Eötvös Loránd Tudományegyetem

Természettudományi Kar

Szakdolgozat

Az IBNR tartalékok számítási módszerei

Kárkifutások becslése háromszög módszerekkel

Nagy Orsolya

Biztosítási és pénzügyi matematika szak

Aktuárius szakirány

Témavezető: Rádonyi Ágnes, nem-élet aktuárius csoport vezető

K&H Biztosító Zrt.

2014

Tartalomjegyzék

1. fejezet

Bevezetés

Szakdolgozatom címe 'Az IBNR tartalékok számítási módszerei'. Azért erre a témára esett a választásom, mert az egyetemi előadás folyamán, csak érintőlegesen esett szó a háromszög módszerekről, konkrét példán nem volt időnk átszámolni a módszerek stabilitását, becslési pontosságát. Munkahelyemen nem tartozik az én hatáskörömbe eme feladat elvégzése, viszont megkaptam a szakmai támogatást ahhoz, hogy a szakdolgozatomat ebből írhassam. Ez a cég számára is hasznos, mivel leellenőrizhető, hogy a jelenleg használt módszerünk tényleg jó becslést ad-e. Számításaim során sikerült átlátnom a bonyolultnak tűnő képleteket és egy gyakorlati példán bemutatni, hogy a megadott adatokra melyik módszert érdemes használni és melyek azok, amelyekhez bonyolult és hosszadalmas számításokat kell végezni, esetleg még további adatok szükségesek. Rengeteget tanultam a szakdolgozat írása során, amit a későbbiekben biztosan kamatoztatni is tudok majd.

A szakdolgozatom felépítése az alábbi sorrendben történik. A következő fejezetben a tartalékok fajtáit mutatom be. A 3. fejezetben az IBNR tartalékok számítási módszereinek részletes leírása található, amit a 4. fejezetben egy példán keresztül mutatok be. Végül a módszerek stabilitását és becslési pontosságát vizsgáltam meg. Az összefoglalás részeként kiértékeltem a módszereket és levonatam a következtetéseket. Számításaim a CD mellékletben találhatóak meg.

2. fejezet

Tartalékolás

Ebben a fejezetben az irodalomjegyzék [1]-es pontjában megadott könyvet használtam fel a különböző tartalékfajták bemutatására. Mivel a könyv írója az egyik egyetemi tanárom, így egyértelmű volt számomra, hogy ez lesz a kiindulási alap a szakdolgozathoz. Természetesen számos cikket és tanulmány lehet olvasni az IBNR tartalékokról, az egyik ilyen angol nyelvű anyagot [4] az amerikai aktuárius társaság (Society of Actuaries) honlapján találtam meg.

2.1. A tartalékok képzési módszerei

A Magyarországon érvényben lévő jogszabályok általában december 31-i mérlegzárást kérnek, ezért naptári évenként történik a számítások elvégzése. Általában stabilabbak az éves alapú módszerek az éven belüli szezonalitás miatt. Ma már negyedévente is készül mérleg.

Jelen esetben a mérleg pontos definíciójától tekintsünk el, mivel nem ez a fő célunk. Egy év elteltével be kell számolnia a biztosítótársaságnak, hogy milyen kötelezettségei vannak, mekkora összeggel rendelkezik. Ennek a levezetése látható az éves beszámolóban. Két fő része van, az eredménykimutatás és a mérleg. Az eredménykimutatást a díjbevétel és a kárkifizetés alkotja, legfőbb pontja a mérleg szerinti eredmény, mely megmutatja a biztosító sikerességét az eredmény függvényében. A mérleg az összes eszközt és kötelezettséget mutatja be a december 31-i állapotot tükrözve.

A biztosítástechnikai tartalékokat a biztosító aktuáriusai határozzák meg. Erre azért van szükség, mert például a december 31-ig megkötött szerződésekre ezután is történnek kifizetések. A biztosítástechnikai tartalékok (a káringadozási és nagy károk tartalékának kivételével) a következő formában adhatók meg:

$$\text{biztosítástechnikai tartalékok} = \text{várható szolgáltatások} - \text{várható díjbevételek} \quad (2.1)$$

Itt a szolgáltatások és a díjbevételek is a naptári év végéig élt szerződésekre vonatkoznak, tehát azokra is, amelyek korábban már megszűntek. A várható díjbevételeket addig az időpontig kell számolni, amikor a szerződés megszűnik, vagy felmondható, vagy díjmódosítás lehetséges. A szolgáltatásokat is az eddig az időpontig keletkező kötelezettségekre kell számolni. A biztosítástechnikai tartalékok különböző részekre oszthatóak a szolgáltatások típusa szerint. Ezeket a résztartalékokat gyakran egymástól teljesen függetlenül határozzák meg. A tartalékképzési módszerek különbözőek lehetnek, amelyekre gyakran eléggé eltérő nagyságú végeredményt kaphatunk. Mivel a tartalékképzés erősen befolyásolja a biztosítók fizetőképességét, továbbá a befizetendő adó nagyságát (minél nagyobb a tartalék, annál kisebb az eredmény), ezért szinte minden országban államilag szabályozzák a tartalékképzési módszereket. Magyarországon a szakdolgozat írásának időpontjában (2014-ben) az általános elveket a biztosítási törvény, a speciális szabályokat pedig a 8/2001 PM rendelet (a továbbiakban: tartalékrendelet, lásd irodalomjegyzék [2]-es pont) határozza meg. A tartalékképzés döntően befolyásolja a biztosító eredményességét. Magyarországon 2013-ban a nem-életbiztosítási kárkifizetés 182,283 milliárd forint, a nem-életbiztosítási tartalék nagysága 313,958 milliárd forint volt. Ezen adatok forrása az irodalomjegyzék [3]-as pontjában található. Több esetben a tartalék sikeres befektetése biztosította a biztosítók nyereséges működését.

A következő fejezetben különböző tartalékok kerülnek bemutatásra.

2.2. Meg nem szolgált díjak tartaléka

Képzésének indoka az, hogy a szerződő által befizetett díj gyakran nemcsak a mérlegzárási időpontig fedezi a kockázatot, hanem a további időszakra is szól.

Általában a különböző országok jogszabályai nagyon egyszerű képzési módszert javasolnak. A magyar rendelet például a következőket írja:

„A meg nem szolgált díjak tartalékát a tárgyév mérleg fordulónapjával szerződésenként egyedileg kell megállapítani és megképezni a következőképpen:

a) a díjelőírás összegét időarányosan, illetve - indokolt esetben - a terméktervben foglaltak szerint kell megosztani a tárgyév és az azt követő időszakok között."

Tehát a tartalékot egyszerű arányosítással lehet képezni.

2.3. Matematikai tartalék

Négy alkotóeleme van a matematikai tartaléknak: felelősség- és balesetbiztosítási járadéktartalék, továbbá élet- és betegségbiztosítási díjtartalék. Felelősségbiztosítási járadéktartalékot abban az esetben kell képezni, amikor felelősségbiztosítás alapján a biztosító járadékot köteles szolgáltatni. Általában a következő formulával határozzák meg a tartalékot járadékosonként:

$$\sum_{k=0}^{n-1} \frac{l_{x+k}}{l_x} \frac{1}{(1+i)^k} (S_k(1+d)+b) \tag{2.2}$$

A fenti képletben található jelölések:

x járadékos kora,

l_x a megfelelő halandósági táblából vett adat

n a hátralévő évek száma a járadékfolyósításból

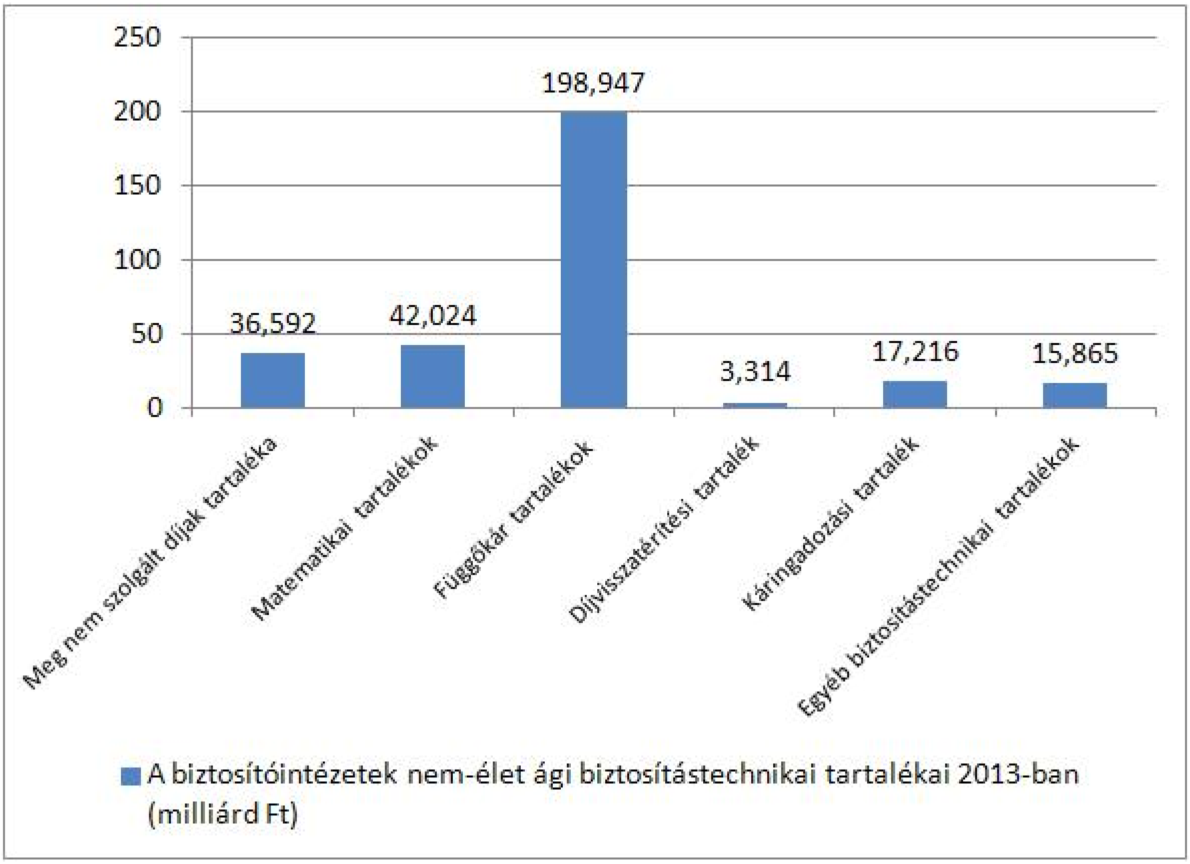
S_k az éves járadék nagysága a tartalékolás utáni $(k+1)$-edik évben

i technikai kamat

d, b költségtényezők, általában az egyik 0

2.4. Függő károk tartaléka

Az összes nem-életbiztosítási tartalék közül ez a legfontosabb tartalék, mivel a többihez képest sokkal nagyobb összegről kell megfelelően gondoskodni. A következő (2.1) ábrán látható a méretbeli különbség a tartalékok között. Ezek az adatok a 2013-as évi magyarországi összesített adatokat tartalmazza, melyet a felügyelet és a Magyar Nemzeti Bank közös oldalán is figyelemmel kísérhetünk. Lásd irodalomjegyzék [3]-as pontja.



2.1. táblázat

A függőkár tartalékot azokra a bekövetkezett károkra képezik meg, melyekre a kárkifizetés nem, vagy csak részben történt meg. Mi állhat annak hátterében, hogy a káresemény és a kárkifizetés között esetleg évek is eltelhetnek?

Alapvetően két oka van:

a) Késedelem a kárbejelentésben.

b) Késedelem a kárkifizetésben.

Az a) rész leggyakrabban a felelősségbiztosításoknál fordulhat elő. Például egy építész esetében, az általa épített ház akár több tíz év után is összedőlhet a nem megfelelő tervezés miatt, ami az építész felelőssége. Ekkor a biztosítónak a tervezés ideje alatt érvényes szerződés alapján kell fizetnie.

A b) rész nem minden esetben egy egyszerű folyamat. Nagyban befolyásolja a kárkifizetés időpontjait, hogy milyen biztosítási termékről is van szó. Például egy CASCO biztosítás esetén viszonylag hamar be is jelentik és ki is fizetik a kárt, mert könnyebben felmérhető a kár nagysága is. Ezzel szemben egy balesetbiztosításnál, vagy személyi sérüléses kárnál, még ha rögtön be is jelentik a káreseményt, aminek folyamán a rokkantság léphet fel, a kárkifizetés mértékének a meghatározása egy összetett és hosszadalmas, évekig eltartó folyamatot eredményezhet.

A tartalékolás megfelelő szintjének meghatározásához sok tényezőt kell figyelembe venni. Mind politikai, jogi és pénzügyi szabályozás is hatással lehet a tartalékra. Ugyanakkor az inflációt, a tartalékokon elért hozamokat és a korábbi évek statisztikáit is figyelemmel kell kísérnünk, ami nagyban nehezíti az előrejelzést a későbbi kárkifizetésekre.

A függőkártartalékok képzésénél a két rész élesen elkülönül egymástól. Az egyik a tételes függőkár tartalék. Itt a már ismert károkra egyedileg, kárszakértők segítségével kell megképezni a tartalékot. A másik az IBNR (incurred but not reported) tartalék, tehát a bekövetkezett, de be nem jelentett károkra képzett tartalék, ami statisztikai módszerek használatával határozható meg.

A költségtartalékok esetén a jelenlegi gyakorlat szerint a költségekre a függőkár tartalék egy meghatározott százalékát kell tartalékolni.

2.5. Eredménytől független díjvisszatérítési tartalék

Itt a tartalék a biztosítási szerződés eredményétől függ, a függetlenség a biztosítónak az eredményére vonatkozik. Akkor képezzük ezt a tartalékot, ha a biztosítási szerződés szerint a biztosító kötelezve van díjvisszatérítésre, díjcsökkentésre vagy bármilyen más szolgáltatásra, valamint ha a szerződés kedvező káralakulású a mérlegzárásig.

2.6. Eredménytől függő díjvisszatérítési tartalék

Ez a tartalék az életbiztosításoknál jellemző, a többlethozam visszajuttatására használják. Nem-életbiztosításoknál is előfordul, amikor kedvező káralakulás esetén a biztosító többletszolgáltatást vállal. Nem-életbiztosításoknál érdemesebb az előző alfejezetben tárgyalt tartalékot képezni, mivel az eredménytől függő díjvisszatérítési tartalék felhasználása nem egyszerű.

2.7. Káringadozási tartalék és a Nagykárok tartaléka

Ezeket a tartalékokat nem kötelező megképezni, ha viszont mégis tartalékolnak, akkor meg kell felelni a jogszabályban leírtaknak. Ezeknek a tartalékoknak az a célja, hogy a nyereséges évek után tartalékoljanak egy esetlegesen veszteséges évre. Itt fontos megjegyezni, hogy ezt a tartalékot csak az egykor nyereséges ágazat vesztesége esetén lehet felhasználni. Ha a biztosító más ágazatban veszteséges, de a káringadozási tartalékkal rendelkezőben nyereséges, akkor ezt nem lehet felhasználni. Így előfordulhat, hogy évekig nem tudják felhasználni a tartalékot.

2.8. Törlési tartalék

A törlési tartalékot a következő esetek miatt képezzük: a biztosítóhoz nem folyik be az adott időszakra előírt díjak egy része, például kötvénytörlés vagy kockázatmegszűnés lép fel. A korábbi évek tapasztalatait felhasználva megbcsülhetjük a tartalékot [5].

2.9. Befektetési egységekhez kötött (unit-linked) életbiztosítások tartaléka

A befektetési egységekhez kötött életbiztosítások tartaléka az ügyfelek unit-linked szerződéseinek a díját tartalmazza. A tartalék értéke függ a piaci árfolyamtól. Mivel eltérő a kockázatok kezelése, ezért az életbiztosítási díjtartaléktól külön számolandó [5].

2.10. Egyéb biztosítástechnikai tartalék

Ennek a tartaléknak a létezése lehetővé teszi, hogy a biztosító tartalékai elérjék a képletben meghatározott értéket. Ezt a következőképpen tudjuk felírni:

$$\text{egyéb biztosítástechnikai tartalék} =$$
$$\max(0, \text{várható szolgáltatások - várható díjbevételek - többi biztosítástechnikai tartalék})$$

3. fejezet

Az IBNR tartalékok számítási módszerei

Ebben a fejezetben szintúgy az irodalomjegyzék [1]-es pontjában megadott könyvet használtam fel az IBNR tartalékok számítási módszereinek leírásához. Nagyon részletesnek találtam, valamint a sok példa rengeteget segített a képletek megértésében. Mivel számos tartalékképzési módszer létezik, a teljesség igénye nélkül mutatom be ezekből a leggyakrabban használtakat és viszonylag egyszerűbbeket.

3.1. Kifutási háromszögek

A kifutási háromszög egy összesített kártáblázat, melyben egy termék vagy ágazat korábbi éveinek a kárstatisztikáját mutatja be. Itt a kárkifizetések összegei találhatóak a kár keletkezésének és kifizetésének év szerinti megbontásában.

a kár keletkezésének éve	a kár kifizetésének éve a kár évéhez képest				
	1	2	...	t-1	t
1	$X_{1,1}$	$X_{1,2}$	...	$X_{1,t-1}$	$X_{1,t}$
2	$X_{2,1}$	...	...	$X_{2,t-1}$	
...	...	...	...		
...	...	...			
t	$X_{t,1}$				

3.1. táblázat

Ebben a táblázatban $X_{i,j}$ jelöli az i-edik év káraira az $(i+j-1)$-edik évben kifizetett összeget. A tartalékolási feladat az, hogy a táblázatban lévő hiányos adatokat megbecsüljük. A károk kifutásáról csak akkor kapunk teljes képet, ha tudjuk, hogy a kár bekövetkezése után t év elteltével már nincsenek kárkifizetések. Máskülönben $X_{1,t+}$-szal jelöljük az első év becsült kárkifizetéseit a t-edik év után, és ezt szerepeltetjük a táblázatban.

Ennek a táblázatnak többféle adatábrázolásával is találkozhatunk. Pár példa ilyenekre:

A táblázat (i, j)-edik eleme lehet:

Az i-edik év káraira $(i + j - 1)$-edik év végéig az összesen kifizetett összeg. Ezt a kárkifizetések kumulált kárkifutási háromszögének nevezzük.

Az i-edik év káraira $(i + j - 1)$-edik év végéig az összesen kifizetett összeg és az $(i + j - 1)$-edik év végi tételes függőkártartalék összesítése. Ezt a bejelentett károk kumulált kárkifutási háromszögének nevezzük.

Az i-edik év kárai közül az $(i + j - 1)$-edik évben bejelentettek száma.

Az i-edik év kárai közül az $(i + j - 1)$-edik év végéig bejelentettek száma.

Az i-edik év kárai közül az $(i+j-1)$-edik év végéig lezárt károkra összesen kifizetett összeg.

3.2. Kifizetett károk előrevetítése

Ebben a fejezetben mindig csak a ténylegesen kifizetett összegeket vesszük figyelembe, az alapadat a kumulált kárkifizetések kifutási háromszöge.

Az i-edik év káraira olyan tartalékot kellene beállítani, amely minél közelebb lenne $(X_{i,t+} - X_{i,t+1-i})$-hez. Tehát meg kellene becsülni az összes kifizetést egy adott évben bekövetkező károkra.

A következőkben néhány egyszerűsített módszert fogunk látni. Itt azt feltételezzük, hogy az, hogy a bekövetkezés utáni j-edik év végéig az összes kár hányad részét fizetik ki, nem függ erősen a kárbekövetkezés évétől. A példákon látni fogjuk, hogy ez a feltételezés 10 éves távlatban már nem nagyon teljesül.

3.3. Jéghegy módszer

Ez a módszer, amit növekedési (Grossing Up Method) módszernek is neveznek arról kapta a nevét, hogy a jéghegy kilátszó része alapján kell megbecsülni a teljes tömegét.

Az általános esetben a következőket írhatjuk fel:

Jelöljük $X_{i,t+}$-szal az i-edik évben bekövetkezett károkra történő összes kárkifizetést. Feltételezzük, hogy az $(X_{i,j}/X_{i,t+})$ hányadosok nem függnek erősen a kárbekövetkezés évétől, i-től. Továbbá jelöljük d_t-vel a korábbi évek tapasztalatai alapján megbecsült hányadost $(X_{1,j}/X_{1,t+})$.

Az első évben bekövetkezett károkra történő összkárkifizetés becslése:

$$\widehat{X}_{1,t+} = (X_{i,t}/d_t) \tag{3.1}$$

A $\widehat{X}_{1,t+}$ -t vagy más biztosítások tapasztalatai alapján, vagy a tételes függőkárok segítségével becsüljük, ha nincs kártapasztalatunk az előző évekről. Ezután a következőket kell kiszámolnunk.

$$d_{t-1} = \frac{X_{1,t-1}}{\widehat{X}_{1,t+}}, \qquad d_{t-2} = \frac{X_{1,t-2}}{\widehat{X}_{1,t+}}, \qquad \ldots, \qquad d_1 = \frac{X_{1,1}}{\widehat{X}_{1,t+}} \tag{3.2}$$

Most becsüljük meg az összes kárkifizetését a többi évben bekövetkező károkra. Itt az együtthatók lesznek a segítségünkre.

$$\widehat{X}_{2,t+} = \frac{X_{2,t-1}}{d_{t-1}}, \qquad \widehat{X}_{3,t+} = \frac{X_{3,t-1}}{d_{t-2}}, \qquad \ldots, \qquad \widehat{X}_{t,t+} = \frac{X_{t,1}}{d_1} \tag{3.3}$$

Ebből az i-edik év káraira képezett függőkártartalék, valamint a teljes tartalékot a következőkkel írhatjuk fel:

$$V_i = \widehat{X}_{i,t+} - X_{i,t+1-i}, \qquad V = \sum_{i=1}^{t} V_i \tag{3.4}$$

Ezen a módszeren lehet módosításokat is végrehajtani, mivel itt nagy jelentősége van az első évnek. A további évek adatait nem használtuk fel, csak a d_t együttható meghatározásakor.

1. módosítás

Az előző évek adatai évenkénti bontásban is rendelkezésünkre állhatnak. Így ezeket felhasználva megadhatjuk az arra az évre jellemző d-ket. Jelöljük a (3.2) képlettel azokat a d_i-ket, amelyeket az első évre kaptunk $d_i(1)$-gyel. A további éveket pedig $d_i(-1)$, $d_i(-2)$, ... , $d_i(-k)$-val. Valamint azokat a d_i-ket, melyek a (3.1) és a (3.3) formulában szerepelnek, felcseréljük az együtthatók átlagára a következőképpen:

$$d_i = \frac{d_i(1) + d_i(-1) + \ldots + d_i(-k)}{k+1} \tag{3.5}$$

2. módosítás

Ez a módosítás abban különbözik az előzőtől, hogy itt a legrosszabb esetre készülünk fel a következőképpen:

$$d_i = \min(d_i(1), d_i(-1), \ldots, d_i(-k)) \tag{3.6}$$

Mivel a legrosszabbra készülünk fel, így a tartalék nagysága is nagyobb lesz. Továbbá ezzel a módosítással már sokkal jelentősebbek az adatok a kifutási háromszögekben.

3. módosítás

Itt hasonlóan járunk el, mint az eredeti elgondolásban és az 1. módosítás kezdeti lépésében. A 2. év összkárára az eredeti becslést adjuk:

$$\widehat{X}_{2,t+} = \frac{X_{2,t-1}}{d_{t-1}(1)} \tag{3.7}$$

A 2. évhez tartozó együtthatók a következők:

$$d_{t-2}(2) = \frac{X_{2,t-i}}{\widehat{X}_{2,t+}}, \qquad \ldots, \qquad d_1(2) = \frac{X_{2,1}}{\widehat{X}_{2,t+}} \tag{3.8}$$

A 3. évi kifizetésre a d_{t-2}-vel írjuk fel, ami a két együtthatónak az átlaga és így adjuk meg a becslést:

$$d_{t-2} = \frac{d_{t-2}(1) + d_{t-2}(2)}{2}, \qquad \widehat{X}_{3,t+} = \frac{X_{3,t-2}}{d_{t-2}} \tag{3.9}$$

Ezen módszer alapján folytatjuk az eljárást, míg az utolsó évet el nem érjük.

4. módosítás

Ez a módosítás mindösszesen egyetlen dologban különbözik az előbb tárgyalt 3. módosítástól, mégpedig abban, hogy az átlag helyett a minimumot veszi:

$$d_{t-2} = \min(d_{t-2}(1), d_{t-2}(2)), \qquad \widehat{X}_{3,t+} = \frac{X_{3,t-2}}{d_{t-2}} \tag{3.10}$$

A 3. és 4. módosítást arab módszernek is nevezik, mert a kifutási háromszög felhasználása jobbról balra történik.

3.4. Láncszemhányados módszer

A láncszemhányados módszer (link ratio) a jéghegy módszernek egy bizonyos értelemben vett fordítottja, mivel a kifutási háromszög felhasználása balról jobbra történik. Hasonlóan az előző fejezethez, itt is több módosítása is létezik a módszernek.

Itt azt feltételezzük, hogy a $c_j(i) = \frac{X_{i,j+1}}{X_{i,j}}$ hányadosok körülbelül c_j-vel egyenlőek, nem függnek erősen i-től. Hasonlóan számoljuk ki, mint d_i-t, azaz a korábbi évek tapasztalata alapján vagy a tételes függőkártartalék segítségével a következőképpen: $c_t = \frac{1}{d_t} \approx \frac{X_{i,t+}}{X_{i,t}}$. A többi c_j-t a tényleges $c_j(i)$ hányadosok valamilyen függvényeként állítjuk elő. A kárkifizetések becslése és a tartalék meghatározása a következő:

$$\begin{aligned}
\widehat{X}_{1,t+} &= c_t X_{1,t}, \\
&\vdots \\
\widehat{X}_{i,t+} &= c_t c_{t-1} \cdots c_{t+1-i} X_{i,t+1-i}, \\
&\vdots \\
\widehat{X}_{t,t+} &= c_t c_{t-1} \cdots c_1 X_{t,1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
V_1 &= \widehat{X}_{1,t+} - X_{1,t} = (c_t - 1) X_{1,t}, \\
V_i &= \widehat{X}_{i,t+} - \widehat{X}_{i,t+1-i} = (c_t c_{t-1} \cdots c_i - 1) X_{i,t+1-i}, \\
V_t &= \widehat{X}_{t,t+} - X_{t,1} = (c_t c_{t-1} \cdots c_1 - 1) X_{t,1}
\end{aligned}$$

Az alapváltozatban az együtthatók csak az első évtől függnek:

$$c_j = c_j(1), \qquad j = 1, \ldots, t-1$$

1. módosítás

Itt az átlaggal adjuk meg az együtthatókat:

$$c_j = \frac{c_j(1) + c_j(2) + \ldots + c_j(t-j)}{t-j}, \qquad j = 1, \ldots, t-1$$

2. módosítás

Ebben a változatban a legrosszabbat tételezzük fel:

$$c_j = \max(c_j(1), c_j(2), \ldots, c_j(t-j)), \qquad j = 1, \ldots, t-1$$

3. módosítás

Ez a módosítás a súlyozott átlaggal határozza meg az együtthatókat:

$$c_j = \frac{\alpha_{1,j}c_j(1) + \alpha_{2,j}c_j(2) + \ldots + \alpha_{t-j,j}c_j(t-j)}{\alpha_{1,j} + \alpha_{2,j} + \ldots \alpha_{t-j,j}}, \qquad j = 1, \ldots, t-1$$

Ez a módosítás speciális esetként tartalmazza az előzőeket. A súlyozásokat sokféleképpen lehet módosítani. Az egyik ilyen módosítás vezet a legszélesebb körben alkalmazott lánc-létra módszerhez.

3.4.1. Lánc-létra módszer

Ahogyan már az előző fejezet végén is utaltam rá, ez a láncszemhányados módszer egyik változatából fakadó számítás, amely súlyozott átlaggal határozza meg az együtthatókat. Nagyon széles körben alkalmazzák elsősorban az egyszerűsége, valamint a tapasztalatok szerinti megbízhatósága miatt. Az együtthatói:

$$\begin{aligned} c_j &= \frac{X_{1,j}c_j(1) + X_{2,j}c_j(2) + \ldots + X_{t-j,j}c_j(t-j)}{X_{1,j} + X_{2,j} + \ldots X_{t-j,j}} = \\ &= \frac{X_{1,j+1} + X_{2,j+1} + \ldots + X_{t-j,j+1}}{X_{1,j} + X_{2,j} + \ldots X_{t-j,j}} \qquad j = 1, \ldots, t-1 \end{aligned}$$

Ennél a módszernél a kifutási háromszög oszlopaiban lévő értékeket kell összeadni. Gyakran kihagyják belőle a d_j és a $c_j(1)$ együtthatóknak a meghatározását, pedig ezekből is sok informáició nyerhető ki. Ezeken a módosításokon kívül persze még rengeteg módon lehetne változtatni, ami sok esetben szükséges is. Egyik ilyen eset például, ha az állományban nagymértékű változás állt be, valamint az infláció maga is. Ezt a problémát úgy szűrhetjük ki, ha a nem kumulált kárkifizetéseket tartalmazó kifutási háromszög értékeit az utolsó év árszintjére infláljuk, és mindezek után készítjük el a kumulált táblázatot. Természetesen előfordulhat más változás is az állományban.

3.5. Tételes függőkárok és kifizetett károk előrejelzése

Ebben a fejezetben a tartalékot úgy határozzuk meg, hogy a bejelentett károkra már ismerjük a tételes függőkár tartalékot, amit a biztosító kárszakértői adtak meg. Ezeket a tartalékokat bizonyos időszakonként felülvizsgálják. Itt a tartalék a kárkifizetések hatására csökkenhet.

Ebben az esetben is a kumulált kárkifizetések háromszögének segítségével határozzuk meg a tartalékot. A változás az előzőekhez képest az, hogy hozzáadjuk a tételes függőkártartalékot a kárkifizetésekhez, így megkapva a bejelentett kumulált kifutási háromszöget (3.3 táblázat). $Z_{i,j}$ az i-edik év káraira az $(i+j-1)$-edik év végéig összesen kifizetett és az $(i+j-1)$-edik év végi tételes függőkártartalék. Tehát $Z_{i,j} = X_{i,j} + Y_{i,j}$. Itt $Y_{i,j}$ jelöli az $(i+j-1)$-edik év végi tételes függőkártartalékot. $Z_{1,t+}$-t a következőképpen határozhatjuk meg: vagy $X_{1,t} + Y_{1,t}$ vagy $X_{1,t}/d_t$. Alapadatnak ezt a kifutási háromszöget tekintjük.

a kár keletkezésének éve	kár kifizetésének éve a kár évéhez képest				
	1	2	...	t-1	t
1	$Z_{1,1}$	$Z_{1,2}$	...	$Z_{1,t-1}$	$Z_{1,t}$
2	$Z_{2,1}$	...	...	$Z_{2,t-1}$	
...	...	...	...		
...	...	...			
t	$Z_{t,1}$				

3.2. táblázat

Egy másik megközelítésnél azt határozzuk meg, hogy a tételes függőkártartalék hány százaléka a szükségesnek. Ehhez meg kell határoznunk az első sorhoz tartozó együtthatókat:

$$f_1(1) = \frac{Y_{1,j}}{X_{1,t+} - X_{1,j}}$$

A második év kárkifizetéseinek a becslése a következő:

$$\widehat{X}_{2,t+} = X_{2,t-1} + Y_{2,t-1}/f_{t-1}(1), \qquad V_2 = Y_{2,t-1}/f_{t-1}(1)$$

A második sorhoz tartozó együtthatók meghatározása ennek segítségével történik:

$$f_1(2) = \frac{Y_{2,j}}{X_{2,t+} - X_{2,j}}, \qquad j = 1, \dots t-2$$

A harmadik év kárkifizetéseinek a becslésére több lehetőségünk is van. Amit itt választunk, azzal a változattal kell a többi sort is kitölteni.

$$\begin{aligned}
\widehat{X}_{3,t+} &= X_{3,t-2} + Y_{3,t-2}/f_{t-2}(1), \qquad V_3 = Y_{3,t-2}/f_{t-2}(1), \\
\widehat{X}_{3,t+} &= X_{3,t-2} + Y_{3,t-2}/\big((f_{t-2}(1) + f_{t-2}(2))/2\big) \\
V_3 &= Y_{3,t-2}/\big((f_{t-2}(1) + f_{t-2}(2))/2\big) \\
\widehat{X}_{3,t+} &= X_{3,t-2} + Y_{3,t-2}/\min\big(f_{t-2}(1) + f_{t-2}(2)\big) \\
V_3 &= Y_{3,t-2}/\min\big((f_{t-2}(1) + f_{t-2}(2)\big)
\end{aligned}$$

3.6. Kárhányadon alapuló előrejelzések

Ennél a módszernél, nemcsak a károkkal kapcsolatos adatokat fogjuk felhasználni, hanem a díjak nagyságát is.

3.6.1. Naiv kárhányad módszer

Feltételezve, hogy a díjakat helyesen állapították meg és az i-edik év díjának várhatóan $(1-p_i)$-ad részét fizetik ki károkra. Ekkor a tartalék a következőképpen fog kinézni:

$$V_i = P_i(1-\rho_i) - X_{i,t+1-i}, \qquad V = \sum_{i=1}^{t} V_i,$$

ahol P_i jelöli az i-dik év megszolgált díját. A módszer neve arra utal, hogy a számításoknál nem veszünk semmit figyelembe a kártapasztalatokból. Természetesen ha még új a biztosító, akkor számára ez egy jó módszer lehet.

3.6.2. Bornhuetter-Ferguson módszer

Az előző módszerhez képest itt már felhasználjuk a kártapasztalatunkat a díjadatok mellett. A jéghegy és a láncszemhányados módszerekhez hasonlóan itt is azt feltételezzük, hogy a kár bekövetkezése utáni j-edik év végéig kifizetett károk összege és az összes kár hányadosa nem függ erősen a kár évétől.

$$
\begin{aligned}
d_t &= \frac{1}{c_t} \approx \frac{X_{i,t}}{\widehat{X}_{i,t+}} \\
d_{t-1} &= \frac{1}{c_t c_{t-1}} \approx \frac{X_{i,t-1}}{\widehat{X}_{i,t+}} \\
d_{t-2} &= \frac{1}{c_t c_{t-1} c_{t-2}} \approx \frac{X_{i,t-2}}{\widehat{X}_{i,t+}} \\
&\vdots \\
d_1 &= \frac{1}{c_t c_{t-1} \cdots c_1} \approx \frac{X_{i,1}}{\widehat{X}_{i,t+}}
\end{aligned}
$$

Ebből a tartalékok:

$$
\begin{aligned}
V_1 &= (1-d_1)\widehat{X}_{1,t+} = \left(1 - \frac{1}{c_t}\right)\widehat{X}_{1,t+} \\
V_2 &= (1-d_2)\widehat{X}_{2,t+} = \left(1 - \frac{1}{c_t c_{t-1}}\right)\widehat{X}_{2,t+} \\
V_3 &= (1-d_3)\widehat{X}_{3,t+} = \left(1 - \frac{1}{c_t c_{t-1} c_{t-2}}\right)\widehat{X}_{3,t+} \\
&\vdots \\
V_t &= (1-d_t)\widehat{X}_{t,t+} = \left(1 - \frac{1}{c_t c_{t-1} \cdots c_1}\right)\widehat{X}_{t,t+}
\end{aligned}
$$

Ennél a módszernél a d és c együtthatókat a jéghegy vagy a láncszemhányados módszerrel határozzuk meg. A naiv kárhányad módszerrel pedig a díjakból becsüljük meg az összkárkifizetéseket.

$$\widehat{X}_{i,t+} = P_i(1-\rho_i)$$

A tartalékot úgy kapjuk meg, hogy az előzőekben kapott értéket behelyettesítjük a V_3-as képletbe. Ennek a módszernek is létezik számos módosítása. Úgy mint a Cape Cod módszer, valamint az iteratív Bornhuetter-Ferguson módszer [5]. Ezekre a szakdolgozatomban nem térek ki.

3.7. Szeparációs módszer

Ennél a módszernél a nem kumulált káradatokat tartalmazó kifutási háromszögeket használjuk. Azt feltételezzük, hogy a t-edik év végéig az összes kárt kifizetik ($X_{i,t+} = 0$), valamint, hogy

$$X_{i,j} = n_i r_j \lambda_{i+j-1}, \qquad i, j = 1, \ldots, t$$

Itt n_i-vel jelöltük az i-edik év kárainak a számát, amit ismertnek feltételezünk. Az éves kárszámokat többféleképpen is kiszámíthatjuk. Vagy az előzőekben már ismertetett lánclétra módszerrel vagy a következőkben ismertetett technikával. Ha $\sum_{j=1}^{t} r_j = 1$ aritmetikus szeparációs módszer, akkor a modellre szemléletes magyarázatot lehet adni, mivel itt r_j azt mutatja meg, hogy a kár bekövetkeztétől számított j-edik évben hány százalékát fizetik ki a károknak. A λ_k/λ_1 megmutatja az inflációs növekedