Név: ETR azonosító:

1. ☐ 2. ☐ 3. ☐ 4. ☐ 5. ☐ 6. ☐

I. Matematika BSc, Kalkulus 2., MINTAVIZSGA

Tesztkérdések **2011. ...**

1. Melyik igaz?

(a) Ha az f függvény korlátos $[a, b]$-n, akkor integrálható is $[a, b]$-n.

(b) Ha az f függvény folytonos $[a, b]$-n, akkor integrálható is $[a, b]$-n.

(c) Ha az f függvény integrálható $[a, b]$-n, akkor folytonos is $[a, b]$-n.

(d) Ha az f függvény integrálható $[a, b]$-n, akkor az integrálközelítő-összeg mindig megegyezik az $[a, b]$-n vett integrállal.

2. $\displaystyle\int_{-1}^{2} x^2 dx =$

(a) 3 (b) 8/3 (c) 2 (d) 7/3

3. Adott egy test, amelynek a pontjai 0 és 2 magasság között vannak pontjai, és amelyet minden $0 \leq x \leq 2$-re az x magasságban menő vízszintes sík egy $3x$ oldalú négyzetlapban metsz. Mennyi a test térfogata?

(a) 6 (b) 12 (c) 24 (d) 36

4. Tegyük fel, hogy az f injektív függvény differenciálható a-ban és $f'(a) \neq 0$. Ekkor

(a) $\left(f^{-1}\right)'(a) = \dfrac{1}{f'(a)}$ (b) $\left(f^{-1}\right)'(a) = \dfrac{1}{f'(f(a))}$

(c) $\left(f^{-1}\right)'(f(a)) = \dfrac{1}{f'(a)}$ (d) $\left(f^{-1}\right)'(f(a)) = \dfrac{1}{f'(f(a))}$

5. $\arccos(-1) =$

(a) 0 (b) $-\pi$ (c) $-\dfrac{\pi}{2}$ (d) π

6. Melyik igaz?

(a) Van olyan x valós szám, amelyre $\sin(\arcsin x) \neq x$.

(b) Van olyan x valós szám, amelyre $\arcsin(\sin x) \neq x$.

(c) Ha $\sin x = \sin y$, akkor $x = y$.

(d) Ha $\operatorname{tg} x = \operatorname{tg} y$, akkor $x = y$.

7. $\square$ 8. $\square$ 9. $\square$ 10. $\square$ 11. $\square$ 12. $\square$ 13. $\square$

---

7. $(\arcsin x)' = ?$

(a) $\arccos x$ (b) $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ (c) $\dfrac{1}{1+x^2}$ (d) $-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

8. $\lim\limits_{x\to 0+} \ln x = ?$

(a) $-\infty$ (b) ∞ (c) 0 (d) 1

9. $\displaystyle\int_0^2 3^x dx = ?$

(a) $8\ln 3$ (b) $\dfrac{8}{\ln 3}$ (c) $\dfrac{9}{2}$ (d) 8

10. Tegyük fel, hogy f és g integrálhatóak $[a, b)$ minden korlátos zárt intervallumában, és $0 \le f(x) \le g(x)$ minden $x \in [a, b)$-re. Melyik igaz?

(a) Ha $\int_a^b f(x)dx$ konvergens, akkor $\int_a^b g(x)dx$ is konvergens.

(b) Ha $\int_a^b f(x)dx$ divergens, akkor $\int_a^b g(x)dx$ is divergens.

(c) Ha $\int_a^b f(x)dx$ divergens, akkor $\int_a^b g(x)dx$ konvergens.

(d) Ha $\int_a^b f(x)dx$ konvergens, akkor $\int_a^b g(x)dx$ divergens.

11. Melyik a helyes befejezése a definíciónak? A $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ végtelen sort akkor mondjuk konvergensnek, ha

(a) az (a_n) sorozat konvergens.

(b) $a_n \to 0$.

(c) az $s_n = a_1 + \ldots + a_n$ sorozat konvergens.

(d) az $s_n = a_1 + \ldots + a_n$ sorozat tart 0-hoz.

12. Mennyi állítás **hamis**?

(a) Ha a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ sor abszolút konvergens, akkor $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergens.

(b) Ha a $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ sor konvergens, akkor $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ abszolút konvergens.

(c) Ha a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ sor abszolút konvergens, akkor $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ konvergens.

(d) Ha a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ konvergens, akkor $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ abszolút konvergens.

13. Melyik **divergens**?

(a) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$ (b) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{3/2}}$ (c) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{2/3}}$ (d) $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n}$

I. Matematika BSc, Kalkulus 2., MINTAVIZSGA

Második rész **2011. ...**

Minden feladatot **külön lapra** *írjanak, a 2a és 2b feladatokat is, és mindegyikre írják rá a nevüket!*

Csak annak a dolgozatát értékeljük, aki a feleletválasztós első részben legalább 10 helyes választ adott.

A dolgozat elkészítéséhez semmilyen segédeszköz sem használható! Mobiltelefont elővenni tilos!

Jó munkát!

1. (20 pont) Mondja ki az alábbi témakörben tanult definíciókat és állításokat (derüljön ki, hogy melyik micsoda!), és mutasson példákat:
Newton-Leibniz tétel (mindkét része)

2.

(a) (8 pont) Melyik az a legkisebb szám (ha van ilyen), amelyik előáll a^a alakban valamilyen pozitív valós a számra?

(b) (12 pont)

$$\int \frac{2x^5 + 13x^3 + 12x - 4}{x^4 + 4x^2} dx = ?$$

3. Mondja ki (3 pont) és bizonyítsa be (11 pont) a határozott integrál helyettesítéses intágrálásáról szóló tételt!

Az első rész tesztfeladataira jár még annyiszor 2 pont, amennyivel több volt a helyes válaszok száma 10-nél.

Ponthatárok:

0 - 19: elégtelen
20 - 29: elégséges
30 - 39: közepes
40 - 49: jó
50 - 60: jeles

Dolgozatok kiosztása és jegybeírás*: ekkor és ekkor itt és itt.*