Eötvös Loránd Tudományegyetem, Természettudományi Kar
Budapesti Corvinus Egyetem Közgazdaságtudományi Kar

A kockázati felár beépítésének lehetséges technikái egy jövedelemfüggő törlesztésen alapuló diákhitel-rendszerben

- különös tekintettel a keresztfinanszírozási hatásokra

Készítette: Varga Viktória

Biztosítási és Pénzügyi Matematika Msc kvantitatív pénzügyek szakirány

Témavezető: Dr. Berlinger Edina

Egyetemi docens

Budapest, 2013

Tartalomjegyzék

1 Bevezető

Manapság egyre népszerűbb mind Európában, mind Magyarországon elsősorban a felsőoktatási képzés közvetlen és közvetett finanszírozására fordítandó hallgatói hitelrendszer. Magyarországon a Diákhitel Központ által működtetett rendszer 2001 óta ad hiteleket. Szakdolgozatomban ezzel a jövedelemfüggő törlesztésen alapuló diákhitel-rendszerrel foglalkozom átfogóbban. Kiindulásként a kellő mennyiségű megfelelő, hiteles adatok hiányában egy viszonylag új, a maga nemében egyedülálló mikroszimulációs technikával szimulálok egy hitelközösséget, amelyen reprezentálom a hitelrendszer működését. A kiinduló adatokat a valósághoz hűen igyekszem megadni.

Az első fejezet rövid betekintést nyújt a mikroszimulációs módszer hátterébe, alkalmazásaiba, előnyeibe és hátrányaiba, valamint további lehetőségeibe. Ezt követően kerül bemutatatásra a modell, amely a dolgozat további elemzéseinek is alapját szolgálja. Ahhoz, hogy a rendszer önfenntartó módon tudjon működni, szükség van arra, hogy bizonyos kockázatot, melyeket a továbbiakban részletesebben bemutatok, a hiteladósokra hárítson a hitelnyújtó. Ez az úgynevezett kockázati felár többféleképpen is beépíthető a rendszerbe. A modell részletesebb bemutatása után kiszámolom a kockázati felár beépítésének négy lehetséges technikáira, hogy mikor, mely konkrét értékek során lesz a hitelező várható profitja, illetve vesztesége zéró. Végül a négy esetet vizsgálom részletesebben, a korábban kiszámított értékekkel, hogy az így kialakuló keresztfinanszírozásnak milyen lesz a belső szerkezete, illetve milyen szempont alapján melyik mely módszer bizonyul jobbnak, kivitelezhetőbbnek.

2 Mikroszimuláció

A mikroszimuláció egy olyan modellezési eszköz, amelynek segítségével bonyolultabb társadalmi, szociális vagy politikai helyzeteket elemezhetünk. Magyarországon ez egy viszonylag újnak számító módszer, ugyanakkor a fejlett ipari országokban már korábban elterjedt, széles körben alkalmazzák. Külföldön egyre nagyobb szerepet játszik mind a kutatásban, mind a fejlesztésben, valamint a politikai döntések előkészítésben is, mivel ez az egyik ma elérhető legfontosabb és leginkább elfogadott módszer. A következőkben ezt mutatom be *(Molnár 2004)* cikke alapján.

A hagyományos szimulációs modellekkel összehasonlítva elsősorban abban különbözik, hogy nagy számú minta segítségével történnek az elemzések. A modell lényege, hogy a középpontban mikro egységek szerepelnek, melyek a vizsgálni kívánt rendszertől függően különböző egyedek lehetnek. Ilyenek például a vállalatok vagy a háztartások, jelen dolgozatban például a felsőoktatási képzésben részt vevő hallgatók. A mikroszimuláció ezen egyedek viselkedését figyeli különböző forrásokból származó adatok segítségével felépített matematikai modellek, algoritmusok, egyenletek, összefüggések leírásával.

Háttere

Államigazgatási intézmények fejlesztették ki, általában kutatási és fejlesztési alapok támogatják. Ennek oka elsősorban a modell kialakításához szükséges hatalmas mennyiségű adat. Így az olyan modellek száma nem elterjedt, amelyet kizárólag tudományos érdeklődésből fejlesztettek.

Fejlődését tekintve jól látható, hogy míg a régebbi mikroszimulációs modellek tipikusan nem területi és viselkedésen alapulóak, addig az újabb típusok már viselkedési és regionális elemekkel bővültek. Ezen kívül statikus és determinisztikus tulajdonságuk helyett már dinamikusak és sztochasztikusak. Továbbra is nagyméretűek azonban, komplexek valamint kvantitatívak.

Magyarországon az első mikroszimulációs modellt a Központi Statisztikai Hivatalban fejlesztették ki 1983-ban (Magyar Háztartás-Statisztikai Mikroszimulátor), majd később 1995-ben elkészült a TÁRKI és a Pénzügyminisztérium közös mikroszimulációs modellje

(ADÓTÁR), valamint továbbfejlesztése a TÁRSZIM'97. Ezeken kívül azóta már számos modellt hoztak létre, többségük ma is fejlesztés alatt áll. Ennek ellenére a nemzetközi színvonalhoz képest még mindig jelentős elmaradás tapasztalható.

Típusai

A modell szintjeit tekintve lehet két vagy több szintű. Legelterjedtebbek a kétszínűek, melyek egy mikro és egy aggregált egységből állnak. A mikroszintet általában az egyének vagy a háztartások alkotják, míg a makro vagy aggregált szintet a makrogazdaság vagy a teljes populáció. A modellezés technikáinak finomításával létrehozható több szint is, e kettő összekapcsolásával. Módszertani szempontból két nagyobb csoportot különbözetünk meg, az adatalapúakat, azaz a valósakat és az ügynökalapú, vagyis szimulált modelleket. A kettő közti fő különbség az adatok megadásában rejlik, az adatalapú esetén megfigyelésekből, statisztikákból származnak, míg az ügynökalapúaknál közgazdasági vagy viselkedési szabályok alapján történik. Ennek okán a tapasztalatok hiányában az utóbbi csoport kevéssé elterjedt. Adatalapú modellek esetén beszélhetünk statikus és dinamikus modellekről. Mindkettő egy kiinduló adatbázisból és a modellszabályokból áll. A modellszabályok általában, mint jelen esetben is - a későbbiekben bemutatott konkrét modellben - olyan részletes számítási szabályokból állnak, melyek egyenletekkel, algoritmusokkal leírhatók. A statikus modellekben egy idősík van, így csak az adott időbeli hatások leírására szolgál, nem figyeli az időben történő változásokat. Főként ebből a szempontból különbözik a dolgozatban is szereplő dinamikus modelltől, mely az időbeli változások egy sorozatát vizsgálja. Annak ellenére, hogy az adatok hiánya a fő problémája, ezt a típust használják leginkább olyan problémakörök elemzésére, amelyeket szakdolgozatomban vizsgálok, például az újraelosztási szerkezet. Ezen altípuson belül is megkülönböztetünk keresztmetszeti és hosszmetszeti, azaz longitudinális modelleket. Előbbi egy vegyes korösszetételű adatokon alapuló modell, míg az utóbbi mikro egységeit azonos korcsoportú személyek alkotják. Jelen dolgozatban longitudinális modellt használok.

Alkalmazási területek

Elsősorban társadalomtudományi területek problémáinak vizsgálatára használják, ezek közé tartozik például a közlekedés, irányítás. Számos rendszer modellezésére alkalmas a mikroszimuláció, ilyenek például a nyugdíjbiztosítási rendszerek, az egészségbiztosítási rendszerek, az adórendszer, valamint a demográfiai és szocioökonometriai modellek. Előrejelzési célokra is alkalmazható, nagyon fontos azonban, hogy ebben az esetben az egyéni szintű adatok részletesek és megbízhatóak legyenek. Ennek ellenére vannak olyan területek, ahol választ bizonyos kérdésekre csak e módszer segítségével kaphatunk, ilyen például az adószabályok változásának hatásvizsgálata. Erről írnak tanulmányukban *Benedek Dóra – Lelkes Orsolya (2010)*, amely a személyi jövedelemadó hatásvizsgálatáról szól. Más területen is hasznos módszer, például a magyarországi jövedelem-újraelosztás vizsgálatában, itt lehetséges az egyéni, valamint a háztartási szintű elemzés.[1] További hazai alkalmazási terület még a nyugdíjrendszer, ahogy azt a Nyugdíj és Időskor Kerekasztal vizsgálta 2007 és 2009 között, hogy milyen lehetőségek vannak egy áttekinthetőbb, fenntarthatóbb és igazságosabb nyugdíjrendszer megteremtésére. A mikroszimulációs elemzés keretében azt vizsgálták, hogy a különböző nyugdíjrendszerek hogyan befolyásolhatják a makrogazdasági, pénzügyi és az eloszlási jellemzőket.[2]

Előnyök és hátrányok

A mikroszimulációs módszer előnyei közé tartozik, hogy rugalmasabb aggregálási lehetőséget biztosít szemben a makromodellekkel, amelyek aggregált megközelítésűek. Ennek következtében sokkal szélesebb körű eredményeket szolgáltatnak. A részletesebb elemzést tekintve nagyon fontos, hogy ezekben a modellekben több változót is alkalmazhatunk. Alkalmasak térbeli, valamint környezeti elemek széleskörű vizsgálatára is. Aggregáláskor az információk nem vesznek el, mivel a modell a mikro egységek szintjén jön létre, ahol a lényeges döntések születnek. A modellben lehetőség van a hiányzó adatok pótlására különböző módszerekkel, valamint a hibás adatok kiküszöbölésére. A politikai döntések területét tekintve igen előnyös abból a szempontból a modell, hogy csökkenthető a hibás

[1] *Benedek-Lelkes (2006)*
[2] *Nyugdíj és Időskor Kerekasztal (2009)*

döntés kockázata azzal, hogy egy újdonság bevezetése előtt annak hatásai egy modellen elemezhetőek, előrejelezhetőek. Előnye ezen kívül, ami a dolgozat témáját tekintve a legfontosabb a változók szempontjából, hogy nem csak a várható értékük, hanem a teljes eloszlásuk tanulmányozására is lehetőséget nyújtanak a modell sztochasztikus elemei, mint például a Monte Carlo szimuláció, mely fontos része a következő fejezetekben tárgyalt modellnek.

Hátránya azonban elsősorban a felhasználáshoz szükséges hatalmas mennyiségű adatállomány, amelyhez főként nagyteljesítményű számítógépekre valamint emberi erőforrásokra van szükség. Ezen kívül a technikai és módszertani nehézségek is jelentősek, mint például a kellő ismeretek hiánya, modellvalidációs problémák, az információk elérhetősége. Itt arról van szó, hogy peremeloszlásokból és egyéb adatokból az együttes eloszlásra próbálunk következtetni.

Számos előnyei és hátrányai mellett a legfontosabb, hogy jelenleg vannak olyan problémák, amelyeket csak ezzel a módszerrel lehet vizsgálni.

Új alkalmazási lehetőségek

Egyik továbbfejlesztési irány lehet például a két fő módszertani típus (adatalapú és ügynökalapú) összevonásával keletkező modellek kialakítása. Másrészt a többszintű modellek bevezetésével elérhetővé válna különböző szimulációs modellek összeépítése.

A további alkalmazási területeket tekintve legfontosabbak a nyugdíjbiztosítási, egészségbiztosítási, juttatási és adórendszer modellezései. Ezen kívül fontos még további számos terület, ilyen például az egészségügyi rendszer, társadalmi mobilitás, elöregedés, közhangulatot befolyásoló döntések, melyek közül kiemelném a szakdolgozatom témájául választott diákhitel vizsgálatát.

