Interaktív matematikaoktatás: Törtek tanítása

SZAKDOLGOZAT

Kiss Evelin Judit

témavezető: Dr. Fried Katalin
főiskolai docens

matematika tanári szak

Eötvös Loránd Tudományegyetem

Budapest, 2011

TARTALOMJEGYZÉK

Köszönetnyilvánítás **3.**

1. Bevezetés **4.**

2. A racionális számok **5.**

3. Törtek a matematikatörténetben **8.**

4. Törtek tanítása **12.**

4.1. A törtek tanulásának elhelyezkedése a számfogalom kialakulásának folyamatában **12.**

4.2. A számfogalom fejlődése és a törtek tanításának előkészítése alsó tagozatban **13.**

4.3. Az érintett korosztály **17.**

4.4. Törtek tanítása 5. osztályban **19.**

4.5. Gyakori hibák törtekkel **22.**

5. Interaktivitás matematikaórán **25.**

5.1. Az interaktivitás definiálása **25.**

5.2. Tanár-diák interakciók **26.**

5.3. Tanár-diák interakciók a törtek tanítása közben **30.**

5.4. Diák-diák interakciók **43.**

5.5. Diák-diák interakciók a törtek tanítása közben **44.**

5.6. Az interaktív tábla **47.**

5.7. Az interaktív tábla hatásai az interakciókra **50.**

5.8. Törtek tanítása interaktív táblára készült feladatokkal **52.**

5.9. Ál interaktivitás és a tanárok szerepe **77.**

6. Egy interaktív matematikaóra terve **79**

7. Felhasznált irodalom **83**

8. Melléklet: Egy 5-es tanuló értékelt témazáró dolgozata a törtek témakörből **88.**

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

Köszönetet mondok témavezetőmnek, Dr. Fried Katalin Tanárnőnek, hogy témaválasztásomat támogatta, valamint tanácsaival és javaslataival segített munkám elkészítésében.

Továbbá megköszönöm Édesanyámnak, Kissné Tarr Juditnak - akit mind a szakmai, mind a magánéletben példaképemnek tekintek-, hogy kérdéseimmel mindig fordulhattam hozzá, hogy megosztotta velem gyakorlati tapasztalatait, valamint hogy lehetőséget adott az általa vezetett intézményben való hospitálásra.

Végül köszönöm vőlegényemnek, hogy munkám során türelmesen biztosította számomra a nyugodt környezetet.

1. BEVEZETÉS

Napjainkban divatossá vált az interaktivitás és az interaktív tananyagok használatának hangsúlyozása az oktatásban. Amikor az interaktív szót halljuk, hajlamosak vagyunk egyszerre az interaktív táblára, különféle számítógépes oktatóanyagokra és digitális taneszközökre gondolni. De valójában csak ezt jelentené az interaktivitás megjelenése matematikaórán? Létezik egyáltalán „nem interaktív matematikaoktatás” is?

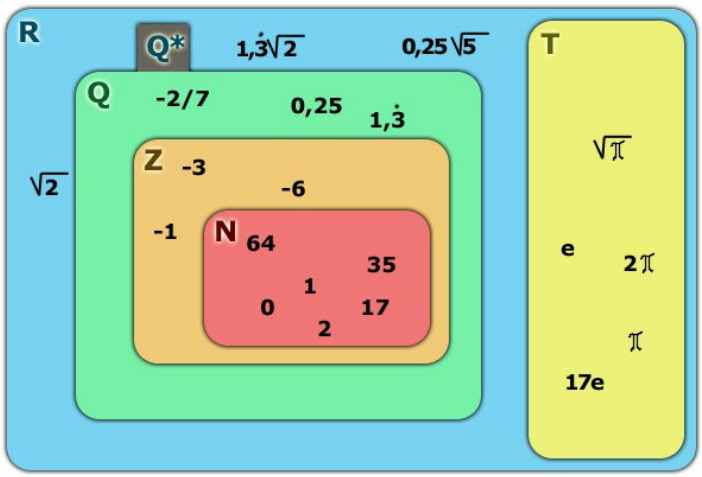
Válaszom az, hogy az osztálytermi interakciók nagyon sokfélék lehetnek. Interakcióban áll egy tanórán a tanár a diákkal, diákokkal, a tanulók egymással, illetve interakció megy végbe akkor is, amikor az interaktív tábla interaktív felületén végzünk feladatokat. Dolgozatomban e három esetre szorítkozva mutatom be az osztálytermi matematikatanítás során fellépő interakciókat.

A törtek tanításának vizsgálatára több okból esett a választásom. Egyrészt több magántanítványom esetében is problémát jelentett a tört fogalmának megértése és a műveletek helyes alkalmazása. Érdekesnek tartottam, hogy több korosztálynál is előjöttek ezek a problémák, legyen a tanuló 10, 15 vagy éppen 35 éves. Másrészt 2009-ben, egy angliai tanulmányút alatt több matematikaóra meglátogatására is volt lehetőségem. Ekkor találkoztam először az interaktív tábla osztálytermi használatával, és több olyan matematikaórát is látogattam, ahol a törtekről tanultak a kisdiákok. Végül, de nem utolsósorban gyakorlati oka is volt, hogy a törtek témakör tanítását vizsgáltam. Az általános iskolában, ahol angolt tanítottam e témakör tanításának időpontja volt a legmegfelelőbb arra, hogy minél több órát meg tudjak figyelni. Dolgozatomban a közönséges törtek tanítására szorítkozom.

2. A RACIONÁLIS SZÁMOK

A számkörökkel való megismerkedés során a sorban harmadik helyet foglalják el a racionális számok. Először a természetes számokkal ismerkedünk meg. A természetes számok halmazának jele **N**. A természetes számok halmazán elvégezhető az összeadás, a szorzás, és a hatványozás művelete, ahol a kitevő természetes szám. A kivonást már nem tudjuk minden esetben elvégezni ezen a számhalmazon, viszont az egész számok halmazán már igen. Az egész számok halmazát **Z**-vel jelöljük. Az egész számok halmazán tehát elvégezhető az összeadás, a szorzás, a kivonás, és a hatványozás művelete, ahol a hatványkitevő természetes szám. Az egész számok esetében nem minden esetben tudjuk elvégezni az osztás műveletét, viszont a racionális számok halmazán már igen. A racionális számok halmazát **Q**-val jelöljük, és elvégezhető rajta az összeadás, szorzás, kivonás, osztás és a hatványozás is, amennyiben a kitevő egész szám.

Az alábbi ábra a számhalmazok egymáshoz való viszonyát mutatja néhány példával. **N**: természetes számok halmaza, **Z**: egész számok halmaza, **Q**: racionális számok halmaza, **Q***: irracionális számok halmaza, **R**: valós számok halmaza, **T**: transzcendens számok halmaza.



Racionális számnak, vagy más néven törtszámnak vagy röviden törtnek nevezzük azokat a számokat, amik felírhatók két egész szám hányadosaként, azaz

$\frac{p}{q}$ alakban, ahol $p, q \in Z$, $q \neq 0$. A racionális számok halmazát **Q**-val jelöljük. Ez a latin quotient, vagyis hányados szó kezdőbetűjéből ered.

A fejezet további részében az egyetemen tanultakat szeretném összefoglalni a racionális számokról.

A $\langle Q, < \rangle$ pár rendezett halmaz, mert egy $\langle A, < \rangle$ párt rendezett halmaznak nevezzük, ha van olyan reláció A-n, <, amely rendelkezik a rendezés három tulajdonságával:

1. irreflexivitás: $x < x$ sohasem teljesül
2. tranzitivitás: ha $x < y$ és $y < z$ akkor $x < z$.
3. trichotómia: ha $x, y \in A$, akkor $x < y$, $x = y$ vagy $y < x$.

Az $\langle A, < \rangle$ rendezett halmaz B részhalmazát kezdőszeletnek, vagy röviden szeletnek nevezzük, ha lefelé zárt, azaz $x \in B, y < x$-ből következik, hogy $y \in B$. A $\langle Q, < \rangle$ rendezett halmaz szeletei a triviálisokon (üres halmaz és önmaga) kívül nem csak az elem általi kezdőszeletek, hanem az $\{x \in Q : x < a\}$ alakú halmazok, ahol a irracionális szám, valamint az $\{x \in Q : x \leq a\}$alakúak is, ahol $a \in Q$ tetszőleges elem.

A racionális számok halmaza (**Q**) testet alkot az összeadás és szorzás műveletére nézve. Azaz teljesülnek a testaxiómák:

- a szorzás és az összeadás művelete asszociatív

  $\forall a, b, c \in Q : a + (b + c) = (a + b) + c$

  $\forall a, b, c \in Q : a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
- a szorzás és az összeadás művelete kommutatív

  $\forall a, b \in Q : a + b = b + a$

  $\forall a, b \in Q : a \cdot b = b \cdot a$
- a szorzás művelet disztributív az összeadás műveletére nézve

  $\forall a, b \in Q : a \cdot (b + c) = (a \cdot b) + (a \cdot c)$
- létezik nullelem

  $\exists 0 \in Q : \forall a \in Q : a + 0 = a$
- létezik egységelem

  $\exists 1 (\neq 0) \in Q : \forall a \in Q : a \cdot 1 = a$
- minden elemnek van ellentettje

  $\forall a \in Q : \exists -a \in Q : a + (-a) = 0$

- minden nem nulla elemnek van inverze

  $\forall a(\neq 0) \in Q : \exists a^{-1} \in Q : a \cdot a^{-1} = 1$

Nullelem és egységelem pontosan egy van a racionális számok testében, ezeket 0-val és 1-gyel jelöljük. Továbbá minden elemnek pontosan egy ellentettje és pontosan egy reciproka van.

Algebrai számnak nevezzük a racionális együtthatós polinomok gyökeit. A legszűkebb olyan testet, amely a racionális számokon kívül az algebrai számokat is tartalmazza, a racionális számok algebrai lezártjának nevezzük.

A racionális számok halmaza megszámlálhatóan végtelen számosságú, mert elemit egyetlen sorozatban fel lehet sorolni. Ekkor azt is mondjuk, hogy számossága $\aleph_0$ (alef-nulla). Általában megszámlálhatónak nevezünk egy halmazt, ha véges vagy megszámlálhatóan végtelen. A racionális számok sűrűn rendezett halmazt alkotnak, azaz bármely két racionális szám között van egy harmadik, (és így végtelen sok). A racionális számok a valós számok halmazának sűrű részhalmazát alkotják, azaz minden valós számhoz tetszőlegesen közel vannak racionális számok.

A racionális számok halmaza metrikus tér is a következő metrikával: $d(x, y) = |x - y|$, ahol $x, y \in Q$.

3. TÖRTEK A MATEMATIKATÖRTÉNETBEN

Boyer (1989) [5] átfogó matematikatörténeti könyvében a törtek használatáról is találhatunk információkat. Az alábbiakban az ő műve alapján foglalom össze a törtek megjelenésének és használatának fő stációit.

A kőkorszak emberének nem volt szüksége törtekre, de később, a bronzkor fejlett kultúráiban már igény volt tört mennyiségek kifejezésére, felírására. Az egyiptomi hieroglifikus leírások az úgynevezett egységtörtek használatáról írnak. Az egységtört számlálója mindig egy, a nevezője pedig egy egész szám. Bármely egész szám reciprokát egy a szám fölé rajzolt ovális jellel jelölték. Az $\frac{1}{8}$ tört például így jelent meg: , míg az $\frac{1}{30}$ így: . A hieratikus írásmódban később az ovális jelet felváltotta a jel fölé írt pont. Az egységtörteken kívül még a $\frac{2}{3}$-ot használták. Erre volt saját jelük is, hasonlóan, mint más $\frac{n}{n+1}$ alakú törtekre, amik az egységtörtek komplementerei az egységelemre nézve. A $\frac{2}{3}$-nak a számolási folyamatokban különös szerepük volt, például ahhoz, hogy megtalálják egy szám harmadát, először meghatározták a kétharmadát, majd azt felezték. Ismerték és használták azt a tényt, hogy egy $\frac{1}{p}$ alakú egységtört kétharmada két egységtört összege: $\frac{1}{2p}$ és $\frac{1}{6p}$. Hasonlóképpen tudatában voltak, hogy egy $\frac{1}{2p}$ alakú egységtört duplája $\frac{1}{p}$. Manapság a $\frac{3}{5}$ törtre úgy tekintenénk, mint egy tovább nem egyszerűsíthető törtre, és meghagynánk ebben a formájában. Az egyiptomiak azonban az általános $\frac{m}{n}$ formájú törteket mindig tovább bontották egységtörtek összegére. Ennek értelmében ők nem $\frac{3}{5}$-öt írtak le, hanem három egységtört összegeként jegyezték le: $\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{15}$. Ahhoz, hogy megkönnyítsék a közönséges törtek egységtörtek összegére való felbontását, a híres Rhind Papirusz egy táblázattal kezdődik, ahol $\frac{2}{n}$ alakú törtek vannak kifejezve

egységtörtek összegeként minden páratlan n-re 5-től 101-ig. Például $\frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$, $\frac{2}{11}=\frac{1}{6}+\frac{1}{66}$ és $\frac{2}{15}=\frac{1}{10}+\frac{1}{30}$. A táblázat utolsó eleme $\frac{2}{101}$, amit $\frac{1}{101},\frac{1}{202},\frac{1}{303}$ és $\frac{1}{606}$ összegére bontja szét. Nem világos, hogy miért preferáltak egy bizonyos felbontást egy másikkal szemben. Volt olyan javaslat, hogy az alábbi két formula valamelyikét használták a felbontásokhoz: $\frac{2}{n}=\frac{1}{\frac{n+1}{2}}+\frac{1}{\frac{n(n+1)}{2}}$; $\frac{2}{p\cdot q}=\frac{1}{p\cdot\frac{p+q}{2}}+\frac{1}{q\cdot\frac{p+q}{2}}$. Viszont egyik formula sem eredményezi a $\frac{2}{15}$ táblázatban szereplő felbontását. Az első formulát használva ugyanis az $\frac{1}{8}+\frac{1}{120}$, míg a második formulát használva az $\frac{1}{12}+\frac{1}{20}$ felbontást kapnánk, de a táblázatban a $\frac{2}{15}=\frac{1}{10}+\frac{1}{30}$ felbontás látható. Ez nem jelenti azt, hogy nem használhatók a formulák, csupán valami miatt egy harmadik egységtörtekre való felbontást részesítettek előnyben ebben az esetben. Manapság az a javaslat terjedt el, hogy az egyiptomiak szívesen használták az úgynevezett „természetes” törtekből, úgy mint az $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ és $\frac{2}{3}$-ból folytonos felezéssel eredeztetett törteket. A $\frac{2}{15}$ tört esetében $\frac{1}{15}$-öt felezve $\frac{1}{30}$-ot kapunk. Ekkor még egy egységtörtre van szükségünk, amit hozzáadva az $\frac{1}{30}$-hoz $\frac{2}{15}$-öt kapunk. Ez éppen $\frac{1}{10}$. Egy másik út az, hogy az az alábbi ismert összefüggést használták: $\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{p}=\frac{1}{2p}+\frac{1}{6p}$. Ezáltal ugyancsak a fenti felbontáshoz jutunk. A $\frac{2}{5}$ Ahmes által bemutatott felbontásához az $\frac{1}{5}$ harmadolásával juthatunk: $\frac{1}{15}$, majd ezt $\frac{1}{3}$-dal kell kiegészíteni. A táblázat utolsó sorában $n=101$-re $\frac{2}{101}$ tört az alábbi összefüggés alapján került felbontásra: $\frac{2}{n}=\frac{1}{n}+\frac{1}{2n}+\frac{1}{3n}+\frac{1}{2\cdot 3\cdot n}$. Nem világos

azonban, hogy az egyiptomiak miért részesítették előnyben az effajta felbontást a sokkal nyilvánvalóbb $\frac{2}{n}=\frac{1}{n}+\frac{1}{n}$ felbontással szemben. Az Ahmes Papiruszban a $\frac{2}{n}$ alakú törtek felbontása utáni táblázat az $\frac{n}{10}$ alakú törtek egy-egy lehetséges egységtörtekre és $\frac{2}{3}$-ra történő felbontását tartalmazza. A két táblázat után 84 probléma tárgyalása következik, például 10 ember között kenyerek elosztása. Ami a törtekkel való műveleteket illeti, az egész számok halmazán végzet műveletekhez hasonlóan az additív jelleg dominált. A szorzást és osztást egymást követő duplázással és felezésekkel végezték el.

A Nílus völgyéhez hasonlóan a Tigris és Eufrátesz folyók menti területen is fejlett matematikai kultúrával találkozhatunk. A mezopotámiai matematika meghatározó jellege a 60-as alapú számrendszer. Ennek hatása manapság is megfigyelhető mindennapi életünkben, például egy óra 60 percből áll, egy perc 60 másodpercből, egy évben 12 hónap van, így egy hónapra nagyjából 30 nap jut. Továbbá egy teljes szög 360 szögpercből áll. A babilóniaiak már használtak „tizedes törteket”, vagyis „hatvanados törteket”. A mai használattal összehasonlítva az volt a különbség, hogy kezdetben még nem volt szimbólumuk a 0-ra, azaz nem lehetett tudni, hogy például 22-t vagy 202-t akartak-e írni, ami tízes számrendszerben 122-t vagy 7202-t jelent, illetve nem használtak tizedes (hatvanados) vesszőt sem. Tehát pl. 𒌋𒌋 jelölhetett $2\cdot 60+2$-t, de $2+2\cdot\frac{1}{60}$-ot is vagy $2\cdot\frac{1}{60}+2\cdot\frac{1}{3600}$-ot is. A szövegkörnyezettől függött, hogy mennyit értettek az adott szimbólum alatt. Viszont az úgymond „tizedes törtek” használata nagyban megkönnyítette a törtekkel való számolást. Semmivel sem volt nehezebb például ezeket összeadni vagy összeszorozni mintha két egész számról lett volna szó.

Hasonlóan a rómaiaknak sem volt nehezebb dolguk a törtek összeadását és szorzását tekintve, hiszen csak olyan törtekkel számoltak, amiknek a nevezője a 12 valamelyik hatványa volt. A 12-es alapú számrendszerből maradt örökségünk például a tucat (12 darab), vagy a ma már kevésbé használatos grossz (12 tucat).

Ami a görögöket illeti, a görög csillagászok és fizikusok a mezopotámiaiakhoz hasonlóan leginkább szexagezimális törtekkel számoltak, de a hétköznapi ember számára ezek ismeretlenek maradtak. Eukleidész *Elemek* (1983) [8] című művében

nem használt törteket, hanem mint aránypár írt fel összefüggéseket, például oldalak hossza között. Bizonyos esetekben használtak a görögök közönséges törteket, először a számlálót a nevező alá írva, majd fordítva, de törtvonal nélkül. Heron a mesteremberek számára írt főleg. Ő az egységtörtek használatát kedvelte. Arra, hogy mennyi 25 13-mal elosztva, így írta az eredményt: $1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{13}+\frac{1}{78}$. A régi keletű egységtörtekhez való ragaszkodás még legalább ezer éven át tartott Európában Heron halála után.

A kínaiak jól ismerték a közönséges törtekkel kapcsolatos műveleteket, amik a legkisebb közös nevező meghatározásához voltak segítségükre. A törtek számlálójára úgy utaltak, mint „fiúra”, a nevezőre pedig mint „anyára”. A kínaiak már időszámításunk előtt a 14. század táján használták a tizedes törteket különféle mérések során.

1202-ben Fibonacci könyve, a Liber Abaci (Könyv az abakuszról) nagyon mélyrehatóan taglal algebrai módszereket és problémákat, amikben a hindu-arab számok használatát támogatja. A törtek alkalmazását főként a pénznemek közti átváltás kiszámításához használja. Fibonacci háromfajta törtet használt: közönséges törtet, szexagezimális és egységtörteket, de tizedes törteket nem. Vegyes törtek írásakor a törtrészt az egészrész elé írta. Például $11\frac{5}{6}$ írása helyett ezt írta: $\frac{1}{3}\frac{1}{2}11$. Ezt úgy kell érteni, hogy $\frac{1}{3}+\frac{1}{2}+11$. Írásában már fellelhető a törtvonal használata. Fibonacci az egyiptomiakhoz hasonlóan előnyben részesítette az egységtörteket. A Liber Abaci Az Ahmes Papiruszhoz hasonlóan tartalmazott olyan táblázatokat, amikben közönséges törtek egységtörtekre való átírását adja meg. Például $\frac{99}{100}$-ot így ír át: $\frac{1}{25}\frac{1}{5}\frac{1}{4}\frac{1}{2}$, amit úgy kell érteni, hogy $\frac{1}{25}+\frac{1}{5}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}$. Szokatlanul $\frac{1}{5}\frac{3}{4}$ és $\frac{1}{10}\frac{2}{9}$ összegét így adja meg: $\frac{(1)(6)(2)}{(2)(9)(10)}$. Az összeg ebben az esetben ezt akarja jelenteni: $\frac{1}{2\cdot 9\cdot 10}+\frac{6}{9\cdot 10}+\frac{2}{10}$.

Viète, a híres 16. századi matematikus a szexagezimális törtekkel ellentétben a tizedes törtek használatát favorizálta. Helyenként egy függőleges vonalat használt arra, hogy elválassza a számok egész- és törtrészét. Például amikor egy 200000

egység átmérőjű körbe írt szabályos 96-szögnek a beírt körének sugarát írja le, így jelöli a számot: 99946 | 45875, ami 99946,45875-et jelöl.

A matematikatörtének folyamán több kultúrában többféleképpen számoltak törtszámokkal. Több kultúrában többnyire, vagy kizárólag egységtörtekkel számoltak. A közönséges törtek mindennapi életben való használatát egyre inkább felváltotta a tizedes törtek használata. A közönséges törtek szimbólummal való jelölésére is többféle példát láthattunk.

A magyar történelem során is fellelhető jó pár példa a középkorból is, amikor törtrész kiszámítására volt szükség. Gondoljunk csak az egyháznak fizetendő tizedre, vagy a hűbérúrnak fizetendő kilencedre, ami – mint tudjuk – nem a javak kilencedét jelentette, hanem a kilencedik tizedet. Egy másik példa a Károly Róbert idejében fizetett harmincadvám volt, ami a korábbi nyolcvanadvám helyett lépett életbe.

4. TÖRTEK TANÍTÁSA

Már a magyar oktatásügy első átfogó okiratában, a Mária Terézia által 1777-ben kiadatott Ratio Educationisben utaltak a törtek iskolában történő tanítására. A tananyagot hasznosság alapján állították össze. A középfokú iskolákban heti két órát szántak matematikára. A matematikaórák tananyagának fontos részét képezte a négy alapművelet gyakorlása egész és törtszámokkal.

4.1. A TÖRTEK TANULÁSÁNAK ELHELYEZKEDÉSE A SZÁMFOGALOM KIALAKULÁSÁNAK FOLYAMATÁBAN

A *Nemzeti alaptanterv* [20] szerint a matematikai fogalmak, összefüggések érlelése és a gondolkodásmód kialakítása az egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokolja. Nincs ez másképp a számfogalom kialakításával, fejlesztésével kapcsolatban, ahol az egyik legfontosabb matematikadidaktikai elvet, a spiralitás elvét követjük. A számfogalom kialakulásának 0. stációja Ambrus András (2004) [1] szerint a számokkal kapcsolatos, iskola előtti tapasztalatok. Már 3-4 éves gyerekektől hallhatjuk, hogy mechanikusan elszámolnak 5-ig, sőt 10-ig. Van, hogy a kisgyermekek által kimondott vagy felismert szám mögött konkrét számérzet is van,

de a legtöbb esetben ebben a korban még csak hallás után, vagy kép után jegyzik meg az adott számokat. Lehet, hogy az óvodás gyermek már felismeri, hogy az adott dominón 3 pötty van, vagy hogy a 7-es busz állt meg a megállóban, vagy felismerik a TV2-t a 2-est tartalmazó logó alapján, de a számok mögött még nincs pontos számérzet, nem ismeri a gyermek a számok egymáshoz való viszonyát sem azok tulajdonságait. Ambrus szerint a számfogalom kialakulásának 1. stációja az alsó tagozaton meg végbe, amikor is a gyerekek megismerkednek a természetes számokkal. A második stáció az 5-6-ik osztályban történő **N→ Z** és **N→Q** számkörbővítés. A gyerekek már alsó tagozatban is találkoznak negatív egész számokkal, és a törtszámokkal is valamilyen formában, de az új számtartományok tudatos, permanenciaelven alapuló bevezetése a felső tagozat első két osztályában történik. A számkörbővítés 3. stációja a 7-10. osztályra tehető, amikor a diákok találkoznak az irracionális számokkal. A negyedik állomás a 11-12. osztály, amikor a diákok létezési problémákkal, az algebrai kapcsolatok geometriai interpretációjával is foglalkoznak, helyenként megismerkednek felszínesebben-mélyebben a komplex számokkal is. A felsőfokú tanulmányok során pedig a tanulók a komplex számokkal is foglalkoznak, a valós számok két komplementer halmazával, az algebrai és transzcendens számokról tanulnak, további számkör-bővítésekkel és azok jellemzőivel, kapcsolatával is megismerkednek, például a kvaterniókkal. Ez az 5. stáció.

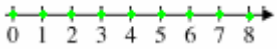
$$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C} \subset \mathbb{H}$$

4.2. A SZÁMFOGALOM FEJLŐDÉSE ÉS A TÖRTEK TANÍTÁSÁNAK ELŐKÉSZÍTÉSE ALSÓ TAGOZATBAN

Ambrus András (2004) [1] szerint a spiralitás elvével szoros kapcsolatban áll az előismeretekhez való kapcsolódás elve, azaz amikor tanítunk egy témakört, kapcsolódnunk kell a spirál korábbi szintjéhez, és ismernünk kell, hogy mik tanulóink iskolán belüli és kívüli tapasztalatai, amikre építhetünk. Az iskolában szerzet előismereteikről leghatékonyabban a tanmenet tanulmányozásával és az osztálytanítóval történő beszélgetések során juthatunk.

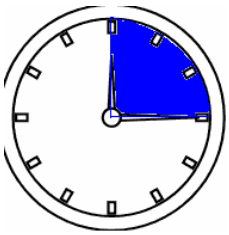
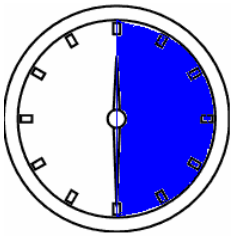
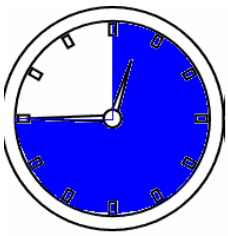
Az alsó tagozatban végbemenő számfogalom-fejlődés vizsgálatához a „*Mozaik kerettantervrendszer az általános iskolák számára, Nat 2003*”-at használtam [18]. Az

alsó tagozat négy osztályában a gyerekek a természetes számokkal, a negatív egész számokkal, majd pedig a pozitív törtszámokkal ismerkednek meg. A **természetes számok**kal mint darabszám és mint mérőszám is találkoznak a tanulók. Első osztályban nagyon fontos a szilárd számfogalom kialakítása, ami a következőket jelenti: a gyermekek tudják a számok nevét, hallás után is le tudják írni a számokat, le tudják olvasni a számokat, tisztában legyenek a számok számsorbeli helyével, tájékozottak legyenek a számok egymáshoz való viszonyáról. A mennyiségfogalom kialakításakor meg kell, hogy történjen az alábbiak egyeztetése: számjegy: 5, ujjkép: , számkép: . Első és második osztályban kis lépésekben a gyermekek megismerkednek a természetes számokkal 100-ig.



Megtanulják a számok paritását, a számszomszédokat, foglalkoznak növekvő és csökkenő sorozatokkal. Megtanulnak összeadni és kivonni. Ismereteiket számfeladatokkal, szöveges feladatokkal és nyitott mondatok megadásával mélyítik el. A halmaz számosságának fogalmával is megismerkednek, úgy, mint olyan feladatokkal, hogy megszámlálható számosságú halmazokat kell keresniük környezetükben. Például, miből van 5 az osztályban?

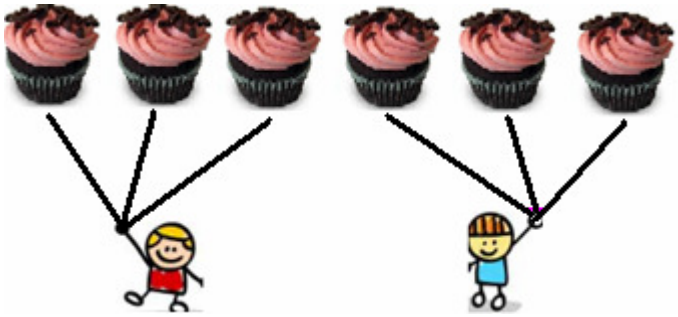
A gyermekek matematikaórán az idő mérésével találkoznak először a pozitív **törtek** használatával, úgy mint például negyed 1, fél 1, vagy háromnegyed 8.

Ezekhez a törtekhez kivágott körlap hajtogatása után jutnak el. A tanulók új műveletekkel ismerkednek meg: a szorzással mint egyenlő tagok ismételt összeadásával, a részekre osztással és a bennfoglalással, ezek kapcsolatával, majd előkészítik a szorzótáblákat, az osztást, és a maradékos osztást először csak 10-ig, majd tíznél nagyobb számokkal. A tört fogalmának előkészítése főként ezekhez az anyagokhoz kapcsolható. Az osztást az alsó tagozatban mint bennfoglalás és részekre osztás ismerik meg a tanulók. A bennfoglalás azt jelenti,

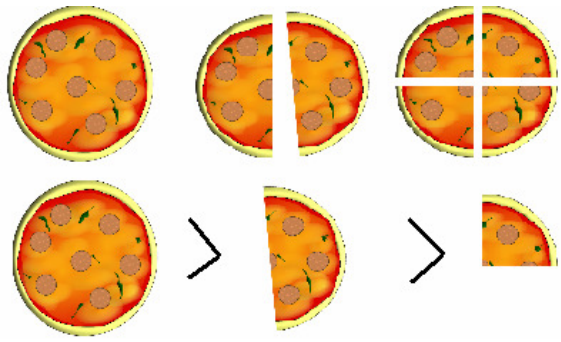
hogy van *n* elemünk, és egyenlő elemszámú csoportokat készítünk. Az a kérdés, hány ilyen csoport készíthető. Pl. Van 6 sütink, amiket kettesével osztunk ki a gyerekek között. Az a kérdés, hogy hány gyerek kap sütit, az hogy 6-ban a 2 hányszor van meg. $6:2=3.\ 2\cdot 3=6$ [3].

Az egyenlő részekre osztás azt jelenti, hogy az adott, hogy hány egyenlő darabszámú csoportot kell létesíteni, de nem tudjuk, hogy egy csoportba mennyi elem fog kerülni. Pl. van 6 sütink, ezeket 2 gyerek között akarjuk elosztani. Az a kérdés, hogy egy gyerek mennyi sütit kap. 6/2=3. $3\cdot 2=6$.

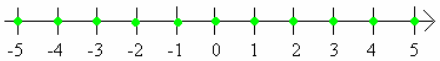


A részekre osztáshoz köthetjük az egységtörtek értelmezését is később. A harmadik osztályban a számkörbővítés a második osztályban tanultak mintájára történik. A tanulók 1000-ig ismerkednek meg a természetes számokkal. A számkörbővítés során a tanulók felfedezik a tízes számrendszer sajátosságait. A műveleteket szóban és írásban is el kell tudni végezniük. Második osztályban az idő kapcsán foglalkoznak a tanulók törtszámokkal, harmadik osztályban pedig magának a törtszám fogalmának előkészítése is megtörténik. Nagyon fontos, hogy a tanulók először valóságos tárgyakon, saját tevékenység útján tapasztalják meg, például hajtogatással, darabolással. Először úgy értelmezik a tört fogalmát, mint egy egész egyenlő részekre osztása. A kapott törtrészeket mindig egymáshoz is hasonlítják, és az egészhez is

(lefedéssel). A törtrészek szemléltetése színesrúd-készlettel is történhet. Értelmezik az egységtörteket, ezek egymáshoz viszonyított nagyságát: az egész nagyobb, mint a fél, a fél nagyobb, mint a negyed, a negyed nagyobb, mint a nyolcad.



Ezekkel a feladatokkal még nem alakul ki a gyermekekben a racionális számok fogalma, és a tárgyalt törtek elhelyezkedése a számegyenesen. A gyermekek számfogalma ebben a stádiumban a természetes számokra korlátozódik. A természetes számok halmaza bővítésre kerül a **negatív egész** számokkal, így jutnak el a tanulók az egész számok halmazához, az azokon végzett műveletekhez. A negatív egész számokkal történő számkörbővítés egy lehetséges megközelítései a hőmérsékleti értékek, az adósságcédula, a számegyenes.



Negyedik osztályban a számkörbővítés a 10 000-es számkörben történik. Ekkor mélyül el a pozitív és negatív számok fogalma. A tízezres számkörben való osztás tanítása után a törtek következnek. Az időzítést az indokolja, hogy törteket az egész egyenlő részekre osztásával kapunk. A tanmenet azt javasolja, hogy először olyan egészet válasszunk, aminek törtrésze másmilyen alakú, pl. kör. Csak ezután térjünk át a téglalapból előállítható törtrészekre. Sok tevékenység által gyakorolják az eddig tanultakat a törtekről. A tanulók megtanulják a törtszámok jelölését, elnevezéseit, leolvasását és lejegyzését. Fontos, hogy a gyerekek meglássák, hogy a nevező azt mutatja meg, hogy az egészet hány egyenlő részre osztjuk, a számláló pedig a részek számát jelöli. A gyerekek ezután megtanulják az alapokat a törtszámok összehasonlításához egyszerű esetben, a nagyságviszonyokat, a törtek egésszé való kiegészítését, és egy egésznél nagyobb törtszámokat. A diákok a tört azon

értelmezésével is találkoznak, hogy törteket több egész egyenlő részekre osztásával is kaphatunk.

Megkérdeztem egy alsós kolléganőt, Orsit, hogy neki mi a tapasztalata a törtek tanításával kapcsolatban, van-e valami, ami nagyon bevált, illetve kevésbé. Ami az ő osztályánál nagy sikert aratott, az a tábla csoki elosztása, illetve tavaly sütöttek egy nagy pizzát és azt osztották szét különböző nagyságú részekre, és utána meg is ették.

4.3. AZ ÉRINTETT KOROSZTÁLY

Az 5-6. osztályra vonatkozó alapozó szakasz funkciója a *Nemzeti alaptanterv* [20] szerint „elsősorban az iskolai tanuláshoz szükséges kulcskompetenciák, képességegyüttesek megalapozása. Ebben a szakaszban történik az iskolai tudás (és a tanítás folyamatának) erőteljes tagolódása, amely megköveteli az ilyen típusú tanuláshoz szükséges és ehhez rendeződő képességnyalábok, kompetenciák célzott megalapozását” [19].

A törtekkel való megismerkedés és fogalmuk, használatuk elsajátítása egy része a világ mennyiségi viszonyaiban való tájékozódás komplex folyamatának. E dolgozat témája a törtek interaktív tanítása az 5. osztályban. A további fejezeteimben a való életből vett példákat ötödik osztályban végzett hospitálásokból merítem, ahol megfigyeltem e témakör tanítását. Ahogy Ács (1977) [2] könyvében is olvashatjuk, a 4. és 5. osztály közti átmenet éppoly jelentős fordulat a gyerekek számára, mint amikor kiselsősként először mennek iskolába. Az 5. osztályban új nehézségek sora vár a tanulókra. Egyik ilyen nehézség lehet, hogy az osztálytanítót felváltják a szaktanárok. A diákoknak hozzá kell szokni minden tanár különböző stílusához, jelleméhez, tanítási módszereihez, elvárásaihoz. Egy másik nehézség lehet, hogy már az alsós gyermekekben félelmet, gátlást alakíthatnak ki a következőkhöz hasonló ijesztgetések:

- „Ha a felsőben is kitűnő szeretnél maradni, vége a játéknak!”
- „Ha az ötödikben is csak ennyit tanulsz, meg fogsz bukni!”

Továbbá újabb nehézséget jelenthet az osztályozás is. Az elmúlt tanévig az alsó tagozaton kötelezően szöveges értékelést kaptak a tanulók mind félévkor, mind pedig év végén, csak a 4. év végén kaptak jegyet. Az idei tanévet illetően a tantestület iskolánként választhatott, hogy ebben a tanévben tanév végén már 2. osztálytól

érdemjeggyel értékelik a tanulók előmenetelét, félévkor a törvény szerint még minden alsó évfolyamon szöveges értékelést alkalmaznak. Az iskola pedagógia elvei a pedagógia programban vannak megfogalmazva. Annak a nyugat-magyarországi általános iskolának a tantestülete, ahol angoltanárként dolgoztam, úgy döntött 2010. szeptembere előtt, hogy ebben az évben is még szöveges értékelés marad az egész alsó tagozatban, de év végén már jeggyel osztályoznak a 2. 3. és 4. év végén. A felső tagozatos tanárok észrevételei Ács [2] szerint a 4. és 5. évfolyam közti váltást illetően: (78-81. o.):

- az alsó tagozaton minden erőt és erőt igénybe vesz az alapműveletek technikájának elsajátítása
- a tanulók gondolkozása csak ezekben a műveleti körökben mozog
- kevés a tanulók közvetlen, induktív tapasztalatszerzése
- összefüggések meglátására, önálló gondolkozásra, problémák megoldására csak kevesen képesek
- a tanulók igen különböző színvonallal kerülnek a felső tagozatba
- az idő nagy részét leköti a tanulók lassú írása

Judit, aki már több mint 25 éve tanít matematikát felső tagozatban, a következő személyes tapasztalatokról számolt be. Az alsó tagozatos, főleg fiatal tanítónők folyamatosan jönnek hozzájuk megkérdezni, hogy mennyit foglalkozzanak például térfogatszámítással vagy kétjegyű számmal való osztással. Erre a felsős kollégák mindig úgy felelnek, hogy az ő számukra az a legfontosabb, ha a gyerekek a négy alapműveletet biztosan el tudják végezni. Ekkor ők már tudnak rá építeni felsőben. Sokszor előfordul azonban, hogy a tanítók úgy érzik, hogy a gyerekeknek már megy a négy alapművelet, de később, felsőben kiderül, hogy még sem volt begyakorolva, sokan alapvető dolgokban hibáznak, nem tudnak fejben összeadni, vagy nem ismerik a szorzótáblát. Ács és szerzőtársai (1977) [2] szerint az alsós tanítók az alábbi véleményen vannak általában:

- a felső tagozaton tanító tanárok nem veszik figyelembe a kéthónapos szünetben bekövetkező felejtést
- gyakran nincs kellő türelmük az ötödik osztályos gyermekekhez
- túlzott igényeket támasztanak az otthoni tanulást, az írásbeli munkát, a szóbeli feleltetést illetően

Judit, amikor ötödikes osztályt kap matematikából, mindig elkéri az alsós tanítónőtől a 4. év végi felmérőt és eredményeit matematikából, és szeptemberben újra megíratja a

gyerekekkel. Állítása szerint majdnem mindenkié egy kicsit rosszabbul sikerül, mint 4. év végén, de 75%-uknál nem jelentős ez a rontás. Ezt a dolgozatot csak kíváncsiságból íratja velük, nem értékelő dolgozatként. A kapott jegyet viszont beírja annak, aki kéri. Judit iskolájában bevett szokás, hogy a felsős szaktanárok hospitálnak leendő osztályuknál. Ami a szülők és az iskola kapcsolatát illeti, Ács szerint az ötödik osztályban meglazul. A szülők kevésbé felügyelik a gyerekek házi feladatát, otthoni készülését, kevésbé tartják a kapcsolatot az iskolával. Vannak azonban szülők, akik maximalista követelményeket várnak el a diákoktól. Egy ilyen édesanyával volt nekem is személyes tapasztalatom. A kisfiát korrepetáltam matematikából és angolból 3. és 6. osztályos kora között. A kisfiú, és szinte majdnem minden osztálytársa alsóban jó-jeles tanulónak számított, édesanyja ezekre az eredményekre alapozva várt el hasonló teljesítményt kisfiától ötödikben és hatodikban is. Daninak főleg a matematikában és a fizikában voltak nehézségei. Voltak esetek, amikor egy adott matematika anyagrész elsajátítása alapján az én becslésem szerint 2-3-as jegyre volt esélyes egy-egy felmérő kapcsán, ám kellemes meglepetésemre 4-est szerzett, de az édesanyja nem tudta értékelni, épp ellenkezőleg, leszidta, hogy miért nem ötös. Ez nagy nyomást gyakorolt a kisfiúra és rám is.

4.4. TÖRTEK TANÍTÁSA 5. OSZTÁLYBAN

A MOZAIK Kiadó Sokszínű Matematika [7] tankönyve alapján vizsgálom meg e témakör tanítását az általános iskola 5. osztályában, mivel a látogatott osztály ebből a tankönyvből tanul. A MOZAIK Kiadó kerettanterve [18] heti 4 matematikaórával számol erre az évre és a látogatott 5-es osztálynak is heti 4 matematikaórája van. Az évi óraszámuk 148 óra. Az ötödikes NAT fő témakörei a következők: A természetes számok; Geometriai alapismeretek; Mérés, statisztika; A szögek; A törtszámok; A téglalapok; A téglatestek; A tizedes törtek; Az egész számok; Helymeghatározás. A törtszámok tanítására 20 órát szán a tanmenet. Az osztály matematikatanára, Judit is a kiadó által javasolt tanmenetet vette alapul saját tanmenete elkészítéséhez. A Judit által módosított tanmenet erre a témakörre a következő:

A törtszámok (20 óra)

Óra-szám	Az óra címe	Fogalmak, összefüggések	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
1.	A tört értelmezése	A tört kétféle értelmezése.	A számláló és nevező jelentése, ábrák alapján a törtrész meghatározása.
2.	A törtek összehasonlítása az egésszel	Vegyes szám.	Törtek összehasonlítása 1 egésszel. Vegyes számok törtté alakítása, 1-nél nagyobb törtek vegyes szám alakja.
3–4.	Törtek bővítése, egyszerűsítése	Bővítéskor, egyszerűsítéskor nem változik a tört értéke.	Bővítés, egyszerűsítés végrehajtása.
5–6.	Törtek helye a számegyenesen	Közös nevező.	Törtek ábrázolása a számegyenesen.
7.	A törtek összehasonlítása	Közös nevező, azonos számláló.	Gondolkodási képesség fejlesztése, különböző eljárások alkalmazása.
8–9.	Gyakorlás		A törtekkel kapcsolatos feladatok önálló megoldása, ellenőrzés.
10.	Egyenlő nevezőjű törtek összeadása, kivonása		Jártasság kialakítása az összeadás, kivonás elvégzésében. Bővítés, egyszerűsítés alkalmazása.

Óra-szám	Az óra címe	Fogalmak, összefüggések	Fejlesztési feladatok, tevékenységek
11–13.	Különböző nevezőjű törtek összeadása és kivonása	Közös nevező, a nevezők közös többszöröse.	Szöveges feladatok áttekinthető lejegyzése. Vegyes számok törtté alakítása, bővítés, egyszerűsítés.
14–15.	Törtszámok szorzása természetes számmal		Mértékváltás a törtek körében. Egyszerű egyenletek megoldása következtetéssel.
16–17.	Törtszámok osztása természetes számmal	A számláló, ill. a nevező változtatásával hogyan változik a tört értéke.	Törtek és vegyes számok osztása, ellenőrzés szorzással. Egyszerűsítés.
18.	Gyakorlás	Műveletek sorrendje.	Törtek értelmezése, egyszerűsítése, bővítése. Műveletek. Mértékváltás.
19.	Témazáró dolgozat		
20.	Témazáró dolgozat értékelő megbeszélése		

A gyerekek hatodik osztályban a törtek tanulásakor átismétlik először az eddig tanultakat, majd új tananyagként következik számukra a tört szorzása törttel, a számok reciproka, a törttel való osztás, a törtekkel végzet műveletek tulajdonságai, illetve a racionális számok fogalmával való megismerkedés. Később, középiskolában 9. osztályban pedig már algebrai törtekkel végeznek műveleteket a diákok.

4.5. GYAKORI HIBÁK TÖRTEKKEL

Pólya György nagy hangsúlyt fektet műveiben az analógia használatára, amikor megoldási tervet készítünk. A következő kérdéseket ajánlja a problémával találkozó tanuló figyelmébe: „Nem találkoztál már a feladattal? Esetleg a mostanitól egy kissé eltérő formában? Nem ismersz valami rokon feladatot? Vagy olyan tételt, aminek hasznát vehetnéd?" „Próbálj visszaemlékezni valami ismert feladatra, amelyben ugyanez – vagy ehhez hasonló – az ismeretlen. Itt van egy már megoldott rokon feladat. Nem tudnád hasznosítani? Nem tudnád felhasználni az eredményét? Nem tudnád felhasználni a módszerét? Nem tudnád esetleg valami segédelem bevezetésével felhasználhatóvá tenni?" (Ambrus, 2004, 109. o.) [1]. Az analógia keresésének és használatának tehát rendkívül sok előnye van. Ács (1977, 106-119. o.) [2] és szerzőtársai azonban felhívják a figyelmet a helytelenül feltételezett analógián alapuló hibákra is, amik a törtek tanulása közben gyakran előfordulhatnak. Ezeknek a hibáknak főképp az áll a hátterében, hogy a tanuló téves analógia alapján old meg egy feladatot. A gyermek a korábbi helyzetben végzett eljárást automatikusan alkalmazza az új feladatra is. Ezek a hibák más későbbi hibák forrásai is lehetnek. Tipikus analógiahibák:

A gyermek a törtszámok bevezetése után a 7>4 analógiájára azt hiszi, hogy $\frac{1}{7} > \frac{1}{4}$. A tanárnak nem szabad elnagyolnia a tört fogalmának kialakítását és sokszor ki kell térni a nagysági relációkra. Nem szabad elkapkodni ezeket a lépéseket csak azért, hogy minél előbb elkezdhessék a műveletek tanítását.

A tört fogalmának meg nem értése más hibák táptalaja is lehet. Megeshet, hogy a gyermek például kisebbnek fogja hinni az $\frac{1}{2}$-et $\frac{29}{98}$-nál, mert a második törtben az 1 és 2- nél nagyobb számokat lát, nem érti a törtek bővítését, egyszerűsítését, például nem érti, hogy lehet $\frac{2}{3} = \frac{24}{36}$ és képtelenségnek érzi, hogy lehet egyenlő $\frac{1}{3} + \frac{1}{6}$ $\frac{1}{2}$-del. A tévedő gyermekekkel Ács Pál és társai [2] leírása szerint kísérletet végeztek. A szerzők sem a kísérlet körülményeit, sem a résztvevők számát nem részletezik. Öt törtet nagyság szerint kellett sorba állítaniuk, és pontosan a fordított sorrendet hitték helyesnek. A következő feladatban a törtszámok közé egész

számokat is kevertek. A gyerekek által felállított sorrendek változatos képet mutattak, de minden esetben hibásat. Volt olyan is, hogy egy feladatban, amikor számegyenesen kellett ábrázolniuk egy törtet, akkor számegyenes helyett derékszögű koordinátarendszerben ábrázolták a tört helyét. Ez a megoldás arról tanúskodik, hogy a tört úgy él a gyermek tudatában, mint két szám. Az efféle hibák legjobb javítása a szemléltetés. Újra megmutatták a gyerekeknek körlap szétvágásával, hogy $\frac{8}{8}=1$, illetve hogy $\frac{1}{4}$ fele $\frac{1}{8}$, stb. Általam megkérdezett gyakorló pedagógusok is rengeteg hasonló esetről számoltak be. Elmondásuk szerint sokszor előfordul, hogy rögtön a szemléltetés után helyesen oldják meg a diákok a hasonló feladatokat, de a házi feladatban vagy következő órán ismét tévesztenek. Egy konkrét esetben a diák a dolgozatban azt válaszolta, hogy egy óra negyed része 80 perc. Amikor viszont a tanárral a felzárkóztató órán kérdések segítségével, kis lépésekben oldották meg a feladatot, akkor rá lehetett vezetni a helyes megoldásra, ami mellesleg nem is igényel semmi új matematikai tudást, hiszen a mindennapi életben a gyermek számtalanszor találkozik az idő mérésével. Netán az is megeshet, hogy még kétféleképpen is el tudja mondani, hogy 12:15-kor vagy negyed 1-kor csengetnek ki az utolsó órájáról.

Hasonlóan hibás gondolatmenettel találkozhatunk a tizedes törtek esetében is, amikor a gyerek azt hiszi, hogy 0,8<0,12.

Az összeadásnál alkalmazott eljárás szorzásra való automatikus átviteléből adódik a következő hiba, amikor vegyes törteket szorzunk össze egymással: $3\frac{1}{2}\cdot 2\frac{1}{4}=6\frac{1}{8}$. A vegyes számok összeadását úgy tanítjuk, hogy az egész részt az egész résszel adjuk össze, a tört részt a tört résszel, felesleges volna ehelyett elbonyolítani a számolást. A szerzők hasonlóan kísérleteztek a gyerekekkel, és arra jutottak, hogy ha a szorzást tizedes tört alakban is és 1-nél nagyobb áltörttel is elvégeztetik, akkor a gyerek felismeri a hibát, de nem látja az okot. Pl.: $3{,}5\cdot 2{,}25$ vagy $\frac{7}{2}\cdot\frac{9}{4}$. A szerzők azt állítják, hogy a legjobb eljárásnak a becslés bizonyult: $\frac{7}{2}=3\frac{1}{2}$, $\frac{9}{4}>2$. Az eredeti szorzatunk nagyobb lesz tehát, mint $3\frac{1}{2}\cdot 2$. $3\frac{1}{2}\cdot 2=7$, tehát az eredményünk 7-nél nagyobb kell, hogy legyen. A szemléltetéssel

megoldott feladat (pl. téglalap területének kiszámítása) elvezetett a kéttagú összegek egymással való szorzásához, ahol a szorzat négy tagból áll:

$$\left(3+\frac{1}{2}\right)\cdot\left(2+\frac{1}{4}\right)=6+1+\frac{3}{4}+\frac{1}{8}=7\frac{7}{8}.$$

Nagyon sok megszokásból fakadó hiba is előjöhet a törtekkel való számoláskor. Ez azért van, mert a gyermek lényegesnek vél lényegtelen dolgokat, helyesnek vél olyan ki nem mondott hamis következtetéseket, amiket önmaga (sokszor hibás analógiára alapozva) állapít meg. Nagyon nehéz megelőzni is és kijavítani is az ilyen jellegű hibákat.

Az egyik ilyen eset, amikor a gyerek a régebben és az újonnan megismert fogalmakat szeparálja, egy-egy zárt rendszernek tekinti őket. Ebből fakadóan nem érti például, hogyan lehet törtszámok szorzata egész szám. Pl.: $22\frac{1}{2}\cdot 2\frac{2}{5}=54.$ Hasonlóan előfordulhat, hogy a gyermek kijelenti, hogy nem lehet összeadni egy tizedes törtet és egy közönséges törtet, pl.: $0{,}5+\frac{7}{3}$. Ismét egy megszokásból adódó hiba azt vélni, hogy a szorzás mindig növel, az osztás pedig mindig csökkent. Ez abból adódik, hogy a kisgyermek a természetes számok körében megszokja ezt, és ebből adódóan furcsállhatja a következő eredményeket: $6\cdot\frac{1}{2}=3$ vagy $6:\frac{1}{2}=12$. Nem nevezhetjük hibának, azonban több hibalehetőséget rejt magában, ha a törtek egész számmal való szorzásakor és osztásakor a sablonos utat választja, és nem egyszerűsít a művelet elvégzése előtt. Pl.: $\frac{3}{28}\cdot 7$ vagy $\frac{14}{15}:7$ esetében (Ács, 1977) [2].

További hibák eredhetnek a fogalmak tisztázatlan voltából. Ha a tört fogalma nem tiszta a tanuló számára, könnyen tekinti a törtet két különböző számnak, vagy éppen összekeveri a tört szorzását és bővítését. Pl. így végzi el a műveletet: $5\cdot\frac{2}{3}=\frac{10}{15}$ (Ács, 1977) [2].

A tanári oldalt tekintve gyakori hiba Pálfalvi Józsefné (1999) [23] szerint, hogy különböző nevezőjű törtek összeadásakor és kivonásakor mindig a legkisebb közös nevezőt akarjuk megkerestetni a tanulóval. Azt tanácsolja, hogy ezt semmiképpen ne írjuk elő. A nevezők szorzata például mindig megteszi. Azt javasolja, hogy célszerű a gyerekeknek megszokniuk, hogy először csak jelöljék ki a szorzásokat, és utána egyszerűsítsenek, és csak az egyszerűsítések után végezzék el a

műveleteket. Nem az kell, hogy fontos legyen, hogy a gyerekek megtanulják a legkisebb közös többszöröst megtalálni, hanem az, hogy ne egyetlen megoldási módot kövessenek, hanem hogy tudják, hogy sokféle van, és egyéni ízlésük szerint tudatosan válasszák az egyiket.

