Eötvös Loránd Tudományegyetem
Természettudományi Kar

Faragó Judit
Biztosítási és pénzügyi matematika MSc, Aktuárius szakirány

Aktuárius modellek az egészségbiztosításban

Szakdolgozat

Témavezető: Dr. Kovács Erzsébet, egyetemi tanár
Dr. Szegő László, egyetemi docens
BCE-KTK Operációkutatás és Aktuáriustudományok Tanszék

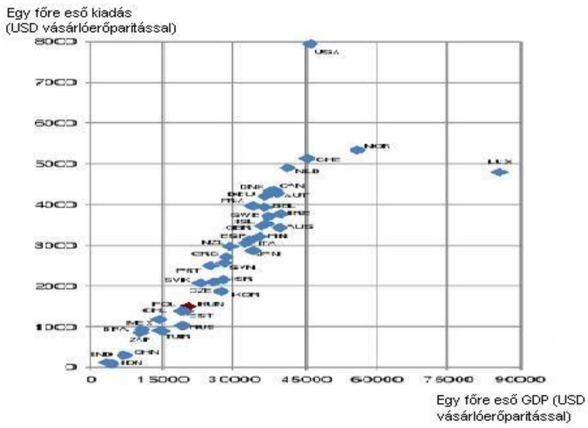
Budapest, 2012

Tartalomjegyzék

1. fejezet

Bevezetés

Magyarországon az egészségbiztosítás a magánszektorban gyerekcipőben jár. A korábbi rendszerek után megmaradt az emberekben az igény a térítésmentes ellátásra, bár egyes területeken (fogászat, nőgyógyászat, stb.) egyre nyitottabbak a magán ellátásokra, folyamatosan nő a fizetési hajlandóság. Az OECD országokra jellemző (1.1 ábra) az állami szerepvállalás (a finanszírozás a befizetett járulékokból vagy adóból történik), egyedüli kivétel az USA, ahol magánbiztosítások fedezik az egészségügyi ellátásokat, kiadásokat. A kötelező egészségbiztosítási hozzájárulás[1]



1.1. ábra. Az OECD államok egészségügyi kiadása a GDP-vel összefüggésben.

ezt a hozzáállást még inkább erősíti, mivel az emberek nem szeretnek "feleslegesen",

[1] A munkavállalót terhelő jelenleg pénzbeli hozzájárulás a bruttó bér 3%-a, a természetbeni járulék pedig 4%-a, a munkáltatót 27%-os szociális hozzájárulási adó terheli

többször fizetni egy szolgáltatásért. Ennek ellenére az emberek folyamatosan fordulnak az új lehetőségek felé, ezt a biztosítók is kezdik érezni: új lehetőségek jelennek meg a biztosítási piacon, valamint az állam is támogatja - vélhetően a kötelezettségeinek csökkentése érdekében. A 2012. évtől a munkáltatók *adó- és járulékmentes* cafeteria juttatásként egészségbiztosítást is adhatnak a munkavállalóknak. Fontos megemlíteni az is, hogy Magyarország Alaptörvényéből kimaradt a társadalombiztosítás fogalma.[a] Ma még nem tudjuk, hogy a későbbiekben ez a módosítás milyen hatással lesz az emberek egészségügyi ellátásaira.

A privát szektor egészségbiztosításának felvirágzása csökkentené a várólistákat, valamint olyan etikai problémára is megoldást jelentene, mint a hálapénz kérdése. Ha az ember magánorvoshoz megy, magas árat kell érte fizetni, ám ezzel az összeggel kivívja az orvos figyelmét, nem szükséges "extrákkal" felhívni magára a figyelmet. Viszont amennyiben ez a hozzáállás magánbiztosítás formájában elterjedne, úgy az emberek magasabb színvonalú ellátásban részesülnének, mivel a biztosított helyett a biztosítás fedezné az emelt költségű szolgáltatást (általában) szerződött orvosokkal, magánintézményekkel, illetve nem lenne szükség hálapénzre, mert az orvosok a saját "tarifáik" szerint látnák el a beteget.[2]

Az 1.1 ábra az OECD országok egy főre eső egészségügyi kiadását és GDP-jét mutatja[3]. Észrevehető, hogy minél gazdagabb egy ország, annál többet tud fordítani a lakosság egészségére. Az átlag ráfordítás a GDP 6,5-7%-a körül mozog két kiugró érték kivételével (USA és Luxemburg). Luxemburg kiugrásával (GDP/fő) arra lehet következtetni, hogy az egy főre eső kiadásnál 5000 USD a lélektani határ, ezen érték körül megáll a növekedés, hiába magas az egy főre eső GDP. Az USA kiugró értékében szembetűnő, hogy az az egészségügyi kiadásban valószínűleg a magánbiztosítás miatt tér el a többitől (a GDP 17,7%-át fordítja egészségügyi kiadásokra).

[2]A TB-ben az ellátás a beteg szemszögéből térítésmentes, az ellátásának viszont ugyanúgy költsége van - ez az állam kötelezettségvállalása. A lényegi különbség a TB- és magánellátás között, hogy a közszférában az orvos fizetése jóval alacsonyabb, mint a magánpraxissal rendelkező orvosé, viszont így a több bevétel után nagyobb figyelmet szentelnek a betegnek és magasabb színvonalon látnék el.

[3]Forrás: [18]

Természetesen az összetett etikai, szociológiai szempontokat nehéz figyelembe venni, és ennek a dolgozatnak nem is célja, leginkább a matematikai megközelítésére koncentrálok. A következő fejezetekben áttekintem, hogy milyen modellek által tudnak a biztosítók hatékony egészségbiztosítási modellt felállítani, milyen szempontokat kell szemügyre venni, majd végezetül ezek néhány alkalmazását is bemutatom.

2. fejezet

Az egészségi állapotok láncolatának modellezése

2.1. A Markov-modell

Az ember élete folyamán többször lehet beteg. Hol hosszabb, hol rövidebb ideig, időnként súlyosabb, máskor enyhébb tünetekkel. A betegségek túlnyomó része gyógyítható, de vannak végleges állapotok is. Egy nátha kialakulása előtt az ember egészséges volt, majd ismét az lesz; 1 év elteltével ugyanígy előfordulhat megfázás. A megbetegedések, különböző betegségek egy másik (egészséges vagy már beteg) állapotból alakulnak ki különböző valószínűséggel, például túlsúlyos embereknél a magas vérnyomás prevalenciája lényegesen magasabb, mint normál testsúlyú társaiknál.
Ez a tény az, ami lehetőséget ad a matematika egy modelljének alkalmazására, dolgozatomban törekszem ennek részletes bemutatására. Az úgynevezett Markov-modell (vagy Markov-lánc) Andrej Markov orosz matematikus után kapta a nevét. A modell lényege, hogy egy folyamat jövőbeli kimenetele csak a jelenbeli állapot függvénye, a múltbeli állapotok a jövőre nézve irrelevánsak.

2.1.1. Alapfogalmak

A Markov-modellek részletes bemutatása előtt szeretném néhány szóban bemutatni a kapcsolódó alapfogalmakat. A biztosítás alanyai a biztosító és a biztosított, akik biztosítási szerződéses viszonyban vannak egymással. A számítások össze-

függnek a biztosított belépéskori életkorával, a biztosítások árazása a belépési kor és a biztosított nemének függvényében történik. Bár a biztosítottak nemek szerinti megkülönböztetése nem helyes az európai direktíva alapján, ám Magyarországon statisztikailag alátámasztott a két nem közötti releváns eltérés, így ez az eljárás engedélyezett.
Jelen esetben a kedvezményezett személye a biztosítottéval azonos lesz. A biztosítási esemény egészséggel kapcsolatos állapotváltozás: lehet egy egyszerű orvosi ellátás (pl. fogorvos), de akár tartósabb betegség, rokkantság is. A biztosítási szolgáltatás több féle is lehet: **a)** egyösszegű szolgáltatás egyszeri kifizetéssel (halál), **b)** eseti egyösszegű szolgáltatás (fogorvosi költség), **c)** járadékszolgáltatás - a biztosított tartós betegsége esetén a táppénzt kiegészítendő, a kezelések vagy gyógyszerek költségét fedezendő. Járadékszolgáltatás esetén beszélgetünk határozott tartamú biztosításról (a szolgáltatás legfeljebb 5 évig jár) vagy élethosszig tartó szolgáltatásról (rokkantnyugdíj, ápolási díj a kieső jövedelem kompenzálására).

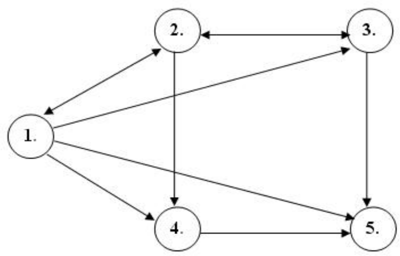
Szakdolgozatom témájaként a rokkantság- és az ápolásbiztosítás érdemel néhány szót. E két témát azért választottam a dolgozatom elkészítéséhez, mert Magyarországon a rokkantak és mások segítségére szorulók nehéz helyzetben vannak. Bár segítségükre vannak alapítványok, közintézmények, az állami jutattások egy színvonalas élethez kevésnek bizonyulnak. Ha valaki aktív, dolgozó ember, mikor bekövetkezik egy tragédia, és külső segítségre szorul, az állami ellátás (rokkantnyugdíj) nem biztosítja ugyanazt az életszínvonalat, mint a korábbi fizetés, emellett sok extra kiadás keletkezik a megváltozott élethelyzetből adódóan. Az ápolásnál hasonló a helyzet: igaz, túlnyomórészt nyugdíjas emberek szorulnak ápolásra (étkeztetés, mosdatás, napi teendők ellátása), ezen szolgáltatások igénybevételét az állam nem tudja ingyenesen biztosítani. Ilyenkor több lehetősége van a családnak: valamelyik családtag feladja a munkáját, és ellátja az ápolási feladatokat (itt nem szakképzett ápoló végzi el a munkát), az emberek többségének megfizethetetlen szakápoló segítsége (heti rendszerességgel, napi 12 vagy 24 órán át), idősgondozással foglalkozó otthonban ellátás. Utóbbi kettő előnye, hogy szakápolók végzik el a teendőket, ám megfizethetetlenek. Havi százezrekbe kerülnek, idősgondozó otthon esetén milliók is lehetnek. Utóbbi esetben bevett szokás, hogy lakástulajdon átírásáért cserébe kap az idős ember szobát az otthonban, és a nyugdíja meghatározott mértékében vállalják, hogy ellátják élete végéig. Az otthonokba bekerülés nem csak költséges, várólisták vannak a bekerülésre, így az egyik átmeneti megoldás az idős ember fekvőbetegként való ellátása kórházban, mely nem költségtakarékos. Fontos arra is felhívni a figyelmet, hogy e két téma valójában szorosan összefügg. Még ha nevükben eltérnek, egy fiatal rokkant ember ugyanúgy szorulhat külső segítségre, mint egy idős ember.

2.1.2. Állapotok és átmenetek

Egy biztosított kockázatváltozását nagyon jól lehet szemléltetni események láncolataként. A különböző élethelyzetek (születés, betegség, felépülés, halál, stb.) más és más tulajdonságokkal rendelkeznek, melyek megjelennek a biztosítás cash flow-jában. Egy egészséges ember rendszeresen fizeti a biztosítás díját, ám ha a biztosított megbetegszik, a díjfizetés (átmenetileg) megszűnik, a biztosító fog szolgáltatni. A kockázat feljődése minden egyes időpillanatban egy állapotot mutat, ezen állapotok összességét állapothalmaznak vagy állapottérnek nevezzük. Ha erre a fejlődési folyamatra egy gráfot rajzolunk fel, a következő állapotokat definálhatjuk:

- **Átmeneti állapot:** ebből a pontból bármikor ki lehet lépni és a pontba vissza is lehet térni.
- **Szigorú átmeneti állapot:** ebbe a pontba nem lehet visszatérni, ha egyszer már kiléptünk onnan.
- **Kötött állapot:** ebből a pontból már nem lehet kilépni, ha már egyszer beléptünk.

Lássunk a fentiekre egy példát!



2.1. ábra. Állapotok és átmenetek sorozata.

1. példa. A fent definiált fogalmakat nézzük meg ezen az ábrán! Átmeneti állapotba azok a pontok (állapotok) tartoznak, melyekből kivezet él és bele is lehet menni. ilyen pontok az 1., a 2. és a 3. pont, ezek lehetnek a való életben az egészséges állapot, influenza, tüdőgyulladás, stb. A betegségekből fel lehet épülni és visszatérni az egészséges állapotba. Szigorú átmeneti állapothoz csak a 4. pont tartozik, ennek csak olyan kimenő élei vannak, melyekből kiinduló út nem vezet már ide vissza. A valóságban ilyen állapot egy nem rehabilitálható egészségkárosodás (rokkantság). Végül a kötött állapot, melyhez az 5. pont tartozik, innen már nem lehet továbblépni, csak bejövő élei vannak - ez lehet a halál.

A fenti állapottípusok pontos defincióját átmenetvalószínűségekkel adjuk meg. Formálisan legyen $\mathcal{S}$ az állapottér, melyről tételezzük fel, hogy véges számú egészek halmaza.

$$\mathcal{S} = \{1, ..., N\}$$

A közvetlen átmenetek halmaza legyen $\mathcal{T}$, amely (i, j) pontpárok részhalmaza.

$$\mathcal{T} \subseteq \{(i, j) \mid i \neq j; i, j \in \mathcal{S}\}$$

Az $(\mathcal{S}, \mathcal{T})$ párt többállapotú modellnek nevezzük, ami megtestesíti a véletlent. Ha $t = 0$ időpillanatban az 1. állapotban vagyunk (biztosítás megkötése), akkor onnan bármely másik állapotba közvetlenül vagy közvetetten is eljuthatunk.

A biztosító pénzárama függ az adott állapottól. Az 1. állapotban, amikor egészséges a biztosított, akkor rendszeres (vagy egyszeri) díj folyik be a biztosítóhoz, ám amikor a 2. vagy 3. állapotban beteg a biztosított, a díjbevétel szünetel, ez idő alatt a biztosító (rendszeresen) szolgáltat, amíg a biztosított ismételten egészséges nem lesz. A 4. és 5. állapot a biztosított rokkantságát és halálát jelentik, ha a modell ezen állapotok valamelyikébe lép, a biztosító a szerződéstől függően szolgáltathat rendszeresen a rokkantnyugdíjat, özvegyi nyugdíjat kiegészítve, vagy egyösszegű szolgáltatást nyújt, és ezzel a szerződés megszűnik.

Vezessünk be általános jelöléseket:

$s(t)$ a sztochasztikus folyamat útvonala

$\pi_i(t)$ az i. állapotban fizetett rendszeres biztosítási díj

$a_j(t)$ a j. állapotban szolgáltatott járadék a biztosított részére

$b_{ik}(t_k)$ egyösszegű szolgáltatás t_k időpontban (azonnal), mert a biztosított állapota i-ről k-ra változott

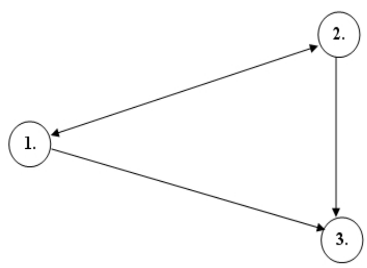
$b_{jk}(t_l)$ egyösszegű szolgáltatás t_l időpontban, mert a biztosított állapotában $j \to k$ változás következett be

$b_k(t_l)$ egyösszegű szolgáltatás t_l időpontban, mert ekkor a biztosított egészségi állapota a k. állapotban van

Ezt értelmezve tehát a biztosítóhoz pénz csak $\pi_i(t)$ esetén fog beáramlani, az a és b jelölésnél a fent meghatározottak szerint egyösszegű vagy rendszeres kifizetés történik.

2. példa. Ezekkel a jelölésekkel a 2.2 ábrán értelemszerűen az alábbiakat jelölik az egyes állapotok:

1. Egészséges (vagy egészségi állapota nem biztosított kockázatú)
2. Rokkant (nem feltétlen végleges, hanem rehabilitálható is lehet, mert vissza lehet jutni az 1. állapotba)
3. Halott (nem tartalmaz megtakarítási elemet)



2.2. ábra. Három-állapotú példa egészséges, rokkant és halott állapotokkal.

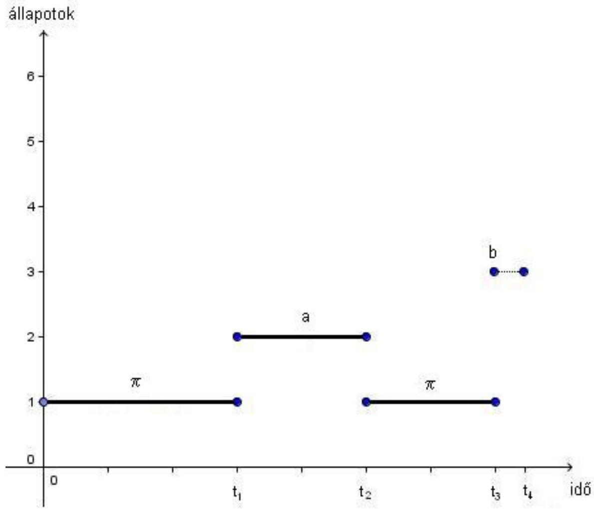
Az egyes állapotokhoz pedig a következő pénzáramok tartoznak:

$$\pi_1(t) = \begin{cases} 0 & ha\ t \geq n \\ \pi & ha\ 0 \leq t < n \end{cases}$$

$$a_2(t) = \begin{cases} 0 & ha \; t \geq n \\ a & ha \; 0 \leq t < n \end{cases}$$

$$b_3(t) = b \; ha \; 0 \leq t < n,$$

ahol a szerdődés tartama n, $t = n$ időpontban a szerződés megszűnik, így a kockázatviselés $t = n - \varepsilon$, $(\varepsilon \to 0)$-ig tart . Ez alapján a felírás alapján az egészséges állapotban a biztosított π összegű díjat fizet, rokkantként a biztosító térít neki a-t, míg rehabilitálják vagy meghal, halál esetén pedig egyösszegű b nagyságú kifizetés történik (mind a szerződés lejáratán belül).



2.3. ábra. Három-állapotú példa egy lehetséges folyamata π díjakkal és a, b szolgáltatásokkal.

2.2. Az időfolytonos Markov modell

Az időfolytonos Markov-modell lényege, hogy az állapotokat az idő folytonosságában figyeljük meg, nem csak bizonyos időközönként. Ez azért fontos, mert az adott állapotokban nem ugyanannyi ideig van a modellünk, ez az intervallum eltérő lehet. Általános esetben a díjfizetés[1] a teljes tartam alatt lényegesen hosszabb összességében, mint a biztosítási esemény bekövetkeztét követő szolgáltatás. Nézzünk erre egy rövid példát!
Az ügyfél $t_0 = 0$ időpontban biztosítási szerződést köt orvosi ellátás (pl. fogászat) és rokkantsági járadékra (legfeljebb 5 éven át). Az ügyfél már $t_1 - t_0$ ideje fizeti a biztosítást, amikoris fogorvosi ellátásra van szüksége, ennél a kifizetés 1 időpillanatban $(t_2 - t_1 \to 0)$ megtörténik , majd fizeti tovább a havi díjat. A következő esemény t_3-ban következik be, amikor az illető rokkant lesz, a biztosítás 5 évre szolgáltat. Ha megnézzük, a fogorvosi szolgáltatás csak rövid ideig tart, míg a díjfizetés tartama és a rokkantsági járadék szolgáltatás hosszabb.

2.2.1. A Markov-tulajdonság

Tekintsünk egy időben folytonos sztochasztikus folyamatot $\{S(t); t \geq 0\}$ $\mathcal{S}$ véges állapottéren. Azt mondjuk, hogy az $S(t)$ folyamat időben folytonos Markov-lánc, ha *bármely n-re* és az idő minden $0 \leq t_0 < t_1 < ... < t_{n-1} < t_n < u$ véges sorozatára és az ezekhez tartozó $i_0, i_1, ..., i_{n-1}, i_n, j \in \mathcal{S}$ állapotokra

$$P([S(t_0) = i_0] \wedge \cdots \wedge [S(t_{n-1}) = i_{n-1}] \wedge [S(t_n) = i_n] \wedge [S(u) = j]) > 0,$$

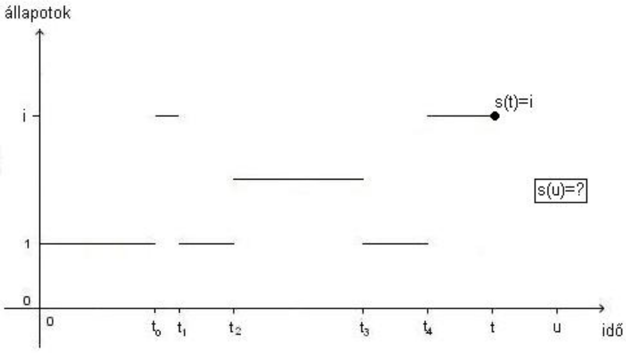
kielégíti az úgynevezett Markov-tulajdonságot, vagyis:

$$P(S(u) = j \mid P(S(t_0) = i_0 \wedge \cdots \wedge S(t_{n-1}) = i_{n-1} \wedge S(t_n) = i_n) = P(S(u) = j \mid S(t_n) = i_n)$$

Ebből következik, hogy a valószínűség csak az legutolsó állapottól $(S(t_n) = i_n)$ függ, a t_n előtti állapotoktól független. A feltételes valószínűségeket $P(S(u) = j \mid S(t) = i)$ $0 \leq t < u$-re és $i, j \in \mathcal{S}$ átmenetvalószínűségnek nevezzük, és $P_{ij}(t, u) = P(S(u) = j \mid S(t) = i)$. Tehát lényegében azt vizsgáljuk, hogy ha a t időpontban $s(t) = i$, mi lesz az u-beli értéke? Ezt láthatjuk a 2.4 ábrán is.

[1] Magyarországon a jellemző biztosítási díjfizetés a rendszeres (havi, negyedéves) díj. Az emberekben kevés a hajlandóság egyszerre sok pénz kiadására, még ha éves szinten olcsóbb is a biztosítás. Egyszeri díjas biztosítás legelterjedtebb formája az utas- és életbiztosítás.

Definiáljuk $t \geq 0$-ra a $P_{ij}(t,t) = \delta_{ij}$-t, az úgynevezett *Kronecker-deltá*t. Ez egy indikátor, mely értéke 0, ha $i \neq j$, és 1, ha $i = j$. Ezzel a $P(S(u) = j \mid S(t) = i)$ feltételes valószínűséget már $0 \leq t \leq u$-ra lehet értelmezni. Minden $0 \leq t \leq u$ és $i, j \in \mathcal{S}$-re az



2.4. ábra. Állapotok láncolata

átmenetvalószínűség csak $u - t$-től függ, önmagában t és u értékétől nem - ezzel a feltételezéssel azt mondhatjuk, hogy a folyamat **időben homogén**. Ebben az esetben az átmenetvalószínűséget jelölhetjük egyszerűen $P_{ij}(u-t)$-vel. Ezzel szemben az *időben inhomogén* folyamat függ t és u értékétől is. Erre jó példa az életbiztosítás: nem elég, hogy milyen hosszú a biztosítás tartama, a díj függ a belépési kortól is. Ugyanígy az egészségi állapot is függ(het) a biztosított korától - emiatt fordul elő korhatár a biztosítások egy részénél -, így a továbbiakban feltehetjük, hogy a modell időben inhomogén.
Az átmenetvalószínűségek fontos tulajdonsága, hogy értékük 0 és 1 közé esik, valamint hogy ezen valószínűségek összege 1. Formálisan:

$$0 \leq P_{ij}(t,u) \leq 1 \;\forall i,j;\; 0 \leq t \leq u$$
$$\sum_{j \in \mathcal{S}} P_{ij}(t,u) = 1 \;\forall i;\; 0 \leq t \leq u.$$

További fontos kérdés a helybenmaradás valószínűsége: mekkora az esélye, hogy ha t időpontban az i állapotban volt a modell, akkor u-ig helybenmarad? $P_{\overline{ii}}(t,u) = P(S(z) = i \text{ minden } z \in [t,u] \mid S(t) = i)$

Az átmenetvalószínűségek kielégítik a **Chapman-Kolmogorov egyenlőség**et is, vagyis $P_{ij}(t,u) = \sum_{j \in \mathcal{S}} P_{ik}(t,w)P_{kj}(w,u)$, ahol $0 \leq t \leq w \leq u$. Ez tulajdonképpen azt jelenti, hogy a t időpontban i állapotban és u időpontban j állapotban lévő folyamat útvonala a két időpont között (w) elér egy k állapotot.[2]

Az átmenetvalószínűségeket (együtt értve a helybenmaradási valószínűséggel) az eddigiek alapján jól lehet definálni a Markov-folyamat állapotaira. A Markov-modellek bevezetőjében megismert fogalmakra:

- **Átmeneti állapot:** A folyamat csak belép ebbe az állapotba, de a következő állapotváltozáskor tovább lép, vagyis

$$P_{ii}(t, \infty) = 0, \text{ ahol } t \geq 0$$

- **Szigorú átmeneti állapot:** A folyamat csak belép ebbe az állapotba, de a következő állapotváltozáskor tovább lép, vagyis

$$P_{ii}(t, u) < 1, \text{ ahol } 0 \leq t \leq u$$

- **Kötött állapot:** A folyamat belép ebbe az állapotba, és tovább már nem lép más állapotba, vagyis

$$P_{ii}(t, u) = 1, \text{ ahol } 0 \leq t \leq u$$

2.2.2. Az átmenetmátrix

Az előbbiekben definált átmenetvalószínűségeket $N \times N$-es átmenetmátrixba rendezhetjük ($\mathcal{S} = \{1, ..., N\}$). Jelölje $P(t, u)$ a teljes átmenetmátrixot, amely a következő:

$$P(t,u) = \begin{pmatrix} P_{11}(t,u) & P_{12}(t,u) & \cdots & P_{1N}(t,u) \\ P_{21}(t,u) & P_{22}(t,u) & \cdots & P_{2N}(t,u) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ P_{N1}(t,u) & P_{N2}(t,u) & \cdots & P_{NN}(t,u) \end{pmatrix}$$

Ez kielégíti a Chapman-Kolmogorov feltételt $P(t, u) = P(t, w)P(w, u)$ mártix alakban.

A mátrix nem feltétlen szimmetrikus, mivel egyes állapotok nem követhetik egymást (például egy nem rehabilitálható rokkant már nem lesz egészséges). Az elemek

[2] A levezetése megtalálható: [10] 16. oldal

voltaképpen egy szomszédségi mátrixot határoznak meg annyi különbséggel, hogy az incidenciamátrix csak $0,1$ elemekből áll, míg itt $0 \leq P_{ij}(t,u) \leq 1$. Amikor nem lehetséges $i \to j$ átmenet, a mátrix ij. eleme $P_{ij}(t,u) = 0$ lesz.

2.2.3. Az átmenet intenzitása

Tegyük fel, hogy az intenzitás függvény j állapotból k állapotba létezik, $j \neq k$, akkor az átmenet intenzitás definíciója

$$\mu_{jk}(t) = \frac{\lim_{u \to t} P_{jk}(t,u)}{u-t}$$

Helybenmaradás esetén $\mu_{jj}(t) \equiv 0$, amiből arra következtethetünk, hogy $\mu \geq 0$ minden állapotpárra nézve. Egy állapotból az összes többi állapotba való eljutás intenzitását μ_{jN}-nel jelöljük, értéke pedig

$$\mu_{jN}(t) = \sum_{k \neq j} \mu_{jk}(t) = \lim_{u \to t} \sum_{k \neq j} \frac{P_{jk}(t,u)}{u-t} = \lim_{u \to t} \frac{1 - P_{jj}(t,u)}{u-t}$$

A Chapman-Kolmogorov egyenletnek van előre- és hátrafelé haladó változata, melyeket a Chapman-Kolmogorov egyenlet parciális deriváltjaiból kapunk meg:

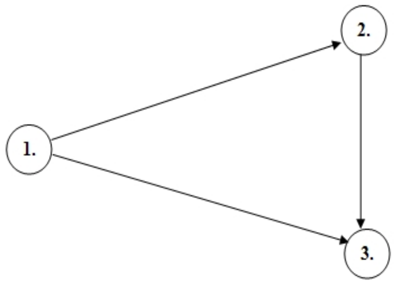
$$d_u P_{ij}(t,u) = \sum_k P_{ik}(t,u)\mu_{kj}(u)du - P_{ij}(t,u)\mu_{jN}(u)du,$$

valamint

$$d_t P_{ij}(t,u) = P_{ij}(t,u)\mu_{iN}(t)dt - \sum_k P_{kj}(t,u)\mu_{ik}(t)dt.$$

Aszerint kell a Chapman-Kolmogorov egyenlőséget deriválni, hogy melyik irányt szeretnénk megkapni. Az előremutató esetben a későbbi időpont szerint deriválunk, míg a visszafelé haladónál a korábbi időpont szerint kell a deriváltat nézni.
Ezért is látjuk, hogy az első (előrehaladó) esetben a későbbi időpont (u) szerint deriválunk és a futóindex is j helyén jelent meg, másik esetben értelemszerűen fordítva történik. Az előre haladó változat bal oldalát úgy értelmezzük, hogy a szerződés i állapotban van t időpontban minden átmenet esetén, és azt nézzük, hogy milyen valószínűségbeli változás következik be, míg i-ből j-be érünk $[u, u+du)$ intervallumban. A jobb oldalon du idő alatt a j állapotba belépő és onnan kilépő várható átmenetszámok különbségét veszi, melyek t időpontban i állapotban vannak. Visszfelé haladó esetben $(t-dt, t]$ intervallumon vizsgáljuk hasonlóan.

3. példa. Egyszerűsítsük le a 2.2 ábrát a következő módon: a rokkantság már *nem rehabilitálható*, vagyis a nyíl az 1. és 2. állapot között csak $1 \to 2$ irányba mutat, visszafelé nem. Ekkor a következő ábra rajzolható fel a modellünknek megfelelően: Jelöléseink változatlanok, az 1. állapot az egészséges- (aktív), a 2. a rokkant-, a 3.



2.5. ábra. Rokkantság-biztosítás rehabilitáció nélkül

pedig a halott állapot. Ekkor a következő Chapman-Kolmogorov egyenleteket kapjuk a fenti módszerrel:

$$d_uP_{11}(t,u) = -P_{11}(t,u)[\mu_{12}(u) + \mu_{13}(u)]du$$

$$d_uP_{12}(t,u) = P_{11}(t,u)\mu_{12}(u)du - P_{12}(t,u)\mu_{23}(u)du$$

$$d_uP_{13}(t,u) = P_{11}(t,u)\mu_{13}(u)du + P_{12}(t,u)\mu_{23}(u)du$$

Az egyes egyenletek jelentései:
1. Annak a valószínűsége, hogy az 1. állapotból nem lépünk ki azzal egyenlő, hogy (kilépő élek miatt negatív előjellel) helyben maradunk és μ_{12}, valamint μ_{13} intenzitással lépünk tovább onnan.
2. Annak a valószínűsége, hogy 1-ből a 2-be lépünk ugyanannyi, mint hogy egészséges marad, és onnan μ_{12} intenzitással válik rokkanttá, csökkentve annak az értékével (kimenő élek) hogy megrokkan az illető és μ_{23} intenzitással meg is hal.
3. Annak a valószínűsége, hogy 1-ből a 3-be lépünk egyenlő azzal, hogy egészséges marad a biztosított, majd μ_{13} intenzitással hal meg, illetve annak az értéknek az összege, hogy a biztosított megrokkan és μ_{23} intenzitással meg is hal.

Fontos, hogy bejövő élek esetén pozitív, kimenő élek esetén negatív előjelűek a tagok! Az egyszerűsítés nélküli **2. példa** már komplexebb. Az $1 \rightarrow 2$ átmenet nem függ a korábbi állapotoktól, vagyis hogy hányszor volt már rokkant, illetve egészséges a biztosítottunk. Ha ezt is szem előtt szeretnénk tartani, módosítani kell a modellen: n. alkalommal rokkant, n. rokkantság után rehabilitált ($n \in \mathbb{Z}^+$). A másik fontos dolog, hogy a díj és a szolgáltatás a jelen állapot függvénye, az egészségi állapotbeli előzményektől független. Tehát azok a biztosítási kötvények, melyek a 2.2 ábrán alapulnak, az egészséges és rokkant állapotok közötti átlépés darabszámától függetlenek.

2.3. A szemi-Markov modell

Az előző részhez képest árnyaltabb eredményre jutunk, ha nem csak önmagában nézzük az *állapotok tartósságát* és az *állapotok közötti átmenetvalószínűséget*, hanem hogy *adott x éves korban* mekkorák ezek az értékek.

A szemi-Markov folyamat definiálása:
Legyen $\{S(t), R(t) : t \geq 0\}$ sztochasztikus folyamat, ahol $S(t)$ a kockázat random állapota t időpontban. $S(t)$ az $\mathcal{S}$ állapottéren veszi fel az értékeket, ahogy azt a fejezet bevezetésében meghatároztuk, $R(t)$ pedig az $S(t)$ állapotban az utolsó átmenettől t-ig eltöltött (nem negatív) időt jelenti. Formálisan ez a következőképp definiálható:

$$R(t) = max\{\tau : \tau \leq t, S(t-h) = S(t) : \forall h \in [0, \tau]\}$$

Vagyis az új sztochasztikus folyamatot az $\{S(t)\}$ és $\{R(t)\}$ időben folytonos sztochasztikus folyamatokból alkotott párként lehet értelmezni. Az $R(t)$ értelmezési tartománya az $\mathcal{S} \times [0, +\infty)$, ami egy új állapottér. Az $R(t)$ folyamat ábrája egy törtfüggvény ábrájához hasonló: minden állapotváltozáskor a függvény értéke 0 lesz, az adott állapotban maradáskor pedig elkezd lineárisan nőni. (A meredekségük természetesen azonos.) Az $R(t)$ függvény ábrája összhangban van az $S(t)$ ábrájával: az ugrások időpontjai $(t_0, t_1, \cdots)$ megegyeznek (lsd. 2.4 ábra).
Tegyük fel, hogy $\{S(t), R(t) : t \geq 0\}$ időben folytonos és inhomogén Markov folyamat, ami azt jelenti, hogy a következő lépés csakis a legutolsó információktól függ, vagyis hogy hol van épp a folyamat $(S(t) = i)$ és hogy mióta van ebben az állapot-

ban ($R(t) = r$). Mint azt az előző alfejezetben is láthattuk, a folyamatunk nem függ a t-ig bejárt úttól és hogy korábban mennyi időt töltött az egyes állapotokban, a feltételes valószínűséget csak a legfrissebb információk határozzák meg:

$$P_{ij}(t, u, r, o) = P(S(u) = j \wedge R(u) \leq o \mid S(t) = i \wedge R(t) = r),$$

ahol $0 \leq t < u$ $\forall t$ és u-ra, valamint $r, o \geq 0$. A $t = u$ esetet a következőképp definiáljuk: $P_{ij}(t, u, r, o) = \delta_{ij}\varepsilon(o - r)$, ahol $\varepsilon(x)$ értéke 0 vagy 1 attól függően, hogy $x < 0$ vagy $x \geq 0$. Az $\{S(t), R(t) : t \geq 0\}$ folyamat időben folytonos és inhomogén Markov folyamat, az $\{S(t) : t \geq 0\}$ időben folytonos, inhomogén folyamatot szemi-Markov folyamatnak nevezzük.
A 2.2 ábrával szemléltetett példán nézve jelölje i a 2-es rokkant állapotot, j az 1-es egészséges állapotot. Ebben az esetben annak a valószínűsége, hogy a biztosított u időpontban egészséges legfeljebb o ideje attól függ, hogy t időpontban pontosan r ideje rokkant. Ez a valószínűség nem függ attól, hogy volt-e már előzőleg rokkant a biztosított, illetve milyen hosszú ideig. Ennek a leírása megtalálható a korábbiakban tárgyalt **3. példában**.

Véges o-ra a következő jelölést vezessük be:

$$P_{ij}(t, u) = P_{ij}(t, u, +\infty) = P(S(u) = j \wedge R(u) < +\infty \mid S(t) = i),$$

ami nem függ r-től. A helybenmaradási valószínűséget is definálhatjuk a szemi-Markov környezetre: $P(S(x) = i : \forall x \in [t, u] \mid S(t) = i \wedge R(t) = r) = P(S(u) = i \wedge R(u) = r + u - t \mid S(t) = i \wedge R(t) = r)$, melyre a következő jelölést fogjuk használni: $P_{ii}(t, u, r) = P(S(u) = i \wedge R(u) = r + u - t \mid S(t) = i \wedge R(t) = r)$. Az i adott állapotra a helybenmaradás nem függ r-től, ekkor a képlet $P_{ii}(t, u) = P(S(u) = i \wedge R(u) \geq u - t \mid S(t) = i)$-re módosul.

Az átmenetintenzitás. Az időben folytonos esethez hasonlóan szemi-Markov folyamatra is értelmezhető az átmenetintenzitás. Képletszerűen

$$\mu_{ij}(t, r) = \lim_{u \to t} \frac{P_{ij}(t, u, r, +\infty)}{u - t},$$

melyre feltételezzük, hogy létezik minden $i \neq j$-re, $t, q \geq 0$-ra. Egyes esetekben előfordulhat, hogy némely i, j párra az átmenetvalószínűség nem függ r-től, ekkor:

$P_{ij}(t,u,o) = P(S(u) = j \wedge R(u) \leq o \mid S(t) = i)$, melyhez

$$\mu_{ij}(t) = \lim_{u \to t} \frac{P_{ij}(t,u,+\infty)}{u-t}.$$

2.4. A diszkrét Markov modell

Diszkrét Markov modell esetén az időváltozókról fel kell tenni, hogy egészek, sőt nem-negatívak, mivel csak adott időpontokban figyeljük meg a folyamatot, ahol a kezdő időpont 0 ($t,u \in \mathbb{Z}_0^+$). Most nem értelmezzük az átmenet intenzitást, mert csak az egyes időpontokban elfoglalt állapotok számítanak. A jelölés változatlan, az átmenet valószínűséget $P_{ij}(t,u)$ jelöli továbbra is. Ezt a megközelítést akkor alkalmazzák, ha havi vagy éves szintű a vizsgálat.

5. példa. A **2. példában** $\mathcal{S} = \{1,2,3\}$ az állapottér 1. egészséges, 2. rokkant és 3. halott állapotokkal. Szeretnénk kiszámolni, hogy mekkora a valószínűsége, hogy az ügyfél meghal, ha előzőleg rokkant volt, feltéve, hogy most egészséges? Ezt matematikai formulával a következőképp írhatjuk le:

$$P(S(t+1) = 3 \wedge S(u) = 2 : u \in (t,t+1) \mid S(z) = 1)$$

Ehhez viszont feltevésekkel kell élnünk:

- Nem lehet 2-nél több átmenet egy időszakon belül.
- Egyenletes eloszlású az első átmenet egy időszakon belül.
- A második átmenet bekövetkezési valószínűsége az időszak második felében pontosan a fele a teljes időszaki átmenet valószínűségének ugyanazon kockázat esetében.

Definíció. Tekintsünk egy időben diszkrét sztochasztikus folyamatot $\{S(t) : t = 0,1,2,\cdots\}$ véges (S) állapottéren. Azt mondjuk, hogy az $\{S(t) : t = 0,1,2,\cdots\}$ diszkrét Markov-lánc, ha bármely n-re és véges egész időpontokra $(0 \leq t_0 < t_1 < \cdots < t_n < u)$-ra és az ezekhez tartozó $i_0, i_1, \cdots, i_n, j$-re az $\mathcal{S}$ állapottéren

$$P(S(t_0) = i_0 \wedge \cdots \wedge S(t_n) = i_n \wedge S(u) = j) > 0,$$

és az úgynevezett Markov-tulajdonság kielégíti a

$$P(S(u) = j \mid S(t_0) = i_0 \wedge \cdots \wedge S(t_{n-1}) = i_{n-1} \wedge S(t_n) = i_n) = P(S(u) = j \mid S(t_n) = i_n).$$

Ahogy a folytonos idejű Markov-modellnél volt, a diszkrét modell is csak a legutolsó $S(t_n) = i_n$ állapottól függ, az előzményektől független. Jelen esetben is átmenetvalószínűségnek nevezzük az $i \to j$ lépés valószínűségét és hasonlóan jelöljük: $P_{ij}(t,u) = P(S(u) = j \mid S(t_n) = i_n)$.

Diszkrét esetben is teljesülni fog a **Chapman-Kolmogorov egyenlőség**, vagyis

$$P_{ij}(t,u) = \sum_{k \in \mathcal{S}} P_{ik}(t,w) P_{kj}(w,u),$$

ahol $t \leq w \leq u$ egészek. A Chapman-Kolmogorov egyenlőségnek köszönhetően az egyenlet a biztosítás teljes tartamára felírható rekurzívan 1 éves (hónapos, vagy egyéb) tartamokkal:

$$P_{ij}(t,u) = \sum_{k \in \mathcal{S}} P_{ik}(t,t+1) P_{kj}(t+1,u),$$

amit általánosan $P_{ij}[s] = P_{ij}(s,s+1)$ $s = 0,1,2,...$ alakban is felírható. Ha időben homogén, azaz csak az eltelt időtől függ, $P_{ij}[s] = P_{ij}$ $s = 0,1,2,...$ jelöljük. A helybenmaradás valószínűségét nézzük meg diszkrét esetben is: tegyük fel, hogy csak egyetlen átmenet történik évente, ekkor a keresett valószínűség a következő képlettel írható fel:

$$P_{ii}(t,u) = \prod_{h=t}^{u-1} P_{ii}(h,h+1) = \prod_{h=t}^{u-1} P_{ii}[h]$$

5. példa folytatása. A fenti definíciókat a háromállapotú példára alkalmazva az egy időszakra (év, hónap, stb.) felírható átmenetmátrix

$$P = \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

amely leírja a kockázat sztochasztikus viselkedését. Ebben a felírásban időben homogén, vagyis $P_{ij}(s,s+1) = P_{ij}[s] = P_{ij}$. Inhomogén esetben csak kissé módosul a felírás:

$$P[s] = \begin{pmatrix} P_{11}[s] & P_{12}[s] & P_{13}[s] \\ P_{21}[s] & P_{22}[s] & P_{23}[s] \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

és $s = 0, 1, 2, ...$ Ezt a modellt tovább lehet komplikálni, ha a rokkantságból történő rehabilitációt különböző esetekre vizsgáljuk, ezt tárgyalom a következő részben.

