2006-2007/I. félév

I. matematika BSc Analízis alapszint vizsgadolgozat

2007 január 16.

A négy feladatot négy külön lapra írják!

Csak annak a dolgozatát értékeljük, aki a beugró feladatsoron legalább 10 helyes választ adott!

Jó munkát!

1. (14 pont) Mondja ki az alábbi témában tanult definíciókat és tételeket (bizonyítás nélkül)!

   Monoton sorozatok és határérték, az e szám, részsorozatok, Bolzano-Weierstrass tétel, Cauchy kritérium.

2. (10 pont) Határozza meg az alábbi határértéket, ha létezik! (A lépéseket természetesen indokolni kell!)

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{3^n + n}}{\sqrt[n]{n} + \sqrt[n]{3}}$$

3. (10 pont) Az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvényről tudjuk, hogy $\lim_{n\to\infty} f(x_n) = f(\lim_{n\to\infty} x_n)$ teljesül minden konvergens (x_n) sorozatra. Bizonyítsuk be, hogy f-nek van maximuma és minimuma minden korlátos zárt intervallumban.

   (A bizonyítás során felhasznált tételeket külön ki kell mondani pontosan!)

4. a) Mondja ki (2 pont) és bizonyítsa be (9 pont) a Bernoulli egyenlőtlenségről szóló tételt!

   b) Bizonyítsa be (9 pont), hogy ha f és g folytonos az a pontban, akkor $f + g$ is folytonos a-ban!

   (Az előadáson az itt bizonyítandó állításnál korábban belátott tételeket szabad bizonyítás nélkül használni, elég azokat kimondani.)

A beugró feladatosorra jár még annyiszor 2 pont, amennyivel több volt a helyes válaszok száma 10-nél.

Ponthatárok:
0-19: elégtelen
20-29: elégséges
30-39: közepes
40-49: jó
50-60: jeles

A dolgozatokat kiosztani és a jegyeket az indexbe beírni január 18-án 15:00-kor fogjuk a Déli épület 0-803 Szabó József teremben.