás.

Megeshet az is, hogy ha éves tartalékolást választunk, akkor szinte megegyezik a két egymást követő tartalék, de ha havi rendszerességgel képezzük, akkor a hónapok között óriási különbségek lehetnek. Ez nyilván nem helyes ha egyébként ugyanoda jutunk év végén.

Ennek kiküszöbölésére alkalmazott módszer lehet, hogy év elején megbecsüljük az év végére a tartalékot, majd évközben egy lineáris függvény alapján jutunk el ehhez az értékhez. Most nem ezt szeretnénk követni ezért az lesz az egyik fő szempont, hogy az eredményünk nagyjából egyenletes legyen.

A másik szempont, ami szerint vizsgáltam a módszereket, a lebonyolítási eredmény. Ez azt mutatja meg, hogy mennyire volt helyes az előzetes elképzelésünk az IBNR mértékére a mostani tudásunk szerint.

[3] $f(x) = \gamma x^{(\gamma-1)} e^{-x^{\gamma}} \qquad x \geq 0 \quad \gamma > 0$

3.4. A lebonyolítási eredmény

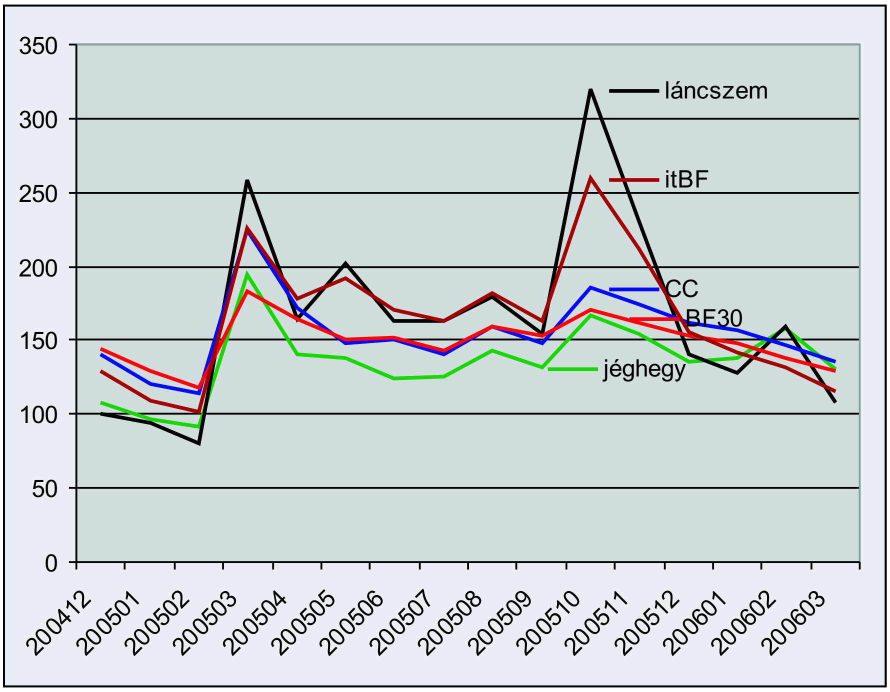
Ha az i. periódusban képzünk IBNR tartalékot az $(i-1)$. periódusra, ennek az értéknek elégnek kell lennie a későbbi időszakban erre az időszakra bejelentett károkra és tartalékokra együttesen. Vagyis ha az $(i+j)$. periódusban képzünk tartalékot az $(i-1)$. periódusra, akkor ha ezt és az azóta megismert $(i-1)$. periódusra vonatkozó kárráfordításokat levonjuk az i. periódusban az $(i-1)$. periódusra képzett tartalékból , akkor nullához közeli számot kell kapjunk. A lebonyolítási eredményt százalékosan szokták megadni. Az előbb leírt különbséget kell vetíteni az eredetileg számított IBNR tartalékra. Az a jó, minél kisebb ez a százalék, de a 20%-on belüli eredményt általánosan jónak szokták elfogadni.

A készített program is számol lebonyolítási eredményeket a fent leírt módon. Hogy gyorsan össze tudjam hasonlítani a különböző módszerek által adott eredményeket, kiszámítottam az átlagos lebonyolítási eredményt minden módszerre. Előfordulhat olyan elferdült eset is, hogy 0%-os lebonyolítási eredmény adódik, miközben valójában minden páros periódusban -100%-os, minden páratlanban pedig $+100$%-os, így az átlagra valóban 0% jön ki. Az ilyen esetek kiszűrése végett az eredmények szórását is kiszámítottam és figyelemmel kísértem az összehasonlításoknál.

A program két időszakra számít lebonyolítási eredményeket. A 2004 év végén illetve a 2005 márciusában képzett tartalékot vizsgálja a korábbi hónapokra. Válasszuk ki az "IMPORT" lapon például a 2004 év végi adatokat. Importáljuk be, majd a "lebonyolítás 200412" lapon nyomjuk meg az "ADATCSERE" gombot. Ez egy makrót rejt, ami beállítja a kiválasztott tartalékot a vizsgálat alapjának. Ugyanezt kell megcsinálni a "lebonyolítás 200503" lapon is, ha 2005 márciusát is górcső alá kívánjuk venni. Ezentúl a tartalékok mellett rögtön rendelkezésre fog állni a lebonyolítási eredmény is.

3.5. A kárhányad becslése a Bornhuetter-Ferguson módszer esetében

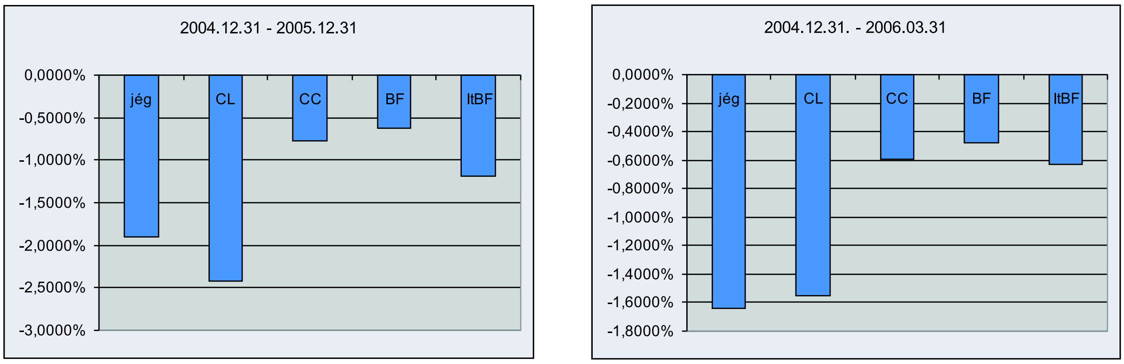
A módszerek előzetes tanulmányozása során kialakult egy elképzelésem, hogy melyik lehet a leghatékonyabb, vagy melyik almódszerrel működnek optimálisan. Azokat gondoltam jobbnak, amelyek felhasználják a lehető legtöbb ismert információt, így a jéghegy módszernél az átlag almódszert választottam, a láncszemhányados módszernél a lánc-létrát, az előbb leírt elvnek megfelelően a kárhányadon alapuló módszereknél a jéghegy módszer által aktuálisan használt növekedési faktorokkal számoltam. Nagy kérdés volt számomra, hogyan becsüljem meg a kárhányadot az adott évekre, mivel erről nem voltak adataim. Ezért azt gondoltam, hogy a Cape Cod módszert hívom segítségül. Megnéztem néhány időpontra, hogy milyen kárhányaddal számolt. Azt vettem észre, hogy 30% körüli eredményt hozott több esetben. Ez adta az ötletet, hogy megvizsgáljam, vajon mi történik, ha ezt állítom be minden évre a BF módszer kárhányadaként.



3.4. ábra. A tartalékok alakulása 30%-os kárhányad választása esetén

Ezeket az elképzeléseket kezdtem el vizsgálni legelőször a program segítségével a személyi sérüléses károkra. Ez az adathalmaz volt a legérdekesebb számomra, mivel nagyon különös tulajdonságai vannak. Kíváncsi voltam mennyire képesek a megismert módszerek kezelni ezeket a kihívásokat. Ez egy új termék, így nem volt semmilyen információ a kezdetén. A KGFB biztosításokat ismerve tudjuk, hogy minden évben megújul az állomány. Az év végi kampánytól, valamint a díjak mértékétől függően komoly szerződés darabszám különbségek lehetnek a különböző években. A kárhányadok is jelentősen változhatnak évről évre attól függően, hogy melyik szegmensben volt kedvező az adott biztosító ajánlata. Ha a fiatalokat vonzotta a nagy teljesítményű gépkocsikkal, akkor megugorhat, ha inkább a középkorú családos embereket célozta meg, akkor mérséklődhet a kárhányad mértéke. Visszatérve a módszerek vizsgálatára, minden hónapra megnéztem, hogy milyen eredményeket adnak, majd ábrázoltam ezt a fenti grafikonon.

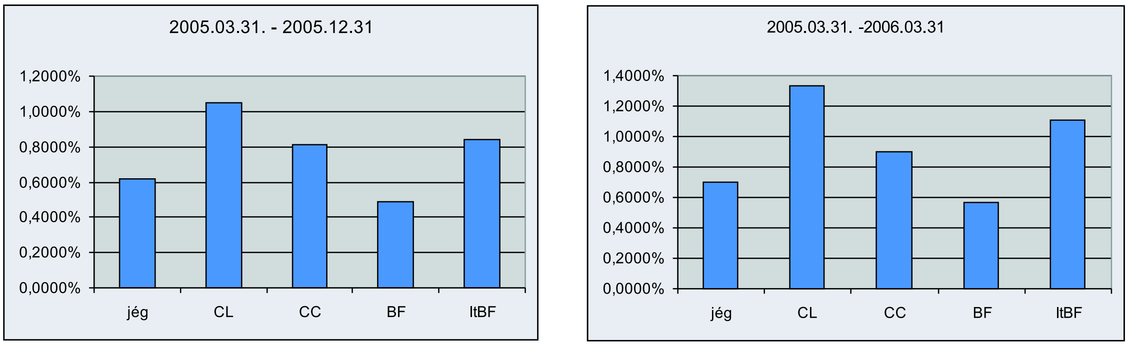
Az ábrát vizsgálva azt vehetjük észre, hogy lánc-létra által adott tartalék nagyon érzékenyen reagál a változásokra. Így az iteratív Bornhuetter-Ferguson módszer által számított is vele tart. A többi tartalék lényegében együtt mozog, és a Bornhuetter-Ferguson módszer a 30%-os választással megközelítőleg a két másik módszer között helyezkedik el, ami bizakodásra ad okot. De nézzük a lebonyolítási eredményeket először 2004 év végére számítva.



3.5. ábra. Lebonyolítási eredmény 2004.12.31-re

Azt láthatjuk, hogy ugyan negatív az eredmény, ami alultartalékolást jelent, de a kárhányadon alapuló módszerek közelebb vannak a nullához.

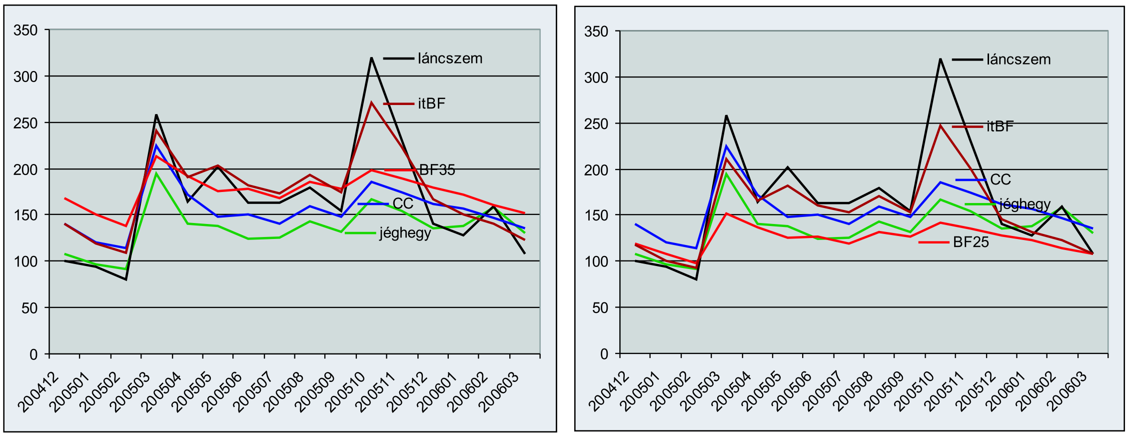
Nézzük meg mindezt három hónappal későbbre számítva.



3.6. ábra. Lebonyolítási eredmény 2005.03.31-re

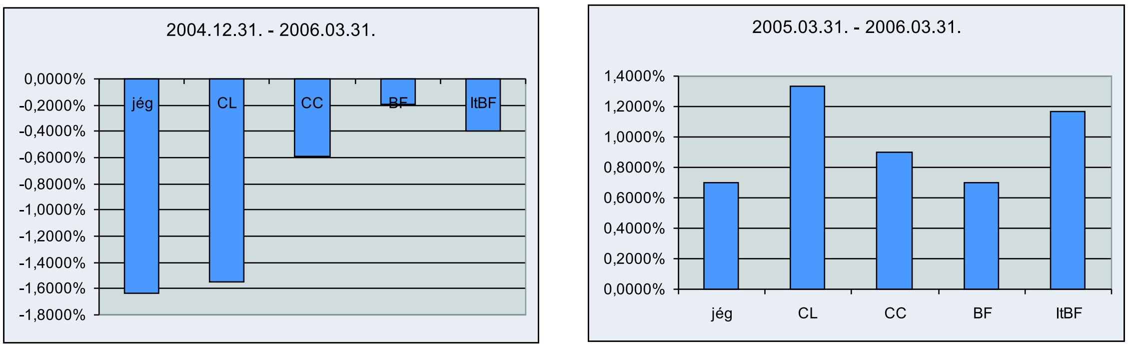
Most is a Bornhuetter-Ferguson módszer által számolt tartaléknak a legjobb a lebonyolítási eredménye, immár pozitívban. A váltást az eredményezheti, hogy a márciusi tartalék magasabban lett megállapítva mint az év végi, ahogyan a 3.4 ábra is mutatja. Érdekes megfigyelni, hogy a legrosszabb esetben sem éri el a lebonyolítási eredmény a $2,5\%$-ot, ami nagyon jónak mondható. Az is észrevehető, hogy most nem teljesen egyértelmű a kárhányadon alapuló módszerek előnye.

Kíváncsi voltam mit kapunk, ha a kárhányadot magasabbnak, illetve alacsonyabbnak választjuk a többi paramétert változatlanul hagyva.



3.7. ábra. A tartalékok alakulása 35%-os illetve 25%-os kárhányad választása esetén

Ekkor látszik, hogy magasabb kárhányad mellett magasabb lesz a tartalék szintje, alacsonyabb esetén pedig értelemszerűen alacsonyabb. Felmerül a kérdés, hogy ha így magasabbra állítjuk a tartalékot 2004 év végén, akkor hogyan módosul a lebonyolítási eredmény.



