

2008-2009/I. félév

I. matematika BSc Analízis alapszint vizsgadolgozat

2009. január 6.

**A négy feladatot négy külön lapra írják!**

**Csak annak a dolgozatát értékeljük, aki a beugró feladatsoron legalább 10 helyes választ adott!**

Jó munkát!

1. (14 pont) Mondja ki az alábbi témában tanult definíciókat és tételeket (bizonyítás nélkül)!

Korlátos halmazok, teljességi axióma, szuprémum és infimum, maximum és minimum, intervallumok

2. (10 pont) Határozza meg az alábbi sorozat határértékét, ha létezik!

(Természetesen indokolni kell!)

$$\frac{n^3 + 3^n}{n^2 + 2^n} + \frac{\sqrt[n]{n}}{\sqrt{n}}$$

3. (10 pont) Tegyük fel, hogy az  $f \in C[a, b]$  függvény monoton nő az  $[a, b]$  intervallumban. Következik-e ebből, hogy az értékkészlete  $[f(a), f(b)]$  ?

(A bizonyítás során felhasznált tételeket külön ki kell mondani pontosan!)

4. a) Bizonyítsa be (9 pont), hogy az

$$\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$$

sorozat konvergens!

- b) Mondja ki (2 pont) és bizonyítsa be (9 pont) a (véges helyen véges határértékről szóló) átviteli elvet!

A beugró feladatsorra jár még annyiszor 2 pont, amennyivel több volt a helyes válaszok száma 10-nél.

Ponthatárok:

0-19: elégtelen

20-29: elégséges

30-39: közepes

40-49: jó

50-60: jeles

A dolgozatokat kiosztani és a jegyeket az indexbe beírni holnap (január 7-én) 14:00 és 15:00 között fogja Laczkovich Miklós a szobájában (3.420).