Név: ETR azonosító:

1. $\square$ 2. $\square$ 3. $\square$ 4. $\square$ 5. $\square$ 6. $\square$

2008-2009/I. félév

I. matematika BSc Analízis alapszint vizsgadolgozat beugró feladatsor

2009. január 6.

1. Az alábbiak közül melyik ekvivalens az $A \Longrightarrow B$ állítással?

(a) $A \wedge \overline{B}$ **(b)** $A \vee \overline{B}$ **(c)** $\overline{A} \wedge B$ **(d)** $\overline{A} \vee B$

2. Hogyan lehet indirekt bizonyítással belátni, hogy az A állításból következik a B állítás?

(a) Feltesszük, hogy A igaz és B igaz, majd ezekből ellentmondásra jutunk.

(b) Feltesszük, hogy A igaz és B hamis, majd ezekből ellentmondásra jutunk.

(c) Feltesszük, hogy A hamis és B igaz, majd ezekből ellentmondásra jutunk.

(d) Feltesszük, hogy A hamis és B hamis, majd ezekből ellentmondásra jutunk.

3. Legyen

$a_1, \ldots, a_n > 0$, $A = \sqrt[n]{a_1 \cdot \ldots \cdot a_n}$, $B = \dfrac{n}{\dfrac{1}{a_1} + \ldots + \dfrac{1}{a_n}}$, $C = \dfrac{a_1 + \ldots + a_n}{n}$.

Melyik igaz biztosan?

(a) $A \le B \le C$. **(b)** $A \le C \le B$. **(c)** $B \le C \le A$. **(d)** $B \le A \le C$.

4. Melyikkel egyenlő $\overline{A \cup B}$?

(a) $\{x : x \notin A \vee x \notin B\}$ **(b)** $\{x : x \notin A \wedge x \notin B\}$

(c) $\{x : x \in A \vee x \in B\}$ **(d)** $\{x : x \in A \wedge x \in B\}$

5. Melyik igaz?

(a) Ha egy halmaznak van szuprémuma, akkor maximuma is van.

(b) Egy halmaz szuprémuma mindig benne van a halmazban.

(c) Ha egy halmaz szuprémuma benne van a halmazban, akkor a halmaznak van maximuma.

(d) Minden felülről korlátos halmaznak van maximuma.

6. Melyik **hamis**?

(a) Minden végtelen tizedestört tartozik valamilyen valós számhoz.

(b) Minden végtelen tizedestört legfeljebb egy valós számhoz tartozik.

(c) Ha egy szám felírható véges tizedestört alakban, akkor racionális.

(d) Ha egy szám nem írható fel véges tizedestört alakban, akkor irracionális.

7. ☐ 8. ☐ 9. ☐ 10. ☐ 11. ☐ 12. ☐ 13. ☐

---

7. Melyik **hamis**?

(a) Ha $a_n \to \infty$, akkor a_n felülről nem korlátos.

(b) Ha a_n felülről nem korlátos, akkor $a_n \to \infty$.

(c) Ha $a_n \to \infty$, akkor a_n alulról korlátos.

(d) Ha $a_n \to \infty$, akkor a_n nem korlátos.

8. Melyik igaz?

(a) Ha $|a| > 1$, akkor $a^n \to \infty$. **(b)** Ha $|a| < 1$, akkor $a^n \to 0$.

(c) Ha $|a| \geq 1$, akkor $a^n \to \infty$. **(d)** Ha $|a| \leq 1$, akkor $a^n \to 0$.

9. Az alábbiak közül melyik tart leggyorsabban végtelenhez?

(a) 10^n **(b)** n^{10} **(c)** $n!$ **(d)** n^n

10. Melyik **hamis**?

(a) Ha (a_n) monoton, akkor van határértéke.

(b) Ha (a_n) monoton nő, akkor $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \sup\{a_1, a_2, \ldots\}$.

(c) Ha (a_n) monoton csökken, akkor $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = \sup\{a_1, a_2, \ldots\}$.

(d) Ha (a_n) monoton és korlátos, akkor konvergens.

11. Melyik ekvivalens definíció szerint azzal, hogy $\lim\limits_{x\to a} f(x) = b$?

(a) Minden $\varepsilon > 0$-hoz van olyan $\delta > 0$, amelyre $0 < |x - a| < \delta$ esetén $|f(x) - f(a)| < \varepsilon$.

(b) Minden $\varepsilon > 0$-hoz van olyan $\delta > 0$, amelyre $0 < |x - a| < \delta$ esetén $|f(x) - b| < \varepsilon$.

(c) Minden $\varepsilon > 0$-hoz van olyan $\delta > 0$, amelyre $0 < |x - a| < \varepsilon$ esetén $|f(x) - f(a)| < \delta$.

(d) Minden $\varepsilon > 0$-hoz van olyan $\delta > 0$, amelyre $0 < |x - a| < \varepsilon$ esetén $|f(x) - b| < \delta$.

12. Melyik igaz?

(a) Ha f folytonos $[a, b]$-n, akkor korlátos $[a, b]$-n.

(b) Ha f folytonos (a, b)-n, akkor korlátos (a, b)-n.

(c) Ha f korlátos $[a, b]$-n, akkor folytonos $[a, b]$-n.

(d) Ha f korlátos (a, b)-n, akkor folytonos (a, b)-n.

13. Melyik igaz? Az $f(x) = x^a$ függvény pontosan akkor konvex $(0, \infty)$-n, ha

(a) $a \leq 0$. **(b)** $a \geq 1$. **(c)** $0 \leq a \leq 1$. **(d)** $a \leq 0$ vagy $a \geq 1$.