Név: **ETR azonosító**:

1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐ 7. ☐

2006-2007/I. félév

I. matematika BSc Analízis alapszint vizsgadolgozat beugró feladatsor

2007 január 3.

1. Mi a $(\forall x)\ (\exists y)\ x > y$ állítás tagadása?

   a) $(\exists x)\ (\forall y)\ x \leq y$ b) $(\forall x)\ (\exists y)\ x \leq y$

   c) $(\forall y)\ (\exists x)\ x \leq y$ d) $(\exists y)\ (\forall x)\ x \leq y$

2. Fogadjuk el igaznak, hogy aki a virágokat szereti, rossz ember nem lehet. Az alábbiak közül melyik következik ebből?

   a) Aki jó ember, szereti a virágokat.

   b) Aki rossz ember, nem szereti a virágokat.

   c) Van aki szereti a virágokat és jó ember.

   d) Van aki nem szereti a virágokat és rossz ember.

3. Melyik igaz az alábbiak közül?

   Azt, hogy az A állításból következik a B állítás, bizonyíthatjuk úgy is, hogy

   a) belátjuk, hogy ha B hamis, akkor A is hamis.

   b) belátjuk, hogy ha B igaz, akkor A hamis.

   c) belátjuk, hogy ha B hamis, akkor A igaz.

   d) belátjuk, hogy ha B igaz, akkor A is igaz.

4. Melyik igaz az alábbiak közül tetszőleges $a_1, a_2, \ldots, a_n$ nemnegatív számokra?

   a) $\sqrt[n]{a_1 \cdot \ldots \cdot a_n} \geq \dfrac{a_1 + \ldots + a_n}{n}$ *b)* $\sqrt[n]{a_1 \cdot \ldots \cdot a_n} > \dfrac{a_1 + \ldots + a_n}{n}$

   c) $\sqrt[n]{a_1 \cdot \ldots \cdot a_n} \leq \dfrac{a_1 + \ldots + a_n}{n}$ *d)* $\sqrt[n]{a_1 \cdot \ldots \cdot a_n} < \dfrac{a_1 + \ldots + a_n}{n}$

5. Melyik igaz az alábbiak közül tetszőleges A, B halmazokra?

   a) $A \setminus B = (A \cup B) \setminus (A \cap B)$ b) $A \setminus B = A \cap \overline{B}$

   c) $A \setminus B = (A \cup B) \cap (A \cap B)$ d) $A \setminus B = \overline{A} \cup B$

6. Hogyan írható fel a $\{x : x \in A \Longrightarrow x \in B\}$ halmaz?

   a) $A \cup B$ b) $A \cap B$ c) $A \cap \overline{B}$ d) $\overline{A} \cup B$

7. Melyik igaz az alábbiak közül tetszőleges x, y valós számokra?

   a) $|x+y| = |x| + |y|$ b) $|x+y| \geq |x| + |y|$

   c) $|x+y| \leq |x| + |y|$ d) $|x+y| < |x| + |y|$

8. $\square$ 9. $\square$ 10. $\square$ 11. $\square$ 12. $\square$ 13. $\square$

---

8. Melyik állítás **hamis**?

   a) Ha egy halmaz felülről nem korlátos, akkor nincs maximuma.

   b) Ha egy halmaz felülről nem korlátos, akkor a szuprémuma ∞.

   c) Egy felülről korlátos nemüres halmaznak mindig van maximuma.

   d) Egy felülről korlátos nemüres halmaznak mindig van szuprémuma.

9. Mivel ekvivalens $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$ definíció szerint?

   a) Minden P-hez van olyan n_0, amelyre $a_n > P$ minden $n > n_0$ indexre.

   b) Minden n_0-hoz van olyan P, amelyre $a_n > P$ minden $n > n_0$ indexre.

   c) Van olyan P, amelyre minden n_0-hoz van olyan $n > n_0$ amelyre $a_n > P$.

   d) Van olyan n_0, amelyre minden P-hez van olyan $n > n_0$ amelyre $a_n > P$.

10. Tegyük fel, hogy $a_n \to \infty$. Mit mondhatunk az $\frac{1}{a_n}$ sorozatról?

    a) Mindig 0-hoz tart.

    b) Mindig végtelenhez tart.

    c) Mindig oszcillálva divergens.

    d) Tarthat 0-hoz, végtelenhez, és lehet oszcillálva divergens is.

11. Melyik igaz?

    a) Az f függvény szigorúan monoton nő az A halmazon, ha van olyan $x_1, x_2 \in A$, amelyre $x_1 < x_2$ és $f(x_1) < f(x_2)$.

    b) Az f függvény **nem** szigorúan monoton növekedő az A halmazon, ha van olyan $x_1, x_2 \in A$, amelyre $x_1 < x_2$ és $f(x_1) \geq f(x_2)$.

    c) Az f függvény szigorúan monoton nő az A halmazon, ha minden $x_1, x_2 \in A$-ra $x_1 < x_2$ és $f(x_1) < f(x_2)$.

    d) Ha az f függvény **nem** szigorúan monoton növekedő az A halmazon, akkor minden $x_1, x_2 \in A$-ra $x_1 < x_2 \Longrightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$.

12. Az alábbiak közül melyik **nem ekvivalens** azzal, hogy f folytonos a-ban?

    a) $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$

    b) $(\forall\varepsilon > 0)\ (\exists\delta > 0)\ |x - a| < \delta \Longrightarrow |f(x) - f(a)| < \varepsilon$

    c) Minden a-hoz tartó x_n sorozatra $\lim_{n\to\infty} f(x_n) = f(a)$.

    d) Ha x_n olyan sorozat, amelyre $\lim_{n\to\infty} f(x_n) = f(a)$, akkor $x_n \to a$.

13.

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{\sqrt{2}}{x}\right)^x \text{ értéke:} \qquad a)\ \infty \qquad b)\ e^{\sqrt{2}} \qquad c)\ e\cdot\sqrt{2} \qquad d)\ \frac{\sqrt{2}}{e}$$