5. INTERAKTIVITÁS MATEMATIKAÓRÁN

5.1. AZ INTERAKTIVITÁS DEFINIÁLÁSA

Az interaktivitás napjainkban divatos szó, sok helyütt használjuk. Maga az „interaktív" jelző az Idegen szavak gyűjteménye szerint azt jelenti, hogy valami kölcsönös, közvetlen kapcsolaton alapuló. Szűts (2000) [29] a számítástechnika világából kiindulva definiálja az interakciót: „leginkább a multimédiára használható, ahol egy bizonyos képre vagy szövegre kattintva a közeg válaszol; egy klippel, képpel vagy a hypertext esetében újabb szöveggel.". Eszerint a definíció szerint az interaktivitás résztevői: az ember, az interfész és a gép, illetve szoftver. Ez az interakció nem jelent többet, mint hogy a számítógép úgy cselekszik, ahogy a felhasználó utasítja. A program futása alatt a felhasználónak aktív szerepe van, hiszen a program nélküle csak korlátozottan fut tovább. Ennek az esetnek tipikus példái az internet használata vagy az interaktív tábla kezelése. Példák interaktív felületekre: játékok, kommunikációs felületek (chat, fórum), online bevásárlás, online aukciók, termékösszehasonlítás, interaktív tananyagok.

Rafaeli (1988) [25] szerint az interaktivitás egy sajátos kommunikációs rendszer: "an expression of the extent that in a given series of communication exchanges, any third (or later) transmission (or message) is related to the degree to which previous exchanges referred to even earlier transmissions" [a kommunikációs üzenetváltások sorozatában megadott kiterjedés kifejezése, ahol minden harmadik (vagy további) üzenet meghatározott mértékben összefüggésben van a korábbi átvitelekre reagáló üzenetekkel]. Tehát az interaktivitás egy olyan kommunikációs folyamatot jelent, melyben minden egyes üzenet az azt közvetlenül megelőző, illetve a kommunikációs folyamat egészében lezajlott összes megelőző üzenetcserétől függ.

Összefoglalva az mondható el, hogy az interaktivitás kétirányú kommunikációs folyamat, ahol a vevő azonnal reagálhat a közlő üzenetére.

Miért fontosak az interakciók egy tanórán? Azért, mert ha a tanuló a tanárától, vagy diáktársától vagy akár egy interaktív táblától megértést, biztonságot kap, helyeslést, buzdítást, jóváhagyást észlel, növelhető a tanulók teljesítménymotivációja.

Dolgozatomban a matematikaoktatás, ezen belül is a törtek tanítása során felléphető osztálytermi interakciókra keresek példákat. Az interakció sokféleképpen megvalósulhat matematikaórán, hiszen a tantárgy természetéből kiindulva alkalmasabb az interakciókra, mint sok más tantárgy. Saját tapasztalataimra hagyatkozva mondhatom, hogy a hosszú, tanár-diák és diák-diák interakciókat limitáló vagy teljesen nélkülöző tanári előadások sokkal gyakrabban fordulnak elő például a humán tantárgyak körében, például történelem vagy magyar órákon. Főleg matematikaórán, de egyáltalán sem lehet a tanuló tanulás közben passzív. Nem elég az, ha a tanuló csak befogadja az ismereteket. Az oktatás a tanár és a tanítvány közös tevékenysége kell, hogy legyen (Sümegi, 1986) [27].

Dolgozatomban az osztálytermi interakciók jelenlétének három fő esetét különböztetem meg: tanár-diák közti interakciók, diák-diák közti interakciók, illetve az interaktív táblán interaktív feladatok végzése. Ezeket a nyilván nem élesen elkülönülő eseteket konkrét példákkal illusztrálom.

5.2. TANÁR-DIÁK INTERAKCIÓK

A tanórai interakció során a tanulók tanulhatnak tanáraiktól és a tanárok is nagyon sok mindent megtudhatnak tanulóikról.

Szókratész a kérdve kifejtés módszerével tanította tanítványait. A tudós nem készen adta át tanítványainak a bizonyításokat, hanem úgy próbálta meg kérdésekkel irányítani a tanítvány gondolkodását, hogy szinte önmaga fedezze fel a végső következtetést, a végső igazságot (Ács, 1977) [2]. A szókratikus tanítási eljárást manapság is használjuk. Ennek lényege az, hogy megdöntjük a tanuló helytelen következtetését. Ezt pedig úgy visszük véghez, hogy olyan kérdéseket teszünk fel, amikből a diák maga jön rá, hogy eredeti elképzelés téves volt (Sümegi, 1986) [27]. A tanítási módszerek széles skálája közül kiemelem a frontális osztályfoglalkoztatást, mert hazánkban napjainkban is gyakran alkalmazott módszer. Erről akkor beszélhetünk, ha a tanár ugyanazzal a problémával foglalkoztatja az egész osztályt a tanulók bevonásával, aktív közreműködésével egy időben. A felmerülő legnagyobb

tanítási problémák néhány évtizeddel ezelőtt abból fakadtak, hogy a tanár milyen csoportot választott tanítása, magyarázata céljául. A tanárok sokszor megkísérelték a lehetetlent, és az egész osztályt próbálták megcélozni, mint befogadó célközönséget és elvárták mindenkitől, hogy többé-kevésbé kövessék gondolatmenetüket. Válaszadásra hol a jelentkező tanulók közül szólított fel valakit a tanár, hol pedig az úgynevezett „alvó" diákok közül választott ki egyet. Az ebből fakadó tanár-diák interakcióknak több veszélye is lehet. Lehet, hogy néhol váratlan kitérőt kellene tenni egy gyengébb tanuló kedvéért, vagy éppen túl nagy lépést kellene megtenni egy értelmes tanuló megjegyzése kapcsán, így aztán az eleinte középutat megcélzó gondolatmenet inhomogénné válhat. Ami az összefüggő tanári előadást illeti, az nem tartozik a frontális tanítási módszerbe, mert a tanulók figyelmét nem tekintjük a foglalkozásban való aktív közreműködésnek és tanár-diák interakcióra sem igen ad lehetőséget. A matematikatanítás során nem is jellemzőek a hosszú tanári előadások manapság a közoktatás terén (Ács, 1977) [2].

Egy matematikaóra nagyon sok esetben alkalmas tanár-diák interakcióra, a frontális fogalomtanítástól kezdve a differenciált csoportokban történő gyakorló feladatok megoldásáig. Néhány lehetséges eset a tanár-diák interakciókra:

- dialógus úgy, hogy a gyerek a helyén marad
- a diák a táblánál dolgozik
- a tanár körbejárva és a diákokhoz odahajolva ellenőrzi munkájukat, amíg ők önállóan dolgoznak
- dolgozat írása közben a diák kérdést intézhet a tanár felé stb.

Sümegi (1986) [27] például egy konkrét tanár-diák(ok) beszélgetést ír le, amikor a heurisztikus tanítási eljárást illusztrálja. Azt mutatja be, hogy ahelyett, hogy a tanár egyszerűen közli egy probléma megoldását, elvezeti a tanulókat az önálló megoldáshoz. Jelen problémában a téglatest átlójának meghatározása volt a feladat. A tanár részéről ezek a kérdések hangzottak el (amikre a diákok természetesen válaszoltak): „Mit értünk a téglatest testátlóján? (…) Ismerünk-e olyan feladatot, amelyben ugyanez az ismeretlen? (…) A testátló egy szakasz. Oldottunk-e meg olyan feladatot, amelyben az ismeretlen egy szakasz volt? (…) Láttok az ábrán háromszöget? Milyen fajta háromszög lenne a legjobb? (…) Hol az ismeretlen? (..) Mikor? (…) Az egyik befogó adott… (…) Helyes, a terv megvan." (46. o.)

A fellépő interakciók nagyon sokfélék lehetnek. A nem verbális jelek is interakciók. Az egyik legfontosabb a hallgatás. Fontos megjegyezni, hogy a hallgatás nem üresjárat, hanem sokféle oka és célja lehet. Például egy diák hozzászól egy problémához, feladathoz, a tanár hagy időt arra, hogy a többi diák is továbbgondolja azt. A tanár hallgathat akkor is, ha feltesz a tanulóknak egy kérdést, és időt hagy a válaszadásra. További nem verbális interakció lehet a felek mimikája, gesztikulációja, testmozgás stb. A szóbeli interakcióknak is vannak nem verbális szempontjai, mint például a beszédtempó, a hangerő, az érzelmi töltet, a szünetek, a beszéld hossza stb.

Az interakció mérésére használt Flanders-kategóriák a következők (Lambert, 1965) [11]:

A tanár…

1. elfogad érzelmi megnyilvánulásokat:

   A tanár barátságos hangnemben fogadja a tanulók érzelmeit, megnyilvánulásait, magatartásukat, állásfoglalásukat, amelyek egyaránt lehetnek pozitív vagy negatív irányúak.

2. dicsér, bátorít:

   A tanár dicséri a tanulók tevékenységét, megnyilvánulását viselkedését. Például ide tartoznak a helyeslést kifejező fejbólintások és a helyeslő mosoly. A tanár bátorítja a tanulók tevékenységét, megnyilvánulásait, viselkedését. Pl.: bátorító szavak, helyeslő hümmögések, a feszültség oldását célzó, de nem más kárára történő, humoros megjegyzések.

3. elfogadja vagy felhasználja a tanulók önálló gondolatait:

   A tanár elfogadja és/vagy felhasználja a tanulók saját gondolatait és a tanulók által felvetett ötleteket. Épít ezekre, tovább fejleszti ezeket, ezekre vonatkozó kérdést tesz fel.

4. kérdez:

   A tanár saját gondolataira alapozva azzal a szándékkal tesz fel kérdést, hogy arra a tanulók válaszoljanak. A kérdéstípusokat alább részletezem.

5. előad, magyaráz:

   A tanár saját vagy más, de nem a tanulók véleményét, gondolatait ismerteti, felvilágosítást ad tényekről, idéz valakitől.

6. utasít:

A tanár utasítja a tanulót, és azt várja el tőle, hogy a felszólításnak megfelelően viselkedjen.

7. kritizál:

A tanár valamit kifogásol, nemtetszését fejezi ki. A tanár helyteleníti a tanuló viselkedését, ezt indokolja is, és a helyes viselkedésformára ösztönzi.

A tanuló…

8. válaszol:

A tanuló a tanár által felvetett kérdésre, gondolatra válaszol.

9. kezdeményez:

A tanuló kifejti véleményét magától az órai témával kapcsolatban. A tanuló spontán módon megjegyzést fűz valamihez.

10. csend vagy zűrzavar keletkezett:

A kommunikáció menetében átmeneti szünet, csönd áll be, pl.: a tanulók írásbeli feladatokat végeznek. A kommunikáció menetében átmeneti zavar támad (pl. külső zaj, egymás szavába vágás).

Ami a 4. kategóriát illeti, a tanári kérdések effélék elehetnek:

1. Kognitív (emlékezeten alapuló) kérdés:

A tanulónak a megtanultak alapján kell számot adnia tényekről. Pl. a tanulónak vissza kell adnia az előző órán tanultakat.

2. Konvergens kérdés:

A tanulónak gondolkoznia kell, hogy válaszolni tudjon.

3. Divergens kérdés:

A tanulót a tanár arra ösztönzi, hogy sokféle választ találjon, több megoldási módot ismertessen egy adott problémával, feladattal kapcsolatban. Ez kreatív gondolkodást igényel a tanulótól.

4. Értékelő kérdés:

A tanulótól értékelést várunk el, amelyet indokolnia is szükséges

Measel és Mood (1972) [15] a következőképpen kategorizálják az előfordulható tanári kérdéseket:

Fogalmi

1. Felsorolást vár (Mit láttál, hallottál, figyeltél meg?)
2. Tartalmi összerendezést, közös vonások megállapítását várja (Mi tartozik össze, milyen szempontok alapján?)
1. Kategorizálást, besorolást vár el (Hogyan neveznéd ezt a tárgyat, mi tartozik ehhez a fogalomhoz?)

Adatok közlése, következtetések levonása, általánosítás

1. Információgyűjtésre ösztönöz (Mit figyeltél meg, láttál, találtál?)
2. Magyarázat adására ösztönöz (Miért történt ez?)
3. Következtetések levonására, általánosításra ösztönöz. (Mi a jelentése, mire következtetsz ebből?)

Elvek alkalmazása

1. Következményeket előre megmondani, ismeretlen jelenségeket megmagyarázni, hipotéziseket kialakítani (Mi fog történni ha…?)
2. Hipotézist megvédeni (Miért gondolod, hogy ez fog történni?)
3. Hipotézist igazolni (Mikor lenne bizonyítva, hogy a magyarázatod helyes vagy valószínű?)

5.3. TANÁR-DIÁK INTERAKCIÓK A TÖRTEK TANÍTÁSA KÖZBEN

Ebben a fejezetben megfigyelésen alapuló konkrét tanítási szituációkat mutatok be. Megfigyeléseimet egy nyugat-magyarországi általános iskolában végeztem egy ötödikes osztály matematikaóráinak látogatása közben az idei tanévben. Hospitálásomkor külön hangsúlyt fektettem az osztálytermi interakciók figyelésére, minél pontosabb lejegyzetelésére. Ennek ellenére előfordulhat, hogy bizonyos részeket nem sikerült szó szerint idéznem, mert megfigyelésemkor nem használtam diktafont. A fent már kifejtett Flanders interakciós kategóriák megjelenésére mutatok az alábbiakban példákat.

1. A tanár elfogad érzelmi megnyilvánulásokat:

Judit, a megfigyelt osztály tanára az összes órán barátságos hangnemben fogadta a tanulók megnyilvánulásait, állásfoglalásukat, amennyiben azok nem eredendően

rosszindulatúak voltak vele, vagy a többi diákkal szemben. Gyerekközpontúsága, a diákok iránti kedvessége és odafigyelése által olyan atmoszférát teremtett az osztályban, amiben a diákok ugyan fegyelmezetten, de nem rettegve vesznek részt a tanórákon. Gyakran bátorítja diákjait a következőképpen: „igen, úgy van, nagyon jó, ez az, ügyes vagy, megy ez, na látod, milyen jól megy, tudod te ezt, csak bátrabban" stb.

2. A tanár dicsér, bátorít:

A tört, mint egy egész egyenlő részekre osztásaként való értelmezésekor a pizzás bemutató példán megkérdezte a diákokat, hogy mit tudnánk még egyenlő részekre osztani a mindennapi életben? Milyen más példákat tudnátok mondani? A következő válaszok érkeztek a tanulóktól:

Tanuló 1: Csokit!

Tanuló 2: Tortát!

Tanuló 3: Sütit!

Tanuló 4: Teát!

Judit: Azt hogy tudjátok igazságosan elosztani?

Tanuló 4: Hát úgy, hogy a mama mindig egy litert főz egyszerre, és négyünknek osztja szét, mindenki egy bögrényit kap, a mama is, anya is, én is, meg a tesóm is.

Tanuló 5: Narancsot!

Tanuló 6: Vagy mandarint!

Tanuló 7: Pénz!

Judit: Ezt hogy érted, Ramóna?

Tanuló 7: Hát úgy, hogy például múltkor, amikor a mamánál voltunk búcsún, a Tomival ketten kaptunk a mamától egy borítékban pénzt, hogy költsük el, mi meg elfeleztük, mert úgy igazságos.

Judit, a tanár végig dicsérte, bátorította a gyerekek megnyilvánulásait, hogy újabb és újabb ötletekkel hozakodjanak elő. Közben végig mosolygott és bólogatott. Ezzel megtörte a jeget, és biztosította a tanulókat, hogy nem kell félniük, bátran hozzászólhatnak.

3. A tanár elfogadja, vagy felhasználja a tanulók önálló gondolatait:

A dolgozat előtti gyakorló órára volt feladva az a szorgalmi feladat, hogy egy fehér és egy fekete dobókockával dobunk, a fehér kockával dobott szám lesz a tört számlálója, a feketével dobott szám lesz a tört nevezője. Az volt a kérdés, hogy (1): hányféle törtet kaphatunk, (2): van-e olyan, amelyik egyszerűsíthető, (3): van-e köztük olyan, ami egyenlő.

- Ki csinálta meg a szorgalmit?
  (4 gyerek jelentkezik, az egyik kicsit bátortalanul)
- Krisztián, te most jelentkezel, vagy nem?
- Hát, én csak azt akarom mondani, hogy én csak félig.
- Mit félig? Félig csináltad meg?
  (bólogat)
- Akkor mondd, ameddig megvan!
- Hát én csak azt írtam le, hogy 36 ilyen tört lehet, mert 6-féle lehet a számláló, 6-féle a nevező, és akkor 6-szor 6 az 36 összesen.
- Nagyon jó, pontosan (mosolyog, bólogat). Tovább?
- Hát tovább már nem csináltam.
- Jó, ki az, aki még megcsinálta? Bence, jól láttam, hogy Te is jelentkeztél?
- Igen. Én úgy csináltam, hogy leírtam az összest, ami lehet, úgy, hogy 1/6, 2/6, sorban. Nekem is 36 törtem lett. Aztán megnéztem, hogy mit lehetett egyszerűsíteni.

- Nagyon jó! Innen most akkor mindenki írja a füzetébe! Bence, diktáld, miket tudtál egyszerűsíteni? (A tanár közben felírja a törteket a táblára, mellé pedig az egyszerűbb alakjukat: $\frac{1}{1}=1$.)
- Az első sorban csak $\frac{1}{1}=1$. A második sorban $\frac{2}{1}=2$, $\frac{2}{2}=1$, $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ és a $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$. A harmadik… (stb.)
- Nagyon ügyes, Bence! És ezek után mit csináltál?
- Összekötöttem a párokat.
- Például?
- Például $\frac{2}{1}=\frac{4}{2}=\frac{6}{3}$ mert mindegyik egyenlő 2 egésszel.
- Nagyon jó, nagyon ügyes! Innen házi feladat mindenkinek befejezni.

Jól láthatjuk ebből az esetből, hogy Judit elfogadta és fel is használta Krisztián és Bence gondolatait és ötleteit. Apróbb kérdésekkel segítette őket, hogy megoldásukat úgy ismertessék, hogy a többi diák is tudja követni a megoldási módot.

4. A tanár kérdez:

- Kognitív (emlékezeten alapuló) kérdés:
  - Törtet egész számmal hogy szorzunk?
- Konvergens kérdés:
  - Melyik a nagyobb? A $\frac{7}{12}$ négyszerese vagy a $\frac{21}{18}$ kétszerese?
- Divergens kérdés:
  - Tudtok olyan számokat mondani, amik $\frac{3}{4}$-nél nagyobbak és $\frac{4}{5}$-nél kisebbek?
- Értékelő kérdés:
  - Márk, hogy értékeled a saját teljesítményedet ebben a dolgozatban? (…) Miért?

5. A tanár előad, magyaráz:

Judit a törtek bővítése és egyszerűsítése témakör bevezetésekor magyarázza, hogy a pizza mennyisége nem változik, ha van egy fél pizzánk, és azt tovább vágjuk, így lesz 2 negyed, majd tovább szeleteljük, és így lesz 4 nyolcad pizzánk. Majd megfogalmazza a szabályt, amit le is írat a tanulókkal: Bővítéskor a tört számlálóját és a nevezőjét ugyanazzal a 0-tól különböző számmal szorozzuk. Ekkor a tört értéke nem változik.

Judit ekkor nem a tanulók véleményét mondta el, hanem saját gondolatait, ismereteit mondta el a diákoknak.

6. A tanár utasít:

A tanár több célból adhat utasítást a tanulónak. Néhány ilyen utasítás:

- Most mindenki nyissa ki a könyvet a 138. oldalon!
- Szidi, gyere ki a táblához!
- Néma csendet kérek!
- Tegyetek el mindent a padról, egy darab üres lap és egy toll legyen csak elől.
- Jancsi, ne kiabálj közbe!
- Zsoltika, ezt a papírt vidd át légy szíves a Marica néninek.
- Már megint nincs letörölve a tábla! Ki a hetes? (…) Na, mossátok le lányok, de villámgyorsan.
- Tegyétek ki az ellenőrzőtöket ide az asztalra. Mind a ketten.
- Rendben, írd át ezt most vegyes tört alakba!
- Végeztünk? Hát akkor! Tessék egyszerűsíteni!
- Nézzetek ide! Szeretném látni mindenki szemét, hogy figyel!

7. A tanár kritizál:

A tanár Szandrát kérdezi a táblánál, az a feladat, hogy mi a nagyobb, $\frac{1}{2}$ vagy $\frac{3}{7}$. Szandra gondolkodik, közben Jancsi bekiabál:

- Ez a hülye még ezt sem tudja!

Judit mérgesen lehordja Jancsit, elmagyarázza neki, hogy nem kiabálunk közbe ilyen esetekben, csak jelentkezés és felszólítás után szólalunk meg, másrészről a hülye nagyon csúnya szó, nem mondunk ilyet senkire. Felszólítja, hogy kérjen bocsánatot.

8. A tanuló válaszol:

Az órai feladat a következő: Mazsola az iskolába érkezés előtt 1 órával ébred. Az óra $\frac{1}{6}$ részét tisztálkodással, $\frac{2}{15}$ részét öltözködéssel, $\frac{1}{4}$ részét reggelizéssel tölti, $\frac{3}{10}$ részében még rendet rak, majd elindul az iskolába. Az 1 óra hányad része alatt ér oda?

Judit: Szedjük össze, mi mindent csinál Mazsola abban az egy órában?

Anett: Tisztálkodik, öltözködik, reggelizik, rendet rak, iskolába megy.

Judit: Nagyon jó. A mire fordított időt keressük?

Debóra: Azt, hogy iskolába megy.

Judit: És hogy tudnánk kiszámítani?

Levi: Úgy, hogy összeadjuk az összes többi időt, és kivonjuk az 1 órából.

Judit: Hogy adjuk össze?

Levi: Hát például átváltjuk az összest percre!

Judit: Nagyon jó, ki mondaná, hogy 1 óra $\frac{1}{6}$ része mennyi? Tessék Ramóna!

Ramóna: 10 perc.

Judit: Igen. Tovább, $\frac{2}{15}$ része? Bence?

Bence: 1/15 része az… 4 perc, akkor az 8 perc.

Judit: Ügyes. Tovább, Szandra! Mennyi egy óra $\frac{1}{4}$ része?

Szandra: ?

Judit: Akkor ha úgy kérdezem: Negyed óra az hány perc?

Szandra: Az 15 perc.

Judit: Azaz. Mi van még?

Jancsi: A $\frac{3}{10}$.

Judit: Na, akkor Jancsi, tessék mondani.

Jancsi: 60-ban a 10 az megvan 6-szor, 6-szor 3 az 18. 18 perc.

Judit: Akkor adjuk össze, miket tudunk, van nekünk: 10 + 8 + 15 + 18 percünk. Az összesen mennyi?

(csend, számolnak)

Ramóna: 51 perc összesen. Tehát 9 perc alatt ér oda a suliba.

A fenti dialógus össze tanulói megnyilvánulása egy-egy válasz volt a tanár által feltett kérdésekre.

9. A tanuló kezdeményez:

Amikor a gyerekek az egyenlő nevezőjű törtek összeadásáról és kivonásáról tanultak, Levente megállapította óra közben, hogy:

- Jé, ez csak ennyi? Ez ilyen egyszerű?

Jancsi hajlamos megkérdőjelezni az egész matematikatanulás létjogosultságát spontán módon:

- Ezt most miért tanuljuk? Ennek mi értelme van?

Volt egy olyan eset látogatásom alatt, hogy Patrik megkérdezte, hogy:

- Ezt minek tanuljuk?

Erre Jancsi így válaszolt:

- Azért, hogy teljen az óra!

10. csend vagy zűrzavar keletkezett:

Csoportmunkában azt a feladatot kapták a diákok, hogy álljanak be növekvő sorrendbe aszerint, amilyen törtet viselnek. Mindegyiküknek a pulóverére egy-egy papírlap volt ragasztva, rajta egy-egy tört. Az általam megfigyelt csoportban mindenki a másikat próbálta irányítani, és a helyét megmondani, saját magára nem figyelt, így egy nagy káosz lett az egészből, le kellett állítani a játékot.

A mellékletben található egy tanuló témazáró dolgozatának másolata a törtek témakörből. Nevezzük a diákot Szandrának. A következő szituáció a témazáró dolgozat kiosztásakor és értékelésekor játszódott le. Ennek az órarészletnek a bemutatásával is azt kívánom megerősíteni, hogy a matematikaórák mennyire interaktív jellegűek. Sok óra tulajdonképpen nem más, mint egy hosszú párbeszéd. Jelen órarészlet elején a tanár, Judit felszólította Szandrát, és megdicsérte, amiért a nehezebbnek vélt számolásos feladatokat szépen megoldotta, de ugyanakkor nemtetszését is kifejezte, hogy úgy tűnik, hogy ezek azért mentek sikeresen, mert mechanikusan begyakorolta a típusfeladatokat, viszont a törtek fogalmának megértését ellenőrző 1-4 feladatok egyáltalán nem sikerültek neki. Ezért az 1. feladat megbeszéléséhez őt szólította fel először.

- Az első szám amit leírtál, az $\frac{5}{15}$ az helyes, ki is pipáltam. A második szám, amit odaírtál, az a 3 volt. Hogyan kaptad meg az $\frac{5}{15}$-ből a 3-at?
- Elosztottam.
- Mit osztottál el?
- A 15-öt az 5-tel.
- Vagyis te elosztottad a nevezőt a számlálóval. Mit kell elosztani?
- ?
- A törtvonal milyen műveletet jelöl?
- Osztást.
- Hát akkor?
- Akkor 5-ben a 15.
- Igen. És 5-ben a 15 megvan 3-szor?
- Nincs. Nahát ez az. A 3 egész az több, vagy kevesebb, mint 1 egész.