3 A hitelközösség modellezése

Magyarországon 2001-ben jelent meg a Diákhitel Központ által működtetett hallgatói hitelrendszer. Alapvető tulajdonságai, hogy mindenki számára azonos feltételeket biztosít, a törlesztés pedig jövedelemfüggő. Ez azt jelenti, hogy a hitel visszafizetése a jövedelem, illetve bizonyos esetekben a mindenkori minimálbér egy meghatározott százalékán történik. A visszafizetés megkezdése rögtön a diplomázást követően lép életbe. Ezen kívül bármikor van lehetőség előtörlesztésre. A fennálló tartozások elengedése akkor lehetséges, ha a törlesztés nem fejeződött be nyugdíjig, illetve halálozás, végleges rokkantság esetén. A jövedelem arányos törlesztésen alapuló diákhitel-rendszernek számos előnye van a hagyományos hitellel szemben. Ezen kívül több fajtája is létezik, és nemzetközi szinten alkalmazzák, hazánkon kívül például Svédországban, Ausztráliában és Új-Zélandon. *(bővebben lásd: Chapman 2005)*

A magyar rendszerben a hitelkamatláb mindenki számára azonos, ugyanakkor változhat a mértéke, melyet a hosszú távú önfenntartó működés határoz meg. Az önfenntartás, más néven zéró-profit elve azt jelenti, hogy a nemfizetési veszteségeket és a működési költségeket a hitelközösség finanszírozza. Ez nem azonos azzal, hogy a rendszernek önfinanszírozónak kell lennie, hiszen emellett szükség lehet külső forrás bevonására is.

<u>Önfinanszírozás</u>

Akkor nevezünk egy rendszert önfinanszírozónak, ha egy adott évben a bevételei és a kiadásai megegyeznek és nincs szükség külső forrás bevonására. *(Berlinger 2003)*

<u>Önfenntartás</u>

Akkor nevezünk egy rendszert önfenntartónak, ha a hosszú távú működőképességének fenntartásához nincs szükség külső forrásra és többlet bevételt sem termel, azaz a kockázati közösség finanszírozza teljes mértékben a nemfizetési veszteségeket. *(Berlinger 2003)*

Különböző mikroszimulációs modellek használhatóak a hitelközösség elemzésére. Először tekintsünk egy olyan modellt, amelyben az idő folytonos, de nem szerepelnek véletlen változók, majd egy bonyolultabb sztochasztikus modellt, ahol az idő diszkrét.
A mikroszimulációs modellekben elsőként a hitelközösség jövedelem és adósság pályáját vizsgálom.[3]

A Monte Carlo módszer egy olyan sztochasztikus szimulációs módszer melynek segítségével a kísérlet végeredménye számítógép és algoritmusok segítségével állítható elő. Pontos definíciója máig vitatott. Széleskörű alkalmazási területeibe tartozik a pénzügyi matematika és az alkalmazott statisztika. Megfelelő véletlen számok generálásával különböző matematikai, statisztikai problémák megoldására alkalmas. Az eljárás lényege, hogy véletlen számok generálásával, ismételt mintavétellel meghatározza bizonyos jelenségek, viselkedések tulajdonságait. Elsőként meg kell határozni a lehetséges bemeneti értékek tartományát, majd ezeket az értékeket vagy egy részüket valószínűségi eloszlásból vett véletlen számok generálásának segítségével előállítani, majd a megfelelő számítógépes algoritmusok segítségével összegezni a kapott eredményeket. A modellben e módszert használtam a hitelközösség leírására, az eredmények előállítására.

Determinisztikus modell (időben folytonos)

Ebben a modellben egy egyén jövedelem- és adósság-pályáját mutatom be, elemzem folytonos időben *Berlinger-Gerencsér 2006*-os cikke alapján. Ez egy igen leegyszerűsített modell, hiszen determinisztikus, így semmilyen véletlen folyamatot nem tartalmaz, de jó kiindulópontot ad a modell lehetséges továbbfejlesztéseihez.
Jelölje B_0 a kezdeti, jelen időpontbeli jövedelmet, H_0 pedig az eladósodottság mértékét. Jelen időpontot, $t=0$-t tekintjük a diplomázásnak és egyben a hitel visszafizetés kezdetének. Legyen B_t és H_t a t időpontbeli jövedelem és adósság nagysága.
Talán a legfontosabb feladat a jövedelem változásának leírása, hiszen számos hatás befolyásolja, ilyen például a kor, tapasztalat, képzettség. Egy viszonylag egyszerű esetet tekintve a t időpontbeli jövedelem felírható a következő alakban:

$$B_t = B_0 e^{\mu t},$$

[3] *A számításhoz Excel Visual Basic-et használtam.*

ahol μ a jövedelem feltételezett növekedési üteme, konstans és tegyük fel, hogy $\mu > f$ a hitelező forrásköltsége.
Az adósságot a t-edik időpontban egy közönséges differenciálegyenlettel írhatjuk fel:

$$H_t' = rH_t - \alpha B_t ,$$

ahol α a törlesztési hányad, r pedig a hitelkamatláb, ami a hitelező forrásköltségéből és a hozamfelárból (kockázati kamatprémium) áll:

$$r = f + p .$$

Ez azt jelenti, hogy a jelenlegi tartozás az előző időszaki tartozás kamatlábbal megnövelt értéke mínusz a jelenlegi törlesztő részlet mértéke.
A fenti egyenlet diszkrét változatban:

$$H_{t+1} = (1+r)\,H_t - \alpha B_t .$$

A t-beli adósság és jövedelem jelenértéke r segítségével:

$$\overline{H}_t = e^{-rt} H_t ,\ \overline{B}_t = e^{-rt} B_t ,$$

valamint az adósság jelenértéke a $\overline{H}_t' = -\alpha\,\overline{B}_t$ dinamikát követi, így felhasználva, hogy $B_t = B_0 e^{\mu t}$ megkapjuk, hogy:

$$H_t = e^{rt} H_0 - \frac{\alpha B_0}{\mu - r} e^{rt} \left(e^{(\mu - r)t} - 1 \right) .$$

Az egyén akkor fizeti vissza teljes adósságát, ha $H_t = 0$. Legyen $t^* = \min(t : H_t = 0)$ az az időpont, mikor visszafizetik az összes adósságot. Valamint tegyük fel, hogy $\mu \neq r$.
Ekkor

$$t^* = \frac{1}{\mu - r} \ln\left[\frac{H_0}{\alpha B_0}(\mu - r) + 1 \right]$$,amiből következik, hogy $\frac{H_0}{\alpha B_0}(\mu - r) > -1$.

Általános esetben, mikor $\mu > r$, az egyenlőtlenség teljesül. Amennyiben nem teljesül, t^* nem lesz véges, így az adós soha nem lesz képes visszafizetni teljes adósságát. Abban az esetben, ha $\mu = r$ egyszerűbb képletet kapunk: $t^* = \frac{H_0}{\alpha B_0}$.

Az eladósodottságot vizsgálva nem sokat mond, ha csak a hiteltartozás (H_t) mértékét figyeljük *(Berlinger 2002)*. Annál többet, ha bevezetünk egy relatív eladósodottsági mutatót (R), mely az éppen aktuális éves egyéni jövedelem egy meghatározott (α) százaléka, vagyis az egyén hiteltartozását az adott évi törlesztő képességéhez viszonyítjuk. Az R mutató értéke a 0. időpontban:

$$R_0 = \frac{H_0}{\alpha B_0},$$

ami a fenti t^*-al egyezik meg, amennyiben $\mu = r$. A t-edik időpontban az R mutató:

$$R_t = \frac{H_t}{\alpha B_t}.$$

A mutató az évek során más-más értéket vesz fel. A számlálót a hitelkamatláb alakulása és a felvett hitel nagysága határozza meg, a nevezőt pedig a jövedelem és a törlesztési hányad. A mutató alapján meghatározható, hogy mely esetekben, milyen konkrét paraméterek mellett mennyi idő alatt és egyáltalán vissza lehet e fizetni a teljes adósságot.

Sztochasztikus modell (diszkrét idejű)

A sztochasztikus modell már kicsit bonyolultabb, mint az előbbi, ugyanakkor valóság közelibb, jobban alkalmazható *(Berlinger-Gerencsér 2006 alapján).* Egyrészt a modellbeli véletlen hatás forrása számos eredetű lehet, ilyen például az infláció miatti kamatlábváltozás, a jövedelemforrás sztochasztikussága és a kezdő jövedelmek is eltérőek, valamint fontos a korai kilépés veszélye (halálozás, rokkantság). Ebben a modellben a jövedelmet tekintjük az egyik véletlen forrásának. Vagyis azt a tényt, mely szerint néhány adós nem képes visszafizetni teljes adósságát alacsony kezdőjövedelme vagy csekély jövedelem növekedési üteme következtében. Ezen kívül számos más kockázati forrással is szembe kell néznie a hitelezőnek. Ebben a modellben így hozzáveszünk egy másik úgynevezett kilépési kockázatot is, melybe beletartozik a haláleset, végleges rokkantság, emigráció. Míg a haláleset és rokkantság százalékos arányát pontosan meg lehet határozni, addig a sokkal jelentősebb hatású eltűnését, végleges emigrációét csak becsülni tudjuk. Most ezt a közös kilépési kockázatot X_t -vel jelöljük.

Diszkrét időt feltételezünk, egy időszakot egy évnek tekintünk. Másrészt nem csak egyéni pályát, mint az előző modellben, hanem aggregált jövedelem és adósság pályát is vizsgálunk.

Elsőként tekintsük a sztochasztikus növekedési ütemű jövedelem alakulását. Tegyük fel, hogy a jövedelem az i -edik egyénre vonatkozóan felírható a következő alakban:

$$B_t^i := B_0^i e^{\mu t + \sum_{j=1}^{t} \varepsilon_j^i}, \text{ ahol } t = 0,1,...,N \text{ és } i = 1,\dots Q_0 = 1000 .$$

Itt μ a közös jövedelemnövekedési ütem és ε_j^i egy intervallumon vett valószínűségi eloszlásból származó független, azonos eloszlású valószínűségi változók sorozata.
Rekurzívan felírva a fenti, jövedelemre vonatkozó egyenletet:

$$B_t^i = B_{t-1}^i e^{\mu + \varepsilon_t^i},$$

azaz μ helyett a növekedési ütem a μ köré koncentrált véletlen folyamat.

Ez a modell egy diszkrét idejű geometriai Brown-mozgás. A geometriai Brown-mozgást Samuelson és Savage vezette be a részvényárfolyam leírására 1965-ben, hiszen a Bachelier által definiált Brown-mozgás tetszőlegesen nagy negatív értékeket is felvehet, míg a valóságban az ár nem és itt az árarányok lesznek függetlenek:

$$S_t = S_0 e^{\mu t - \frac{\sigma^2}{2} t + \sigma W_t},$$

ahol W_t egy standard Brown-mozgás.[4]

Az i-edik egyén t-beli adóssága:

$$H_t^i := \max\left(e^r H_{t-1}^i - \alpha B_t^i, 0\right).$$

Ezek után felírható minden egyén várható visszafizetési pénzáramlása minden jövedelempályára:

$$C_t^i = \min\left(e^r H_{t-1}^i, \alpha B_t^i\right) \cdot X_t,$$

ahol X_t a korábban említett kilépési kockázat. Ezt a kockázatot rekurzívan definiáljuk a következőképpen:

$$X_0 = 1,$$

$$X_t = X_t \cdot \operatorname{sgn}\left\{\left[\frac{1-d}{rnd}\right]\right\}, \text{ ha } t \geq 1,$$

ahol $[\ ]$ az egészrész függvényt jelöli, rnd pedig a $[0,1)$ közötti véletlen szám sorsolásának a parancsa a programban. Azaz minden évben minden egyénre megnézzük, hogy életben van, ha nincs, akkor $X_t = 0$, különben pedig $X_t = 1$. Itt d-vel jelöljük és konstans 1%-nak tekintjük annak a valószínűségét, hogy az adott egyén az adott évben meghal.

