

Hogyan lehetne igazságosabban eldönteni a holtversenyt a sakkolimpián?

Szakedolgozat

Írta: Náray Miklós

Matematika szak
Alkalmazott matematikus szakirány

Témavezető:

Dr. Keleti Tamás, tanszékvezető egyetemi tanár

Analízis Tanszék

Eötvös Loránd Tudományegyetem, Természettudományi Kar



Eötvös Loránd Tudományegyetem

Természettudományi Kar

Budapest, 2020

Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretném megköszönni témavezetőmnek, Keleti Tamásnak, hogy remek meglátásaival segítette dolgozatomat. Segítsége és határtalan türelme nélkül ez a mű nem jöhetett volna létre.

Szeretném továbbá megköszönni a családomnak a kitartó támogatást, melyet az évek során kaptam tőlük.

Külön köszönet illeti Nádházi Hajnalkát, aki konstruktív megjegyzéseivel és biztatásával segítette a munkámat.

Tartalomjegyzék

Bevezetés	5
1. A sakkolimpia bemutatása	6
2. A lebonyolítási rendszer bemutatása	7
2.1. Fogalmak	7
2.1.1. Csapatok felépítése és pontozási definíciók	7
2.1.2. ELO-pont / ELO-pontrendszer	8
2.1.3. Kiemelés	10
2.2. Párosítási rendszer	10
2.2.1. Erőssorrend	10
2.2.2. Célok	10
2.2.3. Párosítás	11
2.3. Pontozási rendszer	13
2.3.1. Tiebreaker pontok megállapítása	13
2.4. Megjegyzések a modellezéshez	14
3. A sakkolimpia modellezése	16
3.1. A sakkolimpia bemenete	16
3.1.1. Játékos	16
3.1.2. Csapat	17
3.1.3. Sakkolimpia	17
3.2. A sakkolimpia bemenetének generálása	17
3.2.1. Konkrét $g \in G$ meghatározása	18
3.3. A sakkolimpia szimulálása	20
3.3.1. Aktuális ellenfelek párosítása a svájci rendszer segítségével	21
3.3.2. Két csapat mérkőzésének szimulálása	21
3.3.3. Egy játszma szimulálása	21
4. Elemzés	24
4.1. A jelenlegi TB2 pontozás	24

4.2.	A TB2 pontozás általánosítása	28
4.3.	Új pontozófüggvény	28
4.4.	Az új és az eredeti pontozófüggvény összehasonlítása	30
4.4.1.	Mikor mondhatjuk, hogy két csapat közül az egyik jobban játszott?	31
4.4.2.	Mikor lesz egy TB2 pontozás effektívebb mint egy másik? . . .	31
4.4.3.	Szimulációs eredmények	32
4.5.	Diszkusszió	35
4.5.1.	Egy gyakorlati kitekintés	35
4.5.2.	További kutatási irányok	36
	Függelék	37
	Irodalomjegyzék	44

Bevezetés

"Ha látsz egy jó lépést, keress egy még jobbat!"

Emanuel Lasker

A *sakkolimpiát* a legrangosabb nemzetközi sakkversenyek között jegyzik. Ezen a versenyen 2012 óta minden alkalommal több mint 150 férfi¹ és 120 női csapat méreteti meg magát ([2]). Így aztán nem meglepő, hogy a sakkvilág kiemelt érdeklődéssel követi a kétévente megrendezésre kerülő versenyt.

A széleskörű figyelemnek köszönhetően nagy elismeréssel jár a (rendre a legjobb férfi és női csapatnak járó) "Nemzetközi Hamilton-Russell Kupa" és a "Nemzetközi Vera Menchik Kupa" elnyerése ([8]). Nem mellékes továbbá a többi dobogós hely, és a további élvonalbeli helyezések sorsa sem. Éppen ezért fontos tudni, hogy a lebonyolítási rendszerek (akár változatlan teljesítmény mellett) hogyan befolyásolhatják a csapatok végső sorrendjét.

Dolgozatom fő célja, hogy a holtversenyek eldöntéséhez használt egyik mechanizmust, a Tiebreaker 2 pontokat (TB2 pontozást) megvizsgáljam hatékonyság és javíthatóság szempontjából.

Dolgozatom első fejezetében röviden ismertetem a sakkolimpia hátterét.

Dolgozatom második fejezetében bemutatom a jelenlegi lebonyolítási rendszert (mind a párosítási, mint a pontozási rendszert). Kitérek a holtversenyek eldöntésének mechanizmusára.

Dolgozatom harmadik fejezetében modellt alkotok a sakkolimpia jelenlegi lebonyolítási rendszerére, formalizálom a modellt, és megmutatom, hogyan lehet egy sakkolimpia lefolyását szimulálni számítógépen.

Dolgozatom negyedik részében a szimulációs lehetőségeket kihasználva megvizsgálom a jelenlegi rendszer működését. Az elemzés fókuszába a TB2 pontozást helyezem, célom a pontozás általánosítása és potenciálisan egy effektívebb holtverseny eldöntési módszer kidolgozása.

¹Ezen a ponton szeretnénk megjegyezni, hogy bár míg a női tornán csak nők indulhatnak, addig a férfi tornán a férfiak és a nők indulása is megengedett.

1. fejezet

A sakkolimpia bemutatása

A sakkolimpia egy kétévente megrendezésre kerülő sakk bajnokság, melyet a Nemzetközi Sakkszövetség (FIDE) szervez. Mivel ez a sakk területének legrangosabb csapat-világversenye, így nem meglepő módon minden nemzet a lehető legerősebb csapatot igyekszik indítani. Így rendszerint a világ legjobb játékosai indulnak a sakkolimpián. ([5])

Az első sakkolimpiát 1927-ben rendezték, Londonban. Ezen 16 tagszervezet vett részt, összesen 70 sakkjátékos. Ezen a versenyen csak férfiak indultak. Az első sakkolimpiát, melyen nők is részt vettek, 1957-ben tartották, Emmenben. Ezen a versenyen 21 női csapat vett részt. ([12])

Minden, a FIDE által elismert tagszervezet indíthat csapatot a sakkolimpiára. A tagszervezetek „határai” azonban nem feltétlenül esnek egybe az országok közigazgatási határaival. Például az Egyesült Királyság mind a négy tagországa küldhet csapatot. Adott esetben egy ország több csapatot is indíthat (például a házigazda ország akár hármat is.) ([4])

Eleinte minden csapat játszott minden csapat ellen, azonban ez az évek során - ahogy nőtt a jelentkező csapatok száma - tarthatatlan lett. Kezdetben a kiemelés is a verseny kezdete előtt történt, azonban hasonló okokból ezzel is problémák merültek fel. Mindezek elkerülése végett, 1976-tól a svájci rendszert kezdték alkalmazni. ([4])

Bár 1999 júniusa óta a Nemzetközi Olimpiai Bizottság elismeri a FIDE-t és elfogadott sportként¹ tartja számon a sakkot, a sakk mégsem olimpiai sportág. A sakkolimpia elnevezésnek historikus okai vannak, a sakkolimpia maga nem köthető az Olimpiai játékokhoz. ([5])

¹a NOB elismeri a FIDE-t a sakk igazgató testületének, azonban a sakk nem része az olimpiai programnak ([13])

2. fejezet

A lebonyolítási rendszer bemutatása

A lebonyolítás részletes protokollja megtalálható ([7]) és ([8]) alatt. A továbbiakban a kutatásban lényeges szerepet játszó részek ismertetése következik.

A sakkolimpia lebonyolítását két fontos rendszer vezérli: a **Párosítási rendszer** és a **Pontozási rendszer** rendszer.

A Párosítási rendszer párosítja a soron következő fordulóban az egymás ellen meccset játszó csapatokat, különböző kritériumok alapján.

A Pontozási rendszer feladata, hogy egy-egy forduló után a csapatoknak pontot osszon a teljesítményük alapján. Szintén a pontozási rendszer felelős azért, hogy az összes forduló végeztével megállapítsa a csapatok végső sorrendjét.

A két rendszer nem feltétlenül független egymástól - a párosítási rendszer felhasznál(hat)ja a pontozási rendszer által megállapított aktuális pontokat, aktuális helyezést.

Ahhoz, hogy jobban megérthessük a két rendszer működését, először érdemes néhány fogalmat tisztázni.

2.1. Fogalmak

2.1.1. Csapatok felépítése és pontozási definíciók

A sakkolimpián 4 fős csapatok játszanak egymás ellen. Egy csapat a verseny kezdete előtt rangsorolja játékosait (ez ([8] 6.3.8.4) alapján tetszőleges sorrendet jelenthet, de általában a a játékosok ELO-pontszáma alapján történik, ld. 2.1.2). Ez a rangsor határozza meg, hogy ki játszik az első, második, harmadik, illetve negyedik táblán - ezt később nem lehet módosítani.

Egy fordulóban minden csapat pontosan egy másik csapattal vív egy **meccset**¹. Egy meccsen az elsőtáblások, másodtáblások, stb., rendre egymás ellen játszanak egy **játszmát**.

Egy-egy táblán a győzelem 1, a döntetlen $\frac{1}{2}$ **táblapontot** ér. A forduló végén összegzik egy csapat táblapontjait, és összevetik az ellenfél csapatéval. Ha valamelyik csapatnak sikerült több táblapontot elérnie az ellenfelénél, azért 2 **mérkőzéspont** jár. Döntetlen (2 - 2 táblapont) esetén a csapatok 1 - 1 mérkőzéspontot kapnak.

2.1.2. ELO-pont / ELO-pontrendszer

A sakkolimpia minden résztvevője rendelkezik ELO-ponttal². Az ELO-pontrendszer a játékosok játékerősségének számszerűsítésére hivatott. A rendszer úgy lett kialakítva ([9] 8), hogy egy játszmában a játékosok által elért táblapont várható értéke a 2.1 táblázat szerint alakuljon.

A versenyeken pontosan a táblázat értékei alapján számolnak, interpolálás nélkül. Azonban a táblázat értékeire jó becslést ad a következő képlet ([9] 12.1): Tegyük fel, hogy A és B játszik egymás ellen egy játszmát, ELO-pontjaik rendre ELO_A és ELO_B . Ekkor az A által elért táblapontok várható értéke:

$$\mathbb{E}(GP_A) = \frac{1}{1 + 10^{\left(\frac{ELO_B - ELO_A}{400}\right)}} \quad (2.1)$$

Fontos megemlíteni a következőt: Tegyük fel, hogy A ELO-pontja 366-tal több mint B ELO-pontja, és 10 játszmát játszanak egymás ellen. Ekkor, bár a táblázat alapján A várhatóan 9 táblapontot ér el, arról (csupán a fentiek ismeretében) semmit nem tudunk mondani, hogy vajon a {9 győzelem, 1 vereség} vagy a {8 győzelem, 2 döntetlen} kimenet a valószínűbb.