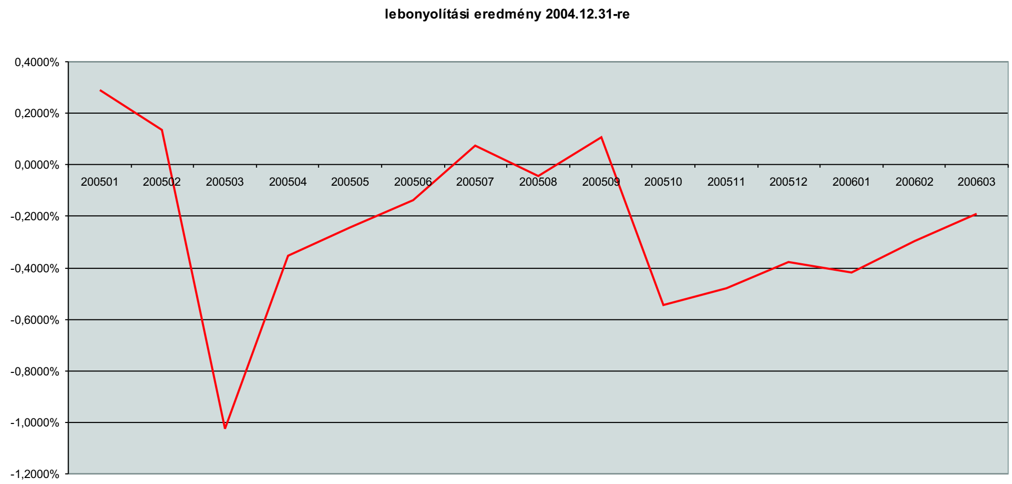
3.8. ábra. A lebonyolítási eredmények alakulása 35%-os kárhányad választása esetén

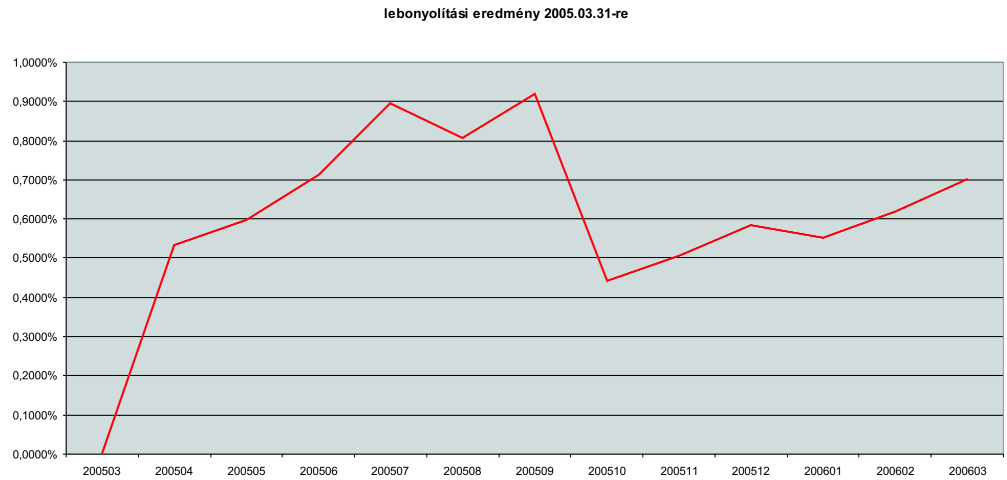
Ahogyan várható volt, a 2004 év végi eredmény némileg jobb lett. $-0,2\%$ közelébe került $-0,5\%$-ról, ami figyelemre méltó még akkor is, ha ez nagyon pici szám, mert nagy állomány esetén igen jelentős lehet ez is. Viszont azt is sejteni lehetett, hogy a 2005 év márciusi eredmény meg romlani fog a tartalék növelésével. Igaz, nem akkora mértékben, mint az előző esetben, de valóban nőtt az eredmény $0,6\%$ alól $0,7\%$ fölé.

A 25%-os esetben is megvizsgáltam az eredményeket. Következetesen ott azt kaptam, hogy a 2004 év végi eredmény romlott ($-0,8\%$ alá esett) a márciusi pedig javult ($0,4\%$ alá kúszott).

A továbbiakban a 30%-os kárhányadot fogom használni, mégpedig azért, mert talán az fontosabb, hogy körülbelül azonos legyen az eredmény pozitív és negatív irányban valamint a tartalék szintje is így az átlagos, de mindenképp érdemes megjegyezni az előző eredményeket.

Végezetül érdekességként bemutatom, hogyan alakultak a lebonyolítási eredmények 35%-os kárhányad esetén a Bornhuetter-Ferguson módszerrel.



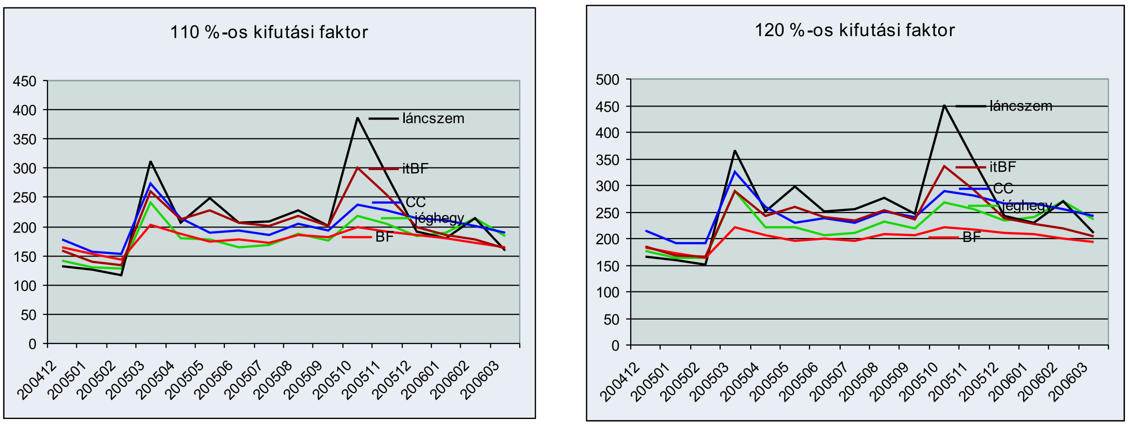


3.9. ábra. Lebonyolítási eredmények alakulása

Látható, hogy minden esetben 1% alatt maradt, ami kiváló eredmény. Mégsem lehetünk teljesen boldogok, mert a tartalék erőteljesen ugrált a vizsgált időszakban minden módszerrel. Tehát vizsgálódjunk tovább.

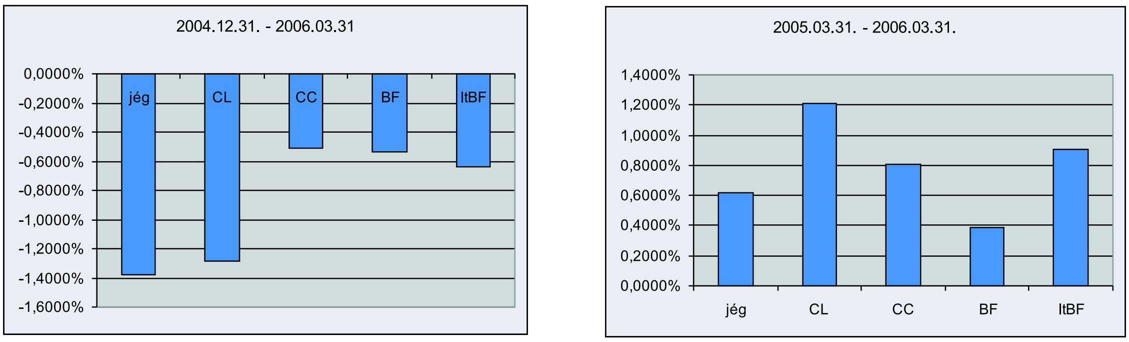
3.6. A kifutási faktorok változtatása

Az imént láttuk, hogyan lehet a tartalékot növelni a kárhányad növelésével. Most próbáljuk meg, mit hoz a kifutási faktor használata. Abban biztosak lehetünk, hogy ez is növeli a tartalékokat, arra voltam kíváncsi, hogy milyen módon. Talán a növelés közben simítódnak az ugrások. Csak a kifutási faktort változtattam, a többi paraméter nem változott az előzőekhez képest.



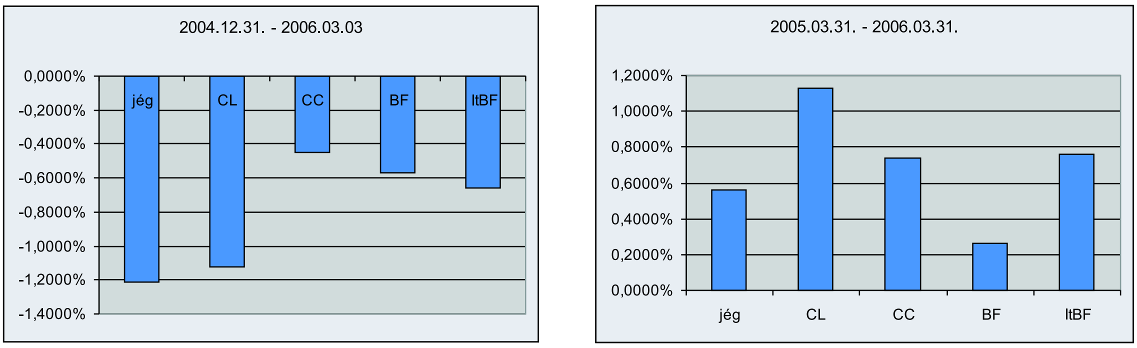
3.10. ábra. Tartalékok viselkedése kifutási faktorok használatakor

Az ábráról tisztán látható, hogy ezzel nem értünk el sokat, csak megnöveltük az összes tartalékot. A rend kedvéért azért nézzük meg a lebonyolítási eredményeket is.



3.11. ábra. 110%-os kifutási faktor használata esetén a lebonyolítási eredmény

Figyelmesen megnézve az ábrákat, azt vehetjük észre, hogy bár a BF módszer eredménye romlott 2004-re vonatkozóan, de az összes többi eredmény javult. Ez abból következhet, hogy minden tartalék megnőtt, így amire vetítjük a lebonyolítási százalékokat, az is megnőtt. Ezt látszik igazolni az a tény is, hogy ha a faktort növeljük, akkor a tendencia folytatódik.



3.12. ábra. 120%-os kifutási faktor használata esetén a lebonyolítási eredmény

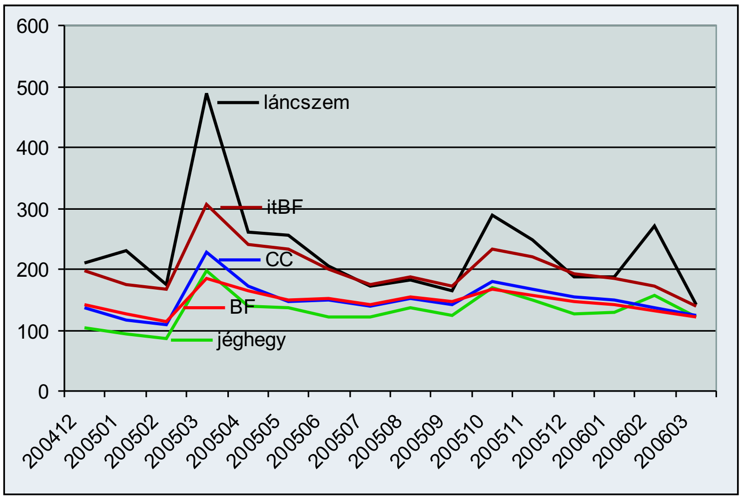
Talán magától értetődik, hogy nem ez a legjobb módja a lebonyolítási eredmény javításának. Miközben javul az eredmény a tartalékok óriásira duzzadnak és még az ugrások is megmaradnak. Így bár nem állíthatom, hogy teljes a kifutási háromszög amivel dolgozom, mégis a továbbiakban nem használom a faktorokat. Érdemes azonban megjegyezni, hogy ha úgy ítéljük meg, hogy alacsony a tartalékszint, a kifutási faktorral növelve nem romlott az eredmény.

3.7. A részátlag működésének vizsgálata

A program által adott másik lehetőség az almódszerek összehasonlítása. Elsőként a "részátlag" almódszert néztem meg alaposabban. Ez arra hivatott, hogy a kiugró értékeket ne vegye figyelembe a tartalékok számításánál. Amikor a faktorok becslésénél az átlagolásra kerül sor, ez a módszer csak a kívánt adatok középső részét átlagolja. Szabadon megadható, hogy mi legyen az a százalék, amit elhagy az adathalmaz elejéről és végéről, de figyelembe kell venni, hogy ha nagynak állítjuk be, akkor nagyon torzítjuk a valóságot. Esetünkben azért sem ajánlatos magas értéket beállítani, mert relatíve kevés adat áll rendelkezésre. Én 10%-al próbáltam ki, de már ezt is kissé magasnak találtam, viszont voltak kiugró értékek, amiket ki szerettem volna szedni az átlagolásból.

Érezhető, hogy ez a technika azoknál a módszereknél kell, hogy hatékonyan működjön, ahol csak a káradatok alapján számítódik a tartalék. A kárhányadon alapuló módszerek annyira nem érzékenyek erre.

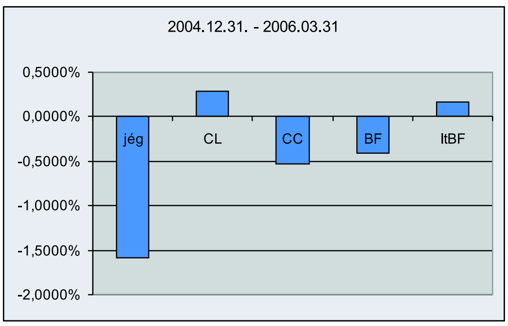
A jéghegy és a láncszemhányados módszernél is 10%-os részátlag almódszerrel számoltam és a következő eredményt kaptam a tartalékokra.

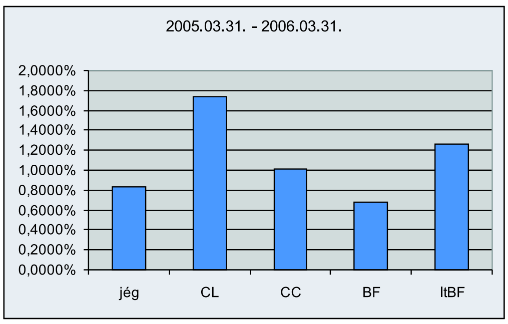


3.13. ábra. 10%-os részátlag használatával képzett tartalékok

A sejtés igazolódni látszik, valóban nem sok hatással volt a kárhányadon alapuló módszereknél. Sőt szinte ugyanazokat az értékeket kapjuk, mint amit a 3.4 ábrán láthatunk. Ennek oka abban rejlik, hogy a jéghegy módszer által adott tartalék sem változott jelentősen. Tehát a növekedési faktorok sem változtak érezhetően a részátlagra való váltáskor.

A láncszemhányados módszernél viszont első látásra meglepő lehet az eredmény, ha összehasonlítjuk a 3.4 ábrával. Azt látjuk, hogy 2005 októberében ugyan kis mértékben csökkent a tartalék mértéke, de márciusban borzasztóan megnőtt. Észre kell venni azonban, hogy amivel összehasonlítjuk, az nem az eredeti láncszemhányados módszer hanem a lánc-létra, vagyis nem a sima átlagolással kapott növekedési faktorokat használja, hanem a súlyozott átlagukat. Hogy tiszta képet lássunk, meg kell nézni mi történik, ha az eredeti módszerrel számolunk tartalékot, amit jelen esetben a "várható érték" almódszer takar. Előtte azonban vessünk egy pillantást a lebonyolítási eredményekre.



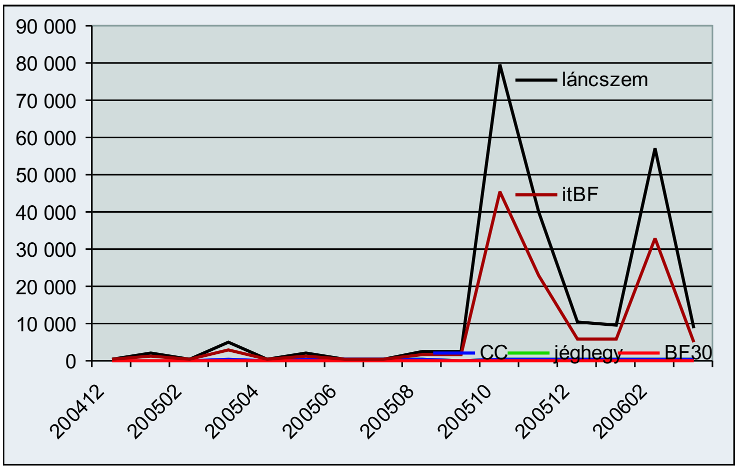


3.14. ábra. Lebonyolítási eredmények a "részátlag" almódszernél

Azt tapasztaljuk, hogy az eredmények nem igazán változtak, kicsit talán pozitív irányban eltolódtak. Egyedül a láncszemhányados módszernél szembetűnő a változás, azon belül is a 2004 év végére vizsgált eredménynél. Azt látjuk, hogy ez sokkal jobb képet mutat, mintha a lánc-létrát használtuk volna. Ebből kifolyólag természetesen az iteratív Bornhuetter-Ferguson módszer által adott eredmény is jelentősen javult.

3.8. Az eredeti módszerek megmérettetése

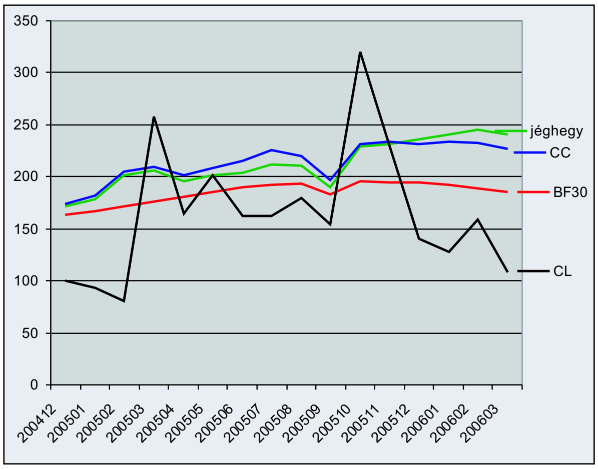
Nézzük akkor, mit adnak az eredetileg kitalált módszerek? A jéghegy az első évre építve, a láncszemhányados a várható értékkel, a kárhányadot továbbra is 30%-nak beállítva és odafigyelve a széles körben használt lánc-létra módszerre is. Előzetes elképzelésem szerint ezek gyengébb eredménnyel működnek majd, mint a fejlettebb, a későbbi adatokat felhasználó változataik.



3.15. ábra. Az eredeti módszerek összevetése 1

Első ránézésre kezdhetnék büszke lenni, hiszen valóban kicsit túlzásnak tűnik a láncszemhányados módszertől, hogy az eddig beállított legmagasabb tartalékértéknek több mint 150 szeresét gondolja jónak. Megnéztem gyorsan a "legutolsó" almódszer milyen eredményt ad. Ez kicsit jobb volt, de nem érdemes arra, hogy külön bemutassam. Az viszont egyértelmű, hogy a részátlag használata megalapozott lett ebben az esetben.

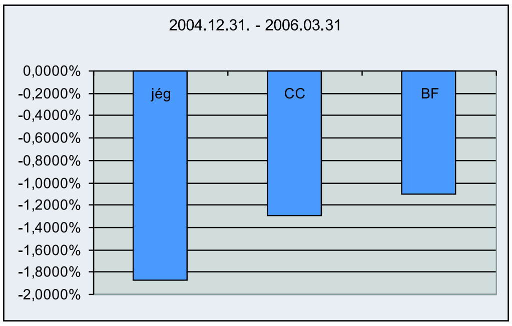
A láncszem módszer által adott túl magas IBNR tartalék miatt nem látszik tisztán a többi tartalék értéke a grafikonon. Ezért kivettem a megfigyelések közül a láncszemhányados és az iteratív Bornhuetter-Ferguson módszert. Az eredmény a következő lett.

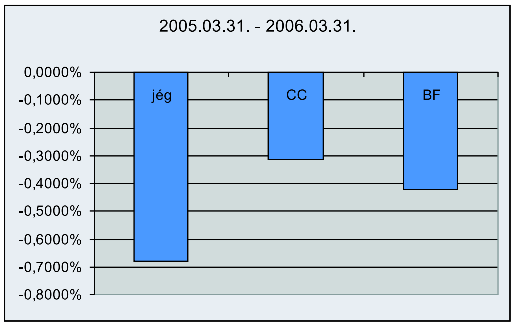


3.16. ábra. Az eredeti módszerek összevetése 2

Azt mondhatom, hogy a látvány nagyon meglepett. A különböző módszerek közel azonos tartalékokat számítottak, de ami a legörömtelibb, hogy az ugrások szinte eltűntek. Főként a Bornhuetter-Ferguson módszer tűnik nagyon egyenletesnek, viszont kicsit alacsonyabb is a tartalékszint ebben az esetben. A lánc-létra módszer lóg ki továbbra is a sorból.

Ezek után nagyon érdekes kérdés, hogy milyen lebonyolítási eredménnyel lehet megvalósítani ilyen egyenletes tartalékolást.



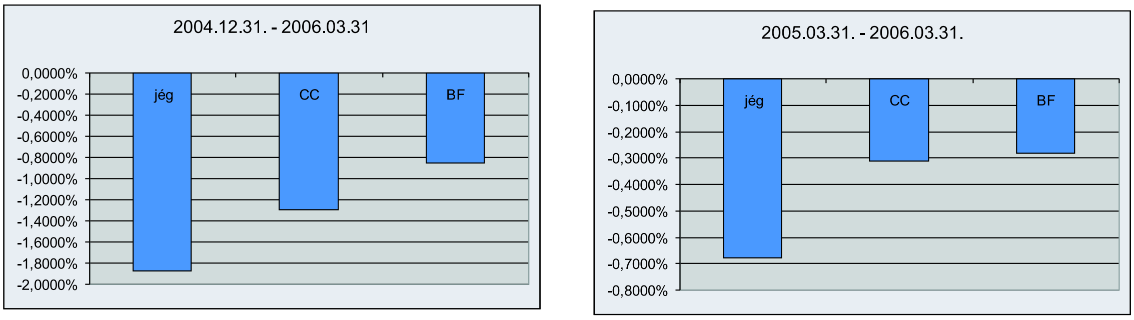


3.17. ábra. Az eredeti módszerek lebonyolítási eredménye

Az látszik, hogy némi alultartalékolás van, de az eredmények egész jónak mondhatóak. A Cape Cod és a Bornhuetter-Ferguson módszer különösen ígéretes. Emlékeztetek rá, hogy ilyen esetben eddig két módszert is láttunk, amivel növelni lehet a tartalékokat és javítani az eredményt. Jelen esetben a kárhányad növelése jelentheti a megoldást, hiszen a kifutási faktorok növelésével minden tartalék nőni fog, számunkra az a fontos, hogy a Bornhuetter-Ferguson módszer által adott IBNR tartalék is a többi szintjén legyen. A kárhányadot ismét 35%-nak választva, nézzük mi történik?

3.18. ábra. Tartalékok, ha megemeljük a kárhányad mértékét

Amire számíthattunk! A három különböző módon számolt tartalék szinte azonosnak mondható. Már csak a lebonyolítási eredmény kérdéses.