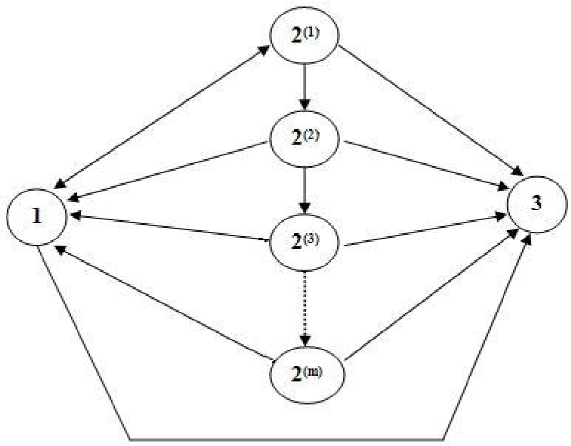
2.4.1. Az állapotok felbontása

Vegyünk egy olyan modellt, melyben egészséges, rokkant és halott állapotok vannak. Annyiban módosítjuk a modellt, hogy a 2-es rokkant állapotot felbontjuk a következők szerint:

$2^{(s)}$: a biztosított rokkant az $s-1$ és s időpontok közötti tartam alatt, ahol $s = 1, 2, ..., m-1$

$2^{(m)}$: a biztosított $(m-1)$-nél hosszabb ideig rokkant.

Természetesen az $1 \to 2$ átmenet csak $1 \to 2^{(1)}$ irányú lehet, hiszen a $2^{(i)} : i = 2..m$ csak a rokkant állapotban töltött tartamot írja le, és ennek megfelelően több átmenetvalószínűségünk is lesz. Ennek a felbontásnak az az oka, hogy a különböző rokkantságban eltöltött időkhöz más-más rehabilitációs és halálozási valószínűség tartozik. Ezzel a felbontással azt is jól lehet szemléltetni, hogy minél tovább rokkant



2.6. ábra. Rokkantság-biztosítás esetekre bontása

valaki, a felépülés valószínűsége folyamatosan csökken: $P_{2^{(1)}1}[t] > P_{2^{(2)}1}[t] > \cdots > P_{2^{(m)}1}[t]$. Tudjuk, hogy $P_{2^{(i)}1} > 0$ $i = 1, 2, ...m-1$, de van egy pont, amikor már végleges a rokkantság, nincs esély a felépülésre, vagyis $P_{2^{(m)}1} = 0$.

2.5. A szolidaritás mérése

A magánbiztosítások mellett az embereknek szükségük van az állam szerepvállalására, szolidaritására.
Első sorban azért van az államra is szükség, mert a jóléti állam kötelessége a rászorulóknak segíteni. Ennél a pontnál ismét előjön a kérdés, ami a Bevezetésben elhangzott: milyen hosszú távú hatása lesz annak, hogy a társadalombiztosítás fogalma kimaradt Magyarország Alaptörvényéből?
Másodsorban azért fontos az állami szerepvállalás (pontosabban az államnak befizetés - kötelező egészségbiztosítási hozzájárulás), mert ha a gazdagabbak és jobb egészségi állapotúak kiszerződnének, a társadalmi szolidaritás csökkenne. A gond abból fakadna, hogy a gazdagabbak bár megengedhetnek maguknak drágább, magánintézménybeli vagy magánorvosi ellátást, ám anyagi helyzetük jobb életminőséget is eredményez, kevesebbet járnak orvoshoz. A ritkább orvoslátogatással kevesebb kötelezettséget jelentenek az államnak, de a rászoruló kispénzű betegek gyakoribb ellátása ezekből a "felesleges egységekből" finanszírozható.
Harmadrészt pedig nem elhanyagolható az állami részvállalás az ellátásokban, mert Nicholas Barr szavaival élve "a biztosítótársaságok erkölcstelenek, mert hasznot húznak az emberek balszerencséjéből"[3]. Az állami járulékok jövedelemarányosak, míg egy biztosító nincs tekintettel az egyén jövedelmére, kockázat alapján áraz, valamint az állam a kötelességét teljesíti az ellátások biztosításával, míg a biztosító profitot is szeretne megteremteni a szolgáltatásai után.

De hogyan állapíthatjuk meg, hogy mekkora szerepvállalásra van szükség az államtól és magánbiztosítóktól? Jaap Spreeuw[19] a Tinberg Egyetem könyvsorozatában foglalja össze, hogy milyen megközelítései vannak a szolidaritásnak.
Tekintsünk egy N szerződésből álló portfóliót, melynek elemei $i : i \in 1, ..., N$! Az i. szerződéshez tartozó aggregált kárnagyságot jelölje X_i, melyek egymástól függetlenek. Az X_i kárkifizetés függ a $\Theta_i = \theta_i$ szerződés-paramétertől, X_i eloszlása Q_{θ_i}, ahol Q eloszlásfüggvény θ_i paraméterrel. Mivel a portfóliót egészében szeretnénk vizsgálni, az i-vel történő megkülönböztetést el lehet hagyni, ekkor a nettó díjat $E(X) = E(E(X \mid \Theta))$ egyenlőség adja meg. Természetesen ez a nettó díj átlagos díj, a szerződések között vagy kereszt-finanszírozás, vagy másnéven finanszírozási szoli-

[3] [6] 277. oldal

daritás van. A megadott nettó díj nem egyezik azzal a kárnagysággal, amivel az egyén szembesül; ez legyen egyenlő θ-val. A megfelelő díjat egyéni szinten $E(X \mid \Theta = \theta)$ formában határozhatjuk meg. Így az az összeg, amivel az egyén hozzájárul a közösséghez $E(X) - E(X \mid \Theta = \theta)$ nagyságú, ez az értéket *ex ante transzfer*nek nevezzük. Ha ez az érték egy egyénre negatív, akkor a közösség finanszírozza. A támogató szolidaritást az előbbiek négyzetes eltérésével határozzuk meg és **SS**-szel (subsidizing solidarity) jelöljük:

$$SS = Var_\theta(E(X \mid \Theta)) = \int_\theta (E(X \mid \Theta = \theta))^2 dU(\theta),$$

ahol U eloszlás. Tökéletes kockázati besorolás esetén is lehet fluktuáció a kár nagyságában, eltérhet $E(X \mid \Theta = \theta)$-tól. Ez a különbség $E(X \mid \Theta = \theta) - X$ nagyságú, és *ex post transzfer* a neve.
Az SS párja a valószínűségi szolidaritás (PS - probabilistic solidarity), ami a károk szórásának átlagos nagysága: $PS = E_\Theta(Var(X \mid \Theta))$. Ezekből adódik, hogy a teljes szolidaritás:

$$Var(X) = Var_\Theta(E(X \mid \Theta)) + E_\Theta(Var(X \mid \Theta)) = SS + PS$$

Tehát míg SS-nél a "jó" kockázatok kompenzálják a "rossz" kockázatokat, addig PS-nél a "szerencsés" biztosítottak kompenzálják a "peches" biztosítottakat. Ez adja a következő kérdést: mi szerint ossza meg az állam a kockázatot a magánbiztosítóval?
Ha szabad döntést enged a biztosítottaknak, a szelekciós problémák miatt a "jó"-kat (gazdag, egészséges) elveszíti, míg a "rossz" (szegény, beteg) biztosítottak megmaradnak, ami alacsony bevételhez és magas kiadásokhoz vezet. A legjobb megoldásnak az alapvető állami ellátás tűnik, mely biztosít egy alap ellátási szintet, ez a rendszer kötelező jelleggel működik a kereszt-finanszírozás fenntartása érdekében, míg magánbiztosítóhoz kerülhet szintén az alapellátás valami extrával. Például az állam biztosít ágyat (2-8 fős kórteremben közös fürdőszobával) és napi háromszori étkezést a kórházban, de ha magánbiztosító nyújtja a szolgáltatást, akkor a többletköltségért saját fürdőszobás 1 ágyas szoba jár. Utóbbi esetben a biztosítottak egymást finanszírozzák: a szerencsésebbeknek nem kell kórházba menniük, így az ő befizetésükből finanszírozhatók a kórházi ellátásra szorulók.

3. fejezet

Egészségbiztosítás-modellek

Ebben a fejezetben azzal a két biztosítási formával szeretnék foglalkozni, melyek akár állami, akár magánbiztosításként jelentős szolgáltatással járnak. A kettő között viszont fontos különbség van: míg a rehabilitációs járadék és rokkantnyugdíj fontos és általános része a szociális ellátásoknak[1], addig a hosszú távú ápolási biztosítás (long term care) egy olyan nagyösszegű ellátás, mely nem hatékony.

3.1. A biztosítási feltételek modellezése rokkantságra

Mielőtt ismertetem a rokkantság- és a hosszú távú ápolásbiztosítást, a következő jelöléseket (paramétereket) bevezetem be a rokkantság biztosítási feltételeihez. Jelölje Γ a biztosítási feltételeket n_1, n_2, f, m, r paraméterekkel: $\Gamma(n_1, n_2, f, m, r)$, ahol a paraméterek jelentése

n_1 a várakozási idő a szerződés kötésétől számolva

n_2 a kockázatviselés vége, vagyis (n_1, n_2) a biztosítási időszak, csak az ezen idő alatt bekövetkezett károkra fizet a biztosító

f az önrészesedés ideje (a biztosítási esemény bekövetkezése után f idővel kezd csak a biztosító szolgáltatni)

m a maximális kifizetés tartama

[1] 2012-től ezek az ellátások az Egészségügyi Alapból finanszírozottak. A rokkantnyugdíj - az elnevezése ellenére - nem a Nyugdíjbiztosítási Alaphoz tartozó ellátás, oda idéntől az öregségi nyugdíj, az özvegyi nyugdíj és az árvaellátás tartozik.

r a (megújuló) szerződés maximális tartama, ha ezt a pontot eléri a biztosított (pl. nyugdíjas lesz), a biztosítás megszűnik

Azért van szükség n_2 és r megkülönböztetésére, mert nem-életbiztosításként jellemzően 1 év a biztosítás tartama, míg a szerződés tarthat (megújítható) a biztosított haláláig is. Vezessünk be a biztosított állapotára is jelölést: legyen $Q^{\Gamma}(x,t)$ a rokkantság valószínűsége úgy, hogy a biztosított x évesen kötötte a szerződését, t idő telt el és $x+t$ időpontban rokkant Γ feltételek mellett. Ha a feltételekben $m=\infty$ áll, akkor a biztosításnak r fog korlátot szabni.

Legegyszerűbb eset, hogy a biztosítási viszony azonnal életbe lép a rokkantságra és a biztosított haláláig tart (mint a társadalombiztosítás). Ekkor a rokkantság valószínűsége:

$$Q^{[0,\infty,0,\infty,\infty]} = Q(x,t) = {}_tp_x^{12}.$$

Ha a biztosítás tartama n év, ahol $n \in \mathbb{Z}^+$:

$$Q^{[0,n,0,\infty,n]}(x,t) = \begin{cases} Q(x,t) & ha\ t < n \\ 0 & ha\ t \geq n \end{cases}$$

Így a biztosítás nettó egyszeri díját a 2.2 ábra állapotindexeivel kifejezett $1 \rightarrow 2$ megrokkanásra az

$$A_{x,\Gamma}^{12} = \int_0^\infty v^t Q^{[0,n,0,\infty,n]}(x,t)dt = \int_0^n v^t Q(x,t)dt$$

képlet adja meg, ahol $v = \frac{1}{1+i}$ a diszkontfaktor, i a technikai kamatláb.

A leggyakrabban előforduló rokkantsági biztosítási feltételek egy összefoglalója látható alább.

Ha a biztosítás kezdetén van várakozási idő, mely alatt bekövetkezett rokkantságra a biztosító nem szolgáltat:

$$Q^{[c,\infty,0,\infty,\infty]}(x,t) = \begin{cases} {}_tp_x^{12} - {}_tp_x^{12}(t-c) & ha\ t > c \\ 0 & ha\ t \leq c \end{cases}$$

Ha maximalizálva van a kifizetések száma:

$$Q^{[0,\infty,0,m,\infty]}(x,t) = {}_tp_x^{12} - {}_tp_x^{12}(m)$$

Ha van önrész:

$$Q^{[0,\infty,f,\infty,\infty]}(x,t) = \begin{cases} {}_tp_x^{12}(f) & ha\ t > f \\ 0 & ha\ t \leq f \end{cases}$$

Ha adott a kockázatviselés vége és a maximális kifizetés is:

$$Q^{[0,n,0,m,\infty]}(x,t) = \begin{cases} {}_tp_x^{12}(max\{0, t-n\}) -_t p_x^{12}(m) & ha\ t < n+m \\ 0 & ha\ t \geq n+m \end{cases}$$

Ha adott a kockázatviselés vége és a maximális tartam:

$$Q^{[0,n,0,\infty,r]}(x,t) = \begin{cases} {}_tp_x^{12} & ha\ t < n \\ {}_tp_x^{12}(t-n) & ha\ n \leq t < r \\ 0 & ha\ t \geq r \end{cases}$$

A ${}_tp_x^{12}$ rokkanttá válási valószínűséget kifejezhetjük az időfolytonos Markov-modellnél ismertetett átmenetvalószínűségekkel:

$${}_tp_x^{12} = \int_0^t {}_tp_x^{11} \mu_{x+t}^{12} \ {}_{t-u}p_{x+u}^{22} du,$$

ami azt jelenti hogy a rokkanttá válás valószínűsége megegyezik azzal, hogy az x-től $x+t$-ig egészséges marad a biztosított, $x+t$ időponttól μ^{12} átmenetintenzitással válik rokkanttá, és végül az $x+u$ időponttól $t-u$ időn belül a rokkantsága fennmarad. Az így kapott valószínűséget használjuk fel a biztosítás árazásához. Mivel a károk a biztosítási szerződés megkötésétől kezdve bármikor bekövetkezhetnek, a jövőbeli kifizetések jelenértékére van szükségünk:

$$A_x^{12} = \int_0^\infty v^t Q(x,t) dt = \int_0^\infty v^t \ {}_tp_x^{12} dt$$

Az előző egyenlőséget behelyettesítve az egyenletünkbe ${}_tp_x^{12}$ helyére

$$A_x^{12} = \int_0^\infty \int_0^t v^t \ {}_up_x^{11} \mu_{x+u}^{12} \ {}_{t-u}p_{x+u}^{22} du dt,$$

melyet átrendezve

$$A_x^{12} = \int_0^\infty {}_up_x^{11} \mu_{x+u}^{12} v^u \left(\int_u^\infty {}_{t-u}p_{x+u}^{22} v^{t-u} dt \right) du$$

kapunk. A zárójelben lévő rész az $x+u$ korban fizetendő járadék várható értékének jelenértéke.

3.2. A rokkantság-biztosítás

A rokkantság-biztosítás nyújtása egyre elterjedtebb a magánbiztosítók körében, bár sajnos az elmúlt év csökkenést mutat mind szerződésállományban, mind díjbevételben.[2] Elsősorban egészség- és balesetbiztosítás része (baleseti-, közlekedési baleseti rokkantság), de megtalálható hitelfedezeti biztosítások fedezett kockázatai között is. A rokkantnyugdíjjal ellentétben a magánbiztosításra az egyösszegű szolgáltatás a jellemző.

Az állami rendszer az öregségi nyugdíj előtt állóknak kétféle ellátást nyújt: azoknak, akiknek az egészségkárosodása nem rehabilitálható, rokkantnyugdíjat biztosítanak. Azok a biztosítottak, akiknek a szellemi vagy fizikai sérülése nem tartós, rehabilitációs járadékban részesülnek legfeljebb 3 évig. A rokkantságot korábban 3 csoportba osztották be[3]: az I. csoportba tartoznak azok, akik nem képesek az önellátásra, egészségkárosodási mértékük meghaladja a 79%-ot és teljesen munkaképtelenek. A II. csoportba azokat sorolják, akik segítséggelképesek csak ellátni magukat, az egészségkárosodás mértéke meghaladja a 79%-ot, de mások gondozására nem szorul. A III. csoportba az önellátásra képesek tartoznak, akik egészségkárosodási mértéke 50-79%-os, de nem teljesen munkaképtelen.[4] Az új megközelítés a rehabilitációs járadék esetén nem használja a munkaképtelenség fogalmát, helyette az úgynevezett Összszervezeti Egészségkárosodás (ÖEK) mértékét[b] vizsgálják, mely értékek egy *kombinált értéktáblázat*-gyűjteményben találhatók meg.[5c] Az új megközelítés az egészségi állapotra pozitívan tekint, vagyis hogy *mire képes*, *mennyire jó?* Ezzel a megközelítéssel 7 kategóriát határoznak meg (A, B1, B2, C1, C2, D, E)[6]. A besorolás az ÖEK segítségével történik: meghatározzák az egészségkárosodás mértékét, azt kivonják a 100%-ból, mely a következő kategóriákat eredményezi:

---

[2] Forrás: Mabisz.hu

[3] Hatályos 2011. december 31-ig

[4] Ezeket a besorolásokat sok esetben felhasználják a biztosítók a szolgáltatási jogosultság megállapításához.

[5] *2007. évi LXXXIV. törvény* a rehabilitációs járadékról és *2011. évi CXCI. törvény* a megváltozott munkaképességű személyek ellátásairól.

[6] 2011. évi CXCI. törvény és 7/2012. (II. 14.) NEFMI rendelet alapján

A A biztosított egészségi állapota 60%-os vagy nagyobb mértékű

B1 rehabilitálható (51-60%)

B2 foglalkoztatási vagy szociális szempontból nem rehabilitálható (51-61%)

C1 C1 tartós rehabilitációval foglalkoztatható (31-51%)

C2 egyéb szempontok alapján rehabilitációja nem (31-51%) javasolt

D önellátásra képes (0-30%) → régi TB II. kategória

E önellátásra nem vagy csak segítséggel képes (0-30%) → régi TB I. kategória

A *B1, B2, C1, C2* kategóriák a régi TB III. kategóriának felelnek meg.

A magánszektorban jelenleg két módszer van jelen: **a)** minden biztosító meghatározza egy úgynevezett **maradandó egészségkárosodási tábla** alapján, hogy mely testrészek károsodása/elvesztése milyen mértékű rokkantságot jelent. Ez a tábla biztosítónként eltérő lehet, de nagymértékű az egyezés. Másik megoldás **b)** az állami rendszer besorolásaihoz (jellemzően TB I., II., esetleg III. kategóriákhoz) köti a szolgáltatást.

3.2.1. A szolgáltatás fajtái

A magánszektor jelenleg kétféle rokkantságra vonatkozó biztosítást kínál. Az egyik meglévő életbiztosítások esetén díjmentesítést ad, a másik pedig egyösszegű kifizetést garantál. Utóbbi lehet fix összegű vagy változó: hitelfedezeti biztosítások esetén a fennálló tartozás, nem 100%-os rokkantság esetén a rokkantság mértékével arányos a kifizetés. Ezekkel a szolgáltatásokkal teljes mértékben egyetértek. Egyösszegű szolgáltatással kisebb kockázatot vállal a biztosító, mivel járadék szolgáltatás esetében a longevity kockázat fennállna. Járadékbiztosítás esetén hasonló konstrukció reális lehet, mint a magánnyugdíj pénztárak esetén lett volna: a felhalmozott összeg kifizetésének ütemét meghatározhatná a biztosított. Ezzel mind tartambeli, mind összegbeli korlátot szabhat a biztosító. Az ügyfél kérheti egyösszegben a szolgáltatást, hogy a felmerülő költségek (kezelés, eszközök, lakásátalakítás, stb.) fedezésére rendelkezésre álljon, de kérhetné meghatározott tartamra ($3 - 5 - 8 \cdots$ évre) is. A következő két részben bemutatom, hogy a 3.1 alfejezetben ismertetett feltételek mellett hogyan lehet a biztosítást árazni. Fontos feltenni, hogy a biztosítás kötésekor a biztosított még nem rokkant és nem áll rokkantosítás alatt, valamint a biztosított esetlegesen bekövetkező rokkantsága tartós (rehabilitációval nem foglalkozom).

Egyösszegű szolgáltatás

Ebben a részben a rokkantság esetén a biztosító egyösszegű szolgáltatást nyújt, mely fedezni tudja a megváltozott életkörülményekhez való alkalmazkodást: lakás átalakítása, speciális eszközök megvétele, stb. A biztosítás legyen rendszeres díjfizetésű, mert Magyarországon nem elterjedt (1-2 kivételtől eltekintve) az egyszeri díjas biztosítás, valamint önálló termékként értékesítik (stand-alone), nem kapcsolódik más biztosításhoz (rider).

Tekintsük azt az esetet, amikor a biztosítás tartama élethosszig tart, nincs várakozási idő, se önrész, vagyis

$$Q^{[0,\infty,0,1,\infty]}(x,t) =_t p_x^{12}(1).$$

Legyen $A_{x,\Gamma}^{12}$ a várható biztosítási szolgáltatások jelenértékének várható értéke, melyek (x,∞) intervallumban bekövetkeznek. Ekkor a várható kifizetés

$$A_{x,n(\tau)}^{12} = \int_0^\infty Q^{[0,\infty,0,1,\infty]}(x,t)v^t dt$$

amely átalakítható a következő alakra

$$A_{x,n(\tau)}^{12} = \int_0^\infty {}_tp_x^{11}\mu_{x+t}^{12}\ {}_\tau p_{x+t}^{22} v^t dt,$$

ahol ${}_tp_x^{11}$ a belépéstől számított t időn belül az egészséges állapot, μ_{x+t}^{12} az $x+t$ időtől a megrokkanás átmenetintenzitása, ${}_\tau p_{x+t}^{22}$ pedig annak a valószínűsége, hogy $x+t$-től számított τ időn belül rokkant marad az illető (nem javul a biztosított állapota és nem is halálozik el), amikor a biztosítási összeget kifizetik. A τ idő általában $0,5-2$ év szokott lenni, nagyjából ennyi ideig tart az egészségi állapot pontos felmérése. Fontos kikötni, hogy nem rehabilitálható a rokkantság, ha már megállapították: $\mu_u^{21} = 0$ minden $u \geq \tau$-ra. Az integrál felső korlátját át lehet írni a $\omega - x$-re is, mert senki sem él végtelen hosszan, ω a maximális élethossz, x a belépési kor, így a biztosítás tartama $\omega - x$ lesz. A ${}_tp_x^{11}$ valószínűség, hogy egészséges marad a biztosított $x+t$ időpontig egyszerűen helyettesíthető a túlélési valószínűséggel, mert a rokkantságot a többi tényező adja meg. A tartós rokkantság bekövetkezésének valószínűségét $(x+t, x+t+\tau)$ intervallumban pedig a $\mu_{x+t}^{12}\ {}_{\tau}p_{x+t}^{22}$ kifejezés összevonásával adhatjuk meg, legyen ez az érték $\rho_\tau(x+t)$. Ezzel a tartós rokkantsági kifizetés megközelítése:

$$A_{x,n(\tau)}^{12} \cong \int\limits_0^{\omega-x} {}_tp_x \rho_\tau(x+t) v^{t+\tau} dt$$

Ezt rendszeres díjas biztosítássá alakítható az életbiztosításból ismert $\ddot{a}_{x,n(\tau)}^{11}$ taggal, ami a rendszeres befizetés jelenértéke x belépési kornál. Ezzel a rendszeres díj

$$\pi = \frac{A_{x,n(\tau)}^{12}}{\ddot{a}_{x,n(\tau)}^{11}}$$

Annuitásos szolgáltatás

Míg az egyösszegű szolgáltatás csak annyi kockázatot rejt magában, hogy a biztosítás kezdete után rövid időn belül megrokkan a biztosított, addig a járadéknál fennáll a hosszú élet (longevity) kockázat. Azt gondolnánk, hogy ha valaki megrokkan, akkor onnantól a halálozás valószínűsége is megnő[7], ám ellenkezőleg is történhet, a kényszerpihenő meghosszabbíthatja a várható élettartamot.

Annuitásos szolgáltatás esetén nem szabunk felső korlátot a kifizetéseknek ($n_2, m, r = \infty$) és ugyanúgy nincs várakozási idő, se önrész ($n_1, f = 0$). Továbbra is feltételezzük, hogy a biztosított a szerződés megkötésekor nem rokkant, és nincs folyamatban a rokkanttá nyilvánítása sem.

$$Q^{[0,\infty,0,\infty,\infty]}(x,t) =_t p_x^{12}.$$

Tulajdonképpen a biztosítás csak a biztosított haláláig szolgáltat, ezért n_2 és r helyére is írhatunk ω-t. Az annuitásos szolgáltatáshoz írjuk át a 3.1 részben ismeretett egyenletet:

$$A_x^{12} = \int\limits_0^{\infty} {}_up_x^{11} \mu_{x+u}^{12} v^u \left(\int\limits_u^{\infty} {}_{t-u}p_{x+u}^{22} v^{t-u} dt \right) du =$$

$$= \sum_{h=0}^{\infty} \int\limits_0^1 {}_{h+u}p_x^{11} \mu_{x+h+u}^{12} v^{h+u} \left(\int\limits_{h+u}^{\infty} {}_{t-h-u}p_{x+h+u}^{22} v^{t-h-u} dt \right) du$$

[7] A NYUFIG 2004-es évre vonatkozó tanulmánya alapján.[11]

A biztosítás havi szolgáltatást jelent a biztosítottnak, a szolgáltatást mindig hó elején fizetik ki, ekkor ellenőrzi a biztosító, hogy a biztosított még mindig rokkant állományban van és nem halt meg. A havi szintű ellenőrzés miatt a modell időben diszkrét, w_{x+h} az $x+h$ időponttól $x+h+1$ időpontig a megbetegedés (rokkanttá) válás valószínűségét jelöli.

$$A^{12}_{x:n|\omega,1/12} = \sum_{h=0}^{n-1} v^h \, {}_h p_x^{11} v^u w_{x+h} v^{1/12} \, {}_{1/12}p^{22}_{x+h+1/12} \times \ddot{a}^{(\overline{12})2}_{[x+h+u]+1/12:\omega-x-h-u-1/12}$$

ahol $\ddot{a}^{(\overline{12})2}$ jelenti a havonta előre fizetett járadék jelenértékének várható értékét. A kitevőben lévő $(\overline{12})$ a 12 havi szolgáltatásra utal, míg a zárójel utáni 2-es a 2. állapotot, vagyis a rokkantságot szimbolizálja. Az $x+h+u$ a rokkanttá váláskori életkort jelenti, az $x+h+u+1/12$ pedig az az életkor, amikor az $1/12$ halasztás véget ér és a biztosító elkezdi a járadékot szolgáltatni. Azért van $1/12$ halasztás, mert ha még nem rokkant a biztosított, akkor időbe telik az igazolások benyújtása, a kárelbírálás, de következő hónaptól már jogosult a járadékra. Az u értékét $1/2$-re szokás megválasztani, mert év közben is megrokkanhat a biztosított, nem csak évfordulókor.

Innen már csak egy lépés választ el a rendszeres díj meghatározásától. Az életbiztosításból ismert formula lesz a segítségünkre:

$$\pi_{x:n} = \frac{A^{12}_{x:n}}{\ddot{a}^{11}_{x:n}}$$

ahol $\ddot{a}^{11}_{x:n} = \sum_{k=0}^{n-1} {}_k p_x^{11} v^k$ az egészséges állapothoz tartozó rendszeres befizetés x belépési kor esetén.

3.3. A Long-term care biztosítás

Az időskori betegápolás biztosítás (Long term care - LTC), mint önálló termék a magánszektorban Magyarországon nem létezik. Egyre több ápoló vállalja idősek ápolását a piacon, de biztosítási szolgáltatásként nem találkozhatunk még vele. Az USA-ban és Nagy-Britannában évtizedes hagyományai vannak, Németországban pedig a társadalombiztosítás része az (időskori) betegápolás, amely mintát egyre több országban átveszik.

Jelenleg Magyarországon az egészségügyi és szociális ellátórendszer együtt végzi a

rászorulók ellátását. Az egészségügy az idős és/vagy rászoruló emberek állapotának stabilizálására, javítására törekszik, míg a szociális ellátás a mindennapi feladatok ellátásában segít pénzben (segély) és/vagy természetben (házi segítségnyújtás, gondozás, étkeztetés). Jelenleg Magyarországon igen csekély arányban veszik igénybe az időskori segítségnyújtás szolgáltatásait: a 65 év felettiek (1,5 millió fő) 2,5%-a részesül házi segítségnyújtásban, 4,3%-a szociális étkeztetésben, nem egész 1% a bentlakásos intézményben ellátottak száma és mindössze 0,6% az egyéb szociális ellátásban részesülők száma[8]. Összességében a 65 év felettiek 12,4%-a nem tudja ellátni mindennapos szükségleteit (mosakodás, étkezés, ágyból felkelés)[9].
Azért választottam dolgozatom témájául a hosszú távú ápolásbiztosítást a rokkantság mellett, mert erős összefüggés van a kettő között. Az LTC nem csak időskorban oly gyakori önellátási problémákon segítene, hanem az önellátásra képtelen vagy korlátozottan képes rokkantnak, illetve családjának nyújtana segítséget. Fontos lenne ennek piaci megjelenése, ugyanis az állami ellátások sem ingyenesek! Komoly anyagi terhet ró egy család vállára, ha ápolót szeretnének napközbenre biztosítani családtagjuk mellé, ahogy egy otthonba bekerülni és ott élni is súlyos összeget jelent.