[4] *Dr Márkus László: Pénzügyi folyamatok matematikája jegyzet (http://www.math.elte.hu/probability/markus/FinancialProcesses.htm)*

Modellfeltevések

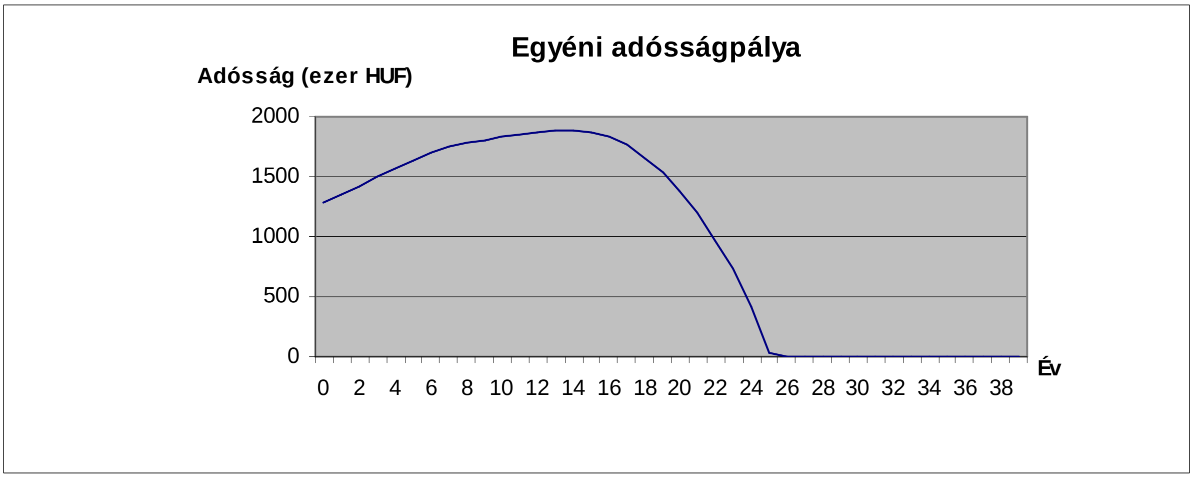
- a pénzáramlások év végén történnek, egy összegben
- a képzési idő alatt nincs jövedelem, diplomázást követően nincs hitelfelvétel
- diploma után azonnali a munkakezdés
- diplomázáskor minden hallgató 23 éves és 23+39=62 éves korában megy nyugdíjba
- minden hallgató kezdőjövedelme egy adott intervallumba esik véletlenszerűen és előre meghatározott
- mindenki egy adott intervallumban véletlenszerűen sorsolt mértékben adósodott el és ez előre meghatározott
- az éves bruttó jövedelem egy meghatározott százalékát rögtön a hiteltartozás törlesztésére fordítják minden év végén
- a jövőbeli jövedelmek nominál értékűek (adott időszaki pénzben kifejezett)
- a jövőbeli hiteltartozások nominál értékűek
- a nominális (inflációt tartalmazó) bruttó jövedelem növekedési üteme sztochasztikus
- a nominális hitelkamatláb állandó

A modellben az $\left[\ln 0,9;\ln 1,1\right]$ intervallumon egyenletes eloszlású valószínűségi változókat szimuláltam és használtam ε értékének az alapján, hogy feltételezés szerint a jövedelem növekedési üteme legfeljebb 10% -al tér el az átlagos értékétől *(Berlinger-Gerencsér 2006).* A hitelező szemszögéből ez az intervallum meghatározás szimmetrikussága miatt inkább pesszimista, hiszen a nominál bérek az évek során nagyobb valószínűséggel nőnek, mint csökkennek.

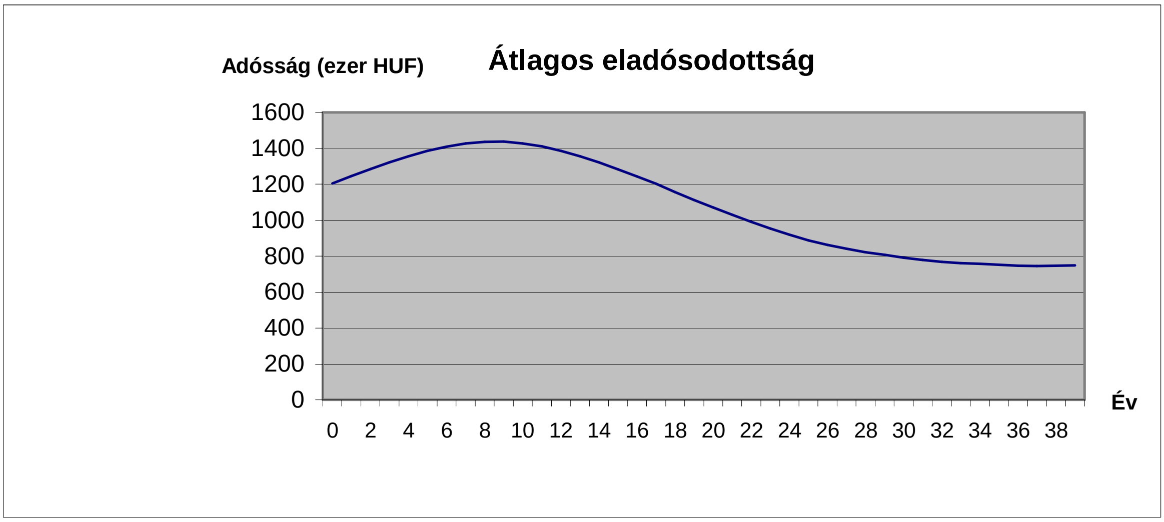
A konkrét modell input adatai

- $B_0 = 3000$ ezer Ft középértékű, lognormális eloszlást követő érték a pályakezdő bruttó éves jövedelme
- $H_0 = 5500$ ezer Ft középértékű, lognormális eloszlást követő érték az egyéni hiteltartozás a képzés végén
- $t = 0,1,\ldots,N$ év (diszkrét), diplomázást követően a nyugdíjig
- $N = 39$ a munkában eltöltött évek száma
- $i = 1,\ldots Q_0$ egyén
- $Q_0 = 5000$ a feltételezett egyének száma
- $\alpha = 6\%$ a törlesztési hányad
- $r = 9,5\%$ az éves hitelkamatláb
- $\mu = 8\%$ a jövedelem növekedési üteme, ami az 5%-os inflációból és a 3%-os valódi jövedelemnövekedési ütemből tevődik össze
- $d = 1\%$ annak a valószínűségét, hogy az adott egyén az adott évben meghal

Adósságpálya



3.1. ábra – Egyéni adósságpálya



3.2. ábra – Átlagos eladósodottság

Az egyéni adósságpályát tekintve *(3.1. ábra)* észrevehető, hogy eleinte fokozatosan növekszik az eladósodottság mértéke nominális értékén a rendszeres törlesztés ellenére, hiszen ekkor még a hiteltartozás az adott évi törlesztő képességhez viszonyítva igen magas, majd a 16. év körül , mikor eléri a maximumát, ez megváltozik és elkezd csökkenni. Az ábra szerint nagyjából a 26. évre az egyén visszafizeti teljes adósságát a modellben használt paraméterek mellett.

4 Kockázati felár beépítésének módszerei

Ahhoz, hogy a diákhitel-rendszer önfenntartóan működjön a veszteségeket a hitelközösségnek kell megfizetnie. A lehetséges kockázatok egyike a jövedelem kockázat, ami azt jelenti, hogy ha túl kevés az induló jövedelem vagy a jövedelem növekedési üteme nem megfelelő, akkor az egyén nem tudja visszafizetni tartozását nyugdíjig. Ezen kívül a korai kiszállás kockázata, vagyis haláleset, rokkantság, illetve beszedési kockázat. Így elkerülhetetlenül szükséges az önfenntartó működéshez, hogy az egyes említett kockázatok miatt nem fizető hiteladósok tartozását a többi adós fizesse meg, ezáltal ők az eredeti tartozásuk forrásköltséggel felkamatoztatott értékénél magasabb összeget fizetnek vissza. Ez az így kialakult kockázati felár többféleképpen is beépíthető a diákhitel-rendszerbe. Ennek módjait ismeretem a továbbiakban.

<u>A konkrét modell input adatai</u>

- $r = 1{,}1$ az éves hitelkamatláb
- $f = 1{,}07$ a forrásköltség
- $N = 29$ az évek száma
- $d = 0\%$ annak a valószínűségét, hogy az adott egyén az adott évben meghal (azaz itt most eltekintünk a kilépési kockázattól)

4.1 Kockázati prémium

Ebben az esetben a hiteltartozás kamatlábát úgy állapítják meg, hogy a forrásköltséghez hozzáadódik a kockázati prémium, mely a nemfizetés kockázatából adódik:

$$r = f + p$$

Így a tartozás értéke ezzel a hozammal kamatozódik. Amennyiben nagyobb a nemfizetés kockázata, a kockázati prémium értéke megnő és a hitel futamideje is kitolódik. A kockázati felár beépítésére a gyakorlatban leginkább ezt a módszert alkalmazzák, ahogy Magyarországon is *(Berlinger 2003).*

A modellből a következőképpen számítjuk ki a kockázati prémium értékét: először meghatározzuk minden évre minden egyén adósságát (H_t^i), majd kiszámítjuk minden egyén várható visszafizetési pénzáramlását (C_t^i) minden jövedelempályára.

$$H_t^i := \max\left(e^r H_{t-1}^i - \alpha B_t^i, 0\right),$$

$$C_t^i = \min\left(e^r H_{t-1}^i, \alpha B_t^i\right) \cdot X_t .$$

Ezek után kiszámoljuk a hitelező aggregált nyereségét/veszteségét *(Berlinger-Makara 2005)*:

$$\pi_i = \sum_{t=1}^{N} C_t^i f^{-t} - H_0^i \text{, ahonnan } \pi = \sum_{i=1}^{Q_0} \pi_i \text{ ,}$$

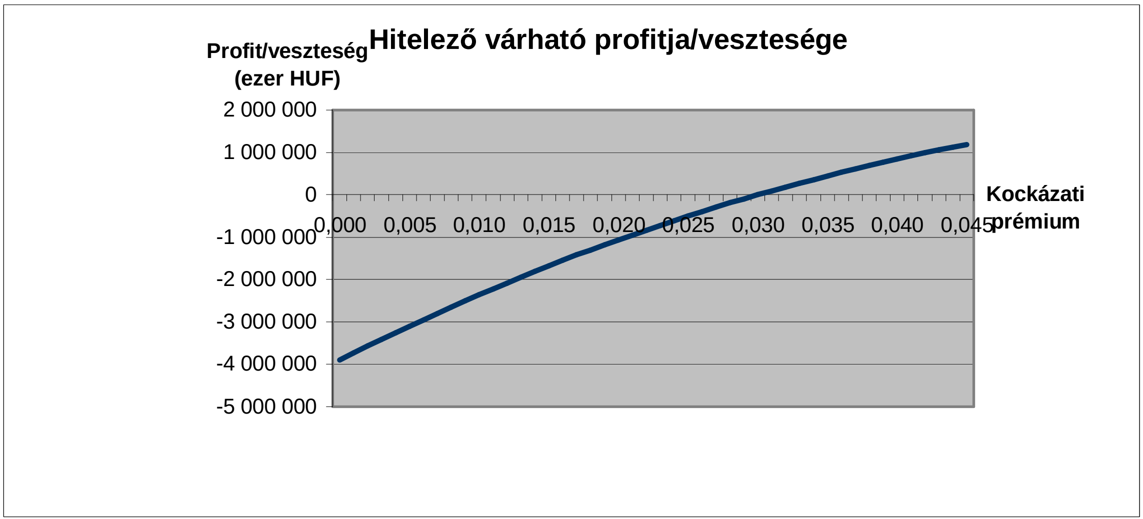
ahol Q_0 a hallgatók száma a $t = 0$ időpontban.

Az önfinanszírozó működés feltétele a zéró-profit elve, így a $\pi = 0$ egyenlettel kiszámítható a kockázati prémium.

<u>A számolás konkrét megvalósítása</u>

Célunk az p értékének meghatározása a fenti képletből oly módon, hogy az egyenletet 0-val tesszük egyenlővé, vagyis $\pi = 0$. p értékét úgy határozzuk meg, hogy egy intervallumot választunk és megadott lépésközzel minden értékre végigszámoljuk a várható profitot/veszteséget úgy, hogy elsőként meghatározzuk minden évre, minden egyénre a jövedelem és a hitel alakulását, majd a várható visszafizetési pénzáramlást. Ezek után megnézzük, hogy mely p értékénél lesz a hitelező várható profitja/vesztesége legközelebb a 0-hoz. Ez a p érték adja meg a kockázati prémiumot.

<u>Kockázati prémiumok</u>



4.1. ábra – Kockázati prémium

Az ábrán látható, hogy a hitelező várható profitja akkor lesz nulla, amikor a kockázati prémium körülbelül $0,03\%$. Amennyiben ennél kevesebb a kockázati felár, úgy a hitelező veszteséggel számolhat, míg nagyobb prémium esetén nyereséggel, azonban ezekben az esetekben nem valósul meg az önfenntartó működés.

4.2 Hitelszorzó

A gyakorlatban szintén alkalmazott adósságszorzó lényege, hogy a hitel a forrásköltséggel kamatozódik, de a tartozás nagyságát t_0-ban egy meghatározott 1-nél nagyobb számmal szorozzák *(Berlinger 2003)*:

$$H_0^i \to H_0^i \cdot M \text{ , ahol } M > 1$$

Így az adósoknak ezt a megnövelt értéket kell kamatostul visszafizetniük, míg ez teljesen el nem fogy.

A számolás során a képletek a következőképpen módosulnak. Az i-edik egyén t-beli adóssága:

$$H_t^i := \max\left(e^f H_{t-1}^i - \alpha B_t^i, 0\right).$$

Itt a H_{t-1}^t már tartalmazza az adósságszorzót, vagyis a módosított H_0^i-vel számolunk.
Ezt követően minden egyén várható visszafizetési pénzáramlása minden jövedelempályára:

$$C_t^{i\prime} = \min\left(e^f H_{t-1}^{i\ \prime}, \alpha B_t^i\right) \cdot X_t .$$

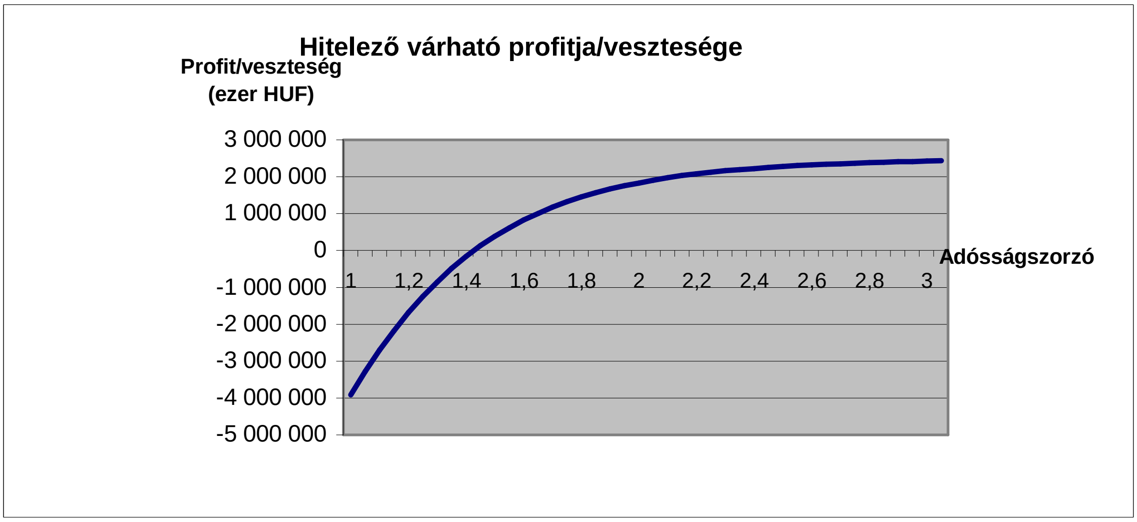
Majd végül a hitelező aggregált nyeresége/vesztesége:

$$\pi_i = \sum_{t=1}^{N} C_t^i f^{-t} - H_0^i \text{, ahonnan } \pi = \sum_{i=1}^{Q_0} \pi_i ,$$

ahol H_0 már nem a módosított, adósságszorzóval növelt értéket jelöli, hiszen kezdetben a tényleges hitel összegét kapják az egyének, csak a törlesztés során fizetik a megnövelt adóságot.

<u>A számolás konkrét megvalósítása</u>

Az adósságszorzó megállapításakor adott f értéke, a kérdés a módosult visszafizetési pénzáramlás, amelybe a kezdetben megnövelt hitel értékén keresztül épül be az adósságszorzó. Így először szimuláljuk a kezdetbeli H_0 értékét, majd tekintünk egy intervallumot, amelyben adott lépésközzel egynél nagyobb számokkal szorozzuk a kezdeti H_0-t. Ezek után kiszámoljuk minden módosított H_0 értékre a t-edik időpontbeli hitelt (H_t^i), majd a várható visszafizetési pénzáramlást (C_t^i) és a hitelező várható nyereségének/veszteségének értékét (π). Végül megnézzük, hogy mely esetben lesz ez az érték a legközelebb a 0-hoz. Az így kapott szám adja az adósságszorzót.



4.2. ábra - Hitelszorzó

Az eredmény alapján látható, hogy M értéke $1,4$ körüli, tehát ennyi lesz az adósságszorzó, így ennyivel kell megnövelni a kezdetben felvett hitel összegét, ennyivel többet kell visszafizetniük az adósoknak, hogy teljesüljön az önfenntartó működés. Ez nagyságrendileg azt jelenti, hogy ha kezdetben valaki 1 millió forint összegű hitellel tartozik, akkor $1,4$ millió forintot kell visszafizetnie a törlesztés során, hiszen tőketartozása ennyivel növekedett az adósságszorzó következtében.

4.3 Extra törlesztési hányad

Másképp jövedelemfüggő biztosítási díjnak is nevezik. A módszer úgy ad megoldást a kockázati felár beépítésére, hogy a hitel csak a forrásköltséggel kamatozódik, ugyanakkor a törlesztési hányadot egy adott százalékkal megnövelik:

$$\alpha \rightarrow \alpha + \delta$$

Ez a mérték az úgynevezett biztosítási díj, mely egy kockázati alapba kerül, és ez fedezi majd a nemfizetési veszteséget. Ezzel az extra törlesztési hányaddal azonban így az adósság nem csökken *(Berlinger 2003)*.

A fenti képletek most is módosulnak. Ugyan az adósság képletében is szerepel az α, hiszen a jövedelem ezen arányában fizetik vissza adósságukat az egyének, nem adódik hozzá a fent definiált extra törlesztési hányad, mivel ezzel a mértékkel nem a tőketartozás csökken, hanem egy alapba kerül, melyet a hitelező a nemfizetők tartozására fordít. Az i-edik egyén t-beli adóssága:

$$H_t^i := \max\left(e^f H_{t-1}^i - \alpha B_t^i, 0\right).$$

Elsőként a várható visszafizetési pénzáramlás módosul:

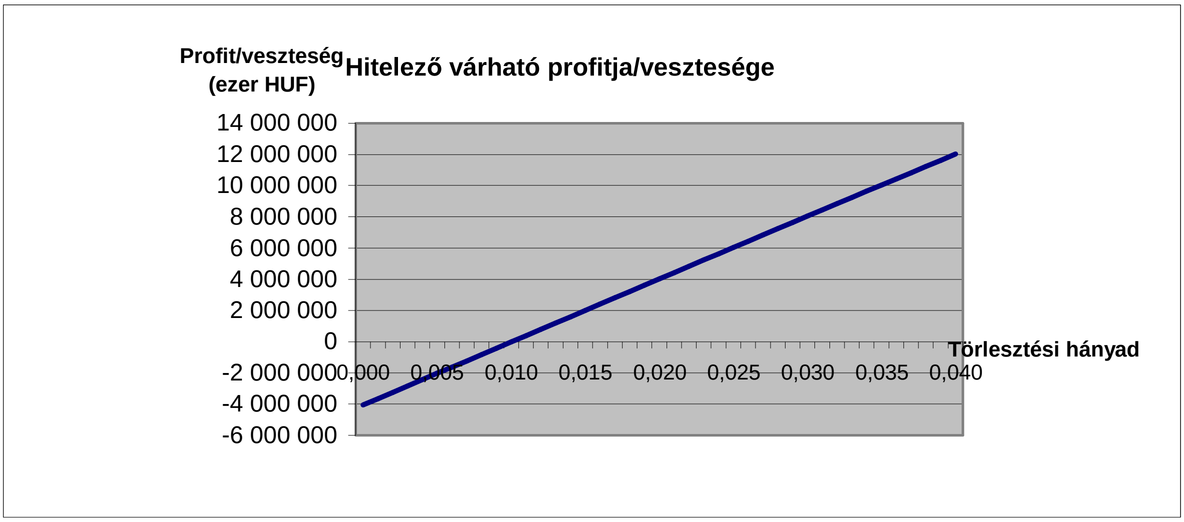
$$C_t^i = \min\left(e^f H_{t-1}^i, (\alpha + \delta) B_t^i\right) \cdot X_t,$$

majd a hitelező aggregált nyeresége/vesztesége:

$$\pi_i = \sum_{t=1}^{N} C_t^i f^{-t} - H_0^i \text{, ahonnan } \pi = \sum_{i=1}^{Q_0} \pi_i .$$

<u>A számolás konkrét megvalósítása</u>

A számítás menete most is, mint a fenti két esetben hasonlóan történik. Itt egy adott számot adunk az eredeti törlesztési hányadhoz (α). Először tekintünk egy előre meghatározott lépésközzel vett intervallumot, ami azt a számot tartalmazza, amellyel α értékét növeljük. Ezek után minden ilyen értékre kiszámítjuk a hitelező várható nyereségét/veszteségét (π) úgy, hogy a módosított α-val meghatározzuk minden egyén t időpontbeli hitelét (H_t^i) és a várható visszafizetési pénzáramlást (C_t^i). Ekkor megnézzük, hogy mely érték esetén lesz π legközelebb a 0-hoz. Az így kapott szám lesz a δ értéke.



4.3. ábra – Extra törlesztési hányad

Az eredmény táblázata alapján látható, hogy a δ extra törlesztési hányad értéke $0{,}01\%$ körüli lesz. Tehát ezt a részt fordítják a nemfizető adósok által okozott veszteségek fedezésére.

4.4 Túlfizettetés

Ennek a módszernek a lényege, hogy a kezdetekben felvett hitel összege csak a forrásköltséggel kamatozódik, viszont a visszafizetés nem addig tart, mint az eddigi esetekben, hanem a teljes tartozás visszafizetése után még egy előre meghatározott évig (ν) továbbra is fizetni kell a jövedelem egy adott százalékát. A gyakorlatban nem alkalmazzák ezt a módszert, inkább csak elméleti jellegű *(Berlinger 2003)*.

Ebben az esetben a számítás lényegi része, hogy megkeressük azt az évet, mikor az i-edik egyén tartozása elfogy. Ezt jelöljük $H_{t^*}^i$-vel. Ekkor $H_{t^*}^i = 0$. Így a várható pénzáramlás képlete a következőképp módosul:

$$C_t^i = \min\left(e^f H_{t-1}^i, \alpha B_t^i\right) \cdot X_t \text{, ha } t \le t^*$$

$$C_t^i = \alpha B_t^i \text{, ha } t^* < t \le t^* + \nu$$

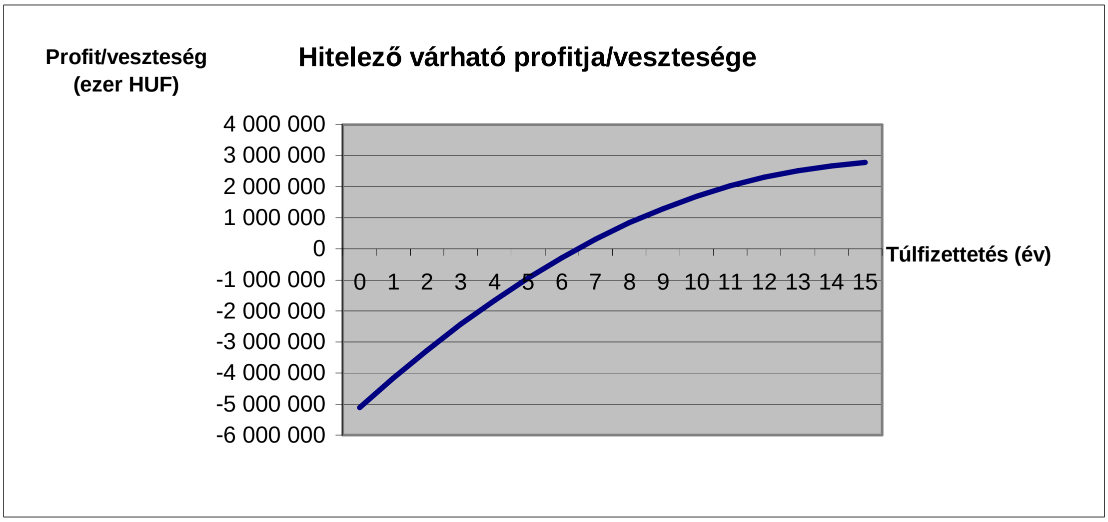
$$C_t^i = 0 \text{, ha } t > t^* + \nu \text{.}$$

Majd végül ez alapján számítjuk a hitelező aggregált nyereségét/veszteségét a szokásos módon:

$$\pi_i = \sum_{t=1}^{N} C_t^i f^{-t} - H_0^i \text{, ahonnan } \pi = \sum_{i=1}^{Q_0} \pi_i \text{ .}$$

<u>A számolás konkrét megvalósítása</u>

A keresett túlfizettetés, a v év megállapításához először minden adós esetére kiszámoljuk a várható pénzáramlást ($C_t^i = \min\left(e^r H_{t-1}^i, \alpha B_t^i\right) \cdot X_t$), majd egyénenként megvizsgáljuk, mikor lesz a tartozásuk először 0. Itt a nehézséget az okozza, hogy külön meg kell vizsgálni, miért lett 0, azért mert ténylegesen visszafizette az egyén, vagy pedig azért, mert abban az évben lett az X_t függvény 0. Amennyiben az előbbi, akkor a várható pénzáramlást, ennél az adósnál a $C_t^i = \alpha B_t^i$ képlettel határozzuk meg egy adott évig. Végül, mikor minden egyénre kiszámoltuk a várható pénzáramlást, meghatározzuk a hitelezőnek a megadott évhez tartozó aggregált nyereségét/veszteségét. Ezt az eljárást különböző évekre megismételjük, jelen esetben 1-től 15-ig. Ezek alapján látható, hogy mely évnél lesz a nyereség/veszteség legközelebb a 0-hoz. Ez az év (v) adja a túlfizettetés mértékét.



4.4. ábra - Túlfizettetés

A cél most is a zéró-profit elérése. A táblázat alapján a legkisebb pozitív profit 6 év túlfizettetésnél érhető el, így a keresett szám 6 év lesz, tehát $\nu = 6$.

5 A négy módszer összehasonlítása

Ebben a fejezetben a fent bemutatott négy kockázati felár beépítésére alkalmazott módszert hasonlítom össze több szempont alapján. Szakdolgozatom fő témája ennek a négy különböző módszernek bemutatása, elemzése és vizsgálata, illetve a kapott eredmények alapján következtetések levonása, melyek esetlegesen a jövőben hozzásegíthetnek a diákhitel-rendszer továbbfejlesztéséhez.

Elsőként az előző fejezetben leírtak alapján kiszámítottam az adott hitelközösségre, adott paraméterek mellett a kockázati prémium, a hitelszorzó, az extra törlesztési hányad és a túlfizettetés értékét. Ezek után mind a négy esetben ábrázoltam a hitelező várható nettó profitját, illetve veszteségét kezdőjövedelem kategóriák szerint. Ezt az ábrát másképp is el lehet készíteni, nem muszáj jövedelem kategóriák függvényében, lehet például kor, vagy más bemenő paraméter szerint. Erre, azért is van többek között szükség, mert ennek alapján tudjuk vizsgálni az újraelosztás szerkezetét együttesen a négy módszernél, hiszen mind a négy esetben más-más mértékű eredményeket kapunk, melyek önmagukban nem összehasonlíthatóak. Ez azt jelenti, hogy pusztán az alapján, hogy meghatározzuk például a kockázati prémium értékét a zéró-profit elv mellett és a túlfizettetést, szintén ezen elv mellett, abból nem lehetséges megállapítani, hogy melyik módszer a jobb, vagy hasznosabb, esetleg kifizetődőbb, hiszen a kockázati prémiumot százalékos értéken kapjuk meg, míg a túlfizettetés mértékét évek számában. Tehát szükség van egy úgynevezett közös nevezőre, mely alapján a négy módszer összehasonlítható és különböző szempontok szerint vizsgálható, hogy melyik módszer miért előnyösebb a többihez képest. Ez az ábrázolás torzíthat egy kicsit abból a szempontból, hogy az adott jövedelem kategóriába tartozó egyéneknél az átlagos általuk várt nettó profit/veszteség szerepel, így nem veszi figyelembe a súlyozást, vagyis azt, hogy egy jövedelem kategóriába hány adós tartozik.

A következő számolások során a kilépési kockázattól eltekintünk, csak azt nézzük, hogy jelen pillanatban minden egyénre a továbbiakban mi lesz várható.

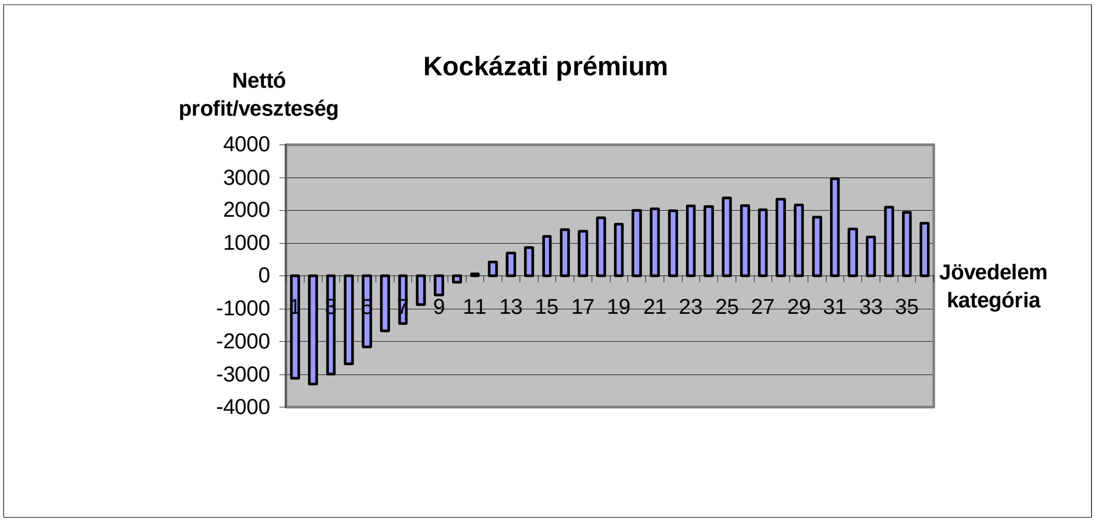
Kockázati prémium

A modellben elsőként a lehetséges kezdő jövedelmeket 40 kategóriába osztottam. A pályakezdő bruttó éves jövedelmeket itt is ugyan úgy szimuláltam, mint a korábbi modellekben. Ezek után az előző fejezet alapján kiszámított kockázati prémium értéket tekintettem ($p = 0,03\%$) és ezzel számoltam végig minden egyes egyénre a hitelező várható profitját/veszteségét:

$$\pi_i = \sum_{t=1}^{N} C_t^i f^{-t} - H_0^i ,$$

$$\text{ahol } C_t^i = \min\left(e^r H_{t-1}^i, \alpha B_t^i\right) \cdot X_t \text{ és } r = f + p .$$

Elsőként a lehetséges kezdő jövedelmeket növekvő sorrendbe állítottam, majd egyesével haladva a jövedelem kategóriákon az adott jövedelem kategóriákba eső egyének esetében várható profitot/veszteséget átlagoltam, így ehhez az átlag értékhez tartozó profit/veszteség került abba az intervallumba.



5.1. ábra – Újraelosztás szerkezet (kockázati prémium)

Ez az ábra azt mutatja meg, hogy jelenleg melyik kezdő jövedelem kategóriába tartozó egyén várhatóan hogy tudja visszafizetni adósságát, vagyis az adott kezdő jövedelembe tartozó adós esetén mennyi lesz a hitelező várható profitja vagy vesztesége.

Látható, hogy az első 10 kategóriába tartozó kezdő jövedelműek a képzés végéig sem képesek visszafizetni teljes adósságukat, ők az úgynevezett „rossz” adósok, rajtuk veszít a hitelező. A többi kategóriába tartozó egyének azonban már az adósságukon felüli összeget fizetnek vissza, a kockázati prémium beépítésének hatására, így itt a hitelező profitra tesz szert, amivel kiegyenlíti a vissza nem fizetett hitelek általi veszteséget.

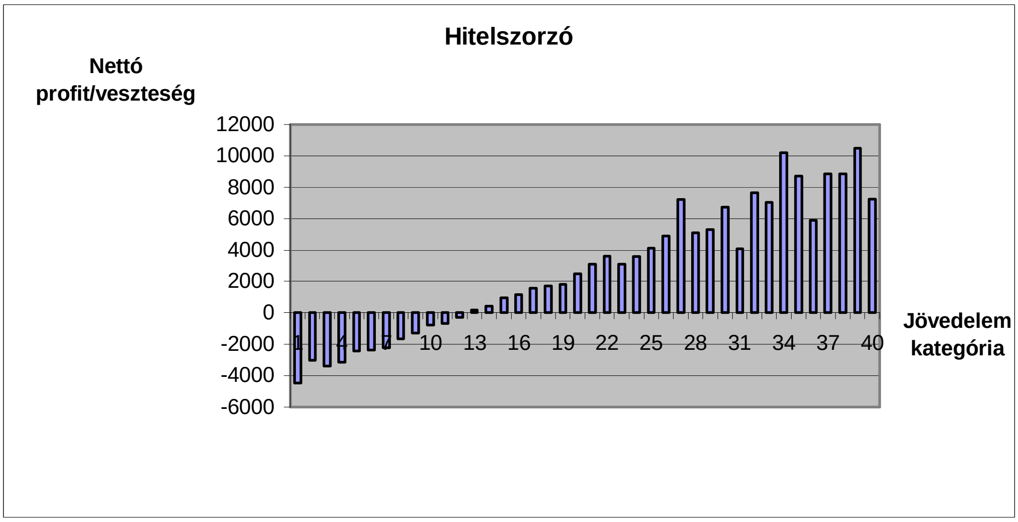
Hitelszorzó

Ebben az esetben is a fentiekhez hasonló módon történik a számolás, csak itt most a hitelező várható profitját/veszteségét a korábban kiszámított adósságszorzó értékét ($M = 1,4$) beleépítve határozzuk meg:

$$\pi_i = \sum_{t=1}^{N} C_t^i f^{-t} - H_0^i ,$$

ahol $H_0^i \cdot M \rightarrow H_t^i \rightarrow C_t^i$,

tehát az adósságszorzó a kezdő hiteltartozásba, azon keresztül a további hiteltartozásokba, majd a pénzáramlásba épül be, így módosítva a hitelező várható profitját/veszteségét adó képletbe. Ugyanakkor nagyon fontos, hogy a konkrét képletben szereplő H_0^i már nem szorzódik az M -mel, hiszen az az eredeti hiteltartozást mutatja.