¹elteltekintve az erőnyerő csapatoktól

²Nevét Élő Árpád magyar születésű amerikai sakkozóról kapta, aki kidolgozta a rendszert ([6])

ELO-pont különbség	Várható táblapont		ELO-pont különbség	Várható táblapont	
	<i>Erősebb</i>	<i>Gyengébb</i>		<i>Erősebb</i>	<i>Gyengébb</i>
0-3	0.5	0.5	198-206	0.76	0.24
4-10	0.51	0.49	207-215	0.77	0.23
11-17	0.52	0.48	216-225	0.78	0.22
18-25	0.53	0.47	226-235	0.79	0.21
26-32	0.54	0.46	236-245	0.8	0.2
33-39	0.55	0.45	246-256	0.81	0.19
40-46	0.56	0.44	257-267	0.82	0.18
47-53	0.57	0.43	268-278	0.83	0.17
54-61	0.58	0.42	279-290	0.84	0.16
62-68	0.59	0.41	291-302	0.85	0.15
69-76	0.6	0.4	303-315	0.86	0.14
77-83	0.61	0.39	316-328	0.87	0.13
84-91	0.62	0.38	329-344	0.88	0.12
92-98	0.63	0.37	345-357	0.89	0.11
99-106	0.64	0.36	358-374	0.9	0.1
107-113	0.65	0.35	375-391	0.91	0.09
114-121	0.66	0.34	392-411	0.92	0.08
122-129	0.67	0.33	412-432	0.93	0.07
130-137	0.68	0.32	433-456	0.94	0.06
138-145	0.69	0.31	457-484	0.95	0.05
146-153	0.7	0.3	485-517	0.96	0.04
154-162	0.71	0.29	518-559	0.97	0.03
163-170	0.72	0.28	560-619	0.98	0.02
171-179	0.73	0.27	620-735	0.99	0.01
180-188	0.74	0.26	>735	1	0
189-197	0.75	0.25			

2.1. táblázat. Várható táblapontok az ELO-pontszám alapján ([9] 8.1b)

2.1.3. Kiemelés

Ahhoz, hogy a Párosítási rendszer elvégezhesse a feladatát, minden egyes forduló előtt sorba kell tudni raknia a csapatokat, erősortrendet kell tudnia konstruálnia. Ebben a Pontozási rendszer segítségére lesz, azonban az *első forduló előtt* semmilyen információ nem áll rendelkezésre a csapatok aktuális teljesítményéről. Amikor az aktuális teljesítmény alapján nem lehet rangsorolni a csapatokat, akkor jön jól egy, már a verseny kezdete előtt megállapított erősortrend, ez a **kiemelés**. ([7] 8) alapján a csapatokat ilyenkor a játékosaik ELO-pontszámainak átlaga alapján kell rangsorolni: a legnagyobb átlagos ELO-pontszámú csapat lesz az első ('legerősebb') csapat, majd csökkenő sorrendben követi őt a többi csapat.

2.2. Párosítási rendszer

A párosítási rendszer a következő algoritmus alapján határozza meg, hogy az aktuális fordulóban ki játszik ki ellen. A sakkolimpia a svájci rendszert használja párosítási rendszerként.

2.2.1. Erősortrend

Az első lépés a csapatok sorrendezése minden forduló elején. Ez a következő módon történik ([7] 10) (a sorrend első helyére fog kerülni a 'legerősebb' csapat):

- Megszerzett mérkőzés pontok alapján csökkenő sorrendben
- Megszerzett táblapontok összege alapján csökkenő sorrendben
- Kiemelés alapján megállapított (csökkenő) sorrendben

Ez a sorrend lesz az **erősortrend**.

2.2.2. Célok

A párosítás a következő célokat tartja szem előtt:

- Két csapat egymás ellen legfeljebb egyszer játsszon ([7] 10)
- Bármely két összekerülő csapat esetén a megszerzett mérkőzés pontok különbsége lehetőleg 0 legyen. Ha ez nem lehetséges, akkor legyen a különbség minimalizálva. ([7] 16/a))

2.2.3. Párosítás

Pontcsoportok

Kezdetben az elért mérkőzésponatok alapján csoportokba sorolják a csapatokat. Egy pontcsoportba kerül minden olyan csapat, amely ugyanannyi mérkőzésponatot szerzett ([7] 18).

Középső pontcsoport

Legyen a **medián csapat** páratlan csapatszám esetén az erőssorrend alapján medián csapat, páros csapatszám esetén az erőssorrend alapján gyengébbnek sorolt medián csapat. Ekkor a középső pontcsoport definíció szerint az a pontcsoport lesz, ahova kezdetben a medián csapat sorolva lett. ([7] 19)

A pontcsoportok bejárásának sorrendje

Tegyük fel, hogy L pontcsoport van, ebből az M -ik a középső pontcsoport. Legyenek ekkor 1-től $M - 1$ -ig a **felső pontcsoportok**, $M + 1$ -től L -ig az **alsó pontcsoportok**. Ekkor a következő sorrendbe rakjuk a pontcsoportokat: 1, 2, 3, ..., $M - 2$, $M - 1$, L , $L - 1$, $L - 2$, ..., $M + 2$, $M + 1$, M (azaz: először a felső pontcsoportok gyengülő sorrendben, utána az alsó pontcsoportok erősödő sorrendben, végül a *középső pontcsoport*.) ([7] 19) Majd a pontcsoportokon sorban végigmegyünk, és minden pontcsoporton belül elvégezzük a csapatok párosítását.

A pontcsoportokon belüli párosítások

A pontcsoportokon belül jóldefiniált a csapatok indexének ("első csapat", "második csapat" ...) fogalma, az erőssorrend alapján. Ha egy pontcsoporton belül páratlan sok csoport van, akkor a pontcsoport **megoldhatatlan**. Ha egy pontcsoporton belül páros sok csapat van - legyen a csapatok száma $2n$ -, akkor az első csapatot összepárosítjuk egy olyan másik csapattal melyre igaz, hogy:

1. A két csapat még nem játszott egymással.
2. A két csapat összepárosítása nem eredményez később egy *megoldhatatlan* pontcsoportot.

Ezen másik csoport indexe a következő sorozat első olyan eleme, mely esetén teljesülnek a fenti feltételek: $n + 1, n + 2, \dots, 2n, n - 1, n - 2, \dots, 3, 2$. ([7] 39) Ha ezen lista egyetlen indexe sem ad kielégítő csapatot, akkor a pontcsoport **megoldhatatlan**.

Megoldhatatlan pontcsoportok kezelése

A megoldhatatlan pontcsoportok feloldása a **csúsztatás** segítségével történik. Egy adott csapat egy (a jelenlegiétől különböző) pontcsoportba áthelyezhető - *csúsztatható* - avégett, hogy így eltűnjenek a megoldhatatlan pontcsoportok. Tegyük fel, hogy a P -ik pontcsoport megoldhatatlan, n csapattal. Ekkor a pontcsoport kezelésekor különbséget kell tenni abban, hogy a pontcsoport *felső* vagy *alsó* pontcsoportbeli ($P < M$ vagy $P > M$). A fentiek mellett a következő módon oldható fel a megoldhatatlanság ([7] J):

Ha felső pontcsoportba tartozik:

1. A pontcsoport leggyengébbnek rangsorolt csapatát kell egy pontcsoporttal lejjebb csúsztatni.
2. Ha ez még mindig megoldhatatlansághoz vezet, akkor az utolsó csapat helyett az i . indexű csapatot kell lecsúsztatni egy pontcsoporttal (cél: i maximális).
3. Ha ez $\forall i$ -re megoldhatatlansághoz vezet, akkor az i . indexű csapatot kell lecsúsztatni j pontcsoporttal (cél: $1 \leq j \leq M - P$ minimális, $1 \leq i \leq n$ maximális).
4. Ha ez $\forall i, j$ -re megoldhatatlansághoz vezet, akkor k csapatot kell lecsúsztatni a következő módon: az $i_x|_{1 \leq x \leq k}$ csapatot $j_y|_{1 \leq y \leq k}$ pontcsoporttal kell lecsúsztatni (cél: $1 \leq k \leq n$ minimális, $1 \leq j_1 \leq M - P$ minimális, $1 \leq i_1 \leq n$ maximális, ..., $1 \leq j_k \leq M - P$ minimális, $1 \leq i_k \leq n$ maximális).

Ha alsó pontcsoportba tartozik:

1. A pontcsoport legerősebbnek rangsorolt csapatát kell egy pontcsoporttal feljebb csúsztatni.
2. Ha ez még mindig megoldhatatlansághoz vezet, akkor az első csapat helyett az i . indexű csapatot kell felcsúsztatni egy pontcsoporttal (cél: i minimális).
3. Ha ez $\forall i$ -re megoldhatatlansághoz vezet, akkor az i . indexű csapatot kell felcsúsztatni j pontcsoporttal (cél: $1 \leq j \leq P - M$ minimális, $1 \leq i \leq n$ minimális).
4. Ha ez $\forall i, j$ -re megoldhatatlansághoz vezet, akkor k csapatot kell felcsúsztatni a következő módon: az $i_x|_{1 \leq x \leq k}$ csapatot $j_y|_{1 \leq y \leq k}$ pontcsoporttal kell felcsúsztatni (cél: $1 \leq k \leq n$ minimális, $1 \leq j_1 \leq P - M$ minimális, $1 \leq i_1 \leq n$ minimális, ..., $1 \leq j_k \leq P - M$ minimális, $1 \leq i_k \leq n$ minimális).

2.3. Pontozási rendszer

A fordulók végeztével a pontozási rendszer hivatott megállapítani a végső sorrendet. A sorrend felállítása a következő algoritmus segítségével történik:

- Minden csapathoz hozzárendelünk pontosan egy $\{TB1, TB, TB3, TB4\}$ számnégyest (**tiebreaker pontok**).
- A csapatokat sorba rendezzük a következő kritériumok mentén ([7] 14):
 1. TB1 szerint csökkenő
 2. TB2 szerint csökkenő
 3. TB3 szerint csökkenő
 4. TB4 szerint csökkenő

A sorrend elején végző csapat lesz a 'legerősebb'/győztes csapat. Fontos megjegyezni, hogy bár ez a sorrend csupán a verseny befejeztével véglegesedik, a fenti algoritmus két forduló között is elvégezhető, hogy jobb képet kapjunk a verseny aktuális állásáról.

2.3.1. Tiebreaker pontok megállapítása

T1

A csapat által szerzett mérkőzéspontok.

T2

A csapat redukált Sonneborn-Berger pontja, mely a következő módon számolható ([7] 14/a)):

- Gyűjtsük össze a csapat összes ellenfelét.
- Hagyjuk el a leggyengébb ellenfelet. (Ez a legkevesebb mérkőzésponttal rendelkező ellenfél, ha ilyenből több is van, akkor ezek közül a legkevesebb táblaponttal rendelkező.)
- A megmaradt ellenfelek által elért mérkőzéspontokat skalárszorozzuk össze az ellenük rendre elért táblapontok vektorával.
- Az (skalár) eredmény lesz a redukált Sonneborn-Berger pont.

T3

A csapat által szerzett táblapontok összege ([7] 14/b)).

T4

A csapat redukált Ellenfél-átlagerő pontja, mely a következő módon számolható ([7] 14/c)):

- Gyűjtsük össze a csapat összes ellenfelét.
- Hagyjuk el a leggyengébb ellenfelet. (Ez a legkevesebb mérkőzésponttal rendelkező ellenfél, ha ilyenből több is van, akkor ezek közül a legkevesebb táblaponttal rendelkező.)
- A megmaradt ellenfelek által elért mérkőzéspontok összege lesz a redukált Ellenfél-átlagerő pont.

2.4. Megjegyzések a modellezéshez

A fentiek nem ismertetik a sakkolimpia azon aspektusait, amelyeket - habár modellezésünkben nem fognak szerepet játszani - egy való életben lezajló sakkverseny elengedhetetlen, hogy szabályozza. Ilyenek a következők:

- A színkiosztás - azaz, hogy a párosítás megléte után az egyes csapatok játékosai milyen színű figurákkal játszanak. Mindkét csapat váltott színű figurákat irányít (azaz az egyik csapat rendre világos-sötét-világos-sötét bábukkal játszik, az ellenfele pedig ezek inverzével). Azt, hogy melyik csapat melyik kiosztást kapja, külön algoritmus vezérli. ([7] I)) Mivel azonban a modell nem tesz különbséget abban, hogy melyik játékos milyen színű figurákat irányít, így erre a színkiosztásra indifferens lesz.
- Erőnyerők (páratlan számú csapat esetén, fordulónként egy csapatnak nem jut ellenfél, így 'automatikusan nyer') kiválasztása és kezelése. ([7] E))
- Cserejátékos: szinte minden csapat indít cserejátékost, és gyakorlatilag az összes csapat használja is ([11]) (pl. a legtöbb élcsapat az első körben - amikor a svájci rendszer párosítási rendszere miatt amúgy is egy gyengébb csapat ellen játszik - az első táblás játékosát "pihenteti"). Azonban a modellünkben egy csapat mindig 4 (fix) játékosból áll.

- Besorolatlan játékosok: vannak olyan (gyengébb) csapatok, akiknek egyes játékosai nincsenek besorolva (nem rendelkeznek ELO-ponttal). Ez ellentmond a játékosokról feltett tulajdonságoknak. Az ilyen játékosokat az általános tulajdonságok megfigyelésekor figyelmen kívül hagyjuk.
- Lejátszatlan meccsek elkönnyvése. Előfordul, hogy bár a párosítás összesorolt két csapatot, de a csapatoknak mégsem nyílik alkalma, hogy lejátsza a mérkőzést (pl. az egyik csapat nem jelenik meg időben, vagy bojkottálja a mérkőzést). Azonban szükséges, hogy a pontozást és eredmények nyomán követését ilyenkor is folytatni lehessen. ([7] 14))

3. fejezet

A sakkolimpia modellezése

Ahhoz, hogy a tiebreaker pontok hatékonyságát elemezni tudjunk, a teljes sakkolimpiát lebontjuk két csapat mérkőzésére, két csapat mérkőzését pedig játékosok játszmáira. Így képesek leszünk egy sakkolimpiát folyamatában megfigyelni; a kezünkbe kerül egy eszköz, amivel tetszőleges számú versenyt legenerálhatunk. Ez lehetővé teszi, hogy egyrészt a jelenlegi tiebreaker pontok működését megfigyelhessük, másrészt új tiebreaker rendszereket tesztelhessünk.

A továbbiakban a 42., bakui sakkolimpia ([10]) paramétereit fogjuk alapul venni. Ezen a sakkolimpián 180 csapat indult, akik 11 fordulón keresztül mérköztek egymással. A bakui sakkolimpia eredményei megtalálhatóak a Függelék 4.10, 4.11, 4.12 táblázataiban.

Ahhoz, hogy egy teljes sakkolimpia lefolyását tudjuk szimulálni, először definiálnunk kell mit értünk a sakkolimpia bemenetén (3.1) (kiinduló adatán). Utána képesnek kell lennünk legenerálni (3.2) ezt a bemenetet, és meg kell határoznunk egy algoritmust, ami képes ezen bemenetből **szimulálni** a versenyt.

3.1. A sakkolimpia bemenete

3.1.1. Játékos

Egy játékost a továbbiakban az ELO-pontjával fogunk jellemezni:

3.1.1. Definíció. *Játékos:*

$$P := \mathbb{N}^+$$

A kényelem kedvéért vezessük be a következő jelölést:

3.1.2. Definíció.

$$ELO_{p|p \in P} := p$$

3.1.2. Csapat

Tartva magunkat a korábbi értelmezéshez, egy csapat 4 rögzített játékosból áll:

3.1.3. Definíció. *Csapat:*

$$T := P^4$$

Egy csapat erősségét határozza meg a játékosai ELO-pontjának számtani közepe:

3.1.4. Definíció. *Csapat ELO-pont:*

$$ELO_{t=(p_1,p_2,p_3,p_4) | t \in T} := \frac{ELO_{p_1} + ELO_{p_2} + ELO_{p_3} + ELO_{p_4}}{4} \quad (3.1)$$

3.1.3. Sakkolimpia

Egy sakkolimpia elkezdéséhez két dolgot kell ismernünk: hány fordulóból áll a verseny és kik a résztvevő csapatok.

3.1.5. Definíció. *Verseny:*

$$A := \{(\text{round}, \text{participants}, \text{teams}) \mid \text{round} \in \mathbb{N}, \text{participants} \in \mathbb{N}, \text{teams} \in T^{\text{participants}}\}$$

Így $a \in A$ lesz a szimuláció bemenete. Lássuk, hogy állíthatunk elő egy ilyen bemenetet.

3.2. A sakkolimpia bemenetének generálása

A bakui sakkolimpia indulóit megfigyelve ([11]) láthatjuk, hogy a csapat ELO-pontok 1700 és 2800 közé esnek¹.

Észrevehetjük továbbá, hogy a csapat ELO-pontok jól követik a későbbi helyezéseket - azonban helyenként vannak eltérések. Ez a megfigyelés persze még nem pontos definíció, de szolgáltatja az ötletet a csapatok generálásának következő algoritmusához:

1. Először állítsunk elő minden leendő csapathoz egy *a priori* csapat ELO-pontot (még egyelőre anélkül, hogy a csapat rendelkezne tagokkal). Jelölje egy $t \in T$ csapathoz rendelt *a priori* ELO-pontot ELO_t^* .

Ez az *a priori* csapat ELO-pont fogja meghatározni, hogy a - következő pontban részletezett - csapatgenerálás során milyen várható erősségű legyen egy-egy csapat. Tegyük fel, hogy az *a priori* csapat ELO-pontokat egy X valószínűségi változó mintavételezéséből kapjuk.

¹Kivételt képez ez alól *Szváziföld* csapata. A játékosok ELO-pontja: (1516, 1592, 1615, 1447), a csapat ELO-pont átlaga: 1543

2. Az *a priori* csapat ELO-pontok segítségével generáljuk le a csapatokat.

Tegyük fel, hogy rendelkezünk egy $Y : ELO_t^* \mapsto Y_{ELO_t^*}$ függvénnyel, ahol $Y_{ELO_t^*}$ egy valószínűségi változó (*vv.*), melyre

$$\mathbb{E}(Y_{ELO_t^*}) = ELO_t^* \quad (3.2)$$

Ekkor adott $t \in T$ csapat esetén le tudjuk generálni a csapat négy játékosát az $Y(ELO_t^*)$ által előállított valószínűségi változó mintavételezésével.

3. Számítsuk ki az *a posteriori* csapat ELO-pontokat a definiált (3.1.4) módon.

Ez az érték lesz, ami ténylegesen jellemezni fogja a csapat erősségét.

4. Az Y -ra adott feltétel garantálja minden csapat esetén az *a posteriori* csapat ELO-pont várható értékének egyezését az *a priori* csapat ELO-ponttal.

Ezen algoritmus segítségével *participants*, X és $Y_{t|1 \leq t \leq participants}$ ismeretében le tudjuk generálni *teams* $\in T^{participants}$ -t. Ezt összevetve a verseny definíciójával (3.1.5), a következőkre van szükségünk $a \in A$ előállításához:

3.2.1. Definíció. *Generátor:*

$G := \{(round, participants, X, Y) \mid round \in \mathbb{N}, participants \in \mathbb{N}, X \text{ vv.}, Y : \mathbb{R} \rightarrow \text{vv.}\}$
(Y -ra fennál 3.2)

Így $g \in G$ ismeretében a fenti algoritmust használva megkaphatjuk $a_g \in A$ -t.

3.2.1. Konkrét $g \in G$ meghatározása

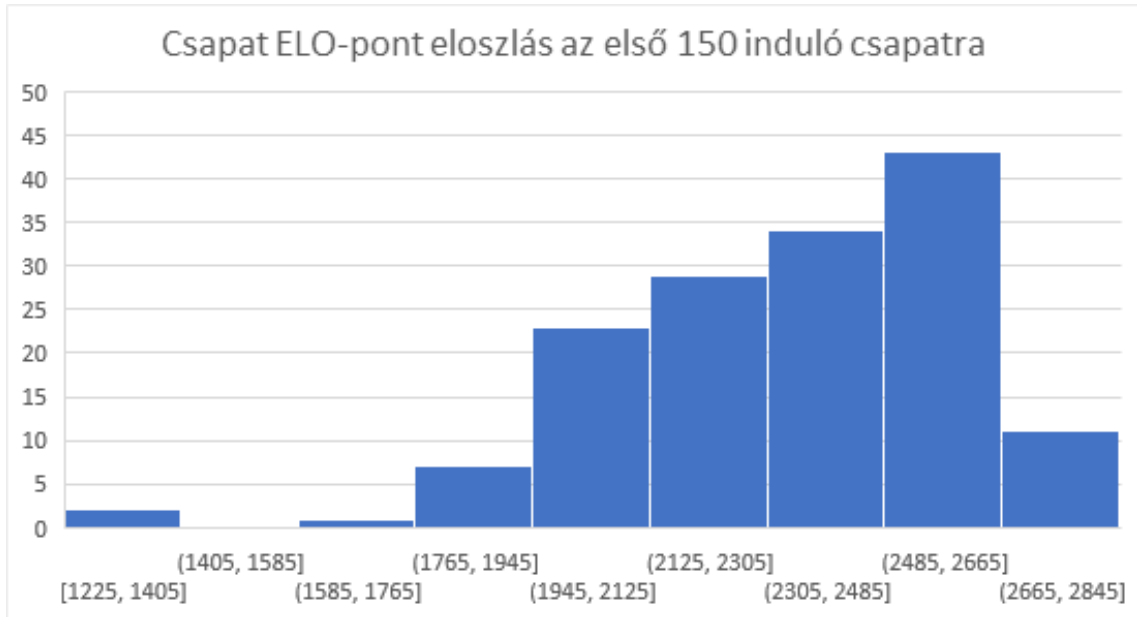
Felmerül a kérdés, hogy milyen g mellett kaphatnánk hasonló versenyt, mint a bakui sakkolimpia.

$round = 11$ ([10])

$participants = 180$ ([10])

X

Az első 150 csapat ELO-pontja ([11]):



3.1. ábra. ELO pontok eloszlása

Azonban szeretnénk több döntelent megfigyelni (a Tiebreaker pontok tesztelése végett), így a fenti eloszlástól eltérően egyenletes eloszlást választunk:

$$X \sim E(1700, 2800)$$

(mint azt korábban megfigyeltük, a csapat ELO-pontok ezen két szám közé esnek)

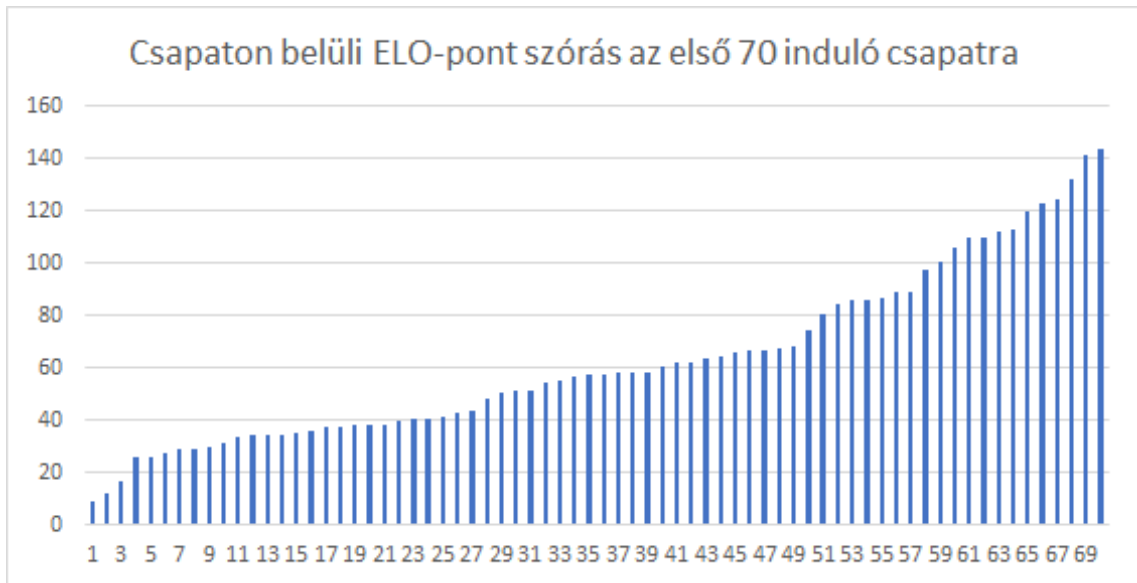
Y

Y meghatározásakor figyelembe kell vennünk, hogy a játékosokat szeretnénk az *a priori* csapat ELO-pont körül elhelyezni, és a várható értékre vonatkozó feltételt (3.2) is tiszteletben tartani.

A következő Y , mely normális eloszlást rendel az *a priori* csapat ELO-ponthez, kielégíti mindkét feltételt:

$$Y : ELO_t^* \mapsto N(ELO_t^*, \sigma^2)$$

A szórás megválasztásához vegyük figyelembe a bakui sakkolimpia első 70 csapatában a játékosok ELO-pontjainak a szórását. (A későbbi csapatokban többször bekerül egy lényegesen gyengébb játékos az utolsó táblás helyre, holott mi az első helyek közötti holtversenyekre szeretnénk koncentrálni.) ([11]):



3.2. ábra. ELO pontok szórása

Ezen szórások átlaga 62.79, így használjuk ezt az átlagos szórást Y meghatározásához:

$$Y : ELO_t^* \mapsto N(ELO_t^*, 62.79^2)$$

A fentieket összegezve, a következő generátor használható, egy bakui sakkolimpiához hasonló sakkolimpia bemenetének generálásához:

$$G \ni g = (11, 180, E(1700, 2800), ELO_t^* \mapsto N(ELO_t^*, 62.79^2))$$

3.3. A sakkolimpia szimulálása

A sakkolimpia szimulálásakor igyekszünk követni a lebonyolítási rendszer ismertetésénél bemutatott folyamatot (2). Ennek lépései minden fordulóban:

1. Sorba rendezzük a csapatokat
2. A svájci rendszer szerint párosítjuk az aktuális ellenfeleket
3. A párosítás által egymás ellen rendelt csapatok lejátszzák a mérkőzést
4. (A forduló eredményei rögzítésre kerülnek)

A szimuláció követi a fenti lépéseket, a következők figyelembe vételével:

3.3.1. Aktuális ellenfelek párosítása a svájci rendszer segítségével

A svájci rendszer megoldhatatlan pontcsoportokra vonatkozó része (2.2.3) részletezi, hogy hogyan oldható meg, hogy később, a középső pontcsoport (2.2.3) feldolgozása során se jussunk olyan helyzetbe, ahol két csapatnak kétszer kell egymás ellen játszania. Azonban, mivel mi elsősorban a tabella tetején álló csapatokra fókuszálunk, így a megoldhatatlan pontcsoportokra vonatkozó algoritmus relaxálásával elkerülhetjük az iteratív algoritmus szükségességét.

A következő relaxációt tesszük: ha egy csapatnak a saját pontcsoportjában már nem találunk ellenfelet, akkor egy pontcsoporttal közelebb csúsztatjuk a középső pontcsoporthoz.

Ha később a középső pontcsoportban már minden lehetőséget kimerítettünk, hogy újrajátszás nélküli mérkőzést találjunk, akkor a megmaradt csoportokat az újrajátszást tiltó feltétel nélkül párosítjuk.

Így a következők történnek:

- A legerősebb (és konzekvensen a leggyengébb) csapatok ugyanolyan minőségű mérkőzéseket kapnak, mind az eredeti rendszer szerint.
- Néhány középmezőnybeli csapat lehetséges, hogy kétszer játszik egymással.
- Nem kell iteratív algoritmust alkalmaznunk a megoldhatatlan pontcsoportok elkerülése végett.

3.3.2. Két csapat mérkőzésének szimulálása

Ha két csapat játszik egymás ellen, akkor a csapatok elsőtáblásai, másodtáblásai, harmadtáblásai és negyedtáblásai rendre egymás ellen játszanak. Így két csapat mérkőzésének szimulálásához az szükséges, hogy két játékos egymás elleni játszmáját tudjuk szimulálni.

3.3.3. Egy játszma szimulálása

Egy játszma szimulálása során a feladatunk adott két játékos ($p_1, p_2 \in P$) mellett megállapítani a következő valószínűségeket:

- w : p_1 nyer
- d : p_1 és p_2 döntetlent játszik
- l : p_1 veszít (nyilván $l = 1 - w - d$)

Ezen változók ismeretében egy $[0, 1]$ feletti egyenletes eloszlás segítségével már tudunk a valószínűségeknek megfelelő véletlenszerű szimulációs eredményt adni. w és d megállapításához két egyenletet fogunk használni.

p_1 várható táblapontja

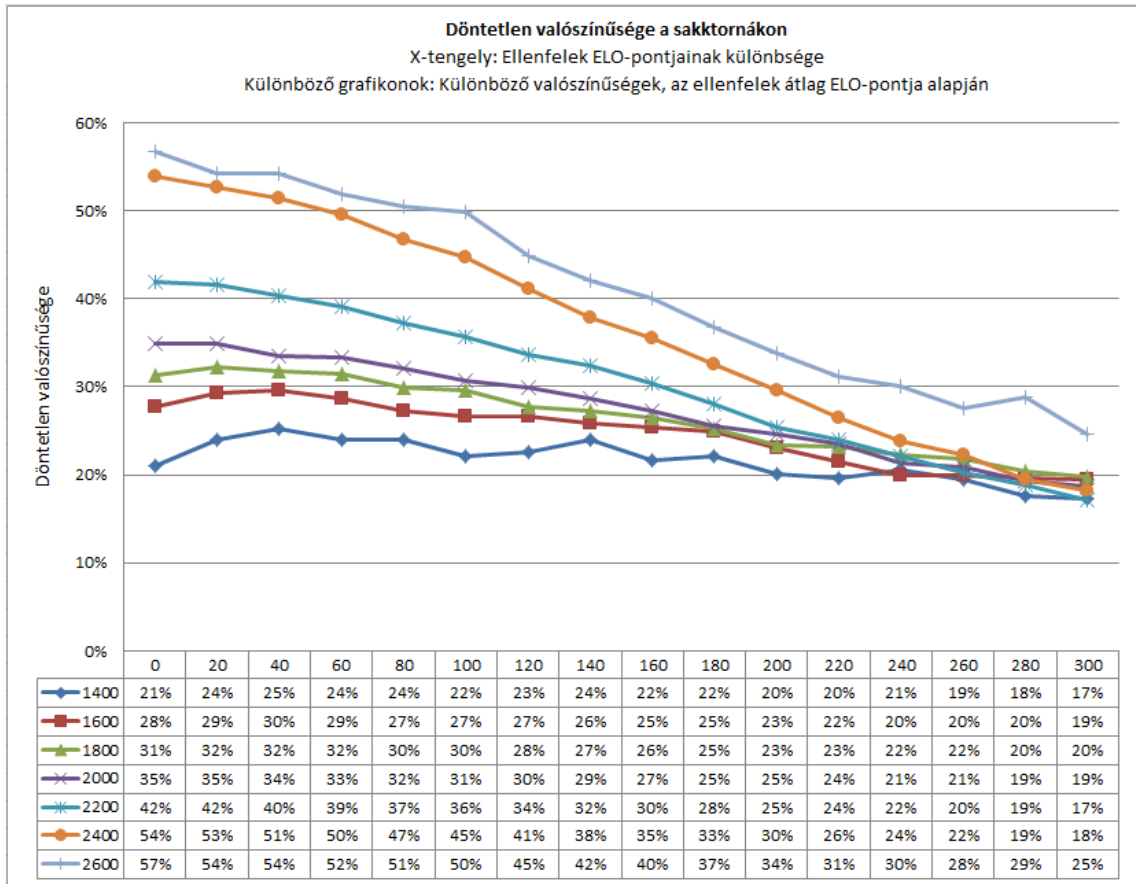
ELO_{p_1} -t és ELO_{p_2} -t behelyettesítve (2.1)-be megkapjuk $\mathbb{E}(GP_{p_1})$ -t, p_1 által elért táblapontok várható értékét, azaz a teljes várható érték tétel szerint ([3], Theorem 34.4)

$$\begin{aligned}\mathbb{E}(GP_{p_1}) &= 1 \cdot w + 0.5 \cdot d \\ w &= \mathbb{E}(GP_{p_1}) - 0.5d \\ w &= \frac{1}{1 + 10 \left(\frac{ELO_{p_2} - ELO_{p_1}}{400} \right)} - 0.5d\end{aligned}\tag{3.3}$$

Ahogy (2.1)-nél megjegyeztük, látszik, hogy w -t csak d ismeretében lehet kiszámítani.

d kiszámítása - a döntetlen valószínűsége

A döntetlen valószínűsége két paramétertől függ: a játékosok ELO-pontjának **átlagától** és **különbségétől**. Ezen két paraméter ismeretében nagy mennyiségű múltbeli játszmák feldolgozásából kapott statisztikák alapján meg lehet állapítani a döntetlen valószínűségét ([1], több mint 8 millió (sakktornán lezajlott) mérkőzés alapján):



3.3. ábra. Döntetlen valószínűsége

Ennek segítségével definiálható egy $f_d : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, (eloAtlag, eloDiff) \mapsto d$ függvény. Ezek után

$$d = f_d \left(\frac{ELO_{p_1} + ELO_{p_2}}{2}, |ELO_{p_2} - ELO_{p_1}| \right) \quad (3.4)$$

3.4 segítségével megkapható d , amit 3.3-ba helyettesítve adódik w . Ezek után $l = 1 - w - d$, és ezen paraméterek segítségével a játszma már szimulálható.

3.3.1. Definíció. Szimuláló függvény: Tegyük fel, hogy $t_1 \in T$ és $t_2 \in T$ egymás elleni mérkőzését szimuláljuk. Ekkor t_1 által megszerzett táblapontok származzanak a következő függvényből, a fentieket figyelembe véve: $sim : T \times T \rightarrow \mathbb{R}, (t_1, t_2) \mapsto resultGp$

4. fejezet

Elemzés

A szimuláció rendelkezésre állásával tetszőleges számú versenyt tudunk futtatni. Ennek segítségével vizsgáljuk meg a jelenlegi pontozási rendszert (2.3)!

A svájci rendszer működéséből adódóan, a TB1 pont jól reprezentálja egy csapat erősségét (a pontcsoportok jelentik az erősségi szinteket, és - hacsak nincs túl kevés forduló - a verseny végeztével mindenki a saját szintjén fog játszani). Tegyük fel azonban, hogy a versenynek vége, és két csapat egyező TB1 ponttal rendelkezik.

Ekkor a TB2 pont (2.3.1) fog dönteni közöttük. A TB2 ponttal szemben intuitívan egyetlen elvárást támasztunk: **azonos TB1 pontot (mérkőzéspontot) elért csapatok között minél effektívebben* állapítsa meg, hogy melyik csapat játszott jobban***.

Ahhoz, hogy a fenti mondatot értelmezni tudjuk, definiálni fogjuk a következő (*-gal jelölt) fogalmakat:

- egy TB2 pontozás effektívebb (mint egy másik)
- két csapat közül az egyik jobban játszott

4.1. A jelenlegi TB2 pontozás

Formalizáljuk a korábban ismertetett T2 pontozást (2.3.1):

- *Gyűjtsük össze a csapat összes ellenfelét.*

4.1.1. Definíció. *Ellenfelek:*

$$\tau_{t \in T} := "t \text{ összes ellenfele}"$$

$$\tau_{t \in T, i | 1 \leq i \leq \text{rounds}} := "t \text{ i. ellenfele}"$$

- *Hagyjuk el a leggyengébb ellenfelet. (Ez a legkevesebb mérkőzésponttal rendelkező ellenfél, ha ilyenből több is van, akkor ezek közül a legkevesebb táblaponttal rendelkező.)*

4.1.2. Definíció. *Redukáló függvény:*

$$r : T^{\text{rounds}} \rightarrow T^{\text{rounds}-1}, t_i | 1 \leq i \leq \text{rounds} \mapsto "t \text{ a leggyengébb csapat nélkül}"$$

- *A megmaradt ellenfelek által elért mérkőzéspontokat skalárszorozzuk össze az ellenük rendre elért táblapontok vektorával.*
- *Az (skalár) eredmény lesz a redukált Sonneborn-Berger pont.*

4.1.3. Definíció.

$$mp : T \rightarrow \mathbb{N}, t \mapsto "t \text{ által elért mérkőzéspontok}"$$

4.1.4. Definíció.

$$gp : T \times T \rightarrow \mathbb{R}, (t_1, t_2) \mapsto "t_1 \text{ táblapontjai } t_2 \text{ ellen, ha játszottak, különben } 0"$$

4.1.5. Definíció. *Redukált ellenfelek*

$$\hat{\tau}_{t \in T} := r(\tau_{t \in T})$$

4.1.6. Definíció. *(Eredeti) TB2 pontozás*

$$tb2^* : T \rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto \sum_{i=1}^{\text{rounds}-1} mp(\hat{\tau}_{t,i}) \cdot gp(t, \hat{\tau}_{t,i})$$

Definiáljuk a következő függvényt, mely hozzárendeli egy táblapont eredményhez, hogy hány mérkőzéspontot ér:

4.1.7. Definíció.

$$mpFromGp : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, resultGp \mapsto \text{sgn}(resultGp - 2) + 1$$

Fordítsuk most a figyelmünket a következő részre: $mp(\hat{\tau}_{t,i}) \cdot gp(t, \hat{\tau}_{t,i})$. Ez a kifejezés a következő értékeket vehette fel a bakui sakkolimpián (a bakui sakkolimpia csak annyiban fontos itt, hogy az 11 fordulós volt, így a maximális elérhető mérkőzéspont 22):

\ Ellenfél elleni táblapont Ellenfél TB1	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
1	0.0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0
2	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0
3	0.0	1.5	3.0	4.5	6.0	7.5	9.0	10.5	12.0
4	0.0	2.0	4.0	6.0	8.0	10.0	12.0	14.0	16.0
5	0.0	2.5	5.0	7.5	10.0	12.5	15.0	17.5	20.0
6	0.0	3.0	6.0	9.0	12.0	15.0	18.0	21.0	24.0
7	0.0	3.5	7.0	10.5	14.0	17.5	21.0	24.5	28.0
8	0.0	4.0	8.0	12.0	16.0	20.0	24.0	28.0	32.0
9	0.0	4.5	9.0	13.5	18.0	22.5	27.0	31.5	36.0
10	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0
11	0.0	5.5	11.0	16.5	22.0	27.5	33.0	38.5	44.0
12	0.0	6.0	12.0	18.0	24.0	30.0	36.0	42.0	48.0
13	0.0	6.5	13.0	19.5	26.0	32.5	39.0	45.5	52.0
14	0.0	7.0	14.0	21.0	28.0	35.0	42.0	49.0	56.0
15	0.0	7.5	15.0	22.5	30.0	37.5	45.0	52.5	60.0
16	0.0	8.0	16.0	24.0	32.0	40.0	48.0	56.0	64.0
17	0.0	8.5	17.0	25.5	34.0	42.5	51.0	59.5	68.0
18	0.0	9.0	18.0	27.0	36.0	45.0	54.0	63.0	72.0
19	0.0	9.5	19.0	28.5	38.0	47.5	57.0	66.5	76.0
20	0.0	10.0	20.0	30.0	40.0	50.0	60.0	70.0	80.0
21	0.0	10.5	21.0	31.5	42.0	52.5	63.0	73.5	84.0
22	0.0	11.0	22.0	33.0	44.0	55.0	66.0	77.0	88.0

4.1. táblázat. TB2-pontozás, normalizálatlan

A fenti definíció miatt egy adott ellenfél a TB2 pontot az (ellenfél) mérkőzés-pontjainak és az ellenük elért táblapontoknak a szorzatával növeli. Azaz a fenti ábra csupán egy "szorzótábla". Ez a pontozás nyilván rendelkezik azzal a tulajdonsággal, hogy az ellenfél mérkőzéspontjainak növekedése, illetve az ellenük elért táblapontok növekedése is a kiosztott TB2 pontok növekedését vonja maga után. Azonban vegyük észre: itt a szorzás választása pontozófüggvénynek egy önkényes választás, a paraméterekhez tetszőleges más módon is rendelhetnénk TB2 pontot. Próbáljuk meg formalizálni ezt az észrevételt.

Ehhez előbb végezzük el a következő két normalizációs lépést:

1. A táblázat sorcímkei leoszthatóak a maximálisan megszerezhető mérkőzéspontokkal (11 forduló esetén ez 22).
2. A táblázat minden cellája leosztható egy olyan számmal, ami a legnagyobb értékű cellát (ebben az esetben a jobb alsót) 1-be viszi (ez a szám, az előbbi normalizálás után, 4 lesz).

A fenti táblázat normalizált alakban:

\ Ellenfél elleni táblapont Ellenfél TB1%	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.05	0.00	0.01	0.01	0.02	0.02	0.03	0.03	0.04	0.05
0.09	0.00	0.01	0.02	0.03	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.14	0.00	0.02	0.03	0.05	0.07	0.09	0.10	0.12	0.14
0.18	0.00	0.02	0.05	0.07	0.09	0.11	0.14	0.16	0.18
0.23	0.00	0.03	0.06	0.09	0.11	0.14	0.17	0.20	0.23
0.27	0.00	0.03	0.07	0.10	0.14	0.17	0.20	0.24	0.27
0.32	0.00	0.04	0.08	0.12	0.16	0.20	0.24	0.28	0.32
0.36	0.00	0.05	0.09	0.14	0.18	0.23	0.27	0.32	0.36
0.41	0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.26	0.31	0.36	0.41
0.45	0.00	0.06	0.11	0.17	0.23	0.28	0.34	0.40	0.45
0.50	0.00	0.06	0.13	0.19	0.25	0.31	0.38	0.44	0.50
0.55	0.00	0.07	0.14	0.20	0.27	0.34	0.41	0.48	0.55
0.59	0.00	0.07	0.15	0.22	0.30	0.37	0.44	0.52	0.59
0.64	0.00	0.08	0.16	0.24	0.32	0.40	0.48	0.56	0.64
0.68	0.00	0.09	0.17	0.26	0.34	0.43	0.51	0.60	0.68
0.73	0.00	0.09	0.18	0.27	0.36	0.45	0.55	0.64	0.73
0.77	0.00	0.10	0.19	0.29	0.39	0.48	0.58	0.68	0.77
0.82	0.00	0.10	0.20	0.31	0.41	0.51	0.61	0.72	0.82
0.86	0.00	0.11	0.22	0.32	0.43	0.54	0.65	0.76	0.86
0.91	0.00	0.11	0.23	0.34	0.45	0.57	0.68	0.80	0.91
0.95	0.00	0.12	0.24	0.36	0.48	0.60	0.72	0.84	0.95
1.00	0.00	0.13	0.25	0.38	0.50	0.63	0.75	0.88	1.00

4.2. táblázat. TB2-pontozás, normalizált

Nyilván a normalizáció semmit nem változtat a TB2 pontozás érdemi működésén, annak csupán átskálázása. Vezessük be a következő definíciót:

4.1.8. Definíció. Százalékos mérkőzéspont [match point percentile]:

$$mpp : T \rightarrow \mathbb{N}, t \mapsto \frac{mp(t)}{2 \cdot rounds}$$

Nézzünk most egy példát a pontozásra:

\ Ellenfél elleni táblapont Ellenfél TB1%	0	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.05	0.00	0.01	0.01	0.02	0.02	0.03	0.03	0.04	0.05
0.09	0.00	0.01	0.02	0.03	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.14	0.00	0.02	0.03	0.05	0.07	0.09	0.10	0.12	0.14
0.18	0.00	0.02	0.05	0.07	0.09	0.11	0.14	0.16	0.18
0.23	0.00	0.03	0.06	0.09	0.11	0.14	0.17	0.20	0.23
0.27	0.00	0.03	0.07	0.10	0.14	0.17	0.20	0.24	0.27
0.32	0.00	0.04	0.08	0.12	0.16	0.20	0.24	0.28	0.32
0.36	0.00	0.05	0.09	0.14	0.18	0.23	0.27	0.32	0.36
0.41	0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.26	0.31	0.36	0.41
0.45	0.00	0.06	0.11	0.17	0.23	0.28	0.34	0.40	0.45
0.50	0.00	0.06	0.13	0.19	0.25	0.31	0.38	0.44	0.50
0.55	0.00	0.07	0.14	0.20	0.27	0.34	0.41	0.48	0.55
0.59	0.00	0.07	0.15	0.22	0.30	0.37	0.44	0.52	0.59
0.64	0.00	0.08	0.16	0.24	0.32	0.40	0.48	0.56	0.64
0.68	0.00	0.09	0.17	0.26	0.34	0.43	0.51	0.60	0.68
0.73	0.00	0.09	0.18	0.27	0.36	0.45	0.55	0.64	0.73
0.77	0.00	0.10	0.19	0.29	0.39	0.48	0.58	0.68	0.77
0.82	0.00	0.10	0.20	0.31	0.41	0.51	0.61	0.72	0.82
0.86	0.00	0.11	0.22	0.32	0.43	0.54	0.65	0.76	0.86
0.91	0.00	0.11	0.23	0.34	0.45	0.57	0.68	0.80	0.91
0.95	0.00	0.12	0.24	0.36	0.48	0.60	0.72	0.84	0.95
1.00	0.00	0.13	0.25	0.38	0.50	0.63	0.75	0.88	1.00

4.3. táblázat. TB2-pontozás, normalizált - példa pontozás

Rátekintve az ábrára láthatjuk, hogy egy felső ötödbe sorolt csapat ellen a döntetlen kevesebbet ér, mint egy középső ötödben játszó csapat ellen a 3:1. Ez pesze nem bizonyító erejű, de motivációt ad, hogy általánosítsuk a pontozást, és megpróbáljunk jobb TB2 pontozófüggvényt találni a jelenleginél.

4.2. A TB2 pontozás általánosítása

Térjünk vissza a jelenlegi formalizált TB2 definícióra:

$$tb2^* : T \rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto \sum_{i=1}^{rounds-1} mp(\widehat{\tau}_{t,i}) \cdot gp(t, \widehat{\tau}_{t,i})$$

A következőket vehetjük észre:

1. A felösszegzendő elem jelenleg $mp(\cdot)$ és $gp(\cdot, \cdot)$ szorzata, de a szorzást itt másik függvényre cserélve egy új tb2 definíciót kapnánk.
2. Jelenleg az ellenfél mérkőzéspontjait, és a két csapat egymás elleni eredményét használjuk fel, de valójában van lehetőség mindkét csapat mérkőzéspontjait felhasználni.
3. Mérkőzéspont helyett használhatunk százalékos mérkőzéspontot (3.1.4), így függetlenül a fordulók számától.

Ezen észrevételek mentén általánosítsuk a TB2 pontozást:

4.2.1. Definíció. Pontozófüggvény:

$$c : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, (ownMpp, oppMpp, resultGp) \mapsto [0.0, 1.0]$$

4.2.2. Definíció. Általánosított TB2 pontozás

$$tb2_s : T \rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto \sum_{i=1}^{rounds-1} c(mpp(t), mpp(\widehat{\tau}_{t,i}), gp(t, \widehat{\tau}_{t,i}))$$

Az eredeti pontozófüggvény tehát:

$$c : (ownMpp, oppMpp, resultGp) \mapsto oppMpp \cdot resultGp \quad (4.1)$$

4.3. Új pontozófüggvény

Emlékezzünk egy (bármilyen) pontozást végző függvény mögötti motivációra: minél nehezebb egy eredményt elérni (és mégis sikerül), annál nagyobb jutalom (több pont) jár érte. Ez a motiváció itt a következőképpen fogalmazható meg:

Mennyi a valószínűsége annak, hogy egy véletlen X csapat egy véletlen Y csapat ellen egy mérkőzésen legalább z táblapontot ér el, feltéve, hogy X és Y egy (előző mérkőzéstől független) sakkolimpián x illetve y mérkőzéspontra ért el. (Azaz x , y , z és a valószínűség közötti kapcsolatot keressük.)

Próbáljuk meg ezt az ötletet a következő módon alkalmazni: Módunkban áll tetszőlegesen sok versenyt szimulálni. Tegyük fel, hogy van egy szimulált sakkolimpiánk, ami befejeződött, és kiderültek a végső helyezések. Ekkor megtehetjük (3.3.2), hogy két csapatot egymás ellen játszunk, majd az eredményt feljegyezzük (emlékezve a csapatok erősségére). Így információt nyerünk arról, hogy a konkrét mérkőzés mennyire volt könnyű/nehéz a résztvevőknek. Ezt többször megismételve egyre jobb granularitású lesz az információnk, potenciálisan lehetővé téve egy pontozófüggvény konstrukcióját.

Formalizáljuk a fentieket:

4.3.1. Definíció. Napló:

$$D := \{(ownMpp, oppMpp, g, k, n) \mid ownMpp \in \mathbb{R}, oppMpp \in \mathbb{R}, \\ g \in \mathbb{R}, 0 \leq k \leq n \in \mathbb{N}\}$$

Tegyük fel, hogy kezdetben $D \ni d = \{(ownMpp, oppMpp, g, 0, 0) \mid ownMpp \in [0, 1], oppMpp \in [0, 1], g \in \{0.5i\}_{i=0}^8\}$.

A következő módon töltjük fel a naplót a szimulációs függvény (3.3.1) segítségével előállított (T, T, \mathbb{R}) értékekkel:

4.3.2. Definíció. Naplózófüggvény:

$$\delta : D \times T \times T \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, (d, t_1, t_2, resultGp) \mapsto \hat{d}, \text{ ahol}$$

$$u := \{(mpp(t_1), mpp(t_2), g, k, n) \mid g \in \mathbb{R}, 0 \leq k \leq n \in \mathbb{N}\}$$

$$\hat{d} = d \setminus u \cup$$

$$\cup \{(mpp(t_1), mpp(t_2), g, k, n + 1) \mid g \in \{0.5i\}_{i=0}^8, g \leq resultGp, 0 \leq k \leq n \in \mathbb{N}\} \cup$$

$$\cup \{(mpp(t_1), mpp(t_2), g, k + 1, n + 1) \mid g \in \{0.5i\}_{i=0}^8, g > resultGp, 0 \leq k \leq n \in \mathbb{N}\}$$

Például: ha van egy olyan eleme a naplónak, hogy $(0.4, 0.6, 2.5, 6, 21)$, az a következőt jelenti: a 40%-os percentilisen végzett csapat a 60%-os percentilisen végzett csapat ellen (1 mérkőzésből) legalább 2.5 táblapontot 21 mérkőzésből pontosan 6-ban tudott elérni (legyen ez ezen specifikus mérkőzés **nehézségbecslése**). A napló tulajdonsága továbbá, hogy ilyenkor nem lesz még egy $(0.4, 0.6, 2.5, \cdot, \cdot)$ eleme a naplónak. A naplózófüggvény egyetlen dolgot csinál: egy szimulált mérkőzéseredményt - például $(t_{21}, t_{33}, 3.0)$, azaz a 21-es indexű csapat a 33-as indexű csapat ellen 3.0

táblapontot ért el - "bejegyez a naplóba", úgy, hogy a fenti tulajdonsága a naplónak ne sérüljön.

Vegyük észre, hogy ez a napló használható egy pontozófüggvény felépítésére a következő módon: a fenti példa elem jelentse azt, hogy a pontozófüggvény a következő értéket veszi fel: $c(0.4, 0.6, 2.5) = \frac{6}{21}$. Mivel tetszőlegesen sok mérkőzést tudunk szimulálni, így folyamatosan finomíthatjuk a napló bármelyik pontját, tehát a pontozófüggvény értelmezési tartományának minden releváns pontjára kaphatunk tetszőlegesen pontos nehézségbecslést.

Tegyük fel, hogy van egy konkrét szimulációnk, így ismert $ownMpp, oppMpp, resultGp$ értéke. A napló segítségével megállapítható p és q úgy, hogy p valószínűséggel nem sikerül elérni a $resultGp$ eredményt, és q valószínűséggel nem sikerül elérni a $resultGp + 0.5$ eredményt. Ekkor az a csapat, aki elérte a $resultGp$ eredményt, az egy valamilyen nehézségű feladatot oldott meg a $[p, q]$ intervallumon. Becsüljük ezt heurisztikusan $\frac{p+q}{2}$ -vel. Formálisan:

4.3.3. Definíció. *Napló által meghatározott pontozófüggvény:*

$$c_d : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, (ownMpp, oppMpp, resultGp) \mapsto \frac{k}{n} + \frac{k^+}{n^+}$$

$$\Leftrightarrow (ownMpp, oppMpp, resultGp, k, n) \in d$$

$$\wedge (ownMpp, oppMpp, resultGp + 0.5, k^+, n^+) \in d$$

(kivéve $resultGp = 4.0$ esetén, ekkor második feltételtől eltekintve
legyen definíció szerint $\frac{k^+}{n^+} = \frac{k}{n}$)

A fenti algoritmus futásával előállított napló vizualizációja megtalálható a függelékben (sorok = saját mpp, oszlopok = ellenfél mpp, táblapont szerint kategorizálva)(4.13, 4.14, 4.15, 4.16, 4.17, 4.18, 4.19, 4.20, 4.21)

4.4. Az új és az eredeti pontozófüggvény összehasonlítása

Ideje megválaszolnunk a fejezet elején feltett kérdéseket:

- (Mikor lesz) egy TB2 pontozás effektívebb (mint egy másik)?
- (Mikor mondhatjuk, hogy) két csapat közül az egyik jobban játszott?

Legyen t_1 és t_2 két (TB1 szerint) holtversenyben álló csapat.

4.4.1. Mikor mondhatjuk, hogy két csapat közül az egyik jobban játszott?

A TB1 tiebreaker pont a holtversenyben álló csapatokat a többi csapat ellen játszott mérkőzéspontok alapján rakja sorrendbe. Alkalmazzuk ezt az ötletet úgy, hogy a holtversenyben álló csapatok az összes csapat ellen játszanak, és amelyik csapat több mérkőzéspontot ér el, az lesz erősebbnek elismerve.

Formálisan:

4.4.1. Definíció. *Orákulumfüggvény:*

$$tb1' : T \rightarrow \mathbb{R}, t \mapsto \sum_{i=1}^{\text{participants}} mpFromGp(sim(t, \tau_{t,i}))$$

(Itt $\tau_{t,i}$ az erőssorrend által i . helyezett csapatot jelöli)

4.4.2. Definíció. *Predikátum:*

$$Pred = \{ "első", "második", "egyenlő" \}$$

4.4.3. Definíció.

$$\begin{aligned} comp : \mathbb{R} \times \mathbb{R} &\rightarrow Pred, \\ (score1, score2) : \\ score1 > score2 &\Rightarrow "első" \\ score1 < score2 &\Rightarrow "második" \\ score1 = score2 &\Rightarrow "egyenlő" \end{aligned}$$

Utilizáljuk ezt az algoritmust, hogy meg tudjuk állapítani melyik csapat játszott jobban (bár ennek a végrehajtása költséges, de itt az erősebb csapat megállapítása a prioritás). $pred_{Orákulum} = comp(tb1'(t_1), tb1'(t_2))$ Erről a csapatról fogjuk állítani, hogy **jobban játszott**.

4.4.2. Mikor lesz egy TB2 pontozás effektívebb mint egy másik?

Tegyük fel, hogy van két pontozófüggvényünk, s_1 és s_2 .

Azt várjuk el egy pontozófüggvénytől, hogy bárhogy kapták a csapatok az ellenfeleiket, az ellenük elért eredményeik alapján meg tudja állapítani, hogy melyik csapat az erősebb. Idézzük elő, ezt a szituációt! Válasszunk ki két csapatot (t_a -t és

t_b -t), majd "adjuk oda" a (redukált) ellenfeleiket rendre t_1 -nek és t_2 -nek. Az új ellenfelek ellen játszott mérkőzések alapján kell a pontozófüggvényeknek lepontoznia a teljesítményt. Formálisan:

$$\widehat{\tau}_{t_1} := \widehat{\tau}_{t_a}$$

$$\widehat{\tau}_{t_2} := \widehat{\tau}_{t_b}$$

$$pred_{s_1} = comp(tb2_{s_1}(t_1), tb2_{s_1}(t_2))$$

$$pred_{s_2} = comp(tb2_{s_2}(t_1), tb2_{s_2}(t_2))$$

Arról a pontozófüggvényről mondjuk, hogy **helyesen döntött**, melynek predikátuma megegyezik az Orákulumfüggvény predikátumával. Ha ez pontosan az egyik pontozófüggvényre igaz, akkor az a pontozófüggvény **effektívebb** volt, mint a másik.

4.4.3. Szimulációs eredmények

A fenti algoritmus számítógépes szimulációjához a következő megjegyzések kötıdnek:

- A véletlen jobb kizárása végett a fenti algoritmus annyiban módosult, hogy nem egyetlen predikátum alapján lett meghozva a döntés, hanem mind az Orákulumfüggvény, mind a pontozófüggvény 30-szor jósolt (30-szor meg lett ismételve a szimuláció), és ezek módusza lett a végleges predikátumnak elkönyvelve.
- Az összes TB1 szerint holtversenyben álló csapat tiebreakelve lett mind az eredeti pontozófüggvénnyel, mint a függelékben bemutatott (a korábban ismerttetett algoritmussal előállított) pontozófüggvénnyel.
- Mivel a kutatás célja különösen a tabella tetején végzők helyes besorolása volt a TB2 pontozással, így a populáció a fenti algoritmus alatt az első n helyen előforduló holtversenyekre lett korlátozva.

Az utolsó 20 futás eredménye, $n \in \{1, 3, 10, 30\}$:

#	Eredeti helyes	Eredeti hibás	Eredeti összes	Eredeti hibaarány	Új helyes	Új hibás	Új összes	Új hibaarány	Különbség
1	0	0	0	0.0000	0	0	0	0.0000	0.0000
2	0	0	0	0.0000	0	0	0	0.0000	0.0000
3	2	1	3	0.3333	3	0	3	0.0000	-0.3333
4	0	0	0	0.0000	0	0	0	0.0000	0.0000
5	0	0	0	0.0000	0	0	0	0.0000	0.0000
6	1	0	1	0.0000	1	0	1	0.0000	0.0000
7	0	0	0	0.0000	0	0	0	0.0000	0.0000
8	0	0	0	0.0000	0	0	0	0.0000	0.0000
9	0	0	0	0.0000	0	0	0	0.0000	0.0000
10	0	0	0	0.0000	0	0	0	0.0000	0.0000
11	0	0	0	0.0000	0	0	0	0.0000	0.0000
12	3	0	3	0.0000	3	0	3	0.0000	0.0000
13	0	0	0	0.0000	0	0	0	0.0000	0.0000
14	0	0	0	0.0000	0	0	0	0.0000	0.0000
15	0	0	0	0.0000	0	0	0	0.0000	0.0000
16	0	0	0	0.0000	0	0	0	0.0000	0.0000
17	0	0	0	0.0000	0	0	0	0.0000	0.0000
18	0	0	0	0.0000	0	0	0	0.0000	0.0000
19	3	0	3	0.0000	3	0	3	0.0000	0.0000
20	0	0	0	0.0000	0	0	0	0.0000	0.0000
Összesen	9	1	10	0.1000	10	0	10	0.0000	-0.0167
Hibaarány százalékos csökkenése:								100.00%	

4.4. táblázat. Eredeti vs. Új, holtverseny a top 1 helyen

#	Eredeti helyes	Eredeti hibás	Eredeti összes	Eredeti hibaarány	Új helyes	Új hibás	Új összes	Új hibaarány	Különbség
1	1	0	1	0.0000	1	0	1	0.0000	0.0000
2	0	1	1	1.0000	1	0	1	0.0000	-1.0000
3	6	4	10	0.4000	9	1	10	0.1000	-0.3000
4	1	1	2	0.5000	1	1	2	0.5000	0.0000
5	1	0	1	0.0000	1	0	1	0.0000	0.0000
6	1	2	3	0.6667	2	1	3	0.3333	-0.3333
7	0	1	1	1.0000	1	0	1	0.0000	-1.0000
8	2	2	4	0.5000	4	0	4	0.0000	-0.5000
9	0	0	0	0.0000	0	0	0	0.0000	0.0000
10	1	0	1	0.0000	1	0	1	0.0000	0.0000
11	2	1	3	0.3333	3	0	3	0.0000	-0.3333
12	2	9	11	0.8182	8	3	11	0.2727	-0.5455
13	1	1	2	0.5000	2	0	2	0.0000	-0.5000
14	2	4	6	0.6667	5	1	6	0.1667	-0.5000
15	0	0	0	0.0000	0	0	0	0.0000	0.0000
16	5	5	10	0.5000	6	4	10	0.4000	-0.1000
17	4	2	6	0.3333	4	2	6	0.3333	0.0000
18	1	0	1	0.0000	1	0	1	0.0000	0.0000
19	3	1	4	0.2500	3	1	4	0.2500	0.0000
20	1	0	1	0.0000	1	0	1	0.0000	0.0000
Összesen	34	34	68	0.5000	54	14	68	0.2059	-0.2556
Hibaarány százalékos csökkenése:								58.82%	

4.5. táblázat. Eredeti vs. Új, holtverseny a top 3 helyen

#	Eredeti helyes	Eredeti hibás	Eredeti összes	Eredeti hibaarány	Új helyes	Új hibás	Új összes	Új hibaarány	Különbség
1	17	5	22	0.2273	20	2	22	0.0909	-0.1364
2	24	6	30	0.2000	28	2	30	0.0667	-0.1333
3	40	9	49	0.1837	43	6	49	0.1224	-0.0612
4	20	8	28	0.2857	24	4	28	0.1429	-0.1429
5	39	10	49	0.2041	46	3	49	0.0612	-0.1429
6	19	7	26	0.2692	25	1	26	0.0385	-0.2308
7	36	12	48	0.2500	44	4	48	0.0833	-0.1667
8	36	6	42	0.1429	39	3	42	0.0714	-0.0714
9	26	12	38	0.3158	31	7	38	0.1842	-0.1316
10	37	18	55	0.3273	45	10	55	0.1818	-0.1455
11	34	4	38	0.1053	37	1	38	0.0263	-0.0789
12	46	10	56	0.1786	49	7	56	0.1250	-0.0536
13	18	2	20	0.1000	20	0	20	0.0000	-0.1000
14	16	6	22	0.2727	19	3	22	0.1364	-0.1364
15	29	9	38	0.2368	31	7	38	0.1842	-0.0526
16	26	10	36	0.2778	27	9	36	0.2500	-0.0278
17	17	5	22	0.2273	19	3	22	0.1364	-0.0909
18	26	20	46	0.4348	39	7	46	0.1522	-0.2826
19	11	8	19	0.4211	14	5	19	0.2632	-0.1579
20	27	4	31	0.1290	26	5	31	0.1613	0.0323
Összesen	544	171	715	0.2392	626	89	715	0.1245	-0.1155
								Hibaarány százalékos csökkenése:	47.95%

4.6. táblázat. Eredeti vs. Új, holtverseny a top 10 helyen

#	Eredeti helyes	Eredeti hibás	Eredeti összes	Eredeti hibaarány	Új helyes	Új hibás	Új összes	Új hibaarány	Különbség
1	119	30	149	0.2013	136	13	149	0.0872	-0.1141
2	112	26	138	0.1884	124	14	138	0.1014	-0.0870
3	216	41	257	0.1595	228	29	257	0.1128	-0.0467
4	156	24	180	0.1333	167	13	180	0.0722	-0.0611
5	176	39	215	0.1814	194	21	215	0.0977	-0.0837
6	161	32	193	0.1658	178	15	193	0.0777	-0.0881
7	153	24	177	0.1356	162	15	177	0.0847	-0.0508
8	138	36	174	0.2069	152	22	174	0.1264	-0.0805
9	139	30	169	0.1775	155	14	169	0.0828	-0.0947
10	106	34	140	0.2429	118	22	140	0.1571	-0.0857
11	120	27	147	0.1837	129	18	147	0.1224	-0.0612
12	126	38	164	0.2317	147	17	164	0.1037	-0.1280
13	231	31	262	0.1183	239	23	262	0.0878	-0.0305
14	132	22	154	0.1429	143	11	154	0.0714	-0.0714
15	174	49	223	0.2197	200	23	223	0.1031	-0.1166
16	177	42	219	0.1918	195	24	219	0.1096	-0.0822
17	122	36	158	0.2278	143	15	158	0.0949	-0.1329
18	203	40	243	0.1646	227	16	243	0.0658	-0.0988
19	141	25	166	0.1506	152	14	166	0.0843	-0.0663
20	164	31	195	0.1590	174	21	195	0.1077	-0.0513
Összesen	3066	657	3723	0.1765	3363	360	3723	0.0967	-0.0816
								Hibaarány százalékos csökkenése:	45.21%

4.7. táblázat. Eredeti vs. Új, holtverseny a top 30 helyen

Mint látható, az új pontozófüggvény mindegyik esetben több mint 45%-kal csökkentette a hibaarányt.

4.5. Diszkusszió

4.5.1. Egy gyakorlati kitekintés

Nézzük meg a fent megalkotott új pontozási rendszer applikálását a bakui sakk-olimpiára. A jelenlegi eredmények, és az új TB2 által meghatározott eredmények megtalálhatóak egymás mellé helyezve a Függelék 4.10, 4.11, 4.12 táblázataiban. Érdekes megfigyelni, hogy az új TB2 nagyon szoros pontozás mellett nem ugyanazt hozta ki győztesnek a bakui sakkolimpián, mint a régi TB2. A döntés folyamata részleteiben megfigyelehető a következő táblázatban.

Forduló	Amerikai Egyesült Államok					Ukrajna							
	Saját MP	Ellenfél MP	Táblapont	Régi TB2	Skálázott új TB2	Saját MP	Ellenfél MP	Táblapont	Régi TB2	Skálázott új TB2			
1	20	10	4	40	37.791688	20	12	4	48	55.9			
2	20	12	3.5	42	40.160032	20	13	3.5	45.5	55.6			
3	20	14	3	42	45.279256	20	13	2.5	32.5	13.8			
4	20	14	2	28	10.4866784	20	18	2.5	45	57.9			
5	20	13	3	39	31.042528	20	15	2.5	37.5	42.2			
6	20	20	2.5	50	67.1	20	20	1.5	30	20.4			
7	20	16	3.5	56	83.296532	20	15	2.5	37.5	42.2			
8	20	18	2	36	36.153304	20	14	3	42	45.3			
9	20	16	3	48	72.342072	20	16	2.5	40	52.9			
10	20	14	2.5	35	24.501488	20	14	3	42	45.3			
11	20	15	2.5	37.5	42.24	20	15	3.5	52.5	79.8			
				Végeredmény	413.5	452.6					Végeredmény	404.5	455.5

4.8. táblázat. A bakui sakkolimpia első helyért folyó küzdelme (a piros cella a redukált ellenfeleket jelenti mind a régi mind az új TB2 szerint, azok a pontok nem számítanak bele a végleges TB2 pontokba)

A pontozás összevethető az új TB2 pontok ($ownMpp = 20$) vetületével (itt látszik, hogy miben különböznek a kiosztott pontok a régi és új pontozás mellett):

régi TB2 ellenfél MP táblapont	0	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
0.5	0.0000	0.0119	0.0179	0.0238	0.0298	0.0357	0.0417	0.0476	0.0536	0.0595	0.0655	0.0714	0.0774	0.0833	0.0893	0.0952	0.1012	0.1071	0.1131	0.1190	0.1250
1	0.0000	0.0238	0.0357	0.0476	0.0595	0.0714	0.0833	0.0952	0.1071	0.1190	0.1310	0.1429	0.1548	0.1667	0.1786	0.1905	0.2024	0.2143	0.2262	0.2381	0.2500
1.5	0.0000	0.0357	0.0536	0.0714	0.0893	0.1071	0.1250	0.1429	0.1607	0.1786	0.1964	0.2143	0.2321	0.2500	0.2679	0.2857	0.3036	0.3214	0.3393	0.3571	0.3750
2	0.0000	0.0476	0.0714	0.0952	0.1190	0.1429	0.1667	0.1905	0.2143	0.2381	0.2619	0.2857	0.3095	0.3333	0.3571	0.3810	0.4048	0.4286	0.4524	0.4762	0.5000
2.5	0.0000	0.0595	0.0893	0.1190	0.1488	0.1786	0.2083	0.2381	0.2679	0.2976	0.3274	0.3571	0.3869	0.4167	0.4464	0.4762	0.5060	0.5357	0.5655	0.5952	0.6250
3	0.0000	0.0714	0.1071	0.1429	0.1786	0.2143	0.2500	0.2857	0.3214	0.3571	0.3929	0.4286	0.4643	0.5000	0.5357	0.5714	0.6071	0.6429	0.6786	0.7143	0.7500
3.5	0.0000	0.0833	0.1250	0.1667	0.2083	0.2500	0.2917	0.3333	0.3750	0.4167	0.4583	0.5000	0.5417	0.5833	0.6250	0.6667	0.7083	0.7500	0.7917	0.8333	0.8750
4	0.0000	0.0952	0.1429	0.1905	0.2381	0.2857	0.3333	0.3810	0.4286	0.4762	0.5238	0.5714	0.6190	0.6667	0.7143	0.7619	0.8095	0.8571	0.9048	0.9524	1.0000
új TB2 ellenfél MP táblapont	0	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0007	0.0000	0.0010	0.0000	0.0000	0.0025	0.0025
0.5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0004	0.0018	0.0058	0.0170	0.0100	0.0225	0.0150	0.0150
1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0004	0.0021	0.0098	0.0264	0.0381	0.0645	0.0667	0.0875	0.0725	0.0725
1.5	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0030	0.0119	0.0406	0.0952	0.1421	0.2035	0.1983	0.2450	0.2313	0.2313
2	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0002	0.0000	0.0000	0.0005	0.0015	0.0145	0.0521	0.1192	0.2485	0.3434	0.4445	0.4108	0.4775	0.4950	0.4950
2.5	0.0000	0.0000	0.0017	0.0010	0.0006	0.0017	0.0017	0.0012	0.0024	0.0073	0.0167	0.0564	0.1573	0.2784	0.4800	0.6014	0.6985	0.6583	0.7100	0.7625	0.7625
3	0.0175	0.0175	0.0250	0.0340	0.0241	0.0245	0.0269	0.0273	0.0291	0.0534	0.0911	0.1832	0.3528	0.5145	0.7283	0.8221	0.8815	0.8617	0.8950	0.9275	0.9275
3.5	0.1825	0.1825	0.1850	0.1900	0.1791	0.1823	0.1852	0.1894	0.2075	0.2613	0.3281	0.4564	0.6318	0.7692	0.9067	0.9466	0.9695	0.9675	0.9800	0.9888	0.9888
4	0.3300	0.3300	0.3233	0.3140	0.3112	0.3190	0.3197	0.3266	0.3616	0.4295	0.5047	0.6353	0.7890	0.8924	0.9679	0.9817	0.9940	0.9900	0.9950	1.0000	1.0000
diff	0	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
0	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0002	0.0007	0.0000	0.0010	0.0000	0.0000	0.0025	0.0025
0.5	0.0000	-0.0119	-0.0179	-0.0238	-0.0298	-0.0357	-0.0417	-0.0476	-0.0536	-0.0595	-0.0655	-0.0714	-0.0774	-0.0833	-0.0893	-0.0952	-0.1012	-0.0971	-0.0906	-0.1040	-0.1100
1	0.0000	-0.0238	-0.0357	-0.0476	-0.0595	-0.0714	-0.0833	-0.0952	-0.1071	-0.1190	-0.1310	-0.1429	-0.1548	-0.1667	-0.1786	-0.1905	-0.2024	-0.1983	-0.1875	-0.1650	-0.1438
1.5	0.0000	-0.0357	-0.0536	-0.0714	-0.0893	-0.1071	-0.1250	-0.1429	-0.1607	-0.1786	-0.1964	-0.2143	-0.2321	-0.2500	-0.2679	-0.2857	-0.3036	-0.3036	-0.2875	-0.2500	-0.2143
2	0.0000	-0.0476	-0.0714	-0.0952	-0.1190	-0.1429	-0.1665	-0.1905	-0.2143	-0.2376	-0.2604	-0.2712	-0.2575	-0.2142	-0.1087	-0.0375	0.0397	-0.0177	0.0251	0.0188	-0.0050
2.5	0.0000	-0.0595	-0.0876	-0.1180	-0.1482	-0.1769	-0.2066	-0.2369	-0.2654	-0.2903	-0.3107	-0.3007	-0.2296	-0.1382	0.0336	0.1252	0.1925	0.1226	0.1445	0.1673	0.1375
3	0.0175	-0.0539	-0.0821	-0.1089	-0.1545	-0.1898	-0.2231	-0.2584	-0.2923	-0.3038	-0.3018	-0.2453	-0.1115	0.0145	0.1925	0.2506	0.2744	0.2188	0.2164	0.2132	0.1775
3.5	0.1825	0.0992	0.0600	0.0233	-0.0292	-0.0677	-0.1065	-0.1439	-0.1675	-0.1554	-0.1302	-0.0436	0.0901	0.1858	0.2817	0.2799	0.2612	0.2175	0.1883	0.1554	0.1138
4	0.3300	0.2348	0.1805	0.1235	0.0731	0.0333	-0.0136	-0.0543	-0.0670	-0.0467	-0.0191	0.0638	0.1699	0.2257	0.2536	0.2198	0.1845	0.1329	0.0902	0.0476	0.0000

4.9. táblázat. Régi és új TB2 (saját mérkőzés pont = 20)-ra vett vetülete

4.5.2. További kutatási irányok

A téma ígéretesnek tűnik a további kutatás szempontjából, különösen a szimulációs eredményre való tekintettel. A következő irányok felé lehetne folytatni a kutatást:

- A végeredmény jobb vizualizációja
A könnyebb áttekinthetőség végett lett táblapontok szerint csoportosítva az új pontozófüggvény. További eredmények a vizualizáció terén potenciálisan esztétikusabb vizualizációt tehetnek lehetővé.
- TB1 és TB2 tiebreaker kapcsolata
Tekintve, hogy a TB2 pontozást a dolgozat újabb funkcionálisokkal ruházta fel, lehetőség nyílt annak vizsgálatára, hogy vajon a TB2 pontozás valamilyen módon tud-e javítani a jelenleg érvényben lévő TB1 pontozáson.

Függelék

Irodalomjegyzék

- [1] Draw rate in chess tournaments. https://chess-db.com/public/research/draw_rate.html. (Hozzáférés: 2017. október 2.).
- [2] Chess olympiad statistics via olimpbase. <https://www.olimpbase.org/index.php>, 2020. (Hozzáférés: 2020. május 2.).
- [3] Patrick Billingsley. Probability and measure. ISBN 0-471-00710-2, John Wiley & Sons, 1995, New York.
- [4] Edward R. Brace. An illustrated dictionary of chess. ISBN 1-55521-394-4, Hamlyn Publishing Group, 1977. p. 64.
- [5] Leyla Dimitrova. Comparative analysis of the chess olympiad trends. Activities in Physical Education and Sport 2015, Vol. 5, No. 2. pp. 197-199.
- [6] Arpad Elo. The rating of chessplayers, past and present. ISBN 0-668-04721-6, Arco, 1978.
- [7] FIDE. Chess olympiad pairing. <https://handbook.fide.com/chapter/D0203>. (Hozzáférés: 2020. május 16.).
- [8] FIDE. Chess olympiad regulations. https://www.fide.com/FIDE/handbook/chess_olympiad_regulations.pdf. (Hozzáférés: 2020. május 2.).
- [9] FIDE. Fide rating system. <https://handbook.fide.com/chapter/B022017>. (Hozzáférés: 2020. május 16.).
- [10] Heinz Herzog. Chess tournament results server | 42nd olympiad baku 2016 open. <http://chess-results.com/tnr232875.aspx>. (Hozzáférés: 2020. május 19.).
- [11] Heinz Herzog. Chess tournament results server | 42nd olympiad baku 2016 open | team-composition with round-results. <http://chess-results.com/tnr232875.aspx?lan=1&art=1&flag=30&zeilen=99999>. (Hozzáférés: 2020. május 19.).
- [12] Alisa Maric. Chess, education and the olympic movement. International Olympic Academy, 7th International Session For Educators And Officials Of Higher Institutes Of Physical Education, 2006.

[13] NOB. Elismert sportszervezetek. <https://www.olympic.org/recognised-federations>, 2020. (Hozzáférés: 2020. május 19.).