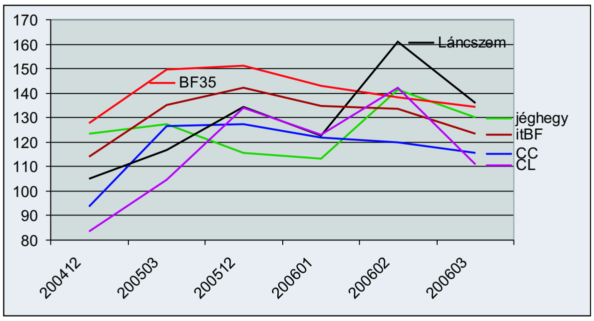


3.19. ábra. Lebonyolítási eredmények, ha megemeljük a kárhányad mértékét

Az eredmény bizakodásra ad okot. A tartalékok további emelésével még csökkenthető is. Most már viszont a kifutási faktorok növelése javasolt. Elvégeztem néhány számítást, de az eredmény ekkor is negatív maradt. Nem volt arányban a tartaléknöveléssel, ezért a 35%-os kárhányadot használtam a további számításoknál, kifutási faktor nélkül.

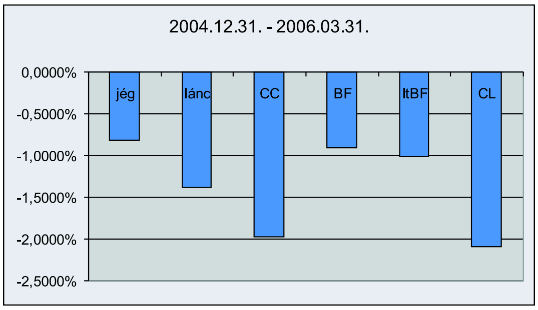
3.9. Mi történik, ha az adatokat kissé módosítjuk?

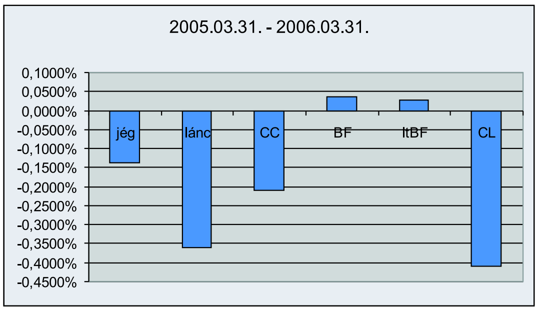
Úgy tűnik, csak a lánc-létra módszer maradt alul ezekben az összehasonlításokban. Ez az oly népszerű módszer nem lehet, hogy ilyen gyengén működik. Arra gondolhatunk, hogy az adathalmaz nem megfelelő, amire megpróbáljuk alkalmazni. Gyakran előfordul például, hogy az utolsó hónapban nem volt bejelentés. Ez rögtön hibás eredményre vezet, ahogyan a dolgozatom elején említettem. Lehetséges megoldás volt, hogy átlagoljuk az adatokat azonos éven belül. Megjegyzem, ez nem védi ki azt az esetet, hogy januárban nem lesz bejelentés januárra. Erre is ki lehet dolgozni valamilyen módszert, de most nem fogok januárra lebonyolítási eredményt számítani. Lássuk mi történik az átlagolás hatására.



3.20. ábra. Az adathalmaz módosításával kapott tartalékok

Azt láthatjuk, hogy eredményesnek tűnik a módosítás. Igaz, hogy még mindig nagyok az ugrások a láncszemhányados módszer esetén, de most is az eredeti módszerek alapján történt a számítás. Ezt figyelembe véve a 3.15 ábrához képest igazán szolidnak tűnnek az ugrások. A 3.16 ábrán látható lánc-létra görbéjével összehasonlítva az itt kapott görbét, szintén az utóbbit ítélhetjük jobbnak. Igaz most nincs kiszámítva minden tartalék, mint korábban. A kárhányadon alapuló módszerek ismét jól működtek az ábra szerint. De mit mond a lebonyolítási eredmény?





3.21. ábra. Az adathalmaz módosításával kapott lebonyolítási eredmények

Úgy tűnik megerősíti az előbb leírtakat. A 2005 márciusára képzett tartalék lebonyolítási eredménye minden módszerre kifejezetten jónak mondható. 2004 év végére is egész jó eredmények születtek, de az átlagolás nélkül is hasonló volt.

4. fejezet

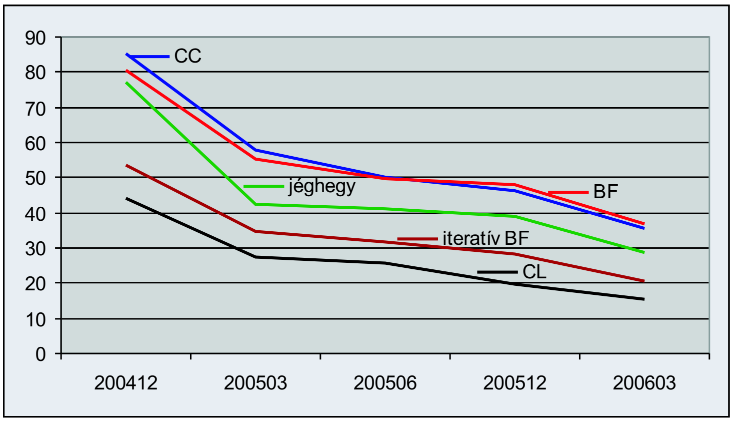
A "kiválasztott"

Az előző fejezetben számos eredmény született. Ezek alapján úgy tűnik, az IBNR tartalék legjobb becslését akkor érjük el erre az adathalmazra, ha a Bornhuetter-Ferguson módszert használjuk 35%-os kárhányad mellett, az adatok évekre való átlagolásával. De nagyon hasonló lebonyolítási eredményt értünk el átlagolás nélkül is. Az alapadatok módosítását szeretném elkerülni, hiszen az valamilyen mértékben a valóság megváltoztatását jelenti, ezért a további vizsgálatoknál nem kívánom átlagolni az adatokat. Egyébként is alacsonynak tűnnek a tartalékok az előzőekhez képest.

4.1. Más adathalmazon való viselkedése

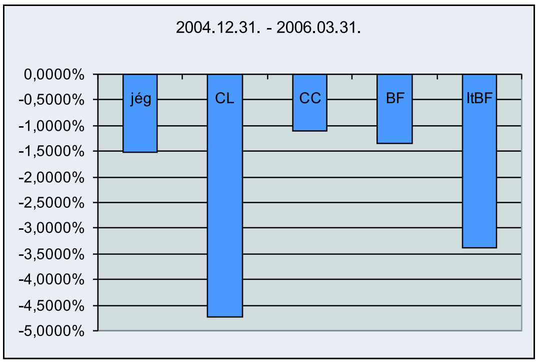
Következő természetes kérdés az lehet, hogy mennyire jó ez a módszer más adathalmazon? Ezeknél a vizsgálatoknál már nem számítottam ki minden hónapra a tartalékokat. Csak közelítő képet szerettem volna látni a módszerek működéséről. Nem várom, hogy ugyanazt az eredményt fogjuk kapni, mint korábban, hiszen minden adathalmaznak más tulajdonságai vannak. Már az is jó eredménynek számít, ha közel jónak mondható a kiválasztott módszer.

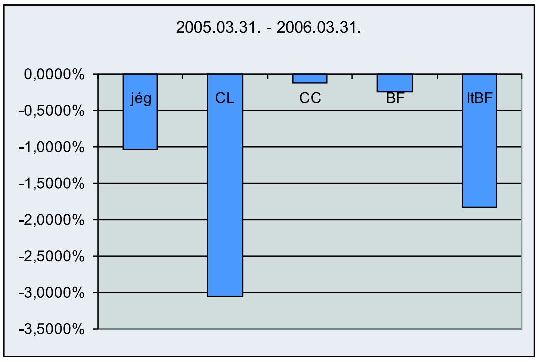
Először nézzük a személyi sérüléses károk párját, vagyis az anyagi károkat a KGFB biztosítások esetén. A kárhányad itt teljesen más. A Cape Cod módszer által számolt kárhányadok átlagát állítottam be. Ez az érték 80% lett. Látható, hogy sokkal magasabb, mint a személyi sérüléseknél volt. Másik különbség, hogy az anyagi károkat jóval hamarabb bejelentik, mint a személyi sérüléseseket. Itt a kiugró értékek is viszonylag ritkábban fordulnak elő.