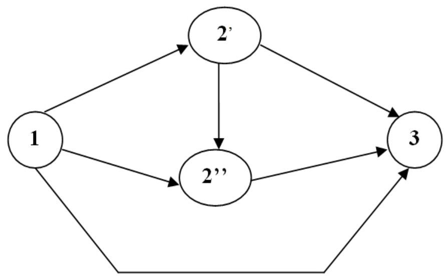
3.3.1. A szolgáltatás fajtái, modellezése

Az LTC biztosítás több alternatíváját is elképzelhetőnek, működőképesnek látom. Az egyik eset a biztosító és egy ápolási intézmény közötti szerződéses viszony - az idős biztosított ellátási szükségletét kielégíthetik az intézmény falain belül vagy kirendelt szakápolók által. Ennél a megoldásnál olyan problémával is szembesülhetne az illető családja, hogy rokonuk nem szeretné elhagyni otthonát, ami az utóbbi megoldással, szakápolókkal kezelhető. Ezen kívül - és általában a valóságban is így történik - a család egy tagja vállalhatja magára ezt a feladatot (mert ápolót alkalmazni napi 24 órára sokaknak megfizethetetlen), amely akár a munkahelyének elvesztésével, munkájának feladásával járhat. Nem csak fizikai többletet igényel a beteg rokon ellátása, hanem anyagi teherrel is jár a kieső bevétel miatt. Ebben az esetben a család kieső bevételeinek pótlására ajánlanám a biztosítást. Természetesen a biztosított minden esetben a segítségre szoruló családtag lenne, aki ápolást igényel. A szolgáltatás járadék lenne, és a biztosított maga dönti el, hogy azt ápoló

[8]Idősek akadémiája előadás: Idősek helyzete Magyarországon, 2010
[9]Idősek akadémiája előadás: Egészségi állapot, egészségügyi ellátások, szolgáltatások, 2010

alkalmazására fordítja vagy a családtag kieső fizetését pótolja az ápolásáért cserébe. A következő részben bemutatom, hogy miként oldható meg rendszeres juttatás, ami a családi kasszát kiegészíti, csökkentve a felmerült költségeket, terheket.

Diszkrét megközelítés. Legyen x egész a belépési kor. Különböztessünk meg kétféle ápolási igényt, mint például otthonápolás ($2'$) és intézmény falain belül történő ápolás ($2''$). A háromállapotú modellünket annyival módosítsuk, hogy jelölje az "osztott" állapotot $2'$ és $2''$. A $2'$ elérhető 1-ből, $2''$ elérhető 1-ből és $2'$-ből is.



3.1. ábra. A Long term care modellje

Ha mátrixban ábrázoljuk, akkor egy felsőháromszög mátrixként jelenik meg. A mátrixban szereplő q^i az i. állapotban a halál valószínűségét jelenti, p^{ij} pedig: $p^{ij} = P(S(y+1) = j \mid S(y) = i)$ minden $y = x, x+1, ...$-ra.

$$\begin{pmatrix} p^{11} & p^{12'} & p^{12''} & q^1 \\ 0 & p^{2'2'} & p^{2'2''} & q^{2'} \\ 0 & 0 & p^{2''2''} & q^{2''} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ezekkel az értékekkel szintén felírható a Chapman-Kolmogorov egyenlőség $h = 1, 2, ...$-re, mely a következőket adja:

$${}_hp_y^{11} = {}_{h-1}p_y^{11} p_{y+h-1}^{11}$$
$${}_hp_y^{12'} = {}_{h-1}p_y^{12'} p_{y+h-1}^{2'2'} + {}_{h-1}p_y^{11} p_{y+h-1}^{12'}$$
$${}_hp_y^{12''} = {}_{h-1}p_y^{12''} p_{y+h-1}^{2''2''} + {}_{h-1}p_y^{12'} p_{y+h-1}^{2'2''} + {}_{h-1}p_y^{11} p_{y+h-1}^{12''}$$

valamint igazak a következők is:

$$ {}_hp_y^{12'} = \sum_{r=1}^{h} {}_{h-r}p_y^{11} p_{y+h-r}^{12'} \prod_{g=1}^{r-1} p_{y+h-r+g}^{2'2'} $$

$$ {}_hp_y^{12''} = \sum_{r=1}^{h} \left({}_{h-r}p_y^{11} p_{y+h-r}^{12''} \prod_{g=1}^{r-1} p_{y+h-r+g}^{2''2''} + {}_{h-r}\, p_y^{12'} p_{y+h-r}^{2'2''} \prod_{g=1}^{r-1} p_{y+h-r+g}^{2''2''} \right) $$

Legyen b' és b'' az éves szolgáltatás az LTC $2'$ és $2''$ állapotaihoz, ezzel az egyszeri díj

$$ A_1^{LTC}(0,\infty) = \sum_{h=1}^{\infty} (b'{}_hp_x^{12'} + b''_h p_x^{12''}) v^h = $$

$$ = \sum_{h=1}^{\infty} b' v^h \sum_{r=1}^{h} {}_{h-r}p_x^{11} p_{x+h-r}^{12'} \prod_{g=1}^{r-1} p_{x+h-r+g}^{2'2'} + $$

$$ + b'' v^h \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{h} {}_{h-r}p_x^{11} p_{x+h-r}^{12''} \prod_{g=1}^{r-1} p_{x+h-r+g}^{2''2''} + $$

$$ + b'' v^h \sum_{h=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{h} {}_{h-r}p_x^{12'} p_{x+h-r}^{2'2''} \prod_{g=1}^{r-1} p_{x+h-r+g}^{2''2''} $$

Az $\ddot{a}_{x+j}$ $2'$-re és $2''$-re definíciójából a fenti többsoros egyenlet a következőképp egyszerűsödik:

$$ A_1^{LTC}(0,\infty) = b' \sum_{j=1}^{\infty} {}_{j-1}p_x^{11} p_{x+j-1}^{12'} v^j \ddot{a}_{x+j}^{2'} + b'' \sum_{j=1}^{\infty} {}_{j-1}p_x^{11} p_{x+j-1}^{12''} v^j \ddot{a}_{x+j}^{2'} + b'' \sum_{j=1}^{\infty} {}_{j-1}p_x^{12'} p_{x+j-1}^{2'2''} v^j \ddot{a}_{x+j}^{2''} $$

Feltételezzük, hogy a fenti $A_1^{LTC}(0,\infty)$ éves díjat a biztosított legalább n évig fizeti, ennyi ideig képes gondoskodni magáról. Ebből megkapható a rendszeres díjas formula

$$ \pi \ddot{a}_{x:n}^{11} = A_1^{LTC}(0,\infty) $$

ahol $\ddot{a}_{x:n}^{11} = \sum_{j=0}^{n-1} {}_jp_x^{11} v^j$. Az átrendezés után a rendszeres díj képlete:

$$ \pi = \frac{A_1^{LTC}(0,\infty)}{\ddot{a}_{x:n}^{11}} $$

4. fejezet

Modellek alkalmazása

Ebben a fejezetben az ismertetett rokkantság és ápolásbiztosításra szeretnék példákat bemutatni rendelkezésre álló magyar adatokon. Sajnos az ápolásbiztosítás összetett és mint önálló biztosítási termék nem létezik, így megpróbálok az elérhető adatokból egy minél részletesebb összefoglalót készíteni.
A rokkantsági számolások alapjául az elérhető legfrissebb statisztikákat alkalmaztam: a rokkantak halálozási valószínűsége egy 2004-es évre vonatkozó tanulmányban[1] volt elérhető, míg az új rokkanttá nyilvánítottak száma már 2009-es adatokon nyugszik. Feltételezem, hogy a biztosítást legalább 30 éves férfi, illetve nő köti, erre az életkorra már elérhető olyan életszínvonal, hogy a jövőjükről is gondoskodni szeretnének. Továbbá befolyásoló tényező a 18-30 év közötti rokkantak aránya: mindössze 0,5%-a a lakosságnak.[d]

1. modell. A biztosítást egy 30 éves korú férfi köti, aki rokkantság esetén egyösszegű szolgáltatást szeretne a felmerülő kiadások (segédeszközök, lakásátalakítás) fedezésére. A biztosítási összeg 3 millió forint, melyet egyszeri díjas konstrukcióban szeretne kifizetni. A biztosított nyugdíjba vonulásáig szeretne biztosított lenni, így a termék tartama 35 év. A természetes halandóságot a modellnél nem vettem figyelembe.
Ekkor a biztosítási konstrukció olyan, mint egy kockázati életbiztosítás, csak akkor jár a szolgáltatás, ha a biztosított rokkanttá válik. 18 éves kortól ismertek a halálozási valószínűségek, 100.000 fős lakosságra nézzük az árazást. Az életbiztosításhoz hasonlóan itt is kiszámolom, hogy az egyes életkoroknál (x) hányan vannak egész-

[1] [11]

séges állapotban (l_x), két egymást követő év különbsége ($l_{x+1} - l_x$) adja az 1 év alatt rokkanttá nyilvánítottak számát, amit meg kell szorozni a biztosítási összeggel (SA=3.000.000 Ft). Az így kapott éves kifizetéseket diszkontálnom kell, hogy megkapjam a jövőbeli kifizetések jelenértékét. Ezen éves kifizetések összegét még a diszkontfaktor gyökével szorozzuk az évközbeni kifizetések végett, ez a teljes várható kifizetés, melyet el kell osztani a várható bevétellel, ami függ az egészséges biztosítottak állományától. A befizetésnél feltételezzük, hogy mindenki 1 forintot fizet be, és szeretnénk kiszámolni, hogy hányszorosa lesz a nettó díj[2]. A várható kifizetés és befizetés hányadosa az egyszeri nettó díjat adja.

A fent leírt paraméterekkel a következő eredményeket kaptam:

E(befizetés)	100 000
E(kifizetés)	50 146 142 420
Nettó díj	501 461

4.1. ábra. Egyszeri díjas rokkantság-biztosítás 30 éves férfi részére

30 éves nőre az egyszeri díj alacsonyabb lesz: a nők esetén nem csak a halálozási valószínűség alacsonyabb a férfiakéhoz képest, hanem a rokkantság kialakulásánál is igaz a különbség.

E(befizetés)	100 000
E(kifizetés)	41 272 291 397
Nettó díj	412 723

4.2. ábra. Egyszeri díjas rokkantság-biztosítás 30 éves nő részére

2. modell. Az 1. modellt gondoljuk tovább! A feltételek legyenek változatlanok, 30 éves férfi, illetve nő köt biztosítást, a tartam 35 év, a biztosítási összeg 3 millió forint. A biztosított nem feltétlenül megengedheti magának az egyösszegű díjfizetést, így megmutatom a rendszeres (éves) díjas díjfizetési konstrukciót. A díjfizetés tartama egyezzen meg a biztosítás tartamával. A változás az előző modellhez képest, hogy

[2] Ha nem 1 forinttal számolunk, hanem más értékkel, akkor a nettó díj annak arányában nő vagy csökken.

a még egészségesek minden évben fizetnek díjat a biztosítónak. Ezzel a befizetések jelenértéke lényegesen több, mint egyszeri befizetésnél

E(befizetés)	2 073 302
E(kifizetés)	50 146 142 420
Nettó díj	24 187

4.3. ábra. Rendszeres díjas rokkantság-biztosítás 30 éves férfi részére

E(befizetés)	2 082 016
E(kifizetés)	41 272 291 397
Nettó díj	19 823

4.4. ábra. Rendszeres díjas rokkantság-biztosítás 30 éves nő részére

3. modell. Ebben a modellben szeretném a járadék szolgáltatást bevezetni. A biztosítást igénylő személy 30 éves férfi, a szolgáltatás havi 50.000 forint, ez éves szinten (SA=) 600.000 forint szolgáltatást jelent. A járadék élete végéig szól (rendelkezésre álló adatok 90 éves korig vannak). Ekkor a biztosítás- és a díjfizetés tartama is 60 év lesz. Ez a biztosítónak nagyobb bevételt jelent, ám nagyobb kiadást is. A modellben már fontos figyelembe venni a halandóságot is, mivel 90 éves korig nézzük a modellt. Ha nem vennénk figyelembe, és mindenki 90 éves koráig élne, akkor az alábbiak szerint alakulna a férfi és a nő éves biztosítási díja.

E(befizetés)	2 305 855
E(kifizetés)	378 236 946 064
Nettó díj	164 033

4.5. ábra. Rendszeres díjas rokkantsági járadék biztosítás 30 éves férfi részére

E(befizetés)	2 411 457
E(kifizetés)	313 372 706 228
Nettó díj	129 952

4.6. ábra. Rendszeres díjas rokkantsági járadék biztosítás 30 éves nő részére

Ha figyelembe vesszük a halálozásokat is, akkor az éves befizetés már nem csak a rokkantak számával csökken, hanem az elhunytakéval is, emellett az éves kifizetés is csökken az elhunytak miatt. Ehhez feltételezzük, hogy a halál bekövetkezése egyenletes eloszlású évközben, így az elhunytaknak átlagban a biztosítási összeg fele kerül kifizetésre. Azt gondolnánk, hogy az évközben elhunytak csökkentik a kifizetést, viszont átlagban fél évnyi szolgáltatás kifizetésre került, ami növeli a várható kifizetéseket. A várható befizetések viszont csökkennek, mert a következő évtől kevesebb ember fog díjat fizetni az elhunytak miatt. Összességében a nettó díj növekedni fog a következőképpen:

E(befizetés)	2 287 560
E(kifizetés)	382 104 932 406
Nettó díj	167 036

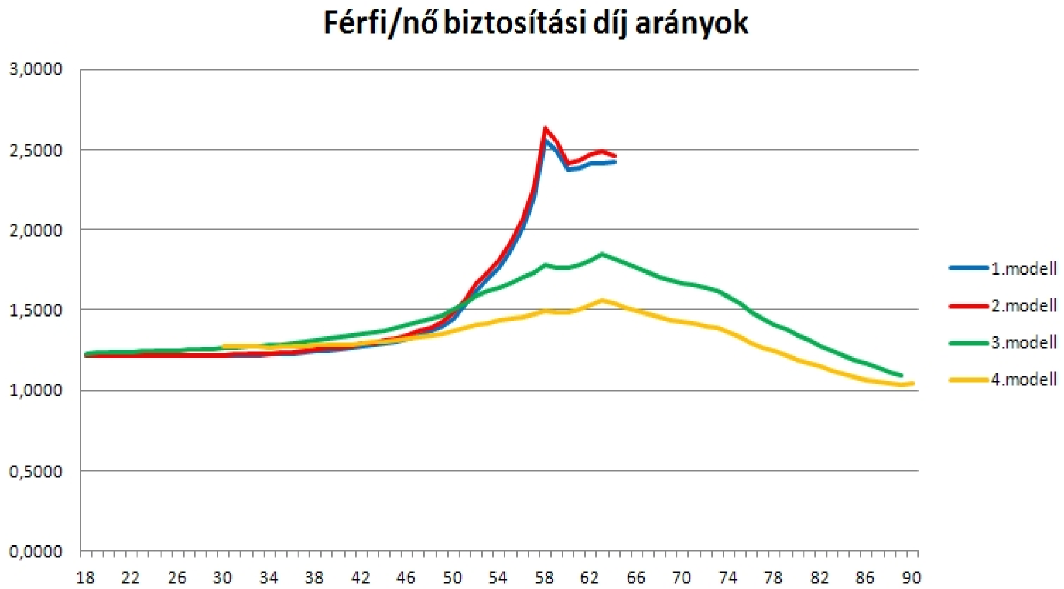
4.7. ábra. Rendszeres díjas rokkantsági járadékbiztosítás az elhunytak figyelembe vételével

E(befizetés)	2 401 111
E(kifizetés)	314 495 295 813
Nettó díj	130 979

4.8. ábra. Rendszeres díjas rokkantsági járadékbiztosítás az elhunytak figyelembe vételével

Tehát jól látszik, a biztosító minél több tényezőt vesz figyelembe, az ár annál érzékenyebb, még ha nem is jelentős eltérés jelenik meg.