- Több.
- És az az egész csoki, ami le volt rajzolva a papírra, az minek felel meg?
- (csend)
- Hány 15-ödnek?
- $\frac{15}{15}$-nek.
- Nagyon jó. És mennyivel egyenlő $\frac{15}{15}$?
- 1-gyel.
- Úgy van! Az az egy egész. Az ez egész tábla csoki. Ezt már milliószor elmondtuk. Annak kérdezték, hogy hányadrésze van beszínezve. Akkor, ha az egész csoki az 1, akkor az a része, ami be van színezve, az mekkora lehet? Nála több vagy kevesebb?
- Kevesebb.
- Nagyon jó, tehát 1-nél kevesebb számot keresünk. És Te odaírtad, hogy 3. Hány tábla csokinak felelne meg a 3?
- 3-nak.
- Nagyon jó.
- Tehát az eredeti kérdés az volt, hogy 4-féle formában le kell írni az eredményt. Hogyan írhatjuk át a törteket más alakban úgy, hogy az értékük ne változzon?
- Úgy, hogy egyszerűsítjük, vagy bővítjük őket.
- Nagyon jó, Szandra! Ezt kellett volna csinálni a dolgozatban is. Akkor gyorsan mivel tudnád egyszerűsíteni ezt a törtet?
- 5-tel, az $\frac{1}{3}$.
- Nagyon jó. Tudjuk ezt tovább egyszerűsíteni?
- Nem. Akkor bővítsük még.
- Rendben, nagyon jó. Mit jelent a bővítés?
- Pl. megszorozzuk 2-vel.
- Mit? A törtet?
- Igen.
- Igen? Akkor ugyanannyi marad a tört? Ha 2-vel megszorzod, akkor 2-szer akkora lesz, nem?

- Ja, igen, 2-vel szorzom a számlálót is, és a nevezőt is.
- (Bólogat)
- Akkor az $\frac{10}{30}$.
- Jó. Tovább, még kell kettő szám.
- Akkor most 3-mal… az akkor $\frac{15}{45}$.
- (Bólogat)
- És mondjuk 10-zel. Az $\frac{50}{150}$.
- Rendben, Szandra. Most akkor érted, hogy hogyan kellett volna a dolgozatban is?
- Igen.
- A helyedre mehetsz.

- Most nem akarok végigmenni az összes feladaton, hanem csak a 3-as feladatot beszéljük meg részletesen, mert osztályszinten az sikerült a legkevésbé.

  (bekiabálás: Ja, az nehéz volt! máshonnan sóhaj: fúúúh.)

(a)

- Na, nézzük sorban, mindenki a helyén. Egy óra az hány perc?
- Tomi: 60 perc.
- Óráról percre hogyan váltunk át?
- Ramóna: megszorozzuk 60-nal.
- Szorozzuk meg akkor Ramóna az $\frac{1}{2}$-et 60-nal!
- Az $\frac{60}{2}$.
- Egyszerűbben nem tudjuk kifejezni?
- De, az 30.
- Tehát 30 perc. Ki jutott másféleképpen ehhez az eredményhez?
- (jelentkeznek)
- Bence!
- Hát úgy, hogy az $\frac{1}{2}$ az fél, és fél óra az 30 perc.

- Nagyon jó.
- Látjátok, így is és úgy is megkaptuk a 30-at.

(b)

- $\frac{3}{4}$ méter az hány cm? Most olyan szeretnék hallani, aki meg tudta csinálni, és el is magyarázná a többieknek!
- (jelentkeznek páran)
- Levi, mondhatod!
- Hát, nekem úgy jött ki, hogy egyszer elfeleztem az egy métert, az 50 cm, aztán megint, az 25 cm, 50+25=75.
- Jó, igen, helyesen oldottad meg!
- Ki csinálta máshogy?
- Debóra: méterről centiméterré alakítunk át, tehát szorzunk 100-zal. Tehát $\frac{300}{4}$.
- Igen, jó, ki is pipáltam, de én ezzel még nem vagyok elégedett. Mutasd meg a kezeddel, hogy ez milyen hosszú.
- ?
- Na, hát pont ezért kérdeztem.
- Milyen műveletet jelent a törtvonal?
- Osztást.
- Akkor osszuk el!
- 300:4=75.
- Most már meg tudod mutatni, hogy kb. milyen hosszú?
- Igen! (megmutatja)

(c)

- Akkor most kicsit bonyolódik a helyzet. A fő problémát itt az okozta, hogy sokan még mindig nem tudják, hogy 1 kg az hány dkg. Márk?
- 10?
- Miért, neked mindegy, hogy 10 dkg vagy 1 kiló zalait kérsz a Csabinál? (bolt tulajdonosának a neve)
- (Márk nevet)

- Nah hát akkor, szóval 1 kg az 100 dkg. most dkg-ról váltunk át kg-ra. Akkor mit csinálunk?
- Szidi: osztunk 100-zal.
- Nagyon jó, akkor mondd tovább, hogy lesz!
- $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$.
- Nagyon ügyes. Van olyan, aki máshogy gondolkozott? Bence, mondjad!
- 1 kg az 100 dkg, a 10 dkg ennek a 10-ed része. Tehát a végeredmény $\frac{1}{10}$.
- Ügyes!

(d)

- Ez a hektóliteres különösen rosszul ment, ilyet akkor majd még csinálunk. Ha jól emlékszem, talán 2 embernek lett jó. A legtöbben üresen hagytátok, a többiek meg ott buktak el főleg, hogy nem tudták, hogy 1 hl az hány l. Kitti?
- 1000?
- (Jancsi bekiabál) Nem igaz, mer' 100!
- Úgy van, de Jancsi, nem kiabálunk bele, ugye? Szóval akkor a Jancsi mondja végig:
- Akkor 100, elosztjuk 100-zal, az $\frac{40}{100}$. Az tovább $\frac{4}{10}$, az még tovább 2-vel, az $\frac{2}{5}$.
- Micsoda?
- hl.
- Nagyon jó, de kérlek, legközelebb tedd fel a kezed.

(e)

- Mi itt a kérdés az (e)-ben? Hogy 6 nap az $\frac{6}{7}$ micsoda? Nem kiabálod be!! Először gondoljuk végig, mi jöhet itt szóba egyáltalán. Hosszúság? Tömeg? Tessék Levi!

- Hát olyanok, hogy óra, perc, másodperc, hét, hónap, év… ilyen… olyan dolgok, amik az időt fejezik ki.
- Úgy van. Az idő mértékegységei. A napnál kisebb vagy nagyobb mértékegységet keresünk?
- Bence: nagyobbat.
- Nagyon jó.
- Vagyis mik közül választhatunk?
- Bence: hét, hónap, év. És a hét lesz az, mert ott a nevezőben a 7, és ha ki is próbáljuk, hogy egy hét az 7 nap, akkor $\frac{1}{7}$ hét az 1 nap, és $\frac{6}{7}$ hét az 6 nap, szóval akkor azt kell beírni, hogy hét.
- Igen, nagyon jó, tökéletes, Bence.

(f)

- 75 mm az $\frac{3}{4}$ micsoda? Itt megint milyen mértékegységek jöhetnek szóba? Debi?
- Például méter, centiméter, deciméter, kilométer.
- És hogy folytatnátok tovább?
- Kinga: én például próbálgatással csináltam. Először a métert néztem meg, egy méter az 1000 mm. 1000-nek a $\frac{3}{4}$ része az 750, az tehát nem jó. Aztán megnéztem a decimétert. 1 dm = 100 mm, 100-nak a $\frac{3}{4}$ része 75, az pont jó.
- Nagyon ügyes, tehát a válaszunk itt az, hogy dm. Na, a végére is értünk, házinak kaptok ezekhez hasonlókat, hogy még gyakoroljatok.
- (elégedetlen nyöszörgés)

A fenti példák sora is illusztrálja, hogy egy matematikaórán milyen széles skálán mozoghatnak a tanár-diák interakciók, illetve azt is, hogy milyen sok esetben kell a tanárnak azonnal reagálni, dönteni.

5.4. DIÁK-DIÁK INTERAKCIÓK

A gyerekek közti interakciók is sokrétűek lehetnek egy matematikaórán. Ezek lehetnek „legálisak”, mint például pármunka, vagy csoportmunka keretében szinte „kötelező” a gyerekeknek egymással beszélni, összedolgozni. Ugyanakkor történhetnek „illegálisan” is, amikor például önálló órai munka van, de egymáshoz fordulnak a tanulók, vagy halkan beszélgetnek. Ennek szélsőségesebb esete, ha ugyanez dolgozatíráskor történik meg. Egy köztes diák-diák interakciónak mondhatjuk azt az esetet, ha például egy diák felel a táblánál, vagy csak bemutat egy feladatot, és valaki beleszól, kérdez tőle, kijavítja, vagy csak kommentálja. Erre az utolsóra láttunk egy negatív példát az előző fejezetben, amikor is Jancsi csúnya megjegyezést tett Szandrára.

A pármunka, mint oktatás szervezései forma két tanuló együttműködését jelenti. A tanulók a pármunka során együtt oldanak meg egy feladatot. Pármunkát különböző célok miatt szervezhetünk: ismeretszerzés, a rendszerezés, a rögzítés, értékelés. A pármunkának két alapvető változata van:

- pármunka azonos szintű tanulók között
- pármunka különböző szintű tanulók között.

Ez utóbbi szervezésekor az a célunk, hogy egy jobb szinten lévő gyerek segítse egy gyengébb szinten lévő társa munkáját. Fontos, hogy csak akkor alkalmazzuk ezt a formát, ha a pár mindkét tagja szívesen dolgozik a másikkal. A pármunka során a tanár megismerheti, hogy a diákjai hogyan viselkednek a társukkal, a diákok pedig tapasztalatot szerezhetnek az együttműködésben (Nádasi in Falus, 1998) [19].

A csoportmunka, mint oktatás szervezései forma során 3-6 tanuló vesz rész. Ők vagy egy feladatot vállalnak, vagy munkát oldanak meg. A csoportmunka akkor hasznos, ha olyan feladat megoldási forma jön létre, amely túllép az egyéni, illetve frontális osztálymunka által nyújtott lehetőségek határain. A csoportmunka is több cél miatt szervezhető: pl. új anyag feldolgozására, alkalmazására, rögzítésre. A csoportmunka előnyei: fejlődnek a szociális készségek, fejlődnek a kognitív készségek azáltal, hogy egymásnak kell elmagyarázni valamit. A gyerekeket többféle szempont szerint szervezhetjük egy csoportba. Pl.: tanulmányi szintjük, érdeklődésük, speciális képességeik, társas kapcsolatok (Nádasi in Falus, 1998) [19].

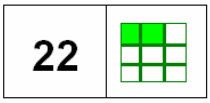
5.5. DIÁK-DIÁK INTERAKCIÓK A TÖRTEK TANÍTÁSA KÖZBEN

A csoportmunkára már fent említettem egy példát, amikor is nagyság szerinti sorrendbe kellett állítaniuk egymást a diákoknak 6 fős csoportokban. A csoportok szerveződése ülés szerinti sorrendben történt. Minden diák kapott papírlapon egy-egy törtszámot, amit a mellükre tűztek. A csoportban való összedolgozásból egy nagy káosz lett, nem is nagyon lehetett hallani a gyerekek párbeszédét, teljesen megzavarodtak, mindenki a másikat akarta irányítani. Ezt a tanár hamar le is állította, és együtt, osztályszinten beszélték meg az egyes csoportok esetében, hogy mi a sorrend. Több csoportos szervezési formát nem volt alkalmam megfigyelni a törtek tanításával kapcsolatban.

Ennél sokkal sikeresebb volt az az egyetlen pármunka, amit volt alkalmam megfigyelni az osztályban. Ez a törtdominó volt. Judit megkért, hogy az eddig tanultak alapján készítsek törtdominókat az osztálynak. Saját kézzel rajzoltam és írtam őket, majd sokszorosítottam, felvágtam, és borítékba helyeztem őket. A tanár jobb-gyengébb előmenetelű heterogén párokat hozott létre, és minden páros kapott egy-egy borítékot, benne 9-9 dominóval. A játékot nem a hagyományos dominó játék szabályai szerint kellett eljátszaniuk a gyerekeknek, hanem a megfelelőeket egymáshoz kellett illeszteniük. A dominóknak azok helyes kirakásakor össze kellett érniük körbe. Kb. 20 percig tartott ez a páros foglalkozás. Közben Judit körbejárt, ellenőrizte, segítette a diákokat, válaszolt, ha volt egy párosnak kérdése. Ezalatt a pármunka alatt Kinga és Gábor összedolgozását figyeltem meg, mivel közel ültem hozzájuk, és félig odaláttam az asztalukra is. Ők nem tudták, hogy őket figyelem. Először kiborították a borítékból a dominókat, Kinga meg is győződött, hogy nem maradt-e dominó a borítékban. A páros együtt beszélte végig a feladatot, Kinga készségesen magyarázta el Gábornak, amit Gábor nem értett, vagy tévesen gondolt. Személyes véleményem, hogy ez néha túl gyors volt Gábor számára.

Kinga: Na, szerinted melyikkel kezdjük?

Gábor: Kezdjük ezzel:



Kinga: Jó.

Gábor: Az a kockás az most $\frac{2}{9}$ vagy $\frac{9}{2}$?

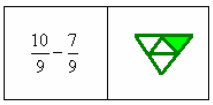
Kinga: Ezt komolyan kérdezed? Ez $\frac{2}{9}$, mert az egész négyzet 9 részre van felosztva, egy kicsi négyzet $\frac{1}{9}$, de kettő van beszínezve, tehát $\frac{2}{9}$.

Gábor: De az is lehet, hogy a tanár néni a többire gondolt, mert az egész négyzet zöld volt, és a fehérek vannak beszínezve. Szóval akkor lehet $\frac{9}{2}$.

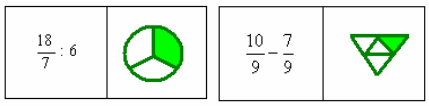
Kinga: Te hülye, az akkor sem $\frac{9}{2}$, hanem akkor $\frac{7}{9}$. Számold meg: $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{3}{9} \ldots \frac{7}{9}$

Gábor: Na jó, hagyjuk.

Kinga: Oké, nézzük mondjuk ezt:



Kinga: $\frac{10}{9} - \frac{7}{9}$ az $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$, rá is írom. Itt is a párja az $\frac{1}{3}$-nak! Megvan az első! (Gábor mosolyogva egymásmellé illesztette a kettőt.)



A jobb oldali meg $\frac{1}{4}$, azt is ideírom alá. Na, Te melyiket nézed?

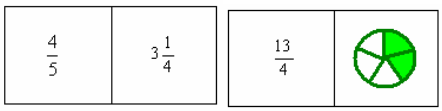
Gábor: Mindet.

Kinga: És mit találtál?

Gábor: Azt, hogy a $\frac{13}{4} = 3\frac{1}{4}$.

Kinga: Jó, írd mellé, vagy ahova kifér.

Gábor: És itt is a párja! Megvan a második!

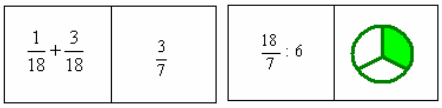


Kinga: Á, tök jó! Nézd most ezt, ez mennyi?

(Itt Kinga kicsit átvette a „tanár-szerepet”, és Gáborból akarta kihúzni a számolások eredményeit, amit nyilván Gábor fejlődése érdekében tett, hiszen az ő számára ezek

könnyű feladatok voltak, míg Gábor számára néhány problémát jelentett. Ez szemmel láthatóan nem tetszett Gábornak, és éreztetni akarta Kingával, hogy ő is „dolgozzon”, ne csak utasítgasson.)

Gábor: Nem arról volt szó, hogy együtt csináljuk?! Amúgy $\frac{18}{7}:6=\frac{3}{7}$. Itt is van a párja.



Kinga: Jó, görbítsük el, hogy kiférjen. Várj! Ne keverd össze! Azok már megvannak!

Gábor: Ez is ¼ így, nem?

Kinga: $\frac{4}{16}$, de igen, az $\frac{1}{4}$. Ezeket így arrébb helyezem, jó?

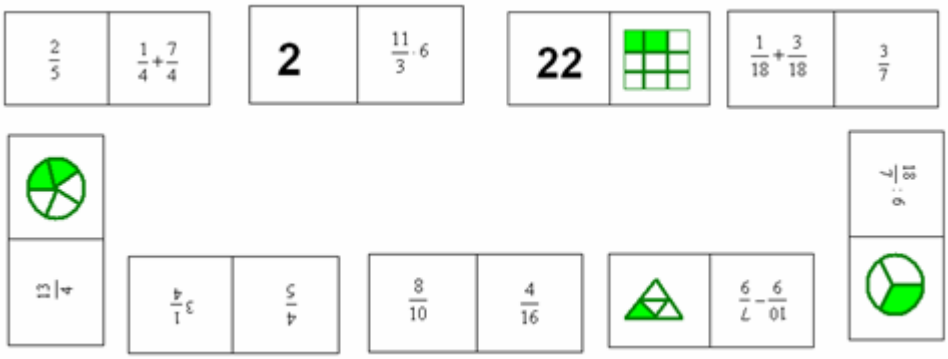
Gábor: Aha, aha.

Kinga: Ezt a kettőt Te tetted össze vagy csak összecsúsztak?

Gábor: Én, miért?

Kinga: Mert $\frac{2}{5}$ nem egyenlő $\frac{8}{10}$-del!

És így tovább, hamar befejezték, tanári segítségre nem volt szükségük. A kész kör így néz ki:



Ez a megfigyelés egyrészt azt illusztrálja, hogy a diák-diák interakciók is mennyire gyakoriak matematikaórán, illetve azt, hogy az interakciók által két gyerek közösen

jut el egy feladat megoldásáig. A diák-diák interakciók között is ugyanúgy jelen vannak a kérdések, utasítások, megjegyzések.

5.6. AZ INTERAKTÍV TÁBLA

Az új ismeretek átadását és átvételét nagyban megkönnyítik a módszertani segédeszközök. Régebben ez nem takart mást, mint pl. papír és ceruza, tábla és kréta, körző, vonalzó, a tanári asztalon végzett demonstráció messziről való szemlélése, a tankönyv használata (Ács, 1977) [2]. Később egyre több eszköz vált elérhetővé az oktatás számára, pl. írásvetítő használata, színesrúd-készletek, stb.

Jóllehet sok technológiai újdonság látott napvilágot az elmúlt két évtized alatt, ám csak néhány volt arra képes, hogy betörjön az oktatás területére is. Az egyik ilyen taneszköz az interaktív tábla, aminek ismerete egyre inkább alapvető követelménnyé kezd válni. Népszerűségének titka abban rejlik, hogy új utakat ad a tanároknak, ami hozzá segíti őket ahhoz, hogy még érdekesebb és színesebb órákat tartsanak, illetve segíthet a diákok figyelmének lekötésében, és motiválásában is. Az interaktív táblán készen kapott tananyagokkal is dolgozhatunk, de arra is van lehetőség, hogy saját magunk módosítsunk rajtuk, vagy újat készítsünk.

A piacon számos márka és típus képviselteti magát, pl. Promethean, SMART Board vagy Active Board. A jelen dolgozatnak nem célja, hogy részletezze a technikai jellemzőit és a mechanizmusát, illetve, hogy összehasonlítja a különböző márkákat. Ahhoz, hogy tömören bemutassam a taneszközt, az egyik legnépszerűbb márkát, a SMART Board- ot választottam. Az általam megfigyelt interaktív táblás órákon is ezt a fajtát használták.

Az interaktív tábla egy olyan eszköz, ami egy számítógéphez és egy projektorhoz van csatlakoztatva. A számítógép képernyője egy érintést érzékelő felületre kerül kivetítésre. Parancsokat kézzel vagy elektromos tollakkal adhatunk. Falra vagy akár mozgatható állványra is helyezhető, és például átgurítható egyik osztályteremből a másikba, de helyzete egy termen belül is változtatható annak megfelelően, hogy a diákoknak hol látják a legjobban. Különféle oktatási anyagok kerülhetnek a képernyőre, mint például jegyzetek, rajzok, diák, diagrammok, előre elkészített óratervek vagy videók. Továbbá, ha internet-csatlakozási lehetőség is van,

weboldalakat, online játékokat, különféle programokat is használhatunk rajta (SMART Technologies, 2010) [26].

Magyarországon kb. 2003 óta használjuk, és egyre inkább elterjedőben van. 2008-ig 6000 interaktív táblát adtak el országszerte, de az Oktatási Minisztérium II. Nemzeti Fejlesztési Terve alapján manapság 40 000 interaktív táblát találhatunk a hazai osztálytermekben. Annak ellenére, hogy elég drága eszközről van szó, az iskolák számára a beszerzését számos pályázat segíti. Mivel ez az eszköz egyre több iskolában megtalálható, ez azt is jelenti, hogy egyre több matematikatanár használja osztálytermi tanításra.

Az interaktív táblával sokféle tevékenység végezhető. A téma szakirodalmát vizsgálva az interaktív táblának sok gyakorlati előnye van:

- digitális tintával lehet jegyzetelni [26]
- a képernyőn látottak kiosztmányként kinyomtathatók [22]
- internettel is használható [22]
- anélkül lehet valamilyen információt, vagy szoftvert bemutatni egy egész osztálynak, hogy minden egyes diák csatlakozva legyen egy-egy számítógéphez [26]
- egy tanórához digitális tevékenységeket, sémákat, képeket, multimédia fájlokat lehet készíteni [26]
- az oktatási anyagokra megjegyzéseket is lehet írni [26]
- a szoftver különféle prezentációs lehetőségeivel színesebbé tehetjük a tanórát [26]
- sok digitális anyagot előre össze lehet gyűjteni és átnézni anélkül, hogy időt vesztenénk [31]
- gyorsan meg lehet osztani vele információkat, tanítási anyagokat [12]
- megkönnyíti a fogalmak, ötletek elmagyarázást [12]
- a diákoknak nem kell billentyűzetet használni, hogy összeköttetésben legyenek az eszközzel (Becta, 2003, idézi [4])
- könnyen használható kisgyermekek és mozgássérült tanulók esetében is (Becta, 2003, idézi [4])
- a táblát jobban látják a tanulók [12]
- jobban be lehet mutatni a szemléltető anyagokat, így könnyebb megérteni az órai anyagot [6]

- a látható anyagok jó minőségűek [22]
- az interaktív tábla használata tisztább a hagyományos táblákkal szemben [22]
- a diákok számára könnyen látható, ahogy a tanáruk bemutat egy programot [34]

Ezeken felül az interaktív táblának számos pozitív oktatási hatása van:

- növeli a diákok motiváltságát (Becta, 2003, idézi [4])
- a gyerekeknek több alkalmuk adódik a részvételre és az együtt dolgozásra (Becta, 2003, idézi [4])
- a tisztábban értető, hatékonyabb és lendületesebb bemutatók eredményeképpen a diákok könnyebben elsajátítják a nehezebben érthető, összetettebb fogalmakat is (Becta, 2003, idézi [4])
- nőtt a diákok befogadóképessége a különböző tanulási stílusokat illetően (Becta, 2003, idézi [4])
- a diákok kreatívabbá válnak, amikor valamit az interaktív táblán kell bemutatniuk a többi tanulónak (Becta, 2003, idézi [4])
- növeli az osztálytermi interaktivitást [12]
- a diákok hajlamosabbak arra, hogy megosszák a tudásukat az osztálytársaikkal egyéni és csoport prezentációk által [6]
- gyorsítja az óra tempóját [22]
- a diákok a vizuális hatás miatt könnyebben fel tudják idézni a tanultakat [10]
- az eszköz leköti a tanulók figyelmét [10]
- jó hatással van a megértésre és a tanulásra [22]
- a diákok magatartása fegyelmezettebb [10]

Ahogy a kutatók rámutattak, az interaktív táblának nem csak előnyei vannak, hanem hátrányai is. A teljesség igénye nélkül az interaktív tábla használatának hátrányai a következők:

- technikai problémák jelentkezhetnek [6]
- a tanárnak vagy előadónak sajátos testtartással kell állnia, amikor a képernyőn dolgozik, hogy ne vessen árnyékot rá [28]

- az interaktív tábla használata megkíván valamennyi hardver- és szoftverismeretet [28]
- egy áramszünet esetén az egész rendszer használhatatlanná válik [28]

Ezeken felül az interaktív tábla használatának számos negatív oktatási hatása is lehet:

- habár több kérdést tesznek fel a diákoknak a tanárok az interaktív táblás órákon, [32], mélyebb gondolkodást a diákokban általában ezek nem idéznek elő [31]
- lustaságot és az eszköztől való függőséget válthat ki a diákokból [6]
- a tanárok nem mindig tudják hogyan használják megfelelően [6]
- demotiválhatja a diákokat [6]
- a túl sok animáció elvonhatja a diákok figyelmét a tananyagról (Orgován, idézi [10])
- hogy ha nem megfelelő mennyiségben használják, a tábla néhány elemének felszíni jellegei elvonhatják a figyelmet a tartalomról, ha nem megfelelő mennyiségben alkalmazzuk [28]

5.7. AZ INTERAKTÍV TÁBLA HATÁSAI AZ INTERAKCIÓKRA

Habár az interaktív tábla oktatásbeli használata még elég új keletűnek számít, számos kutatást végeztek már a használatával kapcsolatban. Egy török kutatás kimutatta, hogy általában a tanároknak is és a diákoknak is pozitívan vélekednek az interaktív tábla használatáról, és általában azok a diákok, akik többet használják, jobban kedvelik [14]. Az Egyesült Királyságban nagyon népszerű ennek a taneszköznek az osztálytermi használata. Erről saját magam is meggyőződhettem, amikor matematika órákat látogattam 2009-ben bristoli és környéki, 2011-ben pedig sheffieldi iskolákban. 2008-ban Lewin és társai a Brit kormány megbízásából a diákok teljesítményváltozását vizsgálták [13]. Általában pozitív hatást mutattak ki, kivéve az előzőleg is gyengébb előmenetelű diákok esetében. Náluk nem mutatkozott teljesítménybeli javulás annak ellenére, hogy lelkesek voltak az interaktív táblát illetően, és az óra alatti figyelmük is növekedett. Az interaktív tábla teljesítménynövelő hatását mutatták Otsuki és társai (2004) [33] is, amikor is a Kanji

nevű oktatóprogram használatát próbálták ki kisdiákokkal. Azt állapították meg, hogy nőtt a diákok együttműködése, részvétele és motiváltsága is.

Az interaktív tábla szóban az interaktív jelző a szoftvereket és forrásokat kezelő interaktív felületre vonatkozik, azonban sokan állítják, hogy az eszköz pozitív hatással van az osztálytermi interakciókra is. Mildenhall és társai (2008) [16] ezt háromirányú interakciónak nevezi: interakció a tanár, a diákok és a táblán lévő tananyagok között. Moss és társai (2007) [17] azt mutatták ki, hogy az eszköz használata növeli a tanár-diák párbeszédeket. Ez a kétoldalú kommunikációs forma segíti a tanulókat az anyag jobb elsajátításában. Egy ausztrál kutatás is rámutatott a táblának az osztálytermi interakciókra való pozitív hatására. Northcote és társai (2010) [21] szerint ez a taneszköz nagyon hatékonyan használható az oktatásban, mivel felkelti a tanulók figyelmét, aktivizálja őket az órán való dinamikus részvételre, színesíti a tanulói környezetet és emeli az oktatás színvonalát. Kiemelték, hogy az interaktív táblás órákon a diákok többet beszélnek, több mindent osztanak meg, így a tanárnak is könnyebb nyomon követni, hogy egy-egy fogalmat megértettek-e a diákok. Egy brit kutatás készült az interaktív tábla hatásáról a tanár-diák interakciókat illetően. (Hardman és társai, 2006) [9]. A hatást olvasás és számtan órán vizsgálták. Összesen 184 alsó tagozatos tanórát figyeltek meg a kutatók két év alatt. Az órák között volt hagyományos óra is, illetve olyan, ahol használták az interaktív táblát. A kutatás alatt specifikusan csak az interaktív tanítási forma sajátosságait vizsgálták. Az eredmények azt mutatják, hogy az interaktív tábla pozitív hatással van az egész osztályt magába foglaló interakciókat illetően, de ez a hatás nem messzemenő, ahogyan azt az interaktív tábláról állítják. Végezetül egy matematika tanárnő által végzett kvalitatív kutatás eredményeit mutatom be. Valerie Quashie (2009) [24] Mennyire interaktív az interaktív tábla? c. cikkében ismerteti a kutatását, melyet saját iskolájában végzett. Az adatgyűjtéshez interjúkat készített négy matematikatanár kollégájával, tanulókkal, valamint 8 és 10 évesek matematika óráit látogatta. Quashie [24] négy olyan interakciótípust határozott meg, amik jelenlétét meg akarta figyelni kutatásában. Ezek a következők:

1. típus: Tanár-diák, diák-diák interakció: A diákoknak van lehetőségük, hogy megbeszéljék a gondolataikat a tanárral és egymással. Pl. módszer, megoldás elmagyarázása egymásnak vagy a tanárnak.
2. típus Diák és interaktív tábla közti interakció: A diákok saját maguk is manipulálhatnak, dolgozhatnak az interaktív táblán. Pl.

lehetőség, amikor a diák saját maga megérintheti a táblát vagy írhat rá, rajzolhat rá.

3. típus Tanár és interaktív tábla közti interakció, ahol a diák mint közvetítő elem van jelen: A diákok a tanár utasítását követve manipulálhatnak, dolgozhatnak az interaktív táblán.

4.típus A diákok hangot adhatnak véleményeiknek verbálisan vagy nem verbálisan. Pl. a diák kérdést tesz fel, vagy magától kinyilvánítja a véleményét valamiről.

Összegezve Quashie [24] eredményeit, az 1. típusú interakciót gyakorinak találta a kutató. A második típusú interakciós helyzetekről az a pozitívum mondható el, hogy habár egyszerre csak egy gyerek dolgozik az interaktív táblán, az interaktív tábla által generált interakció nincs leszűkülve arra az egy gyerekre, ugyanis több gyerek és a tábla között van interakció. Jó példa erre az, amikor egy diák hibázott a táblánál, több dák is jelezte neki a hibát, és azt is, hogyan javítsa ki. Több olyan tanórát is lejegyzett a kutató, amikor a diákoknak egyáltalán nem volt lehetőségük kimenni az interaktív táblához, vagy csak korlátolt lehetőségük volt dolgozni rajta: a tanár utasítását kellett követniük. Ami a negyedik típusú interakció jelenlétét illeti, sokszor volt jellemző, hogy a tanár úgy kommunikált az osztály egészével, hogy egy kérdést tett fel, és a diákok pl. kézfeltartással jelezték, hogy egyetértenek.

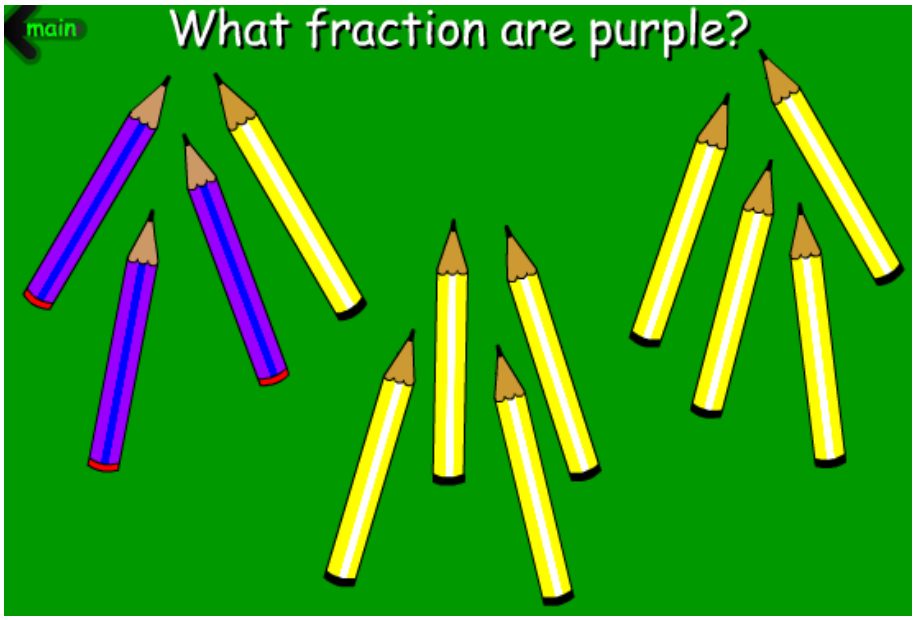
Az utolsóként ismertetett kutatás konklúziója tükrözi a saját véleményemet is. Az, hogy az interaktív tábla használatakor mennyire aknázzuk ki a benne rejlő interaktív jelleget, és mennyire használjuk fel arra, hogy növeljük vele az egyéb osztálytermi interakciókat, legfőképpen a tanáron múlik.

5.8. TÖRTEK TANÍTÁSA INTERAKTÍV TÁBLÁRA KÉSZÜLT FELADATOKKAL

Ebben a fejezetben a törtek tanítására használható interaktív játékokat mutatok be. Ezen, és hasonló feladatok egy részével angol és amerikai ismerőseim által, illetve angol iskolák látogatása során ismerkedtem meg, de volt olyan is, amit már iskolában tanító volt egyetemi barátom ajánlott. A többit magam találtam. Jó párat ezek közül, illetve hasonló játékokat én magam is felhasználtam magántanítványaimnál, mind általános iskolás, mind felnőtt tanulók esetében is, igaz, nem interaktív táblán, hanem

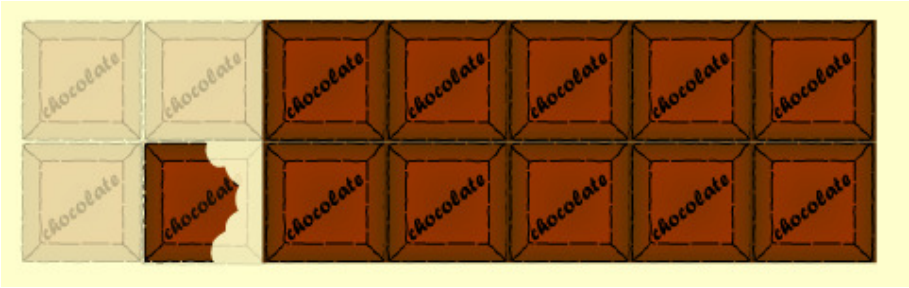
számítógépet használva. Nagyon hasznosnak bizonyultak ezek a sokszor a tanítványok által szórakoztatónak is ítélt játékok. A kisebbek esetében azért, mert a szemléletes megközelítés, illetve az, hogy maguk manipulálhattak a számítógépen, és a program válaszolt nekik, felkeltette az érdeklődésüket, illetve már csak azért is szívesebben számoltak az interaktív játékokkal, mert számítógépen dolgozhattak. Tavaly nyáron két felnőtt magyar magántanítványom volt Franciaországban. Egyikőjük egy testőrtanfolyam, míg a másik egy patkolókovács tanfolyam felvételijére készült. Nagyjából az általános iskolás tananyagból kellett felkészülniük. Náluk is hatékonynak és kedveltnek bizonyultak ezek az internetes interaktív játékok, mert egyrészt egyikőjük sem lelkesedett a sok írásbeli munkáért, másrészt önállóan is tudtak gyakorolni, és munkájuk, eredményük helyességéről egyszerre visszajelzést is kaptak. Osztálytermi használatukat csak egy angol szakköri órán volt lehetőségem kipróbálni egy általános iskolában, ahol angolt tanítottam. Az 5-6. osztályos csoportomnál próbáltam ki egyet, mivel a legtöbb játék nyelve angol, így hasznos volt mindkét tantárgy tanulása szempontjából. Az alábbiakban röviden bemutatom az interaktív feladatokat, illetve képekkel is illusztrálom őket.

1. A törtfogalom tanításakor használható jól ez a feladat. A megjelenített felületről kiválaszthatjuk, hogy melyik figurát akarjuk használni. Tudunk választani pl. különböző számú ceruza, állat, nyalóka, focilabda, csoki stb. közül. Ebben a feladatban 12 ceruza van összesen. Minden ceruza kattintásra érzékeny; ha rákattintunk, megváltoztathatjuk, hogy lila vagy sárga legyen-e a színe. Akár a gyerekek is meghatározhatják a ceruzák színeit. Ezek után különböző kérdéseket tehetünk fel, pl.: A ceruzák hányad része lila/sárga? Ha a ceruzák $\frac{5}{12}$ része sárga, akkor hányad része lila? Mit veszünk észre?



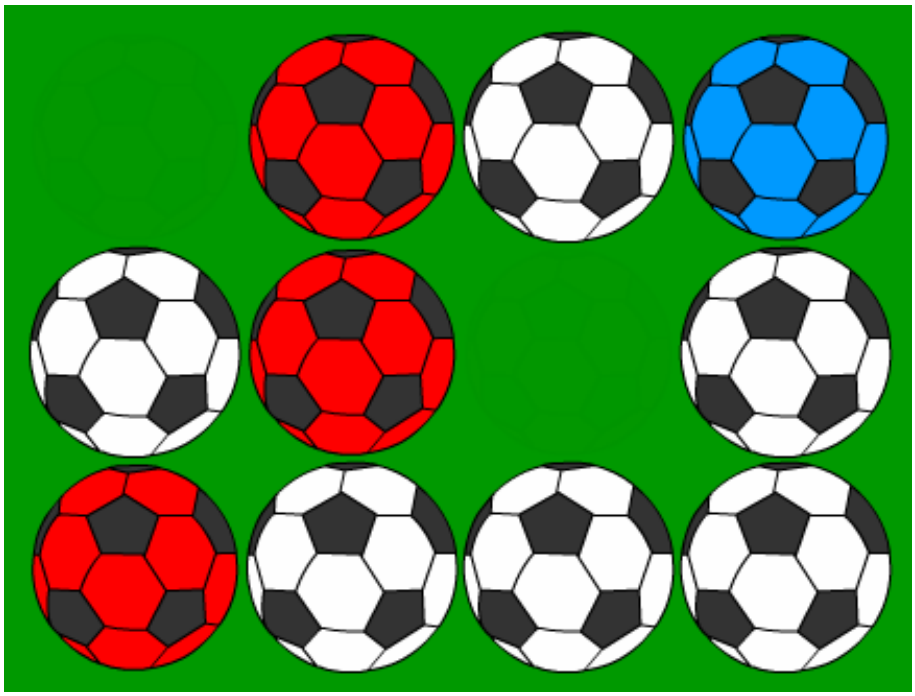
Forrás: http://www.topmarks.co.uk/Flash.aspx?f=WhatFractionv3

2. Hasonló jellegű feladat, mint az előző, kattintásra „megehetjük” a tábla csoki kockáit. Itt is megkérdezhetjük például, hogy most hányad részét ettük meg, hányad része maradt, stb. Az alábbi képen az látszik, ahogy épp elfogyasztjuk a 4. csokikockát.



Forrás: http://www.topmarks.co.uk/Flash.aspx?f=WhatFractionv3

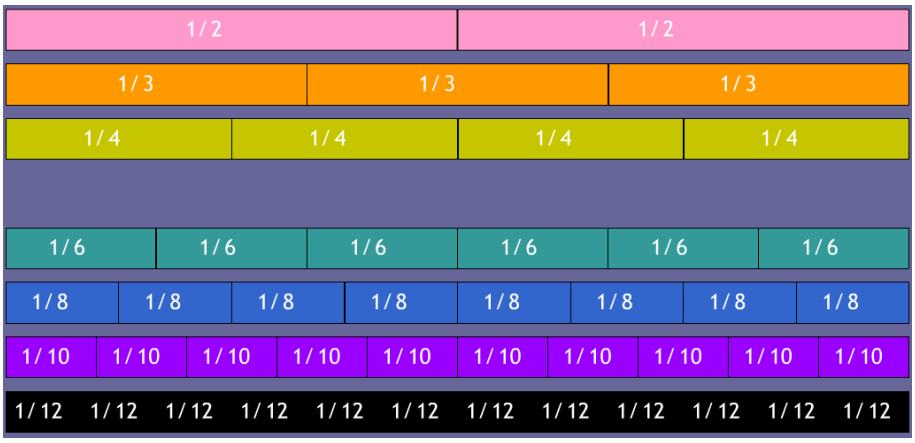
3. Az alábbi szemléltető feladat is az előzőek mintájára használható, azzal a különbséggel, hogy itt eltüntethetjük a focilabdákat is, annyit hagyunk meg, amennyit szeretnénk. Azon belül a focilabdáknak változtathatjuk a színét, lehet fehér, piros vagy kék. Az alábbi képen azt látjuk, hogy összesen 10 labdánk van, 3 piros, 1 kék, 6 fehér. Tehát a labdák $\frac{3}{10}$-e piros, $\frac{1}{10}$-e kék és $\frac{6}{10}$-e fehér.



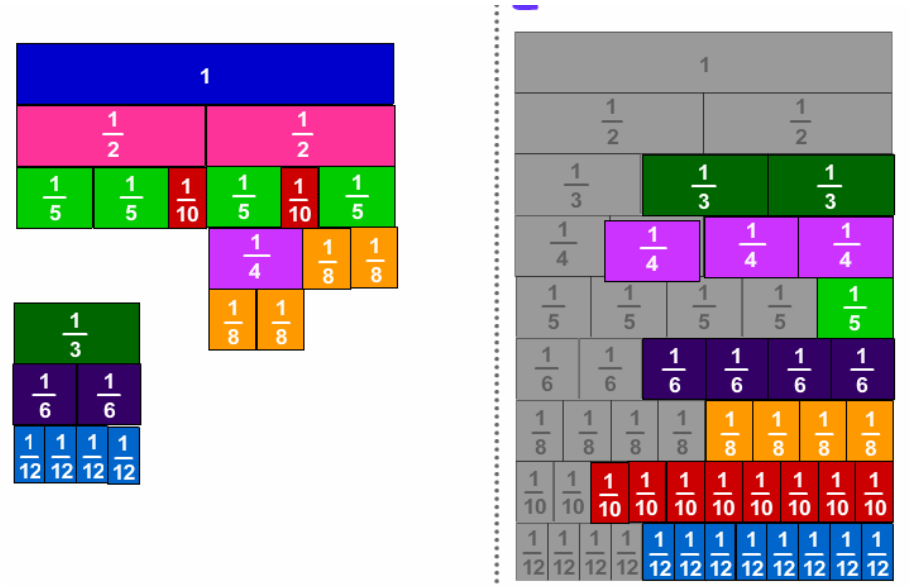
Forrás: http://www.topmarks.co.uk/Flash.aspx?f=WhatFractionv3

4. Az alábbi virtuális szemléltetőeszköz nem más, mint egy számítógépes színesrúd-készlet. A sorok jobb oldalára klikkelve eltüntethetjük, illetve megjeleníthetjük az adott sort. Az ábra hátránya, hogy ezek a rudacskák nem mozgathatók, így nehezebben összemérhetők, továbbá a színek nem egyeznek meg a sztenderd színesrúd készlet színeivel, illetve, hogy a törtszámok megjelenítésekor nem vízszintes vonallal választották el a számlálót és a nevezőt, ami esetleg zavart okozhat. Adhatunk olyan feladatot a gyerekeknek, hogy gyűjtsenek össze minél több párt, amik egyenlők. Pl.: $\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$.

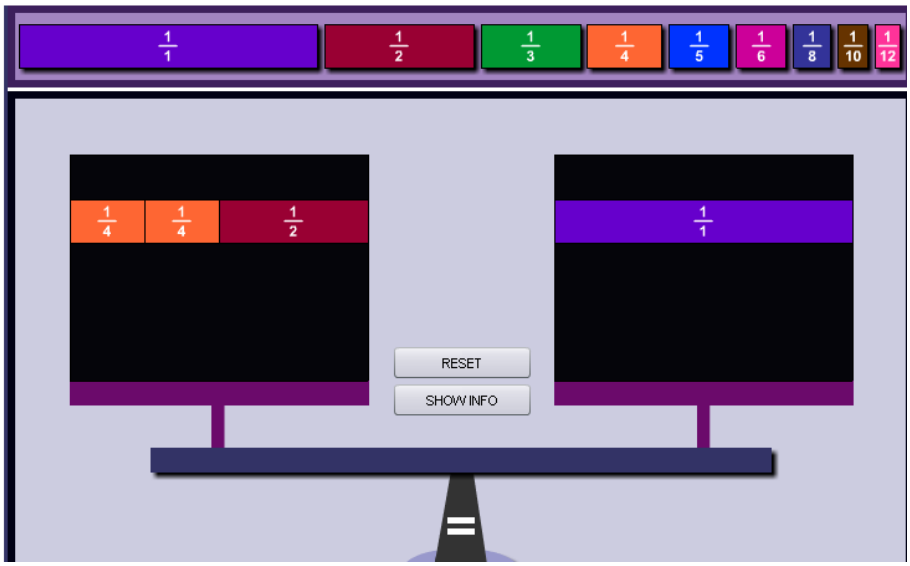
Judit szokott ilyen játékot játszani a tanítványaival. Ő legtöbbször írásvetítőn vetíti ki a diákoknak a színesrudakat szimbolizáló papírcsíkokat, míg a diákok a színesrúd- készleteikkel próbálkozhatnak. Az a győztes, aki a legtöbb párt fel tudja írni adott idő alatt. Tetszőleges tagból állhat az egyenlőség mindkét oldala.



Egy másik, ehhez hasonló feladat már sokkal használhatóbb: egymás mellé rakhatjuk tetszőlegesen a színes rudakat, csakúgy, mint élőben. Így az egész osztály láthatja, amit a tanár, vagy akár egy diák bemutat. Pl.:

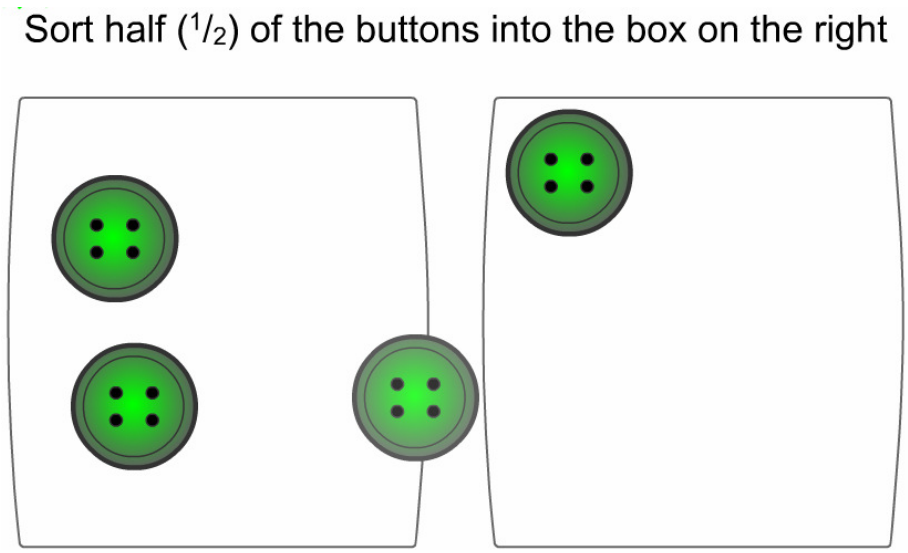


Ismét egy, a fentiekhez hasonló interaktív feladat a rudak mérlegelése. Ezzel a játékkal le is ellenőrizhetjük az általunk kiválasztott rudak egyenlőségét:



Forrás: http://www.mathplayground.com/Scale_Fractions.html

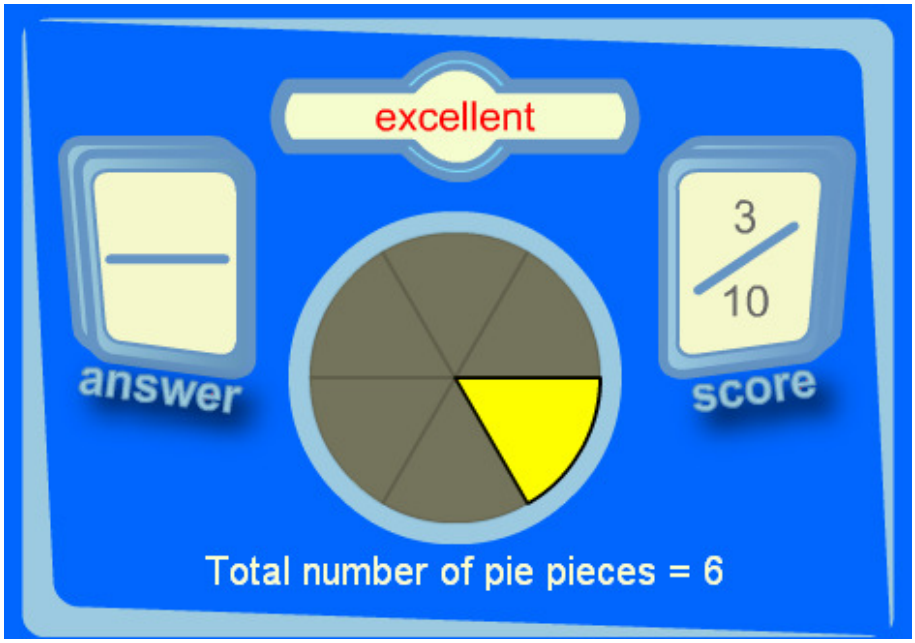
5. Ebben a feladatban a bal oldali dobozban látunk eredetileg valamennyi gombot. Fent pedig olvashatjuk a kérdést: a gombok hányad részét kell átpakolnunk a jobb oldali dobozba. A jelen feladatban a gombok felét ($\frac{1}{2}$-ét) kell áthúznunk a jobb oldali, eredetileg üres dobozban. Ha jól végeztük el a feladatot, mehetünk a következőre.



Forrás: http://www.ngfl-cymru.org.uk/vtc/ngfl/ngfl-flash/fractions/fractions.html

6. A sárga szeletek jelentik a megmaradt pite-szeleteket. Láthatjuk is, de alul meg is adják számunkra, hogy mennyi egyenlő szeletre volt vágva a pite. Be kell

írnunk a bal oldalra, hogy a pite hányadrésze maradt meg. A jobb oldalon a jelenlegi teljesítményünket láthatjuk, itt eddig 3-at válaszoltunk meg helyesen a 10-ből. Minden válasz után fent kiírja, hogy helyes volt-e az eredményünk. Az alábbi képen egy dicséretet látunk: Kitűnő!

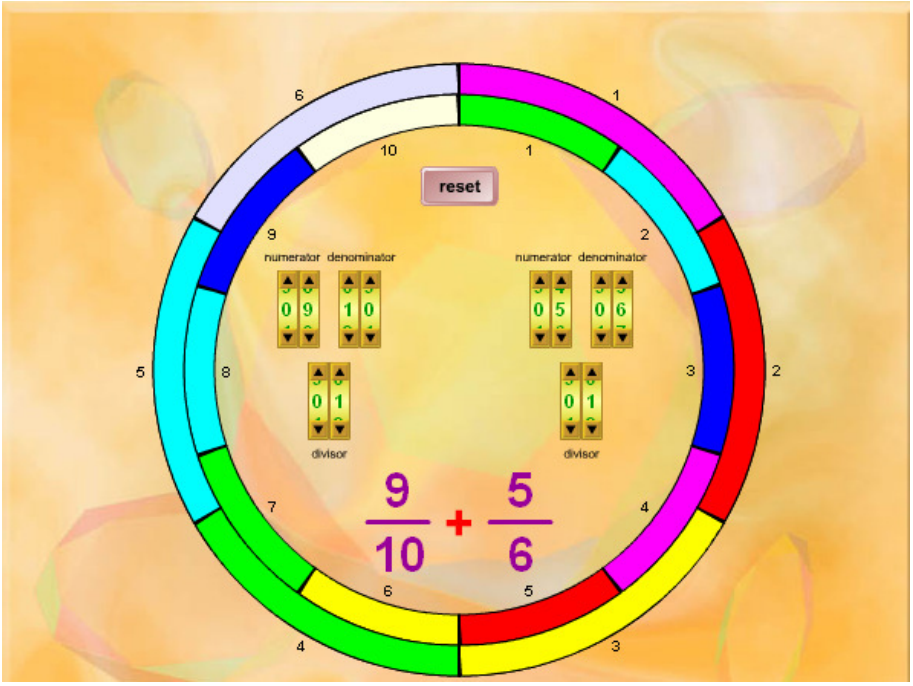


Forrás: http://www.vectorkids.com/vkfractions.htm

7. Az alábbi feladatban Melvinnek, a varázslónak kell segítenünk. Melvin habár okos, de szétszórt. Az üvegcséi összekeveredtek, és a mi segítségünkre van szüksége, hogy vissza tudja tenni őket a helyükre. A kiválasztott két üvegcsét ráhelyezzük a mérlegre, tetszőlegesen párosíthatjuk az ábrás vagy a számos címkével ellátott üvegcséket, és ha egyenlők, Melvin visszaviszi őket a helyükre. Ha végeztünk egy pályával, a következőben még több üveget kell párosítanunk.

Forrás: http://pbskids.org/cyberchase/games/equivalentfractions/index.html

7. Ez az egyik kedvenc interaktív játékom, a törtgyűrűk. Nagyon szemléletes feladat a törtek összeadásához, a közös nevező megtalálásához, amikor a törtek nevezője különböző. Kapunk két törtet. Hogyha más konkrét törteket szeretnénk összeadni, a nyilakkal megváltoztathatjuk a számlálójukat és a nevezőjüket. Így a programot a felhasználó felhasználhatja azokhoz a törtekhez, amikre épp szüksége van. Azt látjuk, hogy a törteket két színes gyűrű illusztrálja a képen. A számlálójuk a beszínezett részeken van szemléltetve. Ahhoz, hogy megtaláljuk a közös nevezőt, a lenti nyilak változtatásával kipróbálhatunk különböző eseteket. Amikor bővítjük a törteket, a gyűrűk beosztása kisebb lesz. Amikor megtalálunk egy közös nevezőt, a nevezők egyenlők lesznek, és a beosztások mindkét gyűrűn egybe fognak esni. A törtek összeadását úgy lehet befejezni, hogy a külső gyűrűt elforgatjuk úgy, hogy a színezett beosztás a belső gyűrű színezett beosztásánál kezdődjön.

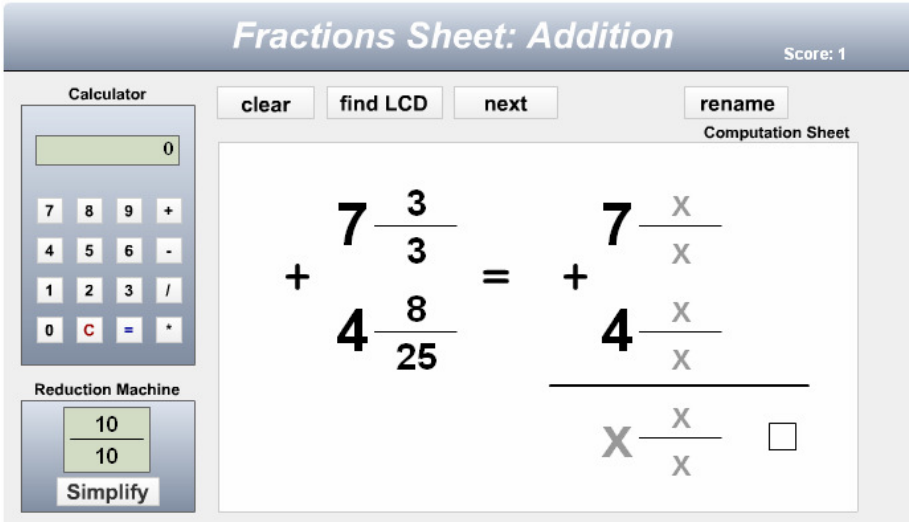


Forrás: http://www.visualmathlearning.com/Exercises/fraction_rings.php

Ezt a játékot egy középiskolás tanítványomnál, Bencénél használtam ismétlésre, mert gondjai voltak az algebrai törtekkel való műveletekkel, különösen az összeadással, a közös nevező megtalálásával. Mikor rájöttem, hogy a probléma ott gyökerezik, hogy közönséges törtekkel sem tudja helyesen elvégezni a műveleteket, először az 5-6-as anyagot néztük át tüzetesen. Ez a két gyűrűből álló szemléltetés nagyon jól illusztrálja, hogy csak akkor tudjuk elvégezni a kijelölt műveletet, ha mindkét tört azonos részekre van felosztva. Ezt a játékot különösen szemléletesnek tartom, és Bencénél is pozitív volt a hatás.

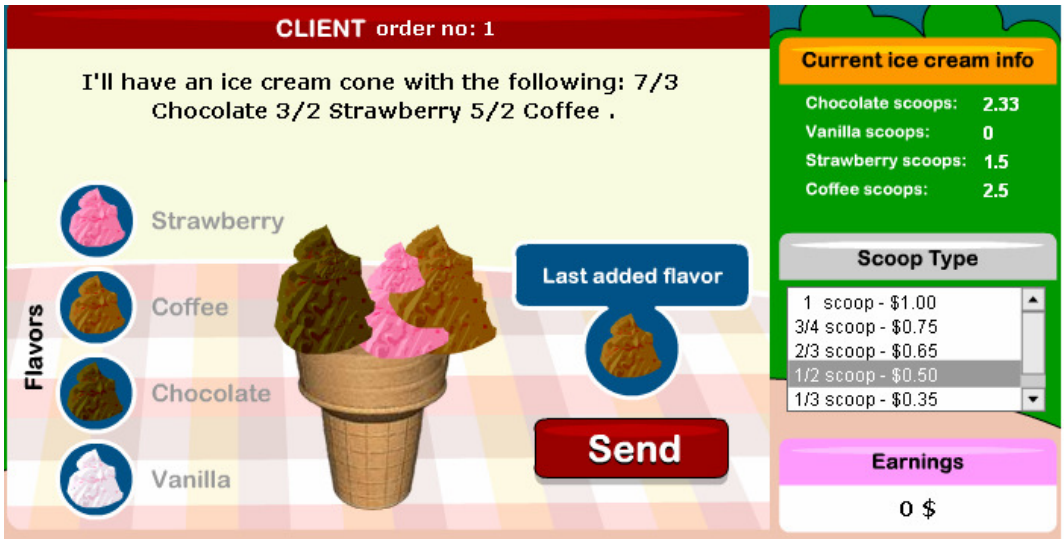
8. Az alábbi interaktív tananyag a törtekkel végzendő négy alapművelet gyakorlását segíti. Az x-szel jelölt helyeket kell helyesen kitöltenünk, a végeredményt pedig egyszerűsített vegyes tört alakban megadnunk. Segítségünkre lehet a munkalap mellé beillesztett számológép, a legkisebb közös nevező megtaláló gomb (find LCD), illetve az egyszerűsítő a bal alsó sarokban. Egy matematikatanár szemszögéből ez a program egy hátránya. Órán való használatakor korlátozhatjuk ezen funkciók használatát. Ha helyes a megoldásunk, a jobb alsó sarokban lévő négyzetbe kapunk egy pipát, a jobb

felső sarokban pedig azt számolja a program, hogy eddig hány helyes számolást oldottunk meg.



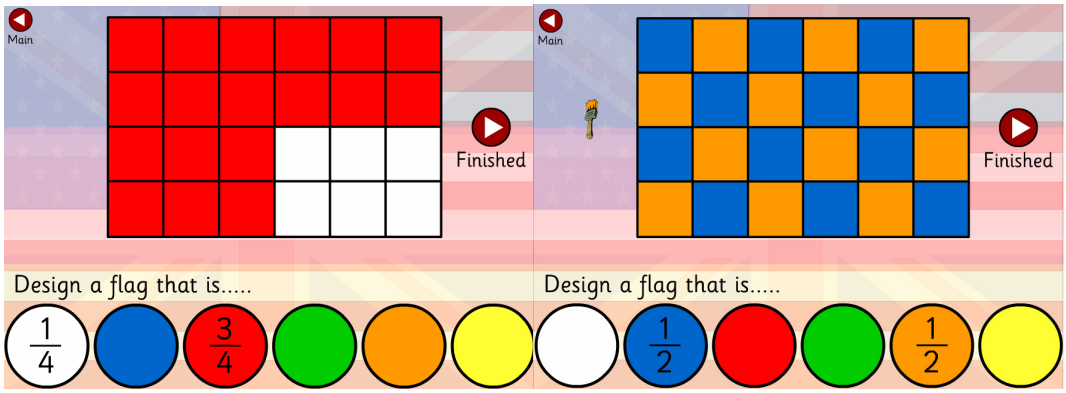
Forrás: http://www.mrnussbaum.com/ezfractions.htm

9. A játék egy fagylaltboltot szimbolizál, ahol mi vagyunk az eladók. El kell olvasnunk a vendég rendelését, pl.: „Szeretnék egy fagyit a következőkkel: $\frac{7}{3}$ csokoládé, $\frac{3}{2}$ eper és $\frac{5}{2}$ kávé. A feladat nagy hátránya, hogy nem éppen valóságközeli, hiszen tört fagylaltgombóc nincs. Az egy egésznél nagyobb törteket át kell váltanunk vegyes tört alakba, pl. $\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$. A fagyi kiméréséhez először ki kell választani a mennyiséget aztán az ízt, majd rákattintani a tölcsérre. Pl. 1 gombóc csokoládé, még egy gombóc csokoládé, $\frac{1}{3}$ gombóc csokoládé, 1 gombóc eper, $\frac{1}{2}$ gombóc eper, 1 gombóc kávé, még egy gombóc kávé és végül egy fél gombóc kávé. Amikor kimértük a kész fagyit, a „Send” (küld) gombra kattintva „odaadjuk” a vevőnek. Ha helyesen mértük ki a kért fagyit, akkor játékpénzt kapunk érte, amit az „Earnings” (Bevétel) alatt látunk. Ha viszont hibásan, akkor levonásban részesülünk.



Forrás: http://www.mrnussbaum.com/clarafraction.htm

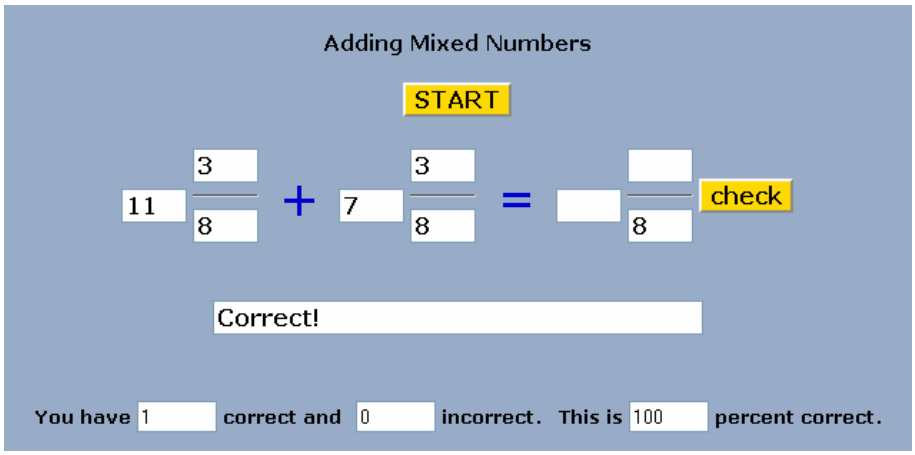
10. A tört zászlók játékban az adott beosztású zászlóformákat kell kifesteni a meghatározott módon. A jelen példában a zászló $\frac{3}{4}$-ét kellett pirosra, az $\frac{1}{4}$-ét pedig fehérre festeni. A gyerekek használhatják a kreativitásukat, és a nekik tetsző mintázatot jeleníthetik meg, csak a megfelelő törtrészekre kell odafigyelniük. Színt úgy tudunk felvenni, ha az ecsettel a színpaletta megfelelő színére kattintunk. Ha végeztünk a színezéssel, a „Finished” (Végeztem) gombra kattintva új feladatot kapunk.



Forrás: http://www.oswego.org/ocsd-web/games/fractionflags/fractionflags.html

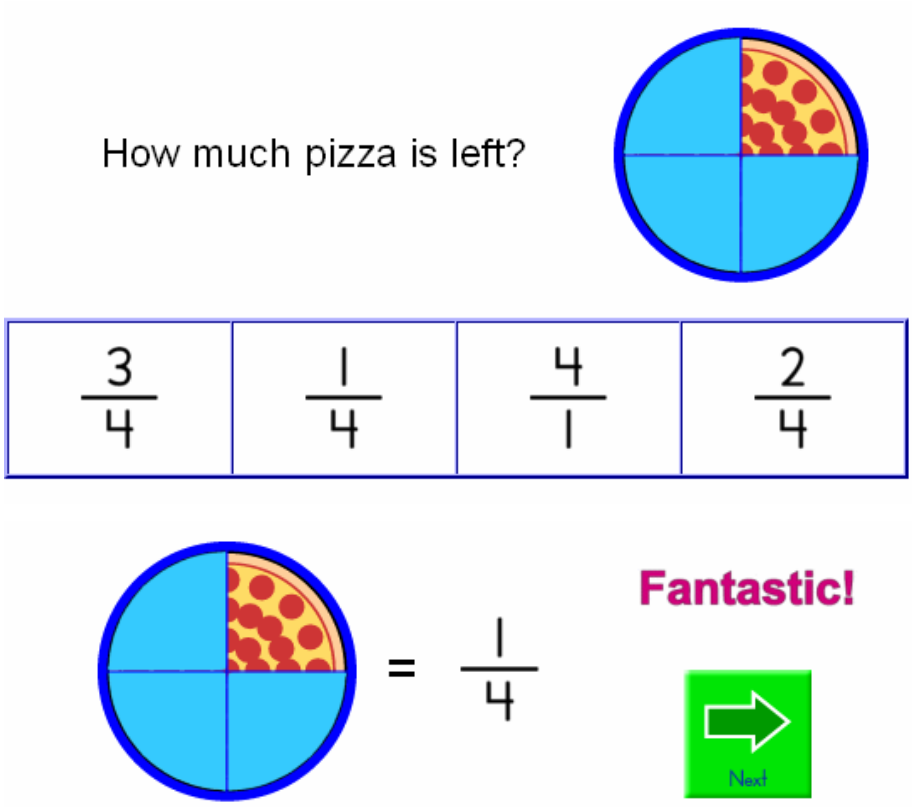
11. Ennek az interaktív feladatnak több változata is van: azonos és különböző nevezőjű törtekkel való összeadás, kivonás, szorzás, osztás, törtek összehasonlítása, egyszerűsítése, törtek átírása vegyes tört alakba. Koncepcióját tekintve nem túl kreatív, előnye viszont az interaktivitás: a

„check” (ellenőrzés) gombot megnyomva ellenőrizhetjük eredményünk helyességét. A feladat szerint az üres négyzeteket kell kitöltenünk a helyes számokkal. Ha viszont helytelen eredményt írunk be, nem tud segíteni, hogy mi volt a baj, csupán kiírja nekünk a helyes végeredményt. Az alul lévő számláló számlálja a jó és rossz válaszokat, valamint a helyes válaszainkat az addig megoldott feladatok arányában százalékban is láthatjuk.



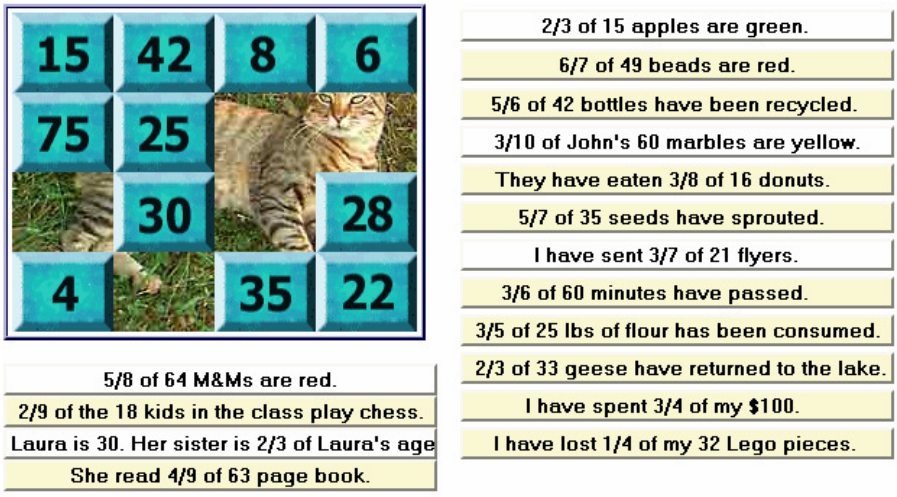
Forrás: http://www.aaastudy.com/fra.htm

12. A Pizza Party-ban egész pizzák vannak felszeletelve, és az a kérdés, hogy hányadrésze maradt meg a pizzának. Négy lehetséges válasz jelenik meg, és klikkeléssel választhatjuk ki az általunk helyesnek véltet. Utána azonnal választ is kapunk, mint például: Helyes!, Pontosan!, Ügyes vagy!, Jól dolgoztál! vagy Hupsz, próbáld újra! Két rossz válasz után már sárga keretben láthatjuk a jó megoldást, így nincs más dolgunk, mint rákattintani. Ennek a játéknak az a baja, hogy ekkor is pozitív választ kapunk, pl. azt, hogy Szuper!



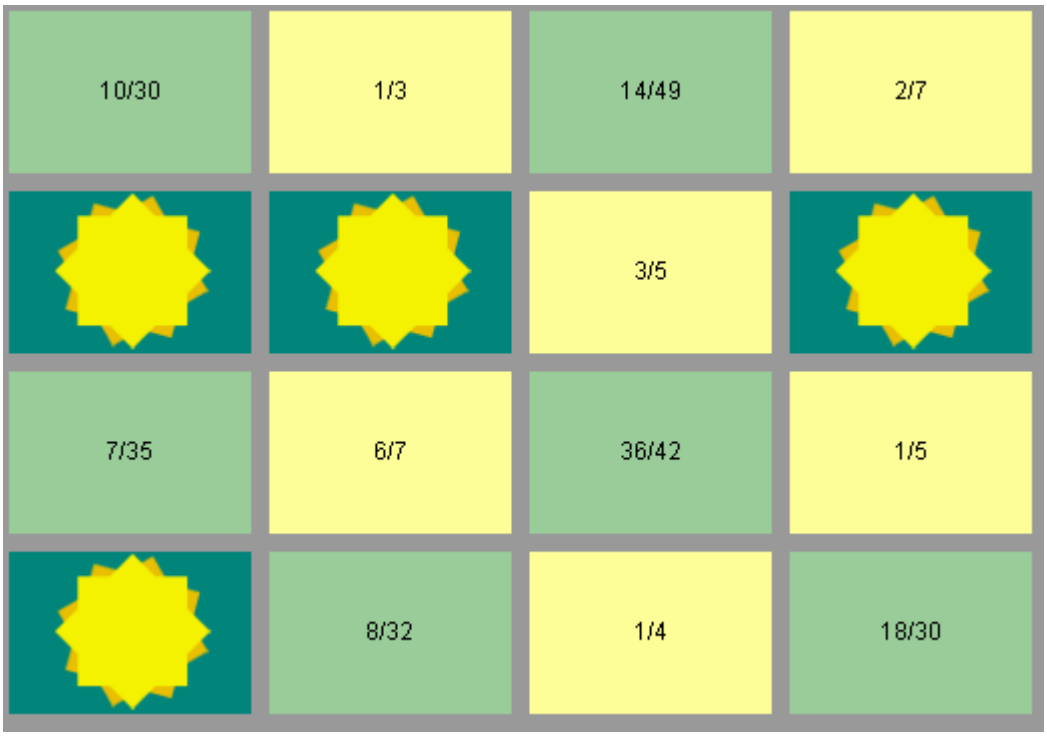
Forrás: http://www.primarygames.com/fractions/start.htm

13. A rejtélyes tört kirakóban össze kell párosítani a képet lefedő számokat a mondatokban szereplő értékekkel, ahol egész törtrészét kell kiszámolni. Ezeket a mondatokat természetesen lefordíthatjuk magyarra is. Ha egymás után rákattintunk egy mondatra és a hozzá tartozó értékre a képen, akkor a képről eltűnik egy kék négyzet és így tovább. Ezen a képen például egy cica volt a megfejtés.



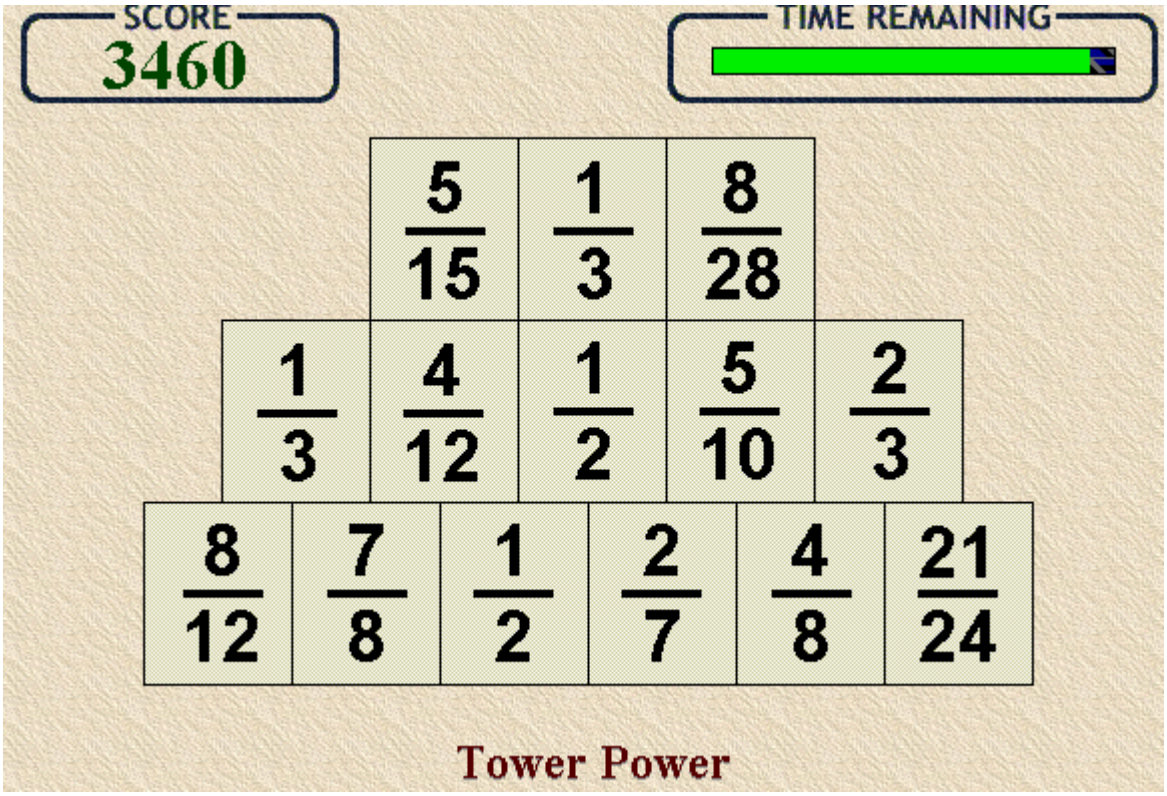
Forrás: http://www.dositey.com/math/mistery2.html

14. Az alábbi párosítós játék hasonlít a memóriajátékra, de itt nem kell memorizálni a számokat, csupán megtalálni két egyenlőt. Ha egymás után kattintunk két egyenlő törtre, azok eltűnnek, és megjelenik a helyükön két csillag, rombusz vagy egy korona.



Forrás: http://www.quia.com/mc/351.html

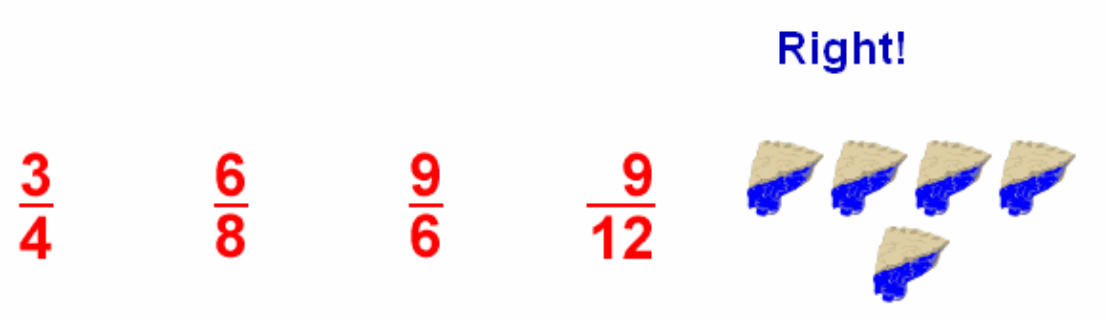
15. Az alábbi játék is párosítós játék, az egyenlőkre kell egymás után rákattintani és akkor azok eltűnnek. A játék szintről szintre egyre nehezedik, egyre több törtet kell összepárosítani adott időre. A gyorsaság alapján bónuszpontot is kaphatunk. A jelenlegi pontszámunkat a bal felső sarokban láthatjuk.



Forrás: http://www.learningplanet.com/sam/ff/index.asp

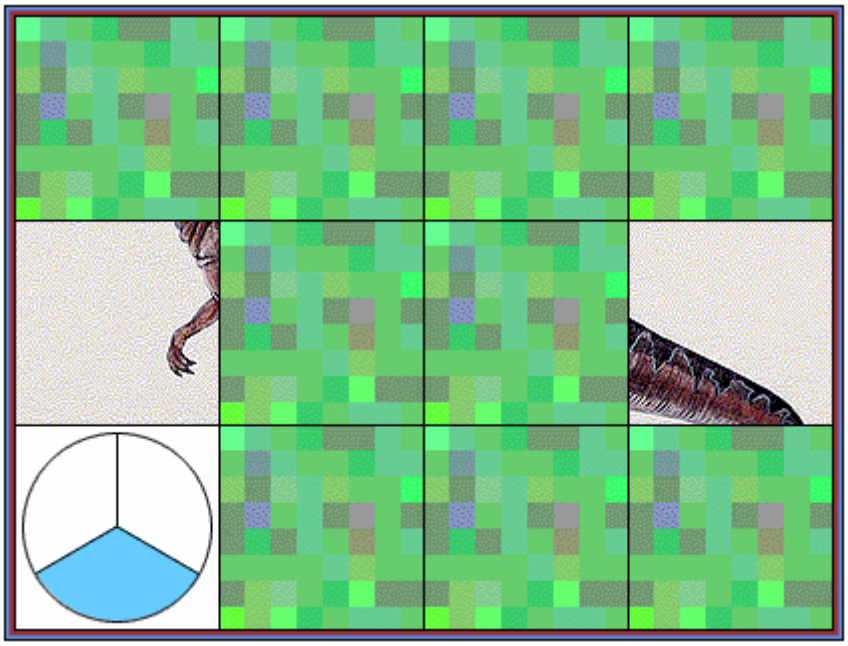
Ezt a játékot számítógépen játszattam egy felnőtt magántanítványommal, mert tudtam, hogy szereti a Mahjong játékot, amiben szintén párokat kell eltűntetni. Először sokszor nem tudta időre megcsinálni, de kellő otthoni gyakorlás után egyre gyorsabban látta meg az egyenlő törteket.

16. Ez a játék négy szinten játszható. Az alábbi kép a könnyű szint egyik feladványát mutatja. Négy törtet látunk, amelyek közül három egyenlő. Arra kell kattintanunk, amelyik nem egyenlő a többivel. Hogyha helyesen válaszolunk, kapunk egy szelet virtuális sütit. Az alábbi képen az eddig összegyűjtött sütik láthatók – eddig már 5-öt gyűjtött össze a tanuló ebben a játékban.