4.1. ábra. Anyagi károkra képzett tartalékok

Látható is, hogy nagyon hasonló eredményt adnak a vizsgált módszerek. Nagy ugrások nem tapasztalhatóak a vizsgált időpontokra. A lebonyolítási eredményt is meg kell vizsgálni a hatékonyság eldöntéséhez.

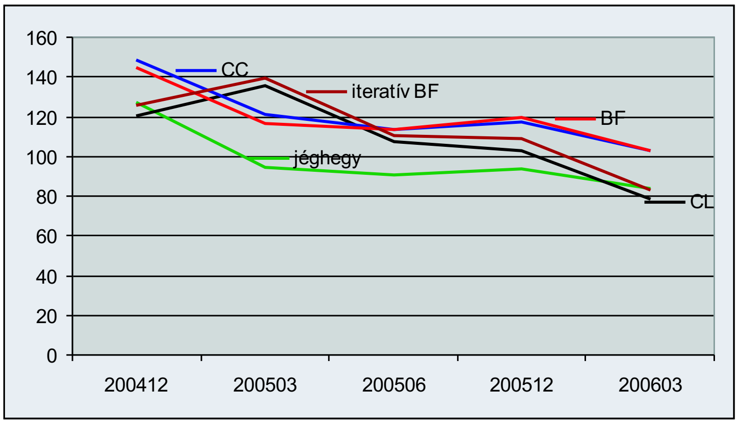




4.2. ábra. Anyagi károkra képzett tartalékok lebonyolítási eredményei

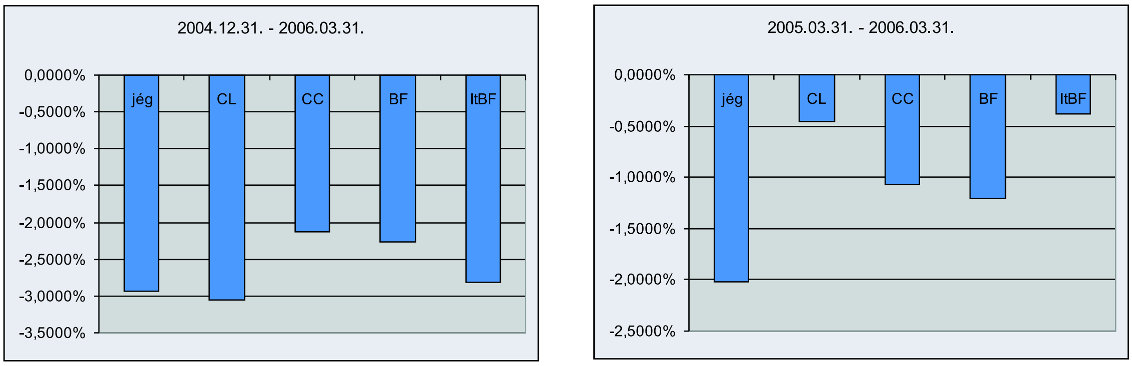
A Bornhuetter-Ferguson módszer ismét jól vizsgázott, de a Cape Cod úgy tűnik minimálisan jobban működik itt.

Nézzük most a teljes kártörténetét a kötelező gépjármű felelősségbiztosításoknak. Anyagi és személyi sérüléseket együtt. Az általánosan elfogadott vélemény az, hogy ezeket külön kell kezelni a különböző tulajdonságaik miatt. Az lenne a jó, ha együtt kezelve a tartalék mértéke kiadná a külön számolt személyi és anyagi tartalékok összegét. A kárhányad az ismert módszer szerint 105%-ra adódott, ami megegyezik a két kárhányad összegével. Ez a helyes választást bizonyítja.



4.3. ábra. KGFB tartalékok

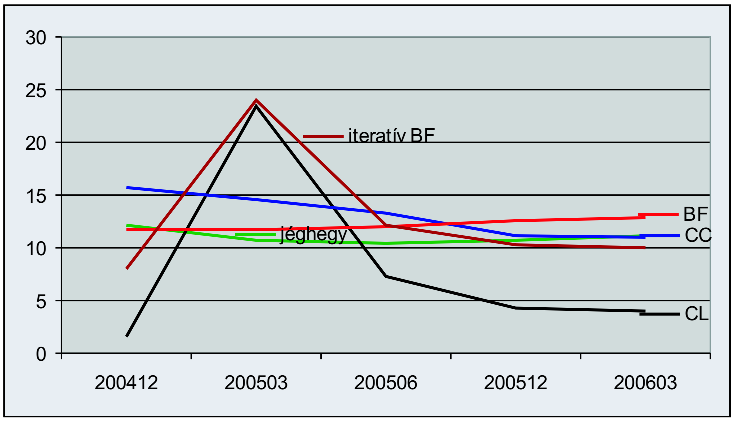
Látszik, hogy nem egyenlő a külön számoltak összegével, sokkal kevesebbet ad, de itt is elmondható, hogy nincsenek nagy ugrások és nagyon közel vannak egymáshoz az értékek.



4.4. ábra. KGFB tartalékok lebonyolítási eredményei

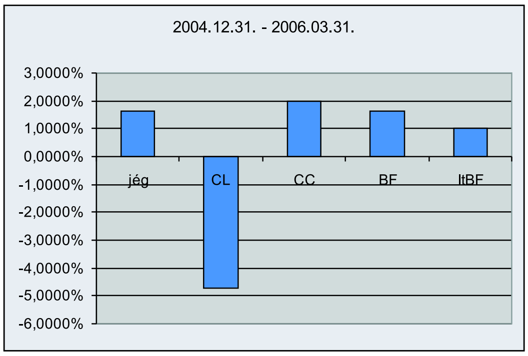
A lebonyolítási eredmények is alultartalékolást jeleznek. Meglepő módon, a lánclétra módszer adja a legjobb eredményt 2005 márciusára. A Bornhuetter-Ferguson és Cape Cod most is hasonlóan vizsgázott. Ami érthető, hiszen a tartalékok is szinte azonosak. Az hozza a Cape Cod csekély előnyét, hogy magasabbról indul a tartalék görbéje.

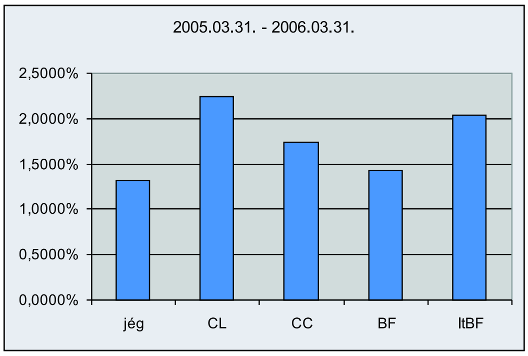
Most nézzük mi a helyzet az általános felelősségbiztosítás esetén? Ez a vizsgált biztosítónál egy régebben művelt üzletág, mint a KGFB, így nagyobb adathalmaz állt rendelkezésre. A program azonban nem tud kezelni nagyobb adathalmazt, csak egy kisebb, de nagyon időigényes fejlesztés után. Ezért az adatokat levágtam 2002 januárjával. Így is jobb képet kell adjon, mert nem teljesen új biztosításról van szó, és egyenletesebb az állomány is.



