

Név:

ETR azonosító:

1.  2.  3.  4.  5.  6.  7.
- 

2006-2007/II. félév

I. matematika BSc Analízis alapszint vizsgadolgozat beugró feladatsor

2007 május 30.

1. Melyik igaz?
- a) A  $\text{ctg } x$  függvény szigorúan monoton nő a teljes értelmezési tartományán.
  - b) A  $\text{ctg } x$  függvény szigorúan monoton csökken a teljes értelmezési tartományán.
  - c) A  $\text{ctg } x$  függvény szigorúan monoton nő  $(k\pi, (k+1)\pi)$ -ben minden  $k$  egészre, de nem szigorúan monoton növe a teljes értelmezési tartományán.
  - d) A  $\text{ctg } x$  függvény szigorúan monoton csökken  $(k\pi, (k+1)\pi)$ -ben minden  $k$  egészre, de nem szigorúan monoton csökkenő a teljes értelmezési tartományán.
2. Tegyük föl, hogy az  $f$  függvény értelmezve van az  $a$  pont egy környezetében. Melyik **nem** ekvivalens azzal, hogy  $f'(a) = b$  ?

a)  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = b$       b)  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = b$

c)  $\lim_{h \rightarrow a} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = b$       d)  $f$   $a$ -beli érintőjének a meredeksége  $b$ .

3. Tetszőleges rögzített  $a > 0$  esetén

$(a^x)' =$       a)  $(\log a) \cdot a^x$       b)  $\frac{a^x}{\log a}$       c)  $x \cdot a^{x-1}$       d)  $\frac{a^{x-1}}{x-1}$

4. Melyik állítás helyes az (i) és (ii) állítások logikai kapcsolatáról, ha  $f$  differenciálható  $a$ -ban?

(i)  $f'(a) \geq 0$       (ii)  $f$  lokálisan nő  $a$ -ban.

a) (i)  $\Leftrightarrow$  (ii)      b) (i)  $\Rightarrow$  (ii) és (i)  $\not\Leftarrow$  (ii)

c) (i)  $\not\Leftarrow$  (ii) és (i)  $\Leftarrow$  (ii)      d) (i)  $\not\Rightarrow$  (ii) és (i)  $\not\Leftarrow$  (ii)

5. Tegyük fel, hogy  $f$  kétszer differenciálható az  $I$  intervallumban. Az alábbi állítások közül melyik ekvivalens azzal, hogy  $f$  konvex  $I$ -n?

a)  $f'(x) \geq 0$  minden  $x \in I$ -re.      b)  $f'(x) \leq 0$  minden  $x \in I$ -re.

c)  $f''(x) \geq 0$  minden  $x \in I$ -re.      d)  $f''(x) \leq 0$  minden  $x \in I$ -re.

6. Mi a  $\cos x$  függvény 0 körüli második Taylor polinomja?

a)  $1 - \frac{x^2}{2}$       b)  $1 + \frac{x^2}{2}$       c)  $1 - x^2$       d)  $1 + x^2$

7.  $\lim_{x \rightarrow 0+0} x \cdot \log x$  értéke:      a)  $-\infty$       b)  $-1$       c)  $0$       d)  $1$

8.     9.     10.     11.     12.     13.

8. Melyik a helyes (feltéve, hogy a szereplő összes szorzatnak van primitív függvénye)?
- a)  $\int uv' dx = uv' - \int u'v dx$       b)  $\int uv' dx = u'v - \int u'v dx$   
c)  $\int uv' dx = uv - \int u'v dx$       c)  $\int uv dx = uv - \int u'v dx$
9.  $\int \sqrt{7x+1} dx =$
- a)  $\frac{2}{3}(7x+1)^{\frac{3}{2}} + C$       b)  $\frac{1}{7}(7x+1)^{\frac{3}{2}} + C$   
c)  $\frac{2}{21}(7x+1)^{\frac{3}{2}} + C$       d)  $\frac{14}{3}(7x+1)^{\frac{3}{2}} + C$
10.  $\int \operatorname{tg} x dx =$
- a)  $\frac{1}{\cos^2 x} + C$       b)  $\frac{1}{\sin^2 x} + C$       c)  $-\log |\cos x| + C$       d)  $\log |\sin x| + C$
11. Tegyük fel, hogy  $f$  és  $g$  integrálható  $[a, b]$ -n. Melyik **nem** következik ebből?
- a)  $f + g$  is integrálható  $[a, b]$ -n.  
b)  $fg$  is integrálható  $[a, b]$ -n.  
c)  $\int_a^b (f + g) dx = \int_a^b f dx + \int_a^b g dx$   
d)  $\int_a^b (fg) dx = \left( \int_a^b f dx \right) \cdot \left( \int_a^b g dx \right)$
12. Melyik állítás igaz? A  $\int_1^\infty \frac{dx}{x^\alpha}$  improprius integrál akkor és csak akkor konvergens, ha
- a)  $\alpha < 1$       b)  $\alpha > 1$       c)  $\alpha \leq 1$       d)  $\alpha \geq 1$
13. Melyik igaz? A  $\sum_{n=1}^\infty a_n$  végtelen sor pontosan akkor konvergens, ha
- a) az  $s_n = a_1 + \dots + a_n$  sorozat konvergens.  
b) az  $s_n = a_1 + \dots + a_n$  sorozat 0-hoz tart.  
c) az  $a_n$  sorozat konvergens.  
d) az  $a_n$  sorozat 0-hoz tart.