Forrás: http://www.funbrain.com/fract/

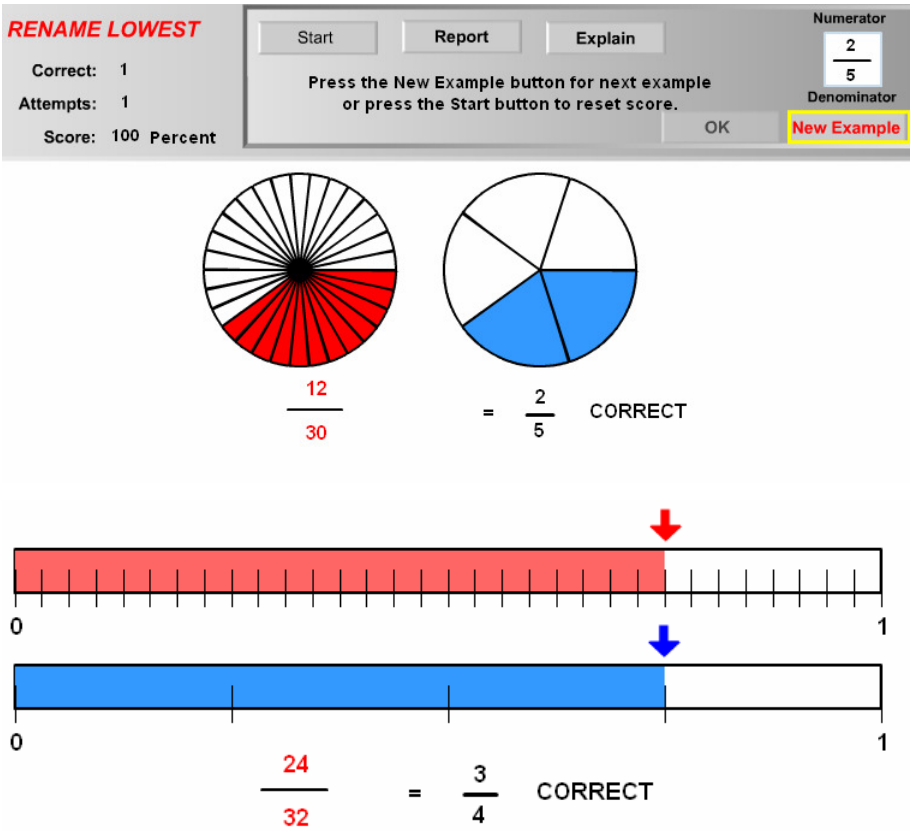
17. Ez a játékos feladvány egy memóriajáték. Egyenlő párokat kell találni. A tört többféle formában lehet megadva, például szám formájában vagy részekre osztott kör, vagy téglalap formájában. Ha találunk egy párt, akkor az eltűnik, és feltárul a háttérkép két kis részlete. Jelen esetben egy dinoszaurusz lesz a teljes kép.



Forrás: http://www.hbschool.com/activity/con_math/g04c20.html

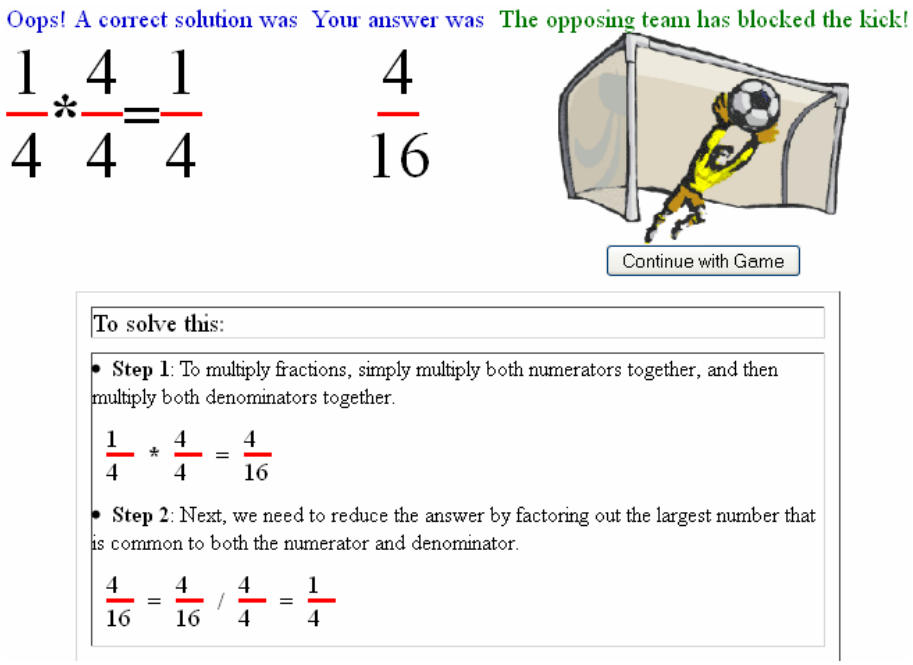
18. A törtek egyszerűsítéséhez használhatjuk fel ezt az interaktív szemléltetőeszközt. Az egyszerűsítésben, illetve a számláló és a nevező közös osztójának megtalálásában ugyan nem segít a feladat, de sejtésünk ellenőrzésére nagyon jó. Ha helytelen eredményt írunk be, annyi segítséget kapunk, hogy az érték, amit beírtunk, túl kicsi vagy túl nagy. Ha helyesen egyszerűsítettük, az OK gomb megnyomására két színezett kört vagy egy

másik alkalmazásban számegyenest tesz egymás mellé, illetve alá a program. Jól láthatjuk, hogy a két tört tényleg egyenlő.



Forrás: http://www.visualfractions.com/RenameLowestC/renamelowestC.html

19. A következő játékban gólokat rúghatunk, illetve kivédhetjük az ellenfél kísérleteit, ha helyes megoldásokat adunk a kérdésekre. A számolási feladatok négy szinten érhetők el, és a négy alapművelet körül választhatunk. Nagyon fontos, hogy a legegyszerűbb alakban kell megadnunk a törteket, mert csak így tekinti válaszunkat helyesnek a program. Pozitív viszont, hogy rossz válasz esetén tanácsot ad, hogy hogyan kell elvégezni az adott műveletet.

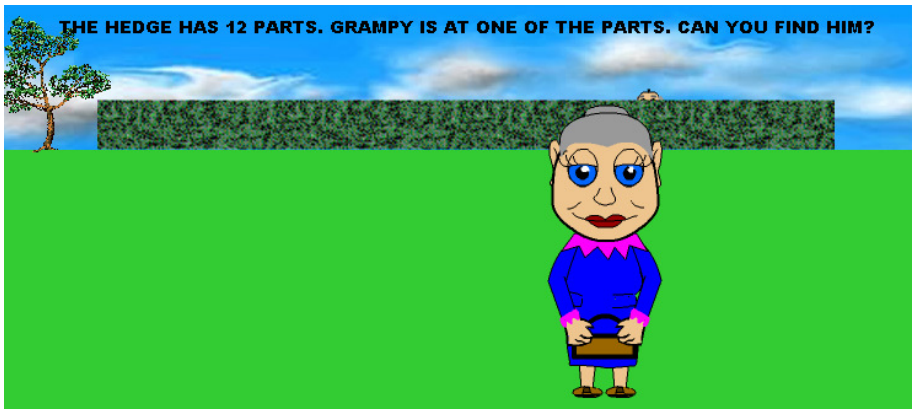


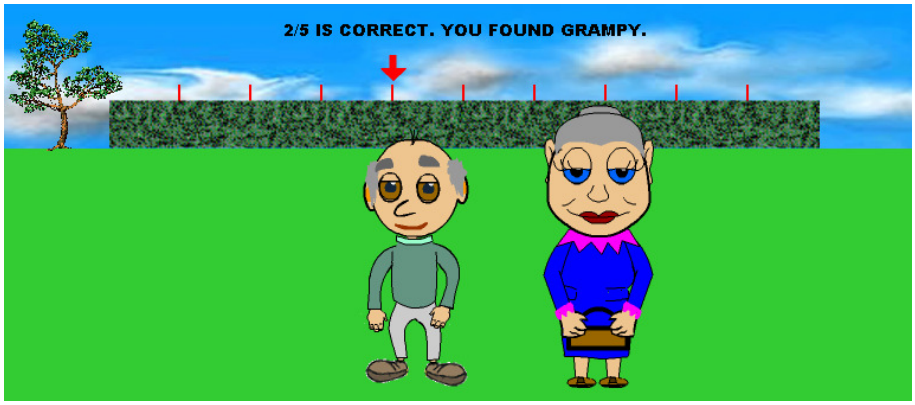
Forrás: http://www.funbrain.com/fractop/

20. Szintén bármelyik műveletet gyakorolhatjuk ezzel a feladattal. Négy lehetséges végeredmény közül kell rákattintani arra, amelyiket helyesnek véljük. Ekkor a tenger felett repkedő pelikán a négy halfigura közül bekapja a kiválasztottat. Ha a rossz halra kattintottunk, akkor a pelikán visszaköpi a halat, így ad esélyt arra, hogy válasszunk neki másikat. Ha a helyes halat választjuk, akkor a pelikán elrepül vele.

Forrás: http://www.iknowthat.com/FT/index.html

21. A másik személyes kedvencem ez a becslős játék. Ahogy visszaemlékszem alsó tagozatra, amikor bármiféle számolási eredményt először meg kell becsülnünk, sosem szerettem, mert nem láttam értelmét. Sokáig csak utólag „becsültem”, amíg édesanyám észre nem vette. Az évek során egyre jobban ráéreztem, hogy mennyire hasznos dolog a becslés, a jó becslés. Mert hallottam már szupermarketben olyan becslést is, hogy egy lány megkérdezte a barátjától, hogy egy üdítőre és két zacskó csipszre egy ötezres elég lesz-e. Ilyen, és ezekhez hasonló esetek megelőzésére fontos a gyerekeknek is ráérezni a becslés létjogosultságára, és segítő jellegére. Ebben a játékos feladatban egy idős pár áll a kép első felében, majd „Grampy”, a nagypapa hátrafut, és elbújik a sövény mögé, csak a feje búbja áll ki. Segítségül megkapjuk, hogy a sövény hány egyenlő részből áll, jelen esetben 12-ből. Meg kell tippelni, hogy hány 12-ednél áll a nagypapi. Ha helyesen tippelünk, akkor a nagypapa visszafut előre, és a sövényen megjelennek a beosztások.



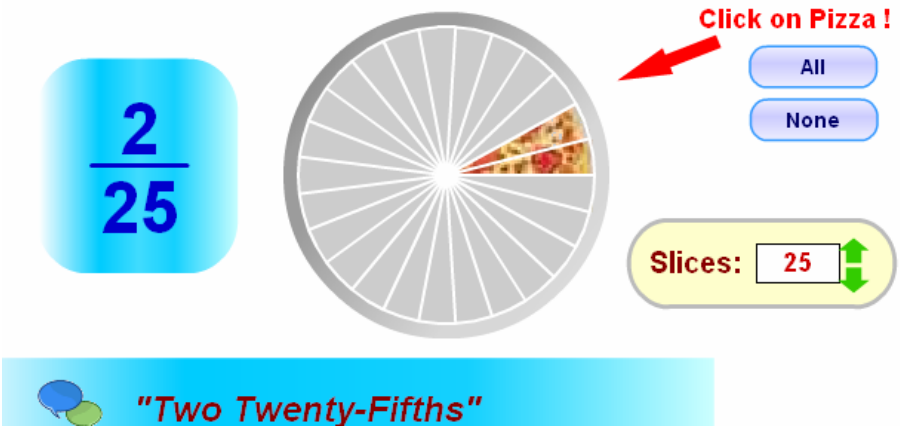


Forrás: http://www.visualfractions.com/GrampStrict/findgrampystrict.html

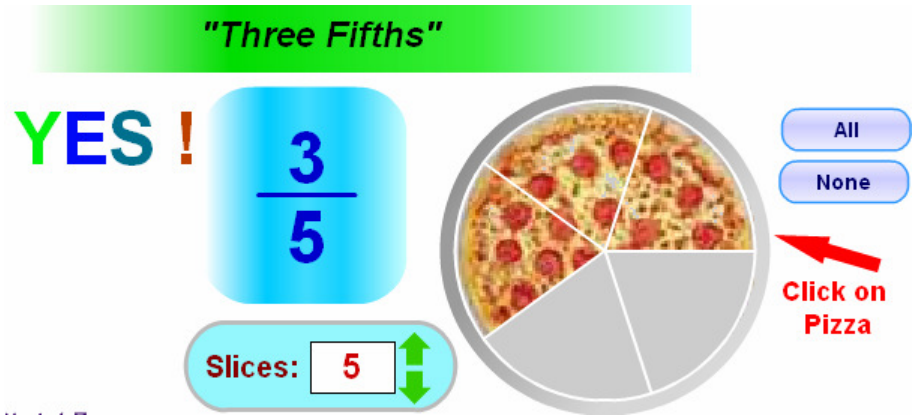
Ezt a játékot bevittem egy játékos angolórára az 5-6. osztályosokból álló angolos csoportomhoz. Máskor nem nagyon volt lehetőségem matekozni velük, így néha az angolórába igyekeztem becsempészni egy-két matekos feladatot. Mindenki tippelhetett egyet, azaz kb. 15-ször tippeltek. Először a program megkérdezte őket, hogy meg tudod találni Grampy-t, vagyis Can you find Grampy?, akkor jelentkezésre felszólítottam egy gyereket, aki még nem került sorra, és úgy érezte, hogy ő meg tudja találni. Ekkor neki így kellett felelnie: Yes, I can! (=Igen, meg tudom!) Amikor ő tippelt a táblánál, az osztály tagjai is vele együtt tippeltek, csak ők némán, a füzetük hátuljába írták a számukat. Aki 10-et eltalált, kapott egy matricát. A játék során új angol kifejezéseket is tanultak, pl. grampy=nagypapi, hedge=sövény, to hide= elbújni, valamint a törtkifejezések képzését: $\frac{1}{2}$=one half, $\frac{1}{3}$=one-third, $\frac{2}{3}$=two-thirds, $\frac{1}{8}$=one-eighth, $\frac{4}{8}$=four-eighths. Illetve egy másik módon: $\frac{1}{2}$ =

one over two, $\frac{1}{3}$=one over three, $\frac{2}{3}$=two over three, $\frac{1}{8}$=one over eight, $\frac{4}{8}$= four over eight, stb. Amikor látták, hogy a gép válasza: ... is correct, you found Grampy, örültek, mert tudták, hogy ez azt jelenti, hogy helyesen tippeltek. A tanár-diák és diák-diák interakciókat a saját órámon nem tudtam kellően precízen figyelni, viszont a saját tapasztalataim alapján állíthatom, hogy az interaktív táblát megfelelően és megfelelő mértékben alkalmazva növelhetjük a diákok órai aktivitását, lelkesedését és az órán való örömteli részvételét.

22. Ebben a gyakorlóprogramban mi magunk – vagy a diákok – állíthatjuk be, hogy hány szeletre vágjuk fel a tortát, és a pizzaszeletekre való kattintással azt is, hogy hány szeletet akarunk meghagyni. Két gomb segítségével gyorsan kijelölhetjük, illetve eltűntethetjük az összes szeletet. Ekkor a bal oldalon megjelenik a tört értéke, alul pedig leírt formában is láthatjuk. Ezt természetesen el lehet készíteni magyarul is.



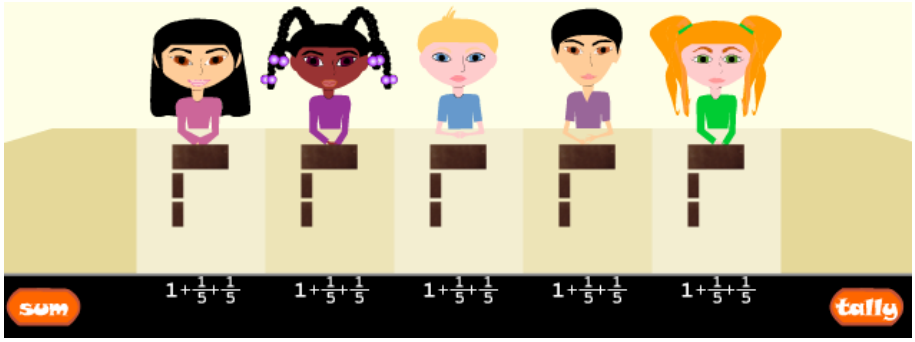
A tanító rész után próbára tehetjük magunkat. Ekkor megjelenik egy törtszám szám és írott formában is, és olyan pizzát kell készítenünk, ami ennek megfelelő. Nekünk kell beállítani a szeletelést, illetve azt is, hogy hány szelet maradjon meg. Ha jól állítottuk be, helyeslő választ kapunk a géptől.



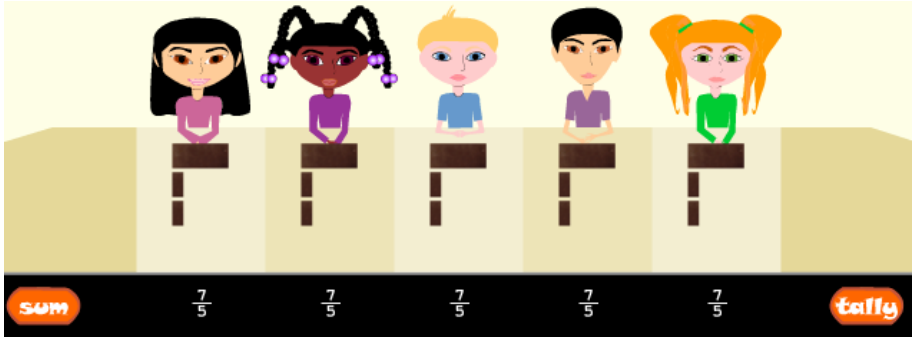
Forrás: http://www.mathsisfun.com/fractions-interactive.html

23. Ebben a játékban kör alakú sütiket vagy téglalap alakú csokikat oszthatunk szét barátaink közt igazságosan. Első lépésben 10 gyerek közül választhatunk annyit, amennyit szeretnénk, de legfeljebb 6-ot. Utána választanunk kell, hogy sütit vagy csokit osztunk-e szét köztük. Végül pedig ezek számát adhatjuk meg. A jelen bemutató képen 5 gyerek között szeretnénk szétosztani 7 csokit. A tanuló eddig minden gyereknek adott 1-1 tábla csokit, végül 2 maradt neki. Ekkor a maradék kettőt egyesével felhelyezi a vágódeszkára, és beállítja, hogy ötödökre vágja szét. Minden gyereknek ad 1-1 ötödöt kétszer.

Amikor ezzel végeztünk, a „tally” (ellenőriz) gomb megnyomásával kiírathatjuk, hogyan épülnek fel ezek az összegek az egyes gyerekek esetében:



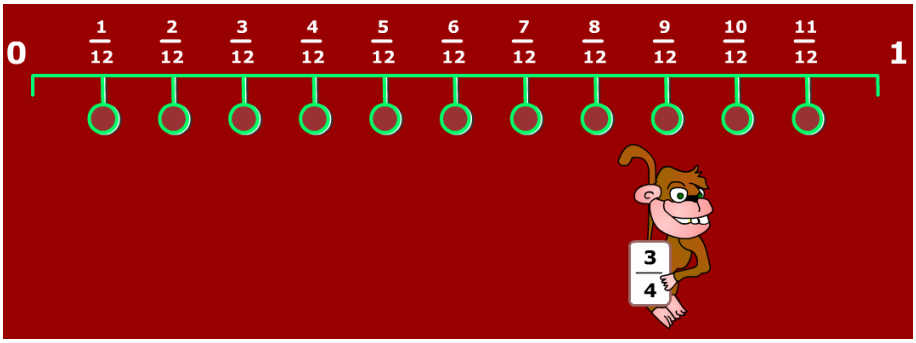
A „sum” (összegez) gomb megnyomásával tört formájában is láthatjuk, hogy egyes gyerekeknek mennyi csokijuk van:



Forrás:

http://www.teacherlink.org/content/math/interactive/flash/kidsandcookies/kidcookie.php

24. Az alábbi játékban három kismajom jön egymás után, amiket a farkuknál fogva fel kell akasztanunk a számegyenes megfelelő helyére. Van, hogy a kapott törtet egyszerű leolvasás után el tudjuk helyezni, de van, hogy egyszerűsítenünk vagy bővítenünk kell. Ha elhibázzuk, a kismajom ejtőernyővel leesik, de a következő ugyanazt a táblát hozza. Addig kell próbálkoznunk vele, amíg a megfelelő helyre nem akasztjuk.

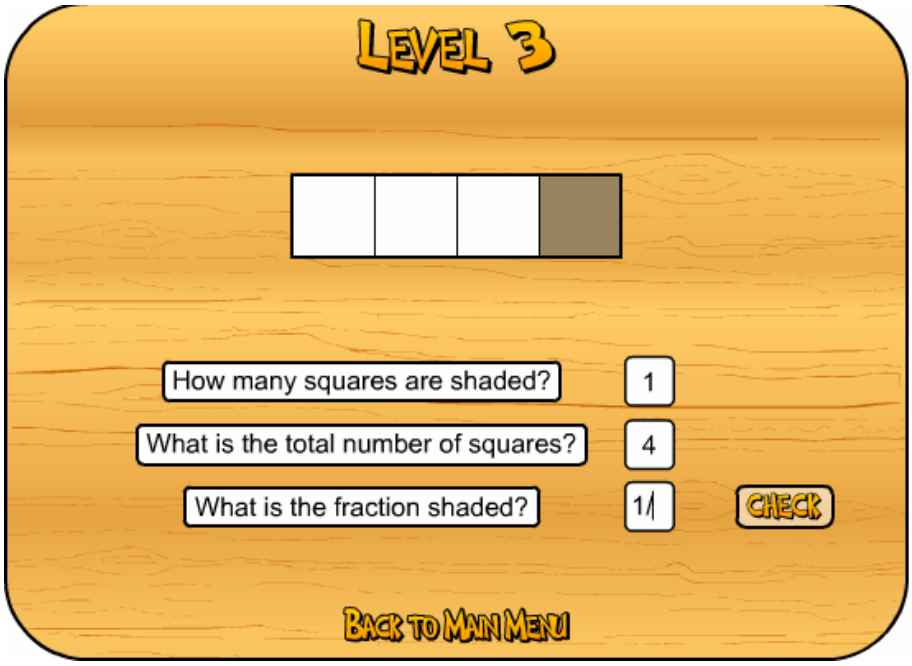


Forrás: http://www.sums.co.uk/playground/n6a/playground.htm

25. Az alábbi játékot több szinten játszhatjuk. A törtek tanulásának kezdeténél érdemes ezt játszani, mert lépésről lépésre kérdez. Nekünk kell beírni a számokat a mondatok melletti négyzetekbe:

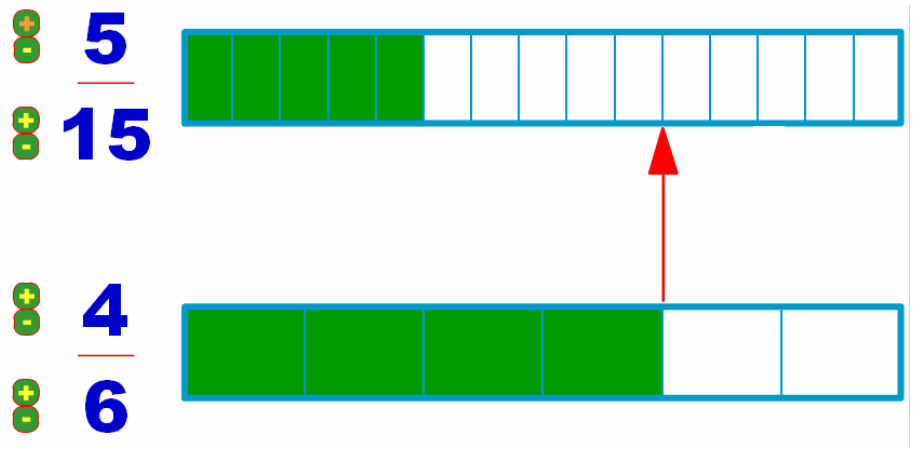
- Hány darab négyzet van beszínezve?
- Hány darab négyzet van összesen?
- Az egésznek hányadrésze van beszínezve?

Én személy szerint fordított sorrendben kérdezném meg az első két kérdést a gyerekektől. A számok megadása után a „check” gomb megnyomásával ellenőrizhetjük válaszunkat.



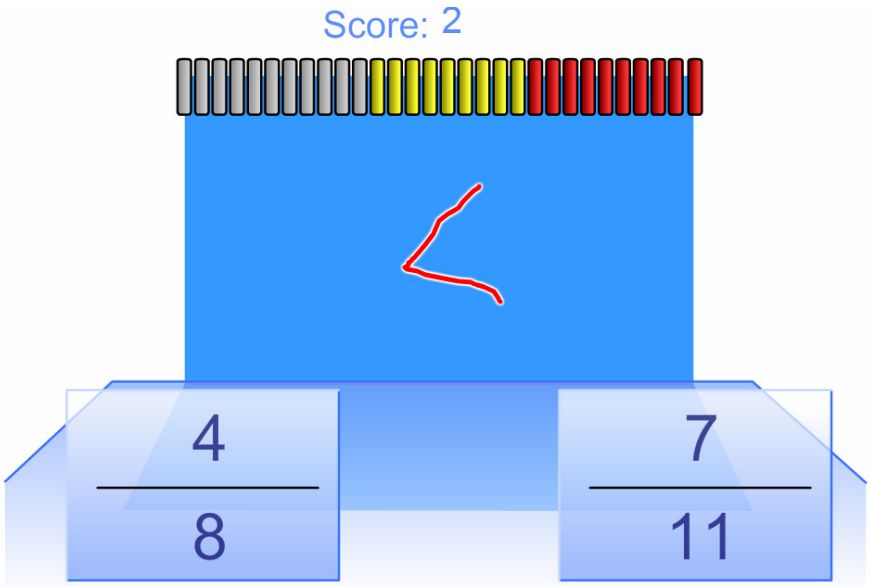
Forrás:
http://www.bgfl.org/bgfl/custom/resources_ftp/client_ftp/ks2/maths/fractions/index.htm

26. Ez egy, a törtek egyszerűsítésével és bővítésével kapcsolatos feladat. Adott az alsó tört a szalaggal. Ehhez képest kell konstruálnunk egy másik felosztást és beszínezést a felső tört számlálójának és nevezőjének a változtatásával úgy, hogy egyenlő rész legyen kiszínezve a lenti és a fenti szalagon is. A kezdőhelyzetet is megváltoztathatjuk a + és – jelekkel.



Forrás: http://www.freewebs.com/weddell/Equiv%20Fractions%20Contents.html

27. Ebben a feladatban a képernyő két oldalán megjelenő két törtet kell nagyság szerint összehasonlítanunk. Amikor eldöntöttük a nagysági viszonyokat, ki kell rajzolnunk az általunk helyesnek vélt relációs jelet közéjük. Ezt versenyfeladatként is játszatjuk, mert időre megy. A fenti színes csíkon méri az időt a játék. Az interaktív tábla felismeri, hogy melyik relációs jelet rajzoltuk ki. Jó párat végigjátszottunk az egyik magántanítványommal, és egyenlőség még sosem fordult elő.



Forrás: http://www.teacherled.com/2011/02/27/fractioncomparison/

A legtöbb interaktív számítógépes játékot 2-3 éve próbáltam ki magántanítványommal, Danival. Ő matekból is és angolból is járt hozzám hetente.

Matematikából nagyon gyenge volt, és be is beszélte magának, hogy utálja a matekot. Amikor ilyen játékokkal dolgoztunk, a tanulás szórakoztató időtöltéssé vált az ő számára is. Nagyon tetszett neki, hogy számítógépen játszottunk, néha otthonra is küldtem neki egy-egy linket, hogy ne csak focis játékokkal játsszon. Sok játék, amiket vele játszottam, a régi számítógépemre volt elmentve. A legtöbbet nem sikerült megtalálnom, viszont az biztos, hogy a 23-assal játszottunk, illetve jó pár pizza-szeletelős játékkal.

Összefoglalva elmondható, hogy ezek az interaktív játékok többsége szép grafikájú és szórakoztató. Egyaránt alkalmasak osztálytermi, vagy magántanításra, illetve önálló tanulásra is. Sok esetben a tanulók „ajándékként" tekintik, ha ilyesmi feladatokon dolgozhatnak.

5.9. ÁL INTERAKTIVITÁS ÉS A TANÁROK SZEREPE

Ebben a fejezetben rá szeretnék világítani, hogy az interaktív tábla használata nem feltétlenül növeli az osztálytermi interakciókat.

Kb. két éve részt vettem egy, a Műszaki Kiadó szakreferense által tartott tankönyvbemutatón egy általános iskolában, ahol édesanyám az intézményvezető. A tájékoztatón a kiadó alsós matematika tankönyveihez készült „interaktív" tananyagot is bemutatta a terjesztő interaktív táblán. Ez a tananyag lényegében nem állt másból, mint hogy nagy kivetítőn láthattuk a tankönyv lapjait. Nyilván ez a megjelenítés is elvezethet minket az interaktív tanítási forma felé, viszont nem nyúlt többet, mint a sima tankönyv használata. A honlapjukon található ismertető szerint a tananyag nem csak könyvek interaktív táblán lapozható változatát tartalmazzák, hanem további gyakorlási lehetőséget nyújtó interaktív feladatokat, a megértést segítő bemutató animációkat. Ezek utóbbiak említését a szakreferens nem tartotta kellően fontosnak a bemutatón, így a tanárokat sem győzte meg igazán az „új fejlesztés". Fontos, hogy az interaktív tananyag tényleg interaktív legyen.

Az interaktív tananyagok, akármilyen jók is, nem helyettesítik a tanár munkáját, és fontosságát. Sok esetben nem tekintenek helyesnek egy választ, ha a tört nem a legegyszerűbb formájában került megadásra, illetve nem képesek elmagyarázni a tanulóknak, hogy hol a hiba a megoldásukban. Egyszerűen csak azt a választ kapjuk, hogy az eredmény nem jó, de azt nem tudjuk, hogy egyszerűen csak elszámoltunk-e

valamit, figyelmetlenségből jóra gondoltunk, de rossz számot írtunk le, vagy elvi hibát vétettünk egy feladat megoldása során. Ezeket a visszajelzéseket viszont megkaphatjuk tanárunktól, vagy akár padtársunktól, osztálytársunktól is.

Ami az interaktív tábla használatát illeti, a tábla megvásárlása még nem jelenti az oktatás színvonalának emelkedését. Beszerzése és használata egyáltalán nem szükségszerű, de ha már lehetőségünkre áll, miért is ne használjuk ki előnyeit. Ehhez azonban elengedhetetlen, hogy a pedagógusok felkészültek legyenek használatára. Nincs is visszatetszőbb a diákok számára, mint szembesülni azzal, hogy tanáruk nem rendelkezik elegendő hardver- és/ vagy szoftverismerettel a tábla eredményes használatához. Fontosnak tartom tehát, hogy mind a tanárképzés során, mind további továbbképzések, tanfolyamok által a pedagógusok naprakészek legyenek az oktatási segédeszközök alkalmazása terén. Másrészről, fennállhat annak is a veszélye, hogy a pedagógust magát is leköti az interaktív tábla használata, és nem engedi a diákokat rajta dolgozni, a táblával manipulálni. Ez hasonlóan elcsüggesztheti a diákokat, és passzivitást eredményezhet.

Összefoglalva, elsősorban a tanáron múlik, hogy egy óra mennyire interaktív, illetve hogy ez mennyire segíti a diákokat a tananyag jobb elsajátításában.

6. EGY INTERAKTÍV MATEMATIKAÓRA TERVE

Ebben a fejezetben egy általam tervezett tanóra tervét mutatom be. A célcsoport egy általános iskola 20 tanulóból álló 5. osztálya.

Az óra célja: A gyermekek elsajátítják a törtek bővítését és egyszerűsítését, valamint hogy bővítéskor, egyszerűsítéskor nem változik a tört értéke. A gyermekek előismeretei a témakörben a következők: értelmezték a törtet kétféleképpen, a gyermekek ismerik a számláló és a nevező jelentését, ábrák alapján törtrészt meg tudnak határozni, össze tudják hasonlítani a törteket egy egésszel, vegyes számokat törtté tudnak alakítani, 1-nél nagyobb számokat át tudnak írni vegyestört alakba.

Minden gyermeknek van egy, még technika órán közösen elkészített színes készlete. Kb. 5 cm átmérőjű, eltérő színű kartonköröket daraboltunk fel. Van egy egész kör, a többi kört félbe, harmadba, negyedekbe, stb. tizedekbe vágtuk. A körcikkek hátuljára egyesével rá is írtuk, hogy mennyit érnek. Ezt a készletet minden órára hozzák, egy borítékban van, ami hozzá van tűzve a könyvükhöz. Arra az esetre, ha mégis valaki otthon felejtené, a tanárnál is van pár pót boríték.

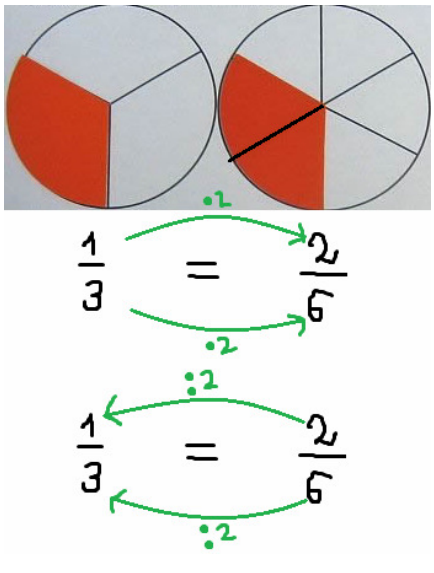
idő	téma, tanitási forma	tevékenységek részletezése (ki mit csinál)	felvetődhető problémák	szükséges eszközök
0-1. perc	Köszöntés, jelentés, hiányzók beírása.			
1-6. perc	Egyenlő törtek megkapása további darabolással. Frontális tanítási forma, folyamatos tanár-diák interakciókkal.	A tanár az interaktív táblánál áll, a diákok a helyükről figyelik. A Notebook szoftver segítségével kört darabolunk fel először kettedekre. Azt mondjuk, hogy anya pizzát süt, és én egy fél pizzát eszek meg. A kör egyik fele színes, másik fehér. Mellé másoljuk ezt az ábrát. Tovább felezzük mindkét részt, most két negyedet kapunk. Megállapítjuk, hogy ha negyedekbe vágja anya a pizzát, és én két negyedet eszek, akkor ugyanannyit ettem, mintha azt mondanánk, hogy egy felet ettünk. Ezt átmásoljuk és mellé rakjuk, most tovább daraboljuk, minden szeletet újra felezünk. Ekkor megállapítjuk, hogy ha nyolcadokba vágja anya a pizzát, és én négy nyolcadot eszek, akkor ugyanannyit ettem, mintha azt mondanánk, hogy két negyedet vagy egy felet ettünk. Ezeket számmal is leírjuk kétszer egymás alá, és nyíllal jelöljük a számlálók és nevezők változását.		Smart Board
6-26. perc	Az egyszerűsítés és bővítés szabályainak megalkotása. Frontális tanítási forma folyamatos tanár-diák interakciókkal.	A következő bemutató példa is hasonlóan épül fel, de ebben már a gyermekek is dolgoznak a helyükön. Elővetetjük a füzetüket és felírjuk az óraszámot és a címet. Elővetetjük a körkészletüket (lásd feljebb). A tanár a táblán ábrázolja a részeket, a gyermekeknek a helyükön kell kirakni, majd a körvonalak átrajzolásával belerajzolni a füzetükbe. A tanár közben körbejár, ellenőrzi a gyermekek munkáját. Először egy kört harmadolunk, egy harmadot beszínezünk. Ezt a gyermekekkel most lerajzoltatjuk. Mellé egy kört hatololunk, ezt ismét úgy kapjuk, hogy minden harmadot elfelezünk. A gyerekekkel átmásoltatjuk először a harmadolt rajzot, majd a hatod körcikkek ráhelyezésével felezünk minden harmadot a füzetben lévő rajzon is. Megállapítjuk, hogy két hatod egyenlő egy harmaddal. Hasonlóképpen kétféleképpen leírjuk számokkal is. Mindkettő alá leíratjuk a szabályt, ahogy ez az alábbi ábrán is látható (1. ábra).	A szabály visszakérdezésekor fennállhat annak a veszélye, hogy a gyermek azt mondja pl., hogy tört bővtésekor a törtet megszorozzuk egy számmal, es nem a számlálót és a nevezőt is. Pl. Hogyan bővitettél? Megszoroztam kettővel.	Smart Board, diákoknak füzet, körkészlet törtekhez

idő	téma, tanitási forma	tevékenységek részletezése (ki mit csinál)	felvetődhető problémák	szükséges eszközök
26-30. perc	Feladatok frontálisan: $\frac{3}{4}=\frac{\quad}{12}$ $\frac{1}{5}=\frac{4}{\quad}=\frac{\quad}{30}$ $\frac{14}{21}=\frac{\quad}{3}$ $\frac{12}{18}=\frac{6}{\quad}=\frac{\quad}{6}$	Megnézünk 4 feladatot csak számokkal. A tanár által előre elkészített számfeladatok az interaktív táblán vannak, és a helyes megoldás a redőny funkcióval van eltakarva. Egyesével vetítjük ki őket a táblára. Kirajzoljuk a nyilakat, és ki is írjuk rá a megfelelő szorzást vagy osztást. Mindezt leírjuk a füzetbe.		
30-31. perc	Házi feladat feladása:	A tankönyvből vagy munkafüzetből átalakítós feladatokat választunk.		
31-35. perc	Előző órai házi feladat ellenőrzése: Vegyestört alakból kellett átírni a számokat közönséges tört alakba.	Az ellenőrzéskor még azt is megkérdezzük a diákoktól, hogy ki tudná a kapott törtet egyszerűsíteni vagy bővíteni a mai óra alapján. Ez csak szóban történik, várhatóan lesznek tanulók, akiknek ez már menni fog.		előző órai HF megoldásai
35-45. perc	További gyakorlás az interaktív táblán: http://www.freeweb.hu/szenteskep/matek/programok/tortek/tortek36.swf	Az alábbi képeken (2-3. ábra) látható feladatokat oldjuk meg. A tanár beállítja az eredeti törtet, amit egyszerűsiteni vagy bővíteni kell a diákoknak. Először úgy játszuk, hogy a tanár megadja a második pizza nevezőjét vagy számlálóját előre. Majd játszhatjuk szabadabban: a tanár csak az egyik törtet adja meg, a diákoknak kell kitalálni egy megfelelő másikat. Aki ki szeretne, kijöhet a táblához jelentkezés után, és kipróbálhatja, hogy tényleg egyenlő-e a két tört.		Smart Board

A diák füzete:

60. óra

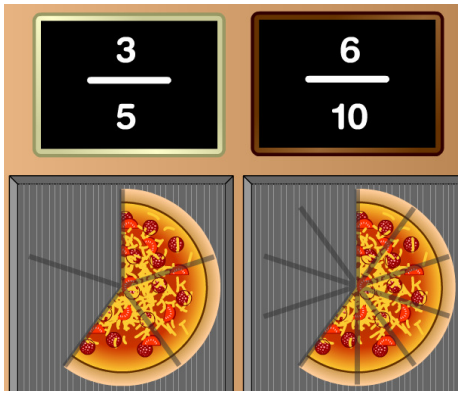
Törtek egyszerűsítése és bővítése

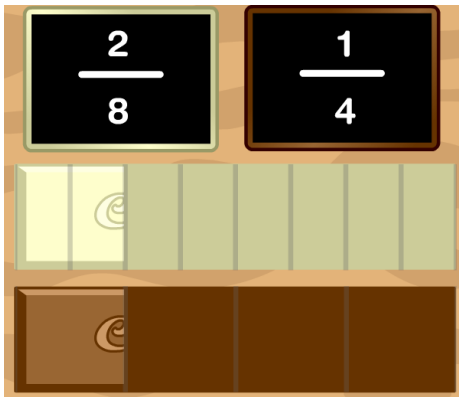


Tört bővítésekor a számlálót is és a nevezőt is ugyanazzal a nullától különböző számmal szorozzuk. Ekkor a tört értéke nem változik.

Tört egyszerűsítésekor a számlálót is és a nevezőt is ugyanazzal a nullától különböző számmal elosztjuk. Ekkor a tört értéke nem változik.

(1. ábra)





(2. és 3. ábra)

Forrás: http://www.freeweb.hu/szenteskep/matek/programok/tortek/tortek36.swf

7. FELHASZNÁLT IRODALOM

1. Ambrus, A. (2004). Bevezetés a matematika-didaktikába. Budapest: ELTE Eötvös Kiadó.

2. Ács, P. et al. (1977). A matematikatanítás módszertanának néhány kérdése. Szerk: Cser, A. Budapest: Tankönyvkiadó.

3. Árvainé Libor, I., & Lángné Juhász, Sz., & Szabados, A. (2010). *Sokszínű Matematika 1-2-3-4*.

4. Beauchamp, G., & Parkinson, J. (2005). *Beyond the 'wow' factor: developing interactivity with the interactive whiteboard.* [Túl az "aha"-faktoron: az interaktivitás fejlesztése az interaktív táblával]. School Science Review, 86(316). Letöltve: http://arrts.gtcni.org.uk/gtcni/bitstream/2428/49478/1/beyond%2Bthe%2Bwow%2Bfactor.pdf

5. Boyer, C. B. (1989). *A History of Mathermatics*. [Matematikatörténet]. New York: John Wiley & Sons, Inc.

6. Cutrim Schmid, E. (2008). *Potential pedagogical benefits and drawbacks of multimedia use in the English language classroom equipped with interactive whiteboard technology.* [A multimedia interaktív táblás angol órán való használatának potenciális pedagógiai előnyei és hátrányai]. Computers & Education, 51(4), 1553–1568. doi:10.1016/j.compedu.2008.02.005

7. Csordás, M. & Konfár, L. & Kothencz, J. & Kozmáné, J. Á. & Pintér, K. & Vincze, I. *Sokszínű matematika 5*. Szeged: Mozaik.

8. Eukleidész. (1983). *Elemek*. Budapest: Gondolat Kiadó.

9. Hardman, F., & Higgins, S., & Smith, F. (2006). *The impact of interactive whiteboards on teacher-pupil interaction in the National Literacy and Numeracy Strategies.* [Az interaktív tábla tanár-diák interakciókra való hatása a nemzeti olvasási és számolási stratégiában]. British Educational Research Journal 32 (3), 443 – 457. doi: 10.1080/01411920600635452

10. Illés, M. (2009). *Digitál Világ*. in Modern Iskola. Budapest: Geopress.

11. Lambert, P., & Goodwin, W. L., & Roberts, R. F. (1965). *A Note on the Use of Flanders Interaction Analysis*. [Jegyzet a Flanders interakciós analízisről]. The Journal of Educational Research. 58(5).

12. Levy, P. (2002). *Interactive whiteboards in learning and teaching in two Sheffield schools: A developmental study.* [Interaktív táblák a tanulásban és tanításban két sheffieldi iskolában: fejlesztési tanulmány]. Sheffield: University of Sheffield, Department of Information Studies. Letöltve: http://sharepoint.naschools.net/district/techsurvey/Document%20Library2/1/sheffield_schools.pdf

13. Lewin, C., Somekh, B., & Steadman, S. (2008). *Embedding interactive whiteboards in teaching and learning: The process of change in pedagogic practice.* [Interaktív táblák beépítése a tanításba és tanulásba: A változás folyamata a pedagógiai gyakorlatban]. Education and Information Technologies, 13(4), 291-303. doi: 10.1007/s10639-008-9070-z

14. Mathews-Aydinli, J., & Elaziz, F. (2010). *Turkish Students' and Teachers' Attitudes toward the Use of Interactive Whiteboards in EFL Classrooms.* [Török diákok és tanárok attitűdje az interaktív tábla használatához angol, mint idegen nyelv órákon]. Computer Assisted Language Learning, vol. 23, 235-252. Letöltve: http://www.informaworld.com/smpp/ftinterface~db=all~content=a922669808~fulltext=713240928

15. Measal, W., & Mood, D. W. (1972). *Teacher Verbal Behaviour and Teacher and Pupil Thinking in Elementary School*. [A tanárok verválís viselkedése valamint a tanárok és diákok gondolkodása általános iskolában]. The Journal of Educatoinal Research 66(3), 99-102.

16. Mildenhall, P., & Swan, P., & Northcote, M., & Marshall, L. (2008*). Virtual manipulatives on the interactive white board: A preliminary investigation.* Virtuális manipulációk az interaktív táblán: Egy előzetes vizsgálat]. Australian Primary Mathematics Classroom, 13(1), 9-14. Letöltve az ERIC adatbázisból.

17. Moss, G., Jewitt, C., Levacic, R., Armstrong, V., Cardini, A., & Castle, F. (2007). *The interactive whiteboards, pedagogy and pupil performance evaluation: an evaluation of the schools whiteboard expansion (SWE) project: London challenge.* [Az interaktív táblák, padagógiájuk és a tanulói teljesítmények kiértékelése: Az iskolai táblafejlesztés (SWE) project kiértékelése: London challenge.] London: University of London. Letöltve: http://www.education.gov.uk/publications/eOrderingDownload/RR816%20Report.pdf

18. Mozaik kerettantervrendszer az általános iskolák számára, Nat 2003

19. Nádasi, M. (1998). Az oktatás szervezeti keretei és formái. In Falus, I. (szerk.): Didaktika, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

20. *Nemzeti Alaptanterv*. 243/2003. (XII. 17.) Kormányrendelet

21. Northcote, M., Mildenhall, P., Marshall, L., & Swan, P. (2010*). Interactive Whiteboards: Interactive or just a Whiteboard?* [Interaktív táblák: interaktív vagy csak tábla?] Australasian Journal of Educational Technology, 26(4), 494-510. Letöltve: http://www.eric.ed.gov:80/ERICDocs/data/ericdocs2sql/content_storage_01/0000019b/80/3d/af/ff.pdf

22. Orr, M. (2008). *Learner Perceptions of Interactive Whiteboards in EFL Classrooms*. [Az interaktív tábla angol, mint idegen nyelv órán való tanulói percepciói]. CALL-EJ Online, 9(2). Letöltve: http://www.tell.is.ritsumei.ac.jp/callejonline/journal/9-2/orr.html

23. Pálfalvi, J. (1999). Matamatika didaktikusan. Budapest: Typotex.

24. Quashie, V. (2009). *How Interactive is your whiteboard?* Mathematics Teching, (214) 33-38.

25. Rafaeli, S. (1988). *Interactivity: From new media to communication.* [Interaktivitás: az új médiától a kommunikációig]. In R. P. Hawkins, J. M. Wiemann, & S. Pingree (Eds.), Sage Annual Review of Communication Research: Advancing Communication Science: Merging Mass and Interpersonal Processes, 16, 110-134. Beverly Hills: Sage.

26. SMART Technologies (2010). http://smarttech.com/

27. Sümegi, L. (1986). *Tanítási módok, eljárások, ötletek a matematikában.* Budapest: Tankönyvkiadó.

28. Sterbik, S., & Vörös, F. (2010). *A SMART interaktív táblák felhasználásának gyakorlati lehetőségei az általános iskolák.* (BA szakdolgozat, Újvidéki Egyetem, Szabadka, Szerbia). Letöltve: http://www.scribd.com/doc/51492127/Sterbik-Voros-Interaktiv-tabla

29. Szűts, Z. (2000). *A hypertext.* Letöltve: http://magyar-irodalom.elte.hu/vita/tszz.html

30. Visky, V. (2008). *Nemsokára alapfelszereltség lesz az interaktív tábla. [In the near future the interactive whiteboard will be basic equipment].* Terminal. Letöltve: http://www.terminal.hu/cikk.php?article_id=113147 in 2009.

31. Wood, R., & Ashfield, J. (2008). *The use of the interactive whiteboard for creative teaching and learning in literacy and mathematics: a case study.* [Az interaktív tábla kreatív tanításra és tanulásra való használata olvasás és matematika órán: esettanulmány]. British Journal of Educational Technology, 39(1), 84–96.

32. Zevenbergen, R., & Lerman, S. (2007). Pedagogy and Interactive Whiteboards: Using an Activity Theory Approach to Understand Tensions in Practice. [Pedagógia és interaktív táblák: egy tevékenységelméleti megközelítés használata a feszültség megértésére a gyakorlatban] Letöltve: http://www.merga.net.au/documents/RP812007.pdf

33. Otsuki, Y., & Bandoh, H. & Kato, N., & Indurkhya, B., & Nakagawa, M. (2004). Educational Software Employing Group Competition Using an Interactive Electronic Whiteboard. [Oktatási szoftver csoportversennyel interaktív tábla használatával.] Journal of Interactive Learning Research, 15(3), 257-269. Retrieved from http://www.tuat.ac.jp/~nakagawa/pub/2004/pdf/otsuki0409a-e.pdf

34. Bell, M. A. (2002). *Why use an interactive whiteboard? A baker's dozen reasons*! [Miért használjunk interaktív táblát? Ezer meg egy oka van!] Retrieved from Teachers.Net Gazette, 3(1). http://teachers.net/gazette/JAN02/mabel.html in 2010

8. MELLÉKLET:

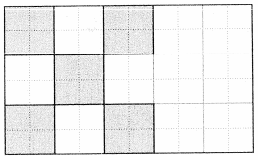
Egy 5-es tanuló értékelt témazáró dolgozata a törtek témakörből

4. B) felmérés

1. A téglalap területének mekkora részét színeztük ki?

   Írd fel a törtet legalább négyféle alakban!

   $\frac{5}{15}$; $\frac{3}{\ldots}$; .....



a	1
b	0
c	0
d	0

2. Pótold a hiányzó mérőszámokat, mértékegységeket!

   $\frac{1}{2}$ óra = ... perc; $\frac{3}{4}$ m = ... cm;

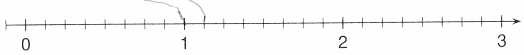
   10 dkg = ...1000..... kg; 40 l = ...40000..... hl;

   6 nap = $\frac{6}{7}$ .....5.....; 75 mm = $\frac{3}{4}$ .....5.....

a	0
b	0
c	0
d	0
e	0
f	0

3. A következő törtek közül válaszd ki az 1-nél nagyobbakat, és ábrázold őket számegyenesen!

   $\frac{15}{16}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{4}{4}$; $\frac{9}{8}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{12}{4}$



   A kiválasztott törteket rendezd csökkenő sorrendbe! $\frac{15}{16}$; $\frac{4}{4}$; .....

a	0
b	0
c	0
d	0
e	0

4. Pótold a hiányzó számlálókat, illetve nevezőket!

   $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$; $\frac{4}{8} = \frac{1}{\ldots}$; $2 = \frac{14}{7}$

a	1
b	0
c	1

23

5. Végezd el a műveleteket, ahol lehet, egyszerűsíts!

a	1
b	0
c	1
d	1
e	1
f	1
g	1
h	1
i	1

$\frac{5}{8} + \frac{9}{8} - \frac{2}{8} = \frac{12}{8} = 1\frac{4}{8} = 1\frac{1}{2}$

$\frac{15}{8} - \frac{3}{2} = \frac{15}{8} - \frac{12}{8} = \frac{3}{8} \neq (2\frac{1}{2})$

$\frac{8}{9} \cdot 7 = \frac{56}{9}$

$\frac{7}{3} : 2 = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$

$3\frac{4}{5} - 2\frac{7}{10} + 1\frac{1}{2} = (1)3\frac{8}{10} - 2\frac{7}{10} + 1\frac{5}{10} = 2\frac{6}{10}$ $1\frac{1}{10}$

6. Almaszedésen három csoport dolgozott. Az 1. csoport a kijelölt fák $\frac{1}{2}$ részéről, a 2. csoport a $\frac{3}{10}$ részéről, a 3. csoport az $\frac{1}{5}$ részéről szedte le az almát. A három csoport mekkora részt szedett le együtt? Mennyi maradt szedetlen?

a	1
b	1
c	1
d	1
e	1
f	1
g	1

$1\ \frac{1}{2}$ r

$2\ \frac{3}{10}$ r

$3\ \frac{1}{5}$ r

$\frac{1}{2} + \frac{3}{10} + \frac{1}{5} = \frac{5}{10} + \frac{3}{10} + \frac{2}{10} = \frac{10}{10} = 1$

A három csoport 1 egészet szedtek le együtt.

Egy sem maradt szedetlenül mert az összeset leszedték.

Feladat	1.	2.	3.	4.	5.	6.	Összesen	Osztályzat
Pont							18	3