

# Valós függvénytan feladatmegoldó szeminárium

2011/2012. 2. félév

## 11. feladatsor

- 1. Fölbontható-e egy zárt  $D$  körlap és egy  $Q$  zárt négyzetlap 2-2 diszjunkt részre ( $D = D_1 \cup D_2, Q = Q_1 \cup Q_2$ ) úgy, hogy  $D_1$  hasonló  $Q_1$ -hez,  $D_2$  pedig hasonló  $Q_2$ -höz?
1. Van-e olyan  $(a, b) \subseteq \mathbb{R}$  nemüres nyílt intervallum és  $f: (a, b) \rightarrow (a, b)$  függvény, hogy  $f$  deriváltja és  $f$  inverze létezik és megegyezik  $(a, b)$ -n?
2. Igaz-e, hogy véges mérték értékkészlete mindig zárt halmaz?
3. Mely polinomok állnak elő 2012 periodikus függvény összegeként?
4. Két játékos felváltva mond valós számokat. Jelölje a kezdő által mondott számokat  $a_1, a_2, \dots$ , a második által mondottakat pedig  $b_1, b_2, \dots$ . A kezdő játékos nyer, ha az  $(a_n)$  sorozat 0-hoz tart és a  $(b_n)$  sorozat konvergens, vagy ha az  $(a_n)$  sorozat nem tart 0-hoz és a  $(b_n)$  sorozat nem konvergens. Minden más esetben a második játékos nyer. Kinek van nyerő stratégiája?
5. Azt mondjuk, hogy egy halmaz parkettázza a számegeyest, ha vannak olyan eltoltjai, amelyek majdnem minden pontot pontosan egyszer fednek.
  - a) Parkettázza-e a számegeyest a Cantor-halmaz?
  - b) Parkettázza-e a számegeyest az a módosított Cantor-halmaz, amelyet úgy kapunk, hogy minden szakasz két szélső negyedét hagyjuk meg?

A -1-es feladatok azoknak szól, akik még nem ismerik.

TIPPVERSENY: *Aki minden feladatra eltrafálja a választ, **csokit** kap!*

*A feladatokat május 17-én (csütörtökön) beszéljük meg a 3-306-os teremben, majd a **pontverseny ünnepélyes eredményhirdetése és a díjak kiosztása** következik.*

A feladatok megtalálhatóak a [http://www.cs.elte.hu/analysis/valos\\_szem](http://www.cs.elte.hu/analysis/valos_szem) oldalon is.

Minden érdeklődőt szeretettel várunk.

Jó szórakozást!

Elekes Márton, Keleti Tamás