4.5. ábra. Általános felelősségbiztosítási tartalékok

A kárhányadon alapuló módszereknél valóban nagyon egyenletes eredményt ad, de valószínűleg lehetett 2005 márciusában néhány, vagy akár egyetlen kiugró érték, ami miatt a lánc-létra megint megtévedt.

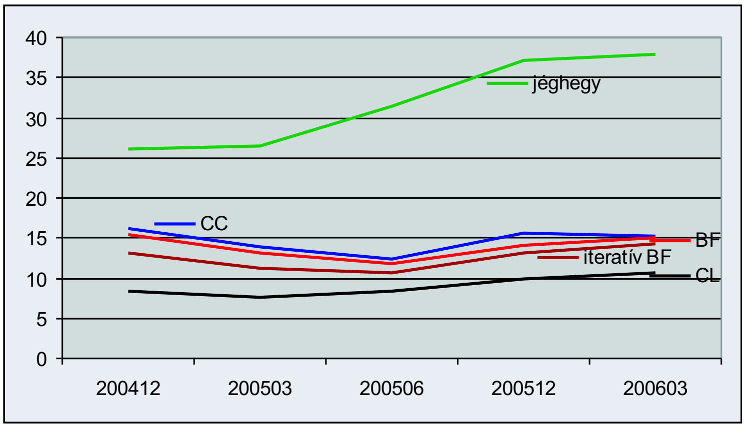




4.6. ábra. Általános felelősségbiztosítási tartalékok lebonyolítási eredményei

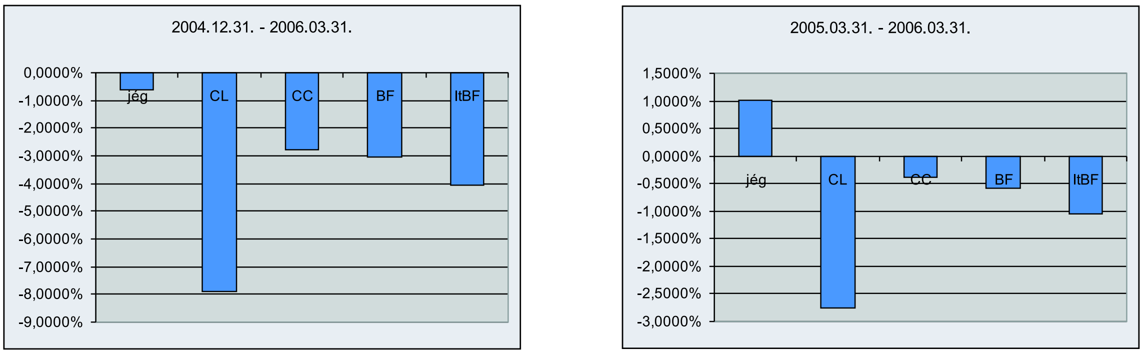
Az eredmények nem a legjobbak. Persze ez is bőven elfogadható. Most jéghegy módszer mondható ki győztesnek. Nem csak a lebonyolítás a legjobb, a tartalékfüggvény is nagyon egyenletes. Az eredmények lényegében pozitívak, tehát némileg túl lett tartalékolva. Ebben az esetben a Bornhuetter-Ferguson jobbnak bizonyult a Cape Cod módszernél.

Végezetül, hogy ne csak felelősségbiztosításokra vizsgáljuk a módszereket, nézzük mit adnak a Casco biztosításoknál. Ez is új üzletág, így a kezdetekre kevés az adat. Bízzunk benne, hogy itt is jól működnek a módszerek.



4.7. ábra. Casco tartalékok

Amit látunk kicsit meglepő. A jéghegy módszer eredménye jelentősen eltér a többitől. Úgy tűnik, hogy a többi lesz a jó, mert azok sokkal egyenletesebbek nála. Valószínűleg abban keresendő a magyarázata, hogy az első hónapra vonatkozó adatok között hosszú szünet után van egy későn bejelentett kár. És mivel a faktorok az első hónapra vonatkozóan képződnek, ez torzítja az eredményt.



4.8. ábra. Casco tartalékok lebonyolítási eredményei

A jéghegy módszer egész jó lebonyolítási eredményt ad, de nyilvánvalóan nem lehet helyes. A Cape Cod és a Bornhuetter-Ferguson újra tarolt. És megint alulmaradt kicsit a Bornhuetter-Ferguson által adott eredmény.

5. fejezet

Befejezés

A sok munka, sok eredménnyel is jár. Megpróbálom néhány szóban összefoglalni ezeket a saját nézőpontomból.

5.1. Az eredmények összefoglalása

Ha fejvesztés terhe mellett ajánlani kellene egy biztos módszert, akkor bizony nem lennék könnyű helyzetben, de jelenlegi ismereteim szerint a kicsit módosított Bornhuetter-Ferguson módszer adja a legpontosabb becslést az IBNR tartalékokra. Bár a Cape Cod módszer más adathalmazokon hajszálnyival jobbnak bizonyult, ha a kárhányadot kicsit magasabbra választanánk, mint a Cape Cod által adott átlag, akkor jobb lehetne a Cape Codnál a lebonyolítási eredmény is, a simaságán pedig ez nem változtat. Nagyon fontos, hogy az eredeti jéghegy módszer növekedési faktorait használjuk a BF módszernél.

Másodiknak mindenképp a Cape Cod módszert ajánlanám. Nagyon nagy előnye, hogy nem kell hozzá kárhányadot becsülni. Így még önjáróbb, mint a Bornhuetter-Ferguson módszer. Az iteratív BF nem működött igazán jól a láncszemhányados módszer hibái miatt.

Ha láncszemhányados módszert használunk, mindenképp ajánlatos az adatok évenkénti átlagolását elvégezni. Esetleg, ha nem újul meg évente az állomány, mozgóátlagot is használhatunk. Továbbá érdemes megfontolni a részátlag használatát a növekedési faktorok számításakor.

A jéghegy módszer végig sokkal jobban működött, mint a láncszemhányados. Ha nagyon egyszerű módszert akarunk, akkor érdemes ezzel próbálkozni.

5.2. Köszönetnyilvánítás

Végezetül szeretnék köszönetet mondani mindazoknak, akik munkámat segítették. Külön köszönet Dr Marczi Erikának és Dr Arató Miklósnak, hogy bokros teendőik mellett elvállalták a témavezető illetve a belső konzulens szerepét.

Köszönöm továbbá Rádonyi Ágnes és Kovács Judit aktuáriusok segítségét, támogatását és hasznos tanácsait is.

Irodalomjegyzék

[1] Pálos Miklós, *Biztosítási Rekordok Könyve 1997*, Magyar Biztosítók Szövetsége, 1997

[2] Arató Miklós, *Nem-élet biztosítási matematika*, ELTE Eötvös Kiadó, 2001

[3] *2003. évi LX. törvény a biztosítókról és a biztosítási tevékenységről*, Magyar Közlöny, 2003/84. szám

[4] 8/2001. (II. 22.) PM rendelet a biztosítástechnikai tartalékok tartalmáról, képzésének és felhasználásának rendjéről, Magyar Közlöny, 2001/20. szám

[5] Trunkó Barnabás, *Vademecum Biztosítási ABC*

[6] Hanák Gábor, *Biztosítási tartalékolás és szolvencia*, Előadásjegyzet, 2006

[7] Győri Nikolett, *Az IBNR számítás sajátosságai az életbiztosításban*, matematikus szakdolgozat, 2005

[8] Patrik Dahl, *Introduction to Reserving*, Stockholms Universitet Matematiska Institutionen, 2003

[9] Thomas Mack, *Credible claims reserves: The Benktander method*, Munich Re, Munich, 1999

[10] Thomas Mack, *Which stochastic model is underlying the chain ladder method?*, Munich Re, Munich, 1993

[11] Thomas Mack, *The standard error of chain ladder reserve estimates: recursive calculation and inclusion of a tail factor*, Astin Bulletin, Vol. 29, No. 2, 1999, pp. 361-366