A négy modell díjtáblázata[e] alapján érdekesnek tartottam a férfi-nő díjak összehasonlítását. Az összehasonlítás alapja a nő díja, fontosnak tartottam megnézni, hogy hányszorosa a férfi díja ehhez képest. A négy modellben a díjak aránya a következőképpen alakul:



4.9. ábra. A négy modell férfi/nő díjának aránya az életkor függvényében.

Mint látható, mindegyik görbe 58-63 éves kornál éri el a maximumot, azaz az ekkor belépő biztosítottak esetében a férfi díja ekkor relevánsan magasabb, mint az azonos korú nőé. Kezdetben a különbség 1,2-szeres, és a tartam végére a 3-4. modellpárokban a két nem között különbség majdnem teljesen eltűnik, míg az 1-2. modellben megközelíti a 2,5-szeres különbséget is.

Az ápolásbiztosítás beárazása a rokkantságbiztosítással ellentétben már nehezebb feladat. Míg rokkantságra évekre visszamenően vannak statisztikák, addig az ápolásbiztosítás bonyolult rendszer: a szolgáltatások szerteágazók, a statisztikák nem tükrözik a valóságot. Az ápolásbiztosítás összetevőire vannak nyilvántartások (bentlakásos ellátás kihasználtsága és költsége, étkezési hozzájárulás, ápolási díjban részesülők száma és mértéke, stb.), ám egyes elemeknél csak a szolgáltatást igénybevevők nyilvántartása ismert, az, hogy ténylegesen hány embernek lenne szüksége a szolgáltatásra, csak találgatni lehet. A 2006-os Szociális Statisztikai Évkönyvben sok táblázatot találtam, ami nagy segítséget tud nyújtani abban, hogy milyen pontos adatai vannak a bentlakásos intézményeknek, idősklouboknak, hány házi ápoló van, és hány ellátott jut egy gondozóra, de felvetődik a kérdés: valóban annyi ember van csak, aki gondozásra szorul, vagy a helyzet rosszabb, mert sokan nem vesznek igénybe segítséget? A válasz vélhetően az utóbbi lehetőséghez áll közelebb.

Az ápolásbiztosítás első problémája, hogy sajnos a szociális ellátások nem térítésmentesek, legfeljebb az önkormányzat, valamelyik alapítvány vagy segélyszervezet tudja támogatni a segítségre szoruló embert. Aki nem tudja megfizetni, az önerőből igyekszik gondoskodni magáról, vagy a hozzá közelállók igyekeznek ellátni a szükségleteit. Tehát a rászorulók listája nem teljes. További kérdés: mekkora lehet az eltérés?

A második problémája az LTC biztosításnak, hogy ha teljes lenne a segítségre szorulók létszáma, lenne-e elég kapacitás rá? A szociális statisztika idősora azt mutatja, hogy a házi gondozók száma 1990 óta alig nőtt, míg az igény jelentősen: 1990-ben még 4,1 fő jutott egy gondozóra, ez a szám 2006-ra 7,3-re nőtt. Az idősklubok is magas kihasználtsági szintet mutatnak: 1990-től 2006-ig az évek 2/3-ában 100% felett volt ez az arány. Ha a szolgáltatás iránti kereslet növekedne, lenne-e elég ápoló, férőhely az igények kielégítésére?

Az ápolásbiztosítás ellen szól az is, hogy az időskori ápolás nagy költségekkel járhat (intenzív ellátás, bentlakásos otthonban férőhely), ami azt eredményezi, hogy fiatalon érdemes megkötni alacsonyabb díjért. Ekkor a biztosító longevity kockázatot vállal, hiszen nem tudhatja, hogy a 30 éves biztosított mikor fog ápolásra szorulni és az ápolás kezdetétől mennyi a hátralevő várható élettartama.

További hátráltató tényező az egészségügyi technológiák feljődése. Nem lehet előre látni, hogy a szolgáltatás nyújtásakor milyen technológiák lesznek a piacon, mi lesz azoknak a költségvonzata. Emellett fontos a bérek alakulása is: tegyük fel 2012-ben átlagosan 150.000 forint egy házi gondozó fizetése. Mennyi lesz a fizetése 15-20-25 év múlva? Ehhez hasonlóan az összegbiztosításnál a szolgáltatás elégségessége kérdéses. Egy ma vonzó ajánlat vajon elégséges lesz-e 20 év múlva is?

Végül az állam meghatározó szerepe is jelentős. Az emberek úgy gondolják, hogy az állam kötelessége ellátni őket, ha szükséges. Egy felmérés szerint az Európai Unióban az emberek 12%-a hajlandó lenne LTC biztosítást kötni, **75%** viszont nem tervezi, hogy vásárolna ilyet, és nem tette ezt korábban sem.[26] Ez a "kényelmesség" azonban nem kifizetődő: az államra az évek múlásával egyre nagyobb összegű kötelezettség hárul. Kiadáscsökkentés szükségessége miatt az elmúlt években több megszorító intézkedés érintette az egészségügyet, ami sajnos a szolgáltatás beszűkülését eredményezte. Egyre kevesebb ápolót, orvost képes finanszírozni, valamint az egészségügyi dolgozók bére alacsony színvonalú. Ebből következik, hogy az ellátásra szorulók várólistája folyamatosan nő, és az ellátó személyek alacsony bérszínvonala a paraszolvencia megjelenését eredményezi. A hálapénz fizetésével a beteg nem jár jobban, az ellátásnak költségeit így duplán (alapellátás költsége + hálapénz) kell viselnie.

Összefoglalva az eddigieket a rokkantság-biztosítás jól működő biztosítás lehet részletes statisztikára alapozva. Ebből kifolyólag nem meglepő, hogy a biztosítók termékkínálatában megtalálható baleset- vagy betegségbiztosítás részeként, valamint életbiztosításokhoz kiegészítő módozatként. Ellenben az ápolásbiztosítás a longevity kockázat mellett tele van egyéb kockázatokkal, amit csak szigorú feltételek mellett lehet bátran piacra vinni.

5. fejezet

Összefoglalás

Mint látható, az egészségbiztosítás általam kiválasztott két szegmense, a rokkantság- és ápolásbiztosítás amellett, hogy szorosan összefüggnek egymással, igen összetettek. A bennük rejlő lehetőségek számát a végtelenségig lehetne kombinálni, hiszen sok betegség áll ok-okozati összefüggésben. Az egészségi-állapot romlás mértéke szintén mérvadó lehet a biztosított kockázatok meghatározásánál, így újabb szempontok alapján is meg lehet határozni a biztosítási feltételeket.

Ez a sokrétűség jól számszerűsíthető a dolgozatban ismertetett Markov-modell alkalmazásakor, ám problámát okozhat a részletes adatok hiánya, idősoros adatok vizsgálatakor a "kilógó" éveket nehéz észrevenni az évek folyamán változó jelentések adataiból, valamint a jogszabályi környezet is gyakran változik.

Azzal azt hiszem mindenki egyetért, hogy a magyar egészségügy jelenlegi formájában nem hatékony: hosszú várólisták, túlterhelt orvosok jellemzik. Ha az emberek egyre több ellátási terület felé nyitnának magán ellátással, a gyógyulás esélye és a várható élettartam tovább növekedne. Azonban a legnagyobb áttörés akkor következne be, ha az állam nagyobb mértékben támogatná a magánorvosi (magánbiztosítói) ellátások igénybevételét. Érdekes kutatási téma lenne az állam és a magánbiztosítók között a kockázatok, illetve szolgáltatások szétosztásának lehetőségei, a megosztások hosszútávú hatásának vizsgálata.

Köszönetnyilvánítás

Szeretném megragadni a lehetőséget, hogy köszönetemet fejezzem ki Dr. Kovács Erzsébetnek és Dr. Szegő Lászlónak, a két hozzám legközelebb álló tanáromnak. Nélkülük nem lett volna olyan érdekes az Egészségbiztosítás óra, hogy a továbbiakban is érdeklődjek a téma iránt, és szakdolgozati témának is ezt válasszam. Mindkettejüknek hálával tartozom a támogatásért, a türelemért, a sok építő kritikáért és ötletért, hogy minél precízebb és sokrétűbb lehessen a dolgozatom.

Ezen kívül hálával tartozom a családomnak a türelmükért, hogy biztosították a nyugodt körülményeket a dolgozat megírásához.

Jegyzetek

[a]1989. évi XXXI. törvény 70/E.§. (1-2) bekezdés (Alkotmány) a következőket tartalmazza:

A Magyar Köztársaság állampolgárainak joguk van a szociális biztonsághoz; öregség, betegség, rokkantság, özvegység, árvaság és önhibájukon kívül bekövetkezett munkanélküliség esetén a megélhetésükhöz szükséges ellátásra jogosultak.

A Magyar Köztársaság az ellátáshoz való jogot a társadalombiztosítás útján és a szociális intézmények rendszerével valósítja meg.

Az Alaptörvényben XIX. cikkjében a következő olvasható:

(1) Magyarország arra törekszik, hogy minden állampolgárának szociális biztonságot nyújtson. Anyaság, betegség, rokkantság, özvegység, árvaság és önhibáján kívül bekövetkezett munkanélküliség esetén minden magyarállampolgár törvényben meghatározott támogatásra jogosult.

(2) Magyarország a szociális biztonságot az (1) bekezdés szerinti és más rászorulók esetében a szociális intézmények és intézkedések rendszerével valósítja meg.

(3) Törvény a szociális intézkedések jellegét és mértékét a szociális intézkedést igénybe vevő személynek a közösség számára hasznos tevékenységéhez igazodóan is megállapíthatja.

[b]Az össz-szervezeti egészségkárosodás mértékének viszonya a munkaképesség-csökkenés mértékéhez:

MKCS (%)		ÖEK (%)	
100	→	80-99	(közel teljes vagy teljes)
67	→	50-79	(jelentős, nagy mértékű)
50	→	25-49	(számottevő, közepes mértékű)
		10-24	(kis mértékű)
		5-9	(enyhe, csekély mértékű)
		0-4	(nem számottevő)

5.1. ábra. Össz-szervezeti egészségkárosodás, forrás: NFÜ TÁMOP 1.1.1 projekt

[c]Az ÖEK besorolás alapján 5 fő kategóriát határoztak meg, ezek a következők[1]:

0. 0-4% (nincs károsodás)

I. 5-24% (enyhe károsodás)

II. 25-49% (mérsékelt károsodás)

III. 50-79% (jelentős károsodás)

IV. 80-% (extrém károsodás)

[1]Juhász Ferenc: Bevezetés *www.orszi.hu/iranyelvek/altalanosresz.pdf*

[d] A számításokhoz felhasznál halálozási- és rokkantsági valószínűségek.

életkor	férfi		női	
x	rokkantsági valószínűség	qx	rokkantsági valószínűség	qx
18	0,00002		0,00002	
19	0,00011		0,00005	
20	0,00006		0,00008	
21	0,00044		0,00019	
22	0,00053		0,00034	
23	0,00031		0,00025	
24	0,00038		0,00028	
25	0,00041		0,00033	
26	0,00051		0,00036	
27	0,00065		0,00057	
28	0,00068		0,00072	
29	0,00101		0,00098	
30	0,00104	0,01129	0,00121	0,00996
31	0,00124	0,01199	0,00112	0,01079
32	0,00153	0,01259	0,00142	0,01115
33	0,00172	0,01333	0,00150	0,01127
34	0,00203	0,01433	0,00221	0,01136
35	0,00185	0,01571	0,00214	0,01166
36	0,00258	0,01765	0,00268	0,01232
37	0,00224	0,02019	0,00326	0,01334
38	0,00355	0,02313	0,00308	0,01457
39	0,00330	0,02622	0,00366	0,01578
40	0,00443	0,0291	0,00440	0,01683
41	0,00460	0,03169	0,00507	0,01756
42	0,00584	0,03407	0,00557	0,01801
43	0,00718	0,03634	0,00674	0,01828
44	0,00728	0,03843	0,00738	0,0185
45	0,00900	0,04027	0,00857	0,01872
46	0,00958	0,04186	0,01000	0,0191
47	0,01234	0,04323	0,01174	0,01959

életkor	férfi		női	
x	rokkantsági valószínűség	qx	rokkantsági valószínűség	qx
48	0,01422	0,0444	0,01348	0,02015
49	0,01587	0,04528	0,01608	0,02059
50	0,01796	0,04585	0,01850	0,02077
51	0,01813	0,046	0,01811	0,02052
52	0,01392	0,04568	0,01248	0,01986
53	0,01377	0,04498	0,01173	0,01891
54	0,01553	0,04418	0,01284	0,01791
55	0,01650	0,04362	0,01392	0,01715
56	0,01747	0,04332	0,01374	0,01668
57	0,01679	0,04319	0,01438	0,01645
58	0,01607	0,04317	0,00475	0,01639
59	0,01210	0,04343	0,00273	0,01652
60	0,00666	0,04399	0,00285	0,0169
61	0,00217	0,04504	0,00136	0,01754
62	0,00067	0,04647	0,00023	0,01836
63	0,04826	0,04826	0,01945	0,01945
64	0,05034	0,05034	0,02080	0,0208
65	0,05262	0,05262	0,02249	0,02249
66	0,05495	0,05495	0,02459	0,02459
67	0,05732	0,05732	0,02716	0,02716
68	0,05981	0,05981	0,03005	0,03005
69	0,06282	0,06282	0,03317	0,03317
70	0,06652	0,06652	0,03635	0,03635
71	0,07121	0,07121	0,03934	0,03934
72	0,07715	0,07715	0,04205	0,04205
73	0,08390	0,0839	0,04475	0,04475
74	0,09075	0,09075	0,04795	0,04795
75	0,09719	0,09719	0,05217	0,05217
76	0,10193	0,10193	0,05918	0,05918
77	0,10618	0,10618	0,06679	0,06679

életkor	férfi		női	
x	rokkantsági valószínűség	qx	rokkantsági valószínűség	qx
78	0,11177	0,11177	0,07306	0,07306
79	0,11793	0,11793	0,07998	0,07998
80	0,12461	0,12461	0,08758	0,08758
81	0,13183	0,13183	0,09603	0,09603
82	0,13972	0,13972	0,10522	0,10522
83	0,14832	0,14832	0,11544	0,11544
84	0,15739	0,15739	0,12662	0,12662
85	0,16742	0,16742	0,13882	0,13882
86	0,17846	0,17846	0,15228	0,15228
87	0,19007	0,19007	0,16694	0,16694
88	0,20259	0,20259	0,18286	0,18286
89	0,21622	0,21622	0,20028	0,20028
90	0,23065	0,23065	0,21929	0,21929

e

Egyszeri díjas biztosítás nyugdíjig			
	férfi	nő	férfi/nő arány
18	366 250	301 453	1,2149
19	376 830	310 153	1,2150
20	387 469	319 021	1,2146
21	398 538	328 058	1,2148
22	408 941	337 063	1,2132
23	419 417	345 918	1,2125
24	430 758	355 264	1,2125
25	442 271	364 830	1,2123
26	454 038	374 521	1,2123
27	465 893	384 427	1,2119
28	477 724	394 067	1,2123
29	489 833	403 584	1,2137
30	501 461	412 723	1,2150
31	513 375	421 519	1,2179
32	525 147	430 821	1,2189
33	536 537	439 629	1,2204
34	547 796	448 484	1,2214
35	558 626	455 779	1,2257
36	570 243	463 486	1,2303
37	580 420	470 040	1,2348
38	591 751	475 305	1,2450
39	600 232	481 195	1,2474
40	609 607	485 780	1,2549
41	616 535	488 620	1,2618
42	623 273	489 848	1,2724
43	627 231	489 829	1,2805
44	628 084	486 809	1,2902
45	628 721	482 030	1,3043
46	625 187	474 001	1,3190
47	620 112	461 931	1,3424
48	608 045	444 818	1,3670
49	590 816	422 385	1,3988
50	568 668	392 001	1,4507
51	540 202	353 610	1,5277
52	509 943	314 438	1,6218
53	489 181	289 178	1,6916
54	467 909	264 965	1,7659
55	441 079	236 619	1,8641
56	410 425	203 947	2,0124
57	375 730	170 391	2,2051
58	341 250	133 500	2,5562
59	307 182	123 500	2,4873
60	282 677	119 102	2,3734
61	272 409	114 218	2,3850
62	274 314	113 534	2,4161
63	280 424	116 140	2,4145
64	148 877	61 514	2,4202

Rendszeres díjas biztosítás nyugdíjig			
	férfi	nő	férfi/nő arány
18	16 221	13 344	1,2156
19	16 741	13 771	1,2157
20	17 271	14 212	1,2152
21	17 830	14 668	1,2156
22	18 362	15 127	1,2138
23	18 906	15 586	1,2130
24	19 504	16 077	1,2132
25	20 122	16 585	1,2133
26	20 762	17 105	1,2138
27	21 416	17 643	1,2139
28	22 076	18 172	1,2149
29	22 759	18 699	1,2171
30	24 187	19 823	1,2201
31	24 939	20 358	1,2251
32	26 026	21 223	1,2263
33	27 147	22 106	1,2281
34	28 322	23 041	1,2292
35	29 538	23 935	1,2341
36	30 881	24 912	1,2396
37	32 212	25 877	1,2448
38	33 715	26 823	1,2569
39	35 117	27 883	1,2594
40	36 692	28 931	1,2683
41	38 203	29 939	1,2760
42	39 827	30 915	1,2883
43	41 367	31 887	1,2973
44	42 788	32 720	1,3077
45	44 342	33 505	1,3234
46	45 687	34 116	1,3392
47	47 056	34 468	1,3652
48	47 923	34 447	1,3912
49	48 426	33 992	1,4246
50	48 558	32 805	1,4802
51	48 132	30 804	1,5626
52	47 596	28 631	1,6624
53	48 258	27 801	1,7358
54	49 083	27 067	1,8134
55	49 454	25 827	1,9148
56	49 537	23 946	2,0687
57	49 245	21 726	2,2666
58	49 181	18 687	2,6318
59	49 461	19 442	2,5440
60	52 083	21 567	2,4150
61	59 395	24 474	2,4269
62	74 171	30 048	2,4684
63	100 926	40 612	2,4851
64	77 423	31 520	2,4563

Járadékbiztosítás 90 éves korig a halálozás figyelembevétele nélkül

	férfi	nő	férfi/nő arány
18	104 217	84 732	1,2300
19	108 133	87 734	1,2325
20	112 188	90 861	1,2347
21	116 491	94 123	1,2376
22	120 750	97 474	1,2388
23	125 179	100 891	1,2407
24	130 010	104 554	1,2435
25	135 068	108 402	1,2460
26	140 391	112 421	1,2488
27	145 947	116 648	1,2512
28	151 720	120 964	1,2543
29	157 818	125 418	1,2583
30	164 033	129 952	1,2623
31	170 615	134 583	1,2677
32	177 494	139 640	1,2711
33	184 577	144 774	1,2749
34	191 967	150 153	1,2785
35	199 599	155 325	1,2850
36	207 901	160 880	1,2923
37	216 182	166 375	1,2994
38	225 341	171 779	1,3118
39	234 070	177 692	1,3173
40	243 678	183 552	1,3276
41	253 057	189 239	1,3372
42	263 036	194 808	1,3502
43	272 741	200 393	1,3610
44	282 075	205 458	1,3729
45	292 141	210 413	1,3884
46	301 537	214 803	1,4038
47	311 287	218 394	1,4253
48	319 390	220 884	1,4460
49	326 557	222 210	1,4696
50	332 936	221 584	1,5025
51	338 067	219 051	1,5433
52	343 731	216 879	1,5849
53	354 278	219 490	1,6141
54	366 230	223 099	1,6416
55	377 880	226 230	1,6703
56	390 037	228 882	1,7041
57	402 828	232 125	1,7354
58	418 112	235 322	1,7768
59	436 345	247 324	1,7643
60	461 550	262 452	1,7586
61	496 629	279 255	1,7784
62	542 576	299 486	1,8117
63	598 456	323 416	1,8504
64	604 520	332 245	1,8195
65	610 402	341 351	1,7882
66	616 005	350 535	1,7573
67	621 433	359 520	1,7285
68	626 844	367 942	1,7036
69	632 346	375 557	1,6838
70	637 573	382 191	1,6682
71	641 916	387 846	1,6551
72	644 305	392 803	1,6403
73	643 179	397 507	1,6180
74	637 356	402 224	1,5846
75	626 463	406 767	1,5401
76	610 805	410 433	1,4882
77	592 491	410 553	1,4432
78	572 368	406 455	1,4082
79	549 093	399 526	1,3744
80	522 214	389 300	1,3414
81	491 379	375 305	1,3093
82	456 270	356 930	1,2783
83	416 497	333 728	1,2480
84	371 723	305 052	1,2186
85	321 998	270 422	1,1907
86	267 064	229 469	1,1638
87	206 817	181 827	1,1374
88	141 801	127 460	1,1125
89	72 595	66 658	1,0891

Járadékbiztosítás 90 éves korig a halálozás figyelembevételével

	férfi	nő	férfi/nő arány
30	167 036	130 979	1,2753
31	178 617	140 197	1,2740
32	190 845	150 085	1,2716
33	203 607	160 339	1,2699
34	217 035	171 156	1,2681
35	231 085	182 082	1,2691
36	246 243	193 755	1,2709
37	261 806	205 727	1,2726
38	278 777	217 984	1,2789
39	295 768	231 191	1,2793
40	314 251	244 771	1,2839
41	333 040	258 611	1,2878
42	353 108	272 796	1,2944
43	373 504	287 506	1,2991
44	394 144	302 166	1,3044
45	416 368	317 264	1,3124
46	438 573	332 308	1,3198
47	462 030	347 037	1,3314
48	484 344	361 099	1,3413
49	506 390	374 416	1,3525
50	528 379	386 012	1,3688
51	549 756	395 903	1,3886
52	572 869	406 920	1,4078
53	603 619	424 813	1,4209
54	637 723	444 992	1,4331
55	673 071	465 656	1,4454
56	710 919	486 870	1,4602
57	751 655	510 165	1,4734
58	798 206	534 821	1,4925
59	851 689	573 513	1,4850
60	918 711	618 954	1,4843
61	1 004 807	669 529	1,5008
62	1 113 140	728 358	1,5283
63	1 244 224	796 595	1,5619
64	1 300 412	845 177	1,5386
65	1 360 693	897 815	1,5156
66	1 425 416	954 661	1,4931
67	1 495 383	1 015 757	1,4722
68	1 571 647	1 081 022	1,4539
69	1 655 348	1 150 605	1,4387
70	1 746 828	1 224 849	1,4262
71	1 845 987	1 304 529	1,4151
72	1 951 656	1 391 205	1,4029
73	2 061 226	1 487 139	1,3860
74	2 172 497	1 594 671	1,3623
75	2 285 026	1 715 579	1,3319
76	2 400 283	1 850 743	1,2969
77	2 525 958	1 995 680	1,2657
78	2 667 680	2 150 802	1,2403
79	2 824 817	2 323 666	1,2157
80	3 000 197	2 517 698	1,1916
81	3 198 249	2 737 696	1,1682
82	3 425 591	2 989 982	1,1457
83	3 691 815	3 284 873	1,1239
84	4 012 401	3 637 402	1,1031
85	4 416 156	4 073 797	1,0840
86	4 952 437	4 642 172	1,0668
87	5 722 174	5 438 923	1,0521
88	6 971 089	6 693 970	1,0414
89	9 438 789	9 104 945	1,0367
90	16 836 798	16 175 991	1,0409

Ábrák jegyzéke

Irodalomjegyzék

[1] Arató Miklós: Nem-élet biztosítási matematika *Eötvös Kiadó*, 2001

[2] Baji Petra: Ápolás-biztosítás - A Long Term Care magánfinanszírozási lehetőségei hazánkban *Biztosítási Szemle*, 2008

[3] Ballast, Thomas: Financial sustainability and viability of health systems *OECD, A sustainable health care system is one based on solidarity*, 2012

[4] Balogh Gábor - Szűcs László: Alkalmazott társadalombiztosítástan. *Osiris Kiadó*, 1998

[5] Balogh Gábor: Társadalombiztosítási ismeretek. *Corvinus Kiadó*, 1996

[6] Barr, Nicholas: A jóléti állam gazdaságtana. *Akadémiai Kiadó*, 2009

[7] Brémaud, Pierre: Markov chains. *Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, 1998

[8] A. J. Culyer - J. P. Newhouse: Handbook of health economics Volume 1A. , 2000

[9] A. J. Culyer - J. P. Newhouse: Handbook of health economics Volume 1B. , 2000

[10] S. Haberman - E. Pitacco: Actuarial models for disability insurance. *Chapman & Hall/CRC*, 1999

[11] Hollósné dr. Marosi Judit - H. Richter Mária: A nyugdíjban, nyugdíjszerű ellátásban részesülôk halandósága 2004-ben *Statisztikai Szemle, 86. évf. 9. szám*, 2008

[12] Lencsés Katalin: Diszkrimináció vagy differenciálás? *Biztosítási Szemle*, 2009 június-július

[13] MAJOR KLÁRA (SZERK): Markov-modellek; Elmélet, becslés és társadalomtudományi alkalmazások. *Regionális tudományi tanulmányok 14.*, 2008

[14] MEDVEGYEV PÉTER: Dinamikus és sztochasztikus modellek. (online jegyzet) *http://medvegyev.uni-corvinus.hu/dinamikus/doku.php*

[15] MIHÁLYI PÉTER: Bevezetés az egészségügy közgazdaságtanába. *Veszprémi Egyetemi Kiadó*, 2003

[16] A. OLIVIERI - E. PITACCO: Introduction to insurance mathematics. *Springer-Verlag Berlin Heidelberg*, 2011

[17] OROSZ ÉVA: Egészségügyi rendszerek és reformtörekvések. *Politikai Tanulmányok Intézete Alapítvány*, 1992

[18] PEARSON, MARK: Financial sustainability and affordability of health care systems *OECD, Lessons from OECD countries*, 2012

[19] SPREEUW, JAAP: Heterogenity of hazard rates in insurance. *Tinbergen Institute Research Series 210.*,

[20] J. TEUGELS - B. SUNDT: Encyclopedia of actuarial science. *John Wiley & Sons Ltd.*, 2004

[21] H. WOLTHUIS: Life insurance mathematics (The Markovian Model). *Peeters Publishers*, 2003

[22] *http://www.hiradastechnika.hu/data/upload/file/*1989/08/1989_08_04*.pdf*

[23] 2011. évi CXCI. törvény

[24] Nemzeti Rehabilitációs és Szociális Hivatal (korábbi ORSZI) statisztikái, 2007-2010

[25] Országos Nyugdíjfőigazgatóság statisztikái, 2007-2009

[26] EUROPEAN COMMISSION: Health and long-term care in the European Union *Eurobarometer*, 2007
*http://ec.europa.eu/public_opinion/archives/ebs/ebs_*283*_en.pdf*

[27] Szociális statisztikai évkönyv - Kiegészítő információk Excel formátumban, 2006
$https://teir.vati.hu/szoc\_agazat/ksh\_evkonyvek/a2006/html/tablak.html$