5.2. ábra - Újraelosztás szerkezet (Hitelszorzó)

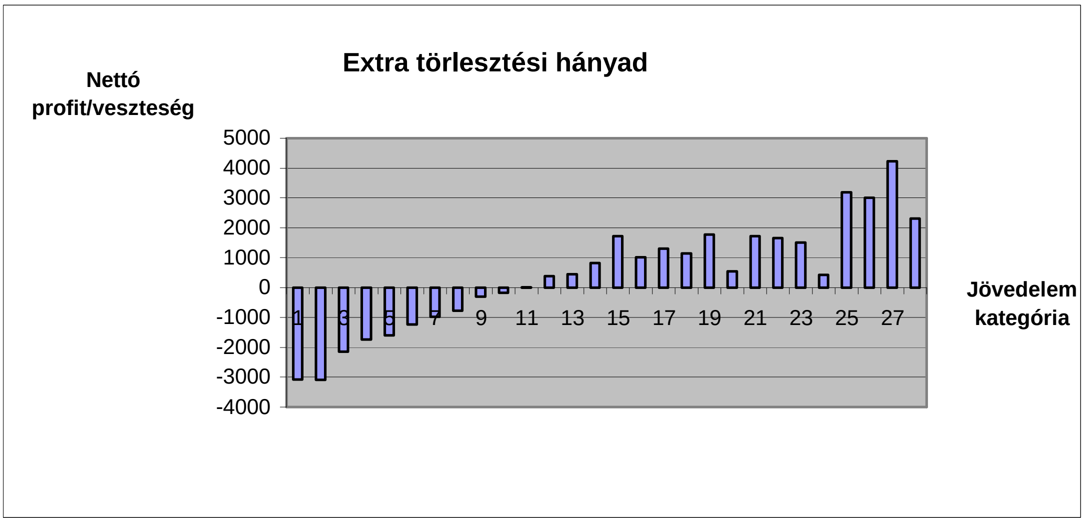
Az ábrán jól látható, hogy hasonlóan a kockázati prémiumhoz az alacsonyabb kezdő jövedelembe tartozó adósok a veszteségesek, de ebben az esetben ez a 12. kategóriáig tart, majd a 12. és 13. kategória között nagyjából a tartozásuknak megfelelő összeget fizetik vissza az egyének. Végül a 13. kategória utáni kezdő jövedelműeken már nyereséget könyvelhet el a hitelező, ezzel kiegyenlítve azoknak az adósoknak a tartozását, akik nyugdíjig nem tudták visszafizetni felvett hitelüket.

Extra törlesztési hányad

Az extra törlesztési hányad esetében a hitelező várható profitját/veszteségét a következőképp számoltam ki a korábban a modellből meghatározott extra hányad ($\delta = 0{,}01\%$) segítségével:

$$\pi_i = \sum_{t=1}^{N} C_t^i f^{-t} - H_0^i ,$$

$$\text{ahol } C_t^i = \min\left(e^f H_{t-1}^i, \left(\alpha + \delta\right) B_t^i\right) \cdot X_t .$$



5.3. ábra - Újraelosztás szerkezet (extra törlesztési hányad)

Itt azt láthatjuk, hogy a 10. kezdő jövedelem kategóriáig a hitelező várhatóan veszteségre tesz szert, majd a többi esetben már az egyének az adósságuknál többet fizetnek vissza, tehát ezen jövedelem kategóriákba tartozó adósok mellett a hitelező nyereséges.

Túlfizettetés

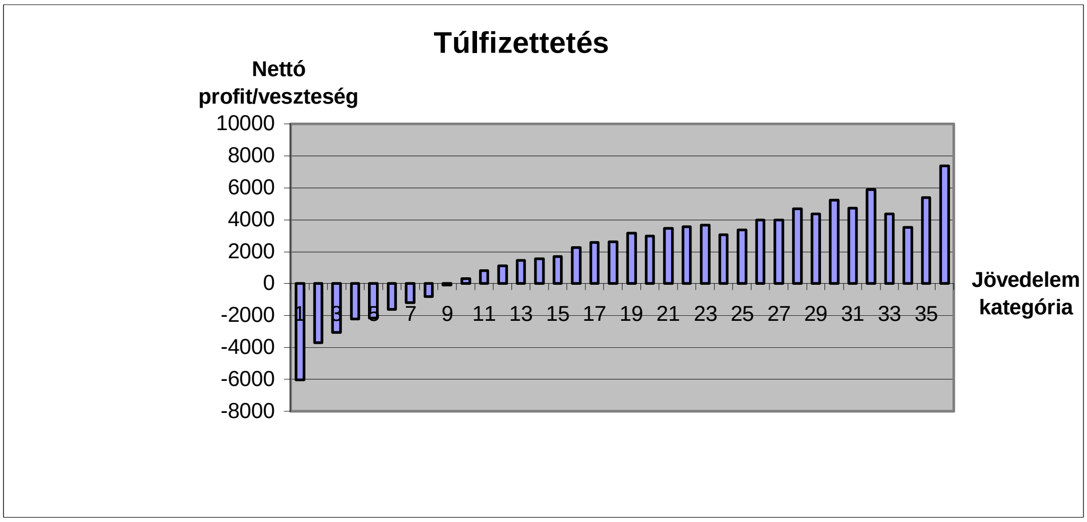
A túlfizettetés értékének korábbi modellbeli meghatározása ($\nu = 6$) esetén a várható nyereség/veszteség a hitelező szempontjából:

$$\pi_i = \sum_{t=1}^{N} C_t^i f^{-t} - H_0^i ,$$

$$\text{ahol } C_t^i = \min\left(e^f H_{t-1}^i, \alpha B_t^i\right) \cdot X_t \text{, ha } t \le t^*$$

$$C_t^i = \alpha B_t^i \text{, ha } t^* < t \le t^* + \nu$$

$$C_t^i = 0 \text{, ha } t > t^* + \nu .$$



5.4. ábra - Újraelosztás szerkezet (túlfizettetés)

Ezen az ábrán azt láthatjuk, hogy az első 9 kategóriába tartozó kezdő jövedelműek veszteséget, míg a többi egyén nyereséget hoz a hitelezőnek a $t = 0$ időpontban.

Az *5.1-5.4.* ábrákon látható oszlopoknak összességében 0-át kell adnia, hiszen akkor teljesül a zéró-profit elv, vagyis az, hogy a hitelezőnek végül összesen sem profitja, sem vesztesége nem származik a hitelnyújtásból. Amennyiben az *5.1-5.4.* ábra valamelyikén nem 0-át adnak az oszlopok összességében, az abból a torzításból fakadhat, hogy az egy adott kezdő jövedelem kategóriába tartozó adósoknál ezeken az ábrákon nem vettem figyelembe a súlyukat, vagyis minden kategóriába az abba tartozók átlagos várható profit, illetve veszteség értéke került.

6 A keresztfinanszírozás szerkezete

Sok más országban is alkalmaznak jövedelemfüggő törlesztésen alapuló diákhitel-rendszert, ilyen például Új-Zéland, ahol ez 1992 óta működik, Ausztrália, Svédország, Nagy Britannia. Ennek ellenére egyik országban sem olyan módon, mint Magyarországon, ahol az önfenntartó működést veszik alapul, a nemfizetők veszteségét állami finanszírozásból fedezik. Hasonló rendszer működött néhány évig az 1970-es évektől a Yale egyetemen, ahol a tanulók felvett hitelüket a diplomázást követően elkezdték visszafizetni jövedelem arányosan, azonban aki visszafizette teljes tartozását továbbra is fizetnie kellett addig, míg minden adós nem törlesztette felvett hitelét, illetve legkésőbb 35 év után elengedték a tartozásokat. Ez a rendszer hatalmas kontraszelekcióhoz vezetett, aránytalanul többet fizettek vissza (akár tartozásuk többszörösét) a magasabb jövedelműek, míg az alacsony jövedelemmel rendelkezők sokkal kevesebbet. Így hamarosan beszűntették a rendszert. *(Elena Del Rey, María Racionero 2010)*

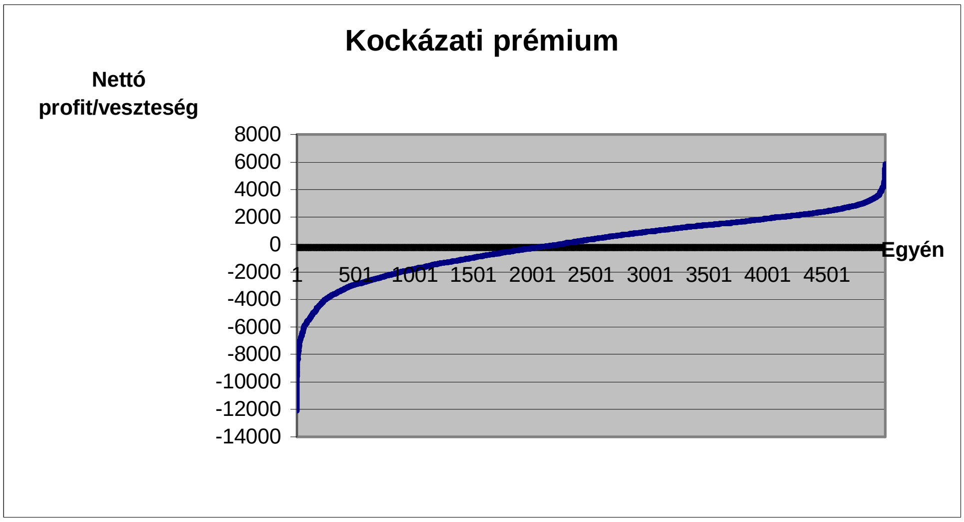
A magyarországi diákhitel-rendszerben a hitel nincs feltételhez kötve, nincsen hitelelbírálás. Az egyedüli korlát a hitelfelvevő életkorának maximalizálása. Ennek következtében az önfenntartó működés miatt nagy lehet a keresztfinanszírozás hatása. Ez lényegében azt jelenti, hogy egy úgynevezett kontraszelekció léphet fel. A kontraszelekció akkor alakul ki *(Berlinger 2003),* ha a kockázatos adósokat a kevésbé kockázatosok finanszírozzák, a keresztfinanszírozás magas a kockázati közösségben, valamint a hitelfelvevők el tudják dönteni, hogy saját érdekükben kilépnek a rendszerből és ezt meg is tehetik. A túlzott keresztfinanszírozás elkerülésére megoldás lehet a diákhitel-rendszer kötelezővé tétele. *(lásd bővebben: Elena Del Rey, María Racionero 2010)*

Ebben a fejezetben a fenti számítások alapján vizsgálom a keresztfinanszírozás belső szerkezetét, hogyan függ a kockázati felár beépítésének különböző technikáitól, valamint hogy mely esetben működhet minél stabilabban a rendszer. Az előző fejezetben az egyének várható nettó profitját/veszteségét kezdő jövedelem kategóriák szerint ábrázoltam. Itt azonban, hogy a korábbiakban említett torzítást kiküszöböljem, a hitelező nettó profitját/veszteségét úgy ábrázoltam, hogy a jövedelem kategóriák helyett az összes egyént tekintettem és a hozzájuk tartozó nettó profit/veszteség szerint növekvő sorba rendeztem.

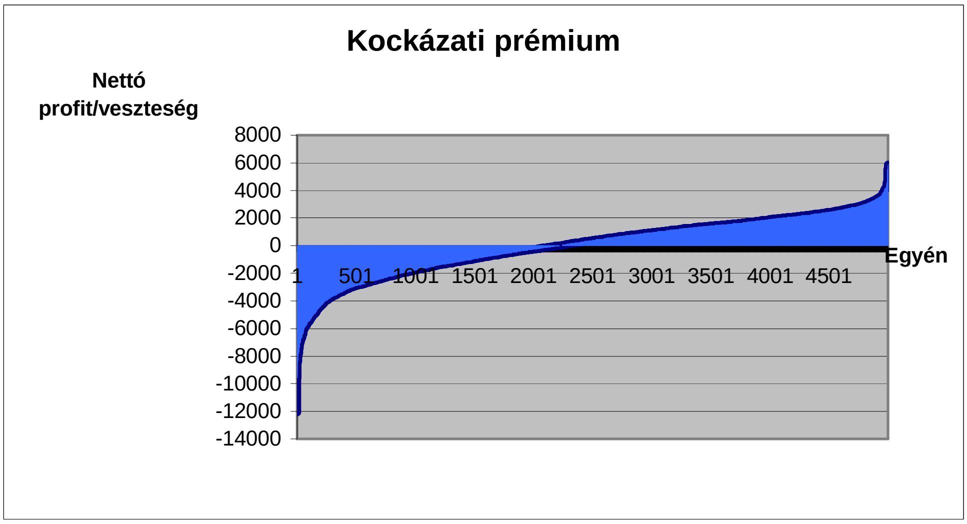
Keresztfinanszírozás

Önfenntartó rendszerben akkor beszélünk keresztfinanszírozásról, ha van olyan egyéni hitel, amely esetében a forrásköltséggel számított nettó jelenérték nem nulla. *(Berlinger 2003)*

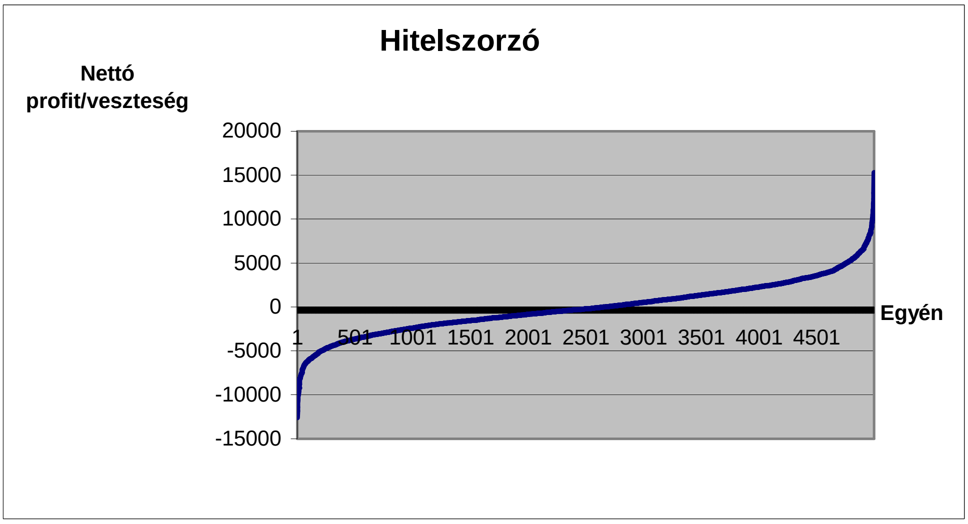
A következő ábrák szemléltetik az egyes módszerek esetében a keresztfinanszírozás belső szerkezetét.



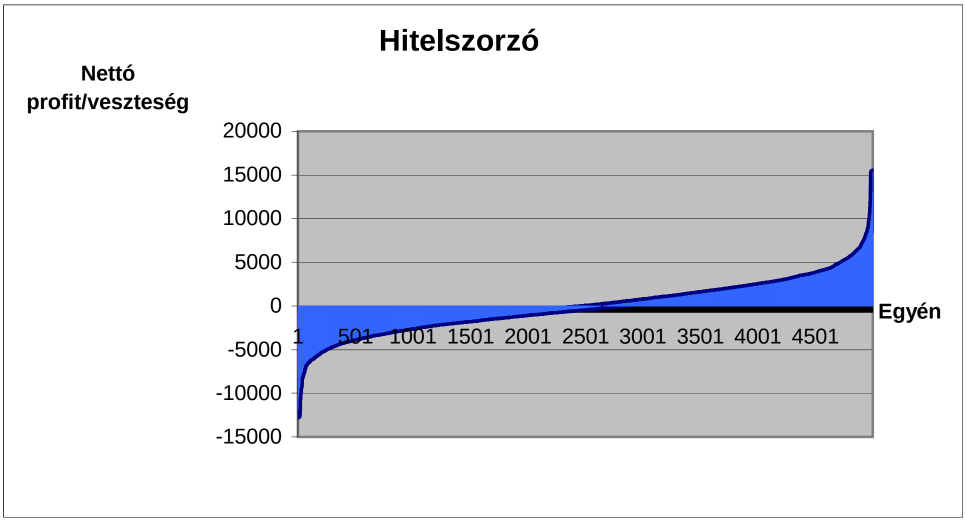
6.1. ábra



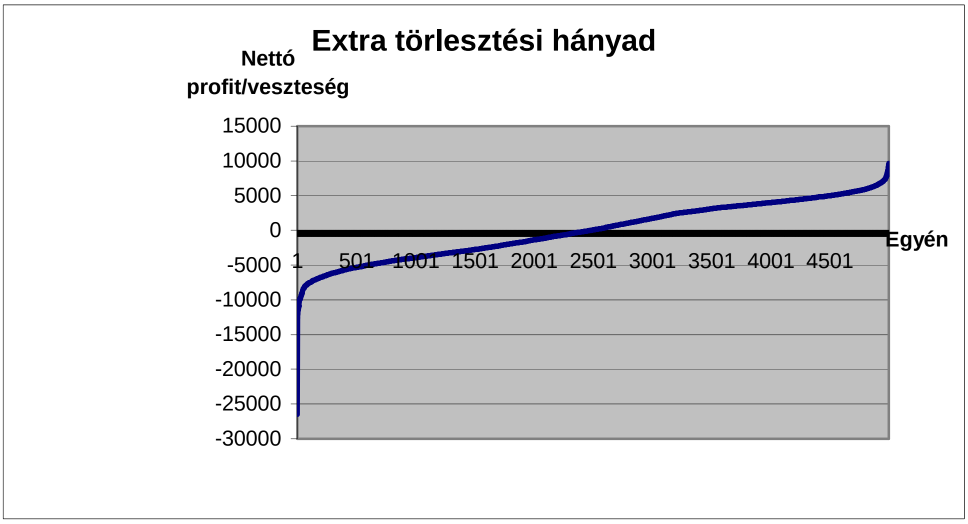
6.2. ábra



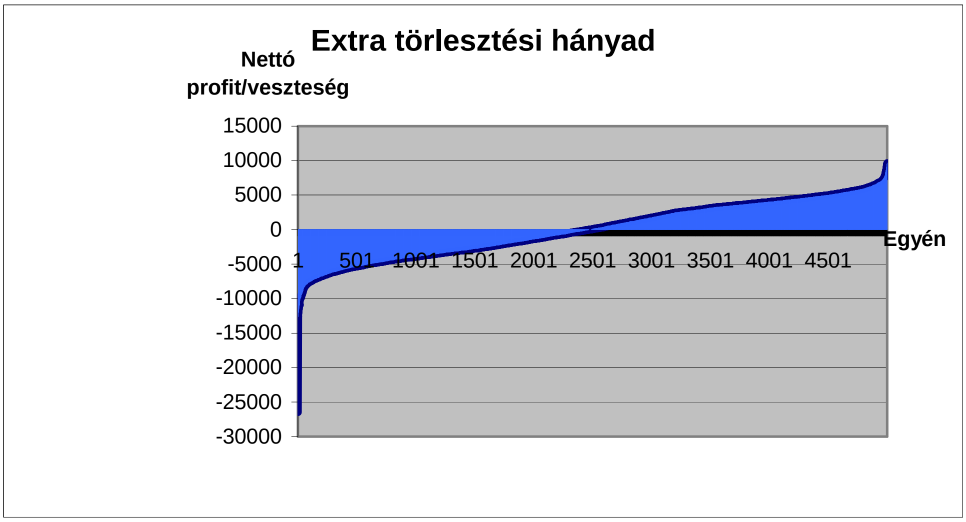
6.3. ábra



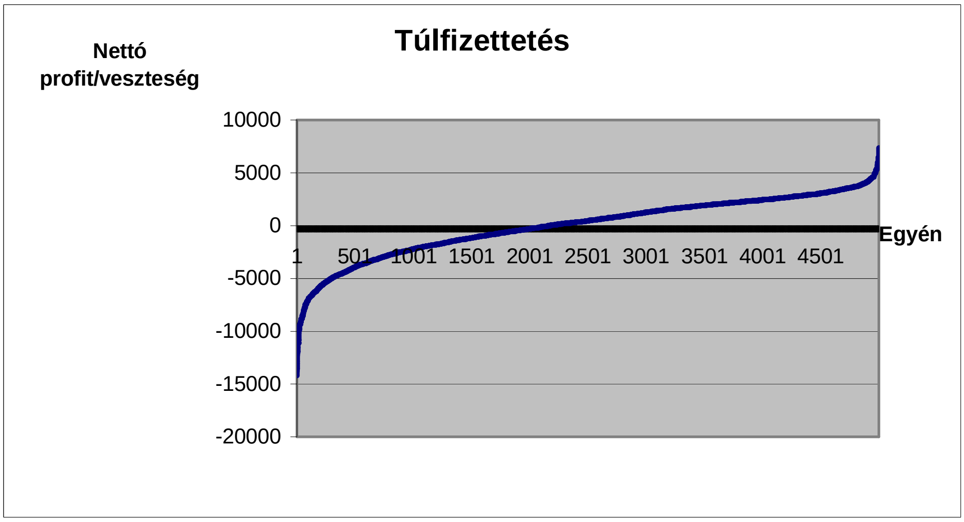
6.4. ábra



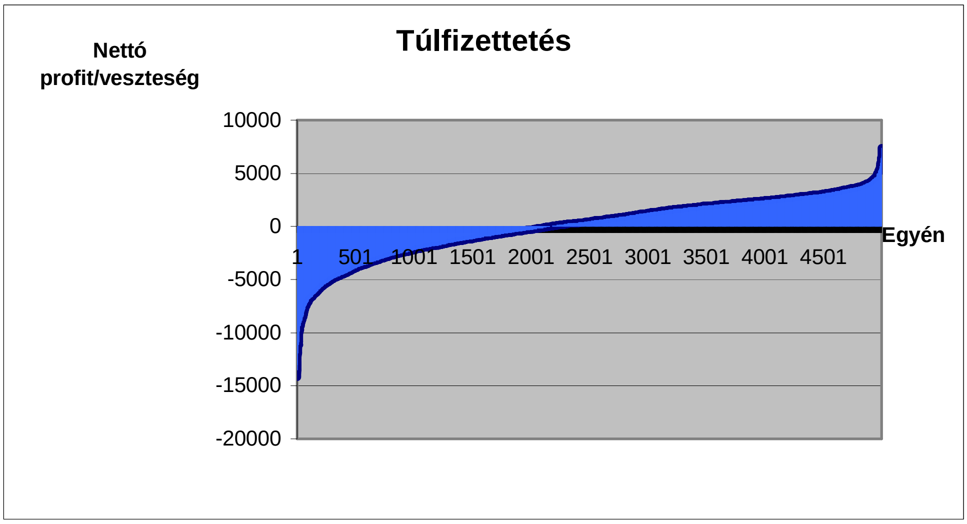
6.5. ábra



6.6. ábra



6.7. ábra



6.8. ábra

A négy ábrát összehasonlítva láthatjuk, hogy minden esetben egy kicsit más lesz a keresztfinanszírozás belső szerkezete. Az újraelosztás terjedelme az extra törlesztési hányad esetén a legnagyobb, míg a kockázati prémium esetén a legkisebb. A veszteseket tekintve a kockázati prémiumnál és a túlfizettetésnél ugyan azok, de a kockázati prémiumnál a teherviselés kiegyenlítettebb. Így stabilitási szempontból a kockázati prémium tűnik a legjobbnak, hiszen itt a nemfizetők veszteségét közel azonosan finanszírozzák a közepes jövedelműek például a hitelszorzóval szemben, hiszen ott ezt a veszteséget főként a magas jövedelműek fizetik, ami csökkenti a stabilitást, hiszen megjelenhet a rendszerből való kiszállásuk kockázata.

Ahhoz, hogy eldönthessük melyik módszert érdemes a négy közül a gyakorlatban is használni, sok szempontot figyelembe kell venni. Ilyen például, hogy kommunikációs szempontból melyik bizonyul a legalkalmasabbnak a hitelfelvevők szemszögéből. Ez alatt azt értem, hogy abban az esetben, amikor a potenciális adós tudomásul veszi, hogy valamilyen formában kockázati felárat kell fizetnie, melyik esetben hangzik számára igazságosabbnak. Akkor, ha a hitelkamatláb $0,03\%$-kal megnövekedett értékével kell számolnia (kockázati prémium), a kezdetben felvett hitel helyett annak $1,4$-szeresét kell visszafizetnie (hitelszorzó), a jövedelmének $\alpha = 6\%$-a helyett $+0,01\%$ -át kell törlesztenie (extra törlesztési hányad), vagy miután teljes adósságát rendezte, azon túl még 6 évig kell folytatnia a hitel fizetését (túlfizettetés). Ezen kívül természetesen más szempontokat is figyelembe kell venni, például a rendszer stabilitását. A keresztfinanszírozás szerkezetét tekintve, abban az esetben, ha a túl magas kezdőjövedelműekre hárul a teljes teher, hogy kiegyenlítsék a kockázatos ügyfelek általi veszteséget, akkor számolni kell a korai kilépés kockázatával és ennek következtében a rendszer instabillá válásával. Ugyanakkor, ha a teherviselés kiegyenlítettebb és a közepes kezdő jövedelem kategóriákba tartozó adósok egyenletesen viselik a kilépők kockázatát, akkor ez a veszély nem, vagy kevésbé fenyegető, a rendszer stabil működése fenntarthatóbbá válik. Összességében a négy módszer közül egyértelműen, minden szempont alapján nem kerülhet ki egy optimális technika a kockázati felár beépítésére.

7 Összefoglalás

Szakdolgozatomban igyekeztem a jövedelemfüggő törlesztésen alapuló diákhitel-rendszert minél valósághűbben bemutatni a mikroszimulációs módszer használatával, segítségével létrehozni egy fiktív, ugyanakkor valószerű hitelközösséget. Nyilvánvalóan a dolgozatban figyelembe vett paramétereken és sztochasztikus hatásokon kívül számos más szempontot is tartalmazó modellt lehetett volna felépíteni, de úgy gondolom, a fent használt legfontosabbakon kívül a modell lényeges bonyolítása nem eredményezett volna annyival pontosabb értékeket. Ugyanakkor további finomításokra mindig van lehetőség, sok szempont alapján továbbfejleszthető a dolgozatban felépített modell. Ilyen lehet például további sztochasztikus változók használata a jövedelem növekedési üteme és a kilépési kockázat mellett. Szakdolgozatomban így nem vettem figyelembe többek között a beszedési kockázatott, illetve az ellenmotivációs kockázatot.

A dolgozat fő célja volt egy érthetetlenül kevéssé kutatott területben való elmélyedés, a jövedelemfüggő törlesztésen alapuló diákhitel-rendszer keresztfinanszírozási szerkezetének mélyebb megismerése. Azt szerettem volna megmutatni, hogy a kockázati felár beépítésének négy különböző technikája miben más, milyen jelentősége van annak, ha az egyiket vagy másikat alkalmazzák a gyakorlatban. Mind a négy módszer alkalmazásával elérhető a zéró-profit elv fenntartása, ugyanakkor sok szempontból nagyon különböző a kialakuló keresztfinanszírozás belső szerkezete.

Összességében véleményem szerint ebbe a területbe a téma aktualitása miatt is érdemes minél jobban belemélyedni és különböző szempontok alapján tanulmányozni. A modellt számos irány mentén lehet tovább fejleszteni és a számítások alapján fontos következtetéseket levonni a hitelrendszer jövőbeli működésére nézve.

8 Köszönetnyilvánítás

Szeretnék köszönetet mondani témavezetőmnek, Dr. Berlinger Edinának, aki mindig nagyon lelkes volt és nagyon sokat segített, bármikor elakadtam a szakdolgozat írás folyamán. Nélküle nem sikerült volna a dolgozat megírása.

9 Melléklet

<u>Nettó profit/veszteség</u>

- Kockázati prémium

p	PI
0	-3 890 458
0,001	-3 729 454
0,002	-3 569 863
0,003	-3 412 161
0,004	-3 256 253
0,005	-3 101 287
0,006	-2 948 382
0,007	-2 797 499
0,008	-2 649 181
0,009	-2 503 331
0,01	-2 359 991
0,011	-2 218 798
0,012	-2 080 195
0,013	-1 943 683
0,014	-1 808 787
0,015	-1 677 048
0,016	-1 547 742
0,017	-1 421 742
0,018	-1 299 674
0,019	-1 180 785
0,02	-1 063 064
0,021	-948 171
0,022	-834 959
0,023	-723 293
0,024	-613 574
0,025	-504 493
0,026	-397 221
0,027	-292 466
0,028	-190 616
0,029	-92 967
0,03	**779**
0,031	91 737
0,032	181 437
0,033	269 392
0,034	356 579
0,035	442 641
0,036	526 403
0,037	609 077
0,038	690 911
0,039	768 959
0,04	845 698
0,041	920 074
0,042	991 565
0,043	1 059 356
0,044	1 124 989
0,045	1 187 859

- Hitelszorzó

M	Pi
1	-3 914 825
1,05	-3 279 240
1,1	-2 702 716
1,15	-2 175 517
1,2	-1 694 374
1,25	-1 253 260
1,3	-855 414
1,35	-492 459
1,4	**-163 384**
1,45	**129 383**
1,5	388 599
1,55	619 697
1,6	825 905
1,65	1 009 958
1,7	1 175 291
1,75	1 320 444
1,8	1 450 019
1,85	1 564 762
1,9	1 666 862
1,95	1 756 660
2	1 834 751
2,05	1 904 328
2,1	1 968 478
2,15	2 024 370
2,2	2 073 984
2,25	2 118 472
2,3	2 158 279
2,35	2 194 395
2,4	2 225 944
2,45	2 254 260
2,5	2 278 953
2,55	2 300 522
2,6	2 320 383
2,65	2 338 216
2,7	2 353 815
2,75	2 367 416
2,8	2 380 717
2,85	2 392 760
2,9	2 403 559
2,95	2 413 203
3	2 422 203
3,05	2 430 682

- Extra törlesztési hányad

delta	Pi
0	-4 064 791
0,001	-3 658 484
0,002	-3 252 367
0,003	-2 846 468
0,004	-2 440 744
0,005	-2 035 257
0,006	-1 629 977
0,007	-1 224 890
0,008	-820 022
0,009	-415 338
0,01	**-10 871**
0,011	393 381
0,012	797 411
0,013	1 201 243
0,014	1 604 886
0,015	2 008 349
0,016	2 411 639
0,017	2 814 772
0,018	3 217 672
0,019	3 620 365
0,02	4 022 831
0,021	4 425 126
0,022	4 827 252
0,023	5 229 118
0,024	5 630 761
0,025	6 032 217
0,026	6 433 488
0,027	6 834 563
0,028	7 235 391
0,029	7 635 971
0,03	8 036 350
0,031	8 436 537
0,032	8 836 503
0,033	9 236 263
0,034	9 635 857
0,035	10 035 254
0,036	10 434 472
0,037	10 833 505
0,038	11 232 340
0,039	11 631 028
0,04	12 029 533

- Túlfizettetés

év (egész)	pi
0	-5 103 261
1	-4 159 613
2	-3 272 317
3	-2 440 622
4	-1 661 996
5	-941 863
6	**-285 289**
7	**308 996**
8	835 729
9	1 293 370
10	1 684 990
11	2 021 515
12	2 295 275
13	2 512 141
14	2 670 460
15	2 780 855

10 Hivatkozások

- Dr. Molnár István (2004): A mikroszimulációs modellek használatának új hazai lehetőségei. Statisztikai Szemle, 2004. május, Módszertani tanulmányok
- Benedek Dóra – Lelkes Orsolya (2006): A magyarországi jövedelem-újraelosztás és egy egykulcsos adóreform vizsgálata mikroszimulációs modellel. Közgazdasági Szemle, LIII. évf., 2006. július–augusztus (604–623. o.)
- Benedek Dóra – Lelkes Orsolya (2010): Mikroszimulációs módszerek a személyi jövedelemadó módosításainak hatásvizsgálatában. Költségvetési Tanács Háttértanulmányok, 1/2010
- Jelentés - A Nyugdíj és Időskor Kerekasztal 2007. március és 2009. november között végzett tevékenységéről (2009) (Augusztinovics Mária, Bálint Mónika, Banyár József, Barát Gábor, Berényi Sándorné, Borlói Rudolf, Fehér Csaba, Gál Róbert Iván, Hablicsek László, Havran Dániel, Hegyesiné Orsós Éva, Holtzer Péter, Horváth András, Horváth Gyula, Kovács Erzsébet, Köllő János, Máté Levente, Matits Ágnes, Mészáros József, Molnár György, Németh György, Rába Ferenc, Réti János, Rézmovits Ádám, Varga Ágnes)
- Bruce Chapman (2005): Income Contingent Loans for Higher Education: International Reform. The Australian National University Centre for Economic Policy Research Discussion Paper No. 491
- Edina Berlinger, László Gerencsér, Zalán Mátyás and Miklós Rásonyi (2006): Analysis of an income contingent student loan system
- Edina Berlinger, Tamás Makara (2005): Calculation of the risk premium in a self-sustaining, income-contingent student loan system. European Simulation Symposium
- Berlinger Edina (2003): Jövedelemarányos visszafizetésen alapuló hallgatói hitelrendszerek. Doktori (PhD.) Értekezés
- Berlinger Edina (2002): A jövedelemarányos törlesztésű diákhitel egyszerű modellje. Közgazdasági Szemle 12., p. 1042-1062.
- Berlinger Edina (2005): A jövedelemarányos hallgatói hitelrendszerek finanszírozási igénye. Hitelintézeti Szemle 2005. Negyedik évfolyam 1. szám 47-67.oldal

- http://en.wikipedia.org/wiki/Monte_Carlo_method
- Dr Márkus László: Pénzügyi folyamatok matematikája jegyzet (http://www.math.elte.hu/probability/markus/FinancialProcesses.htm)
- Elena Del Rey, María Racionero(2010): Financing schemes for higher education. European Journal of Political Economy 26 (2010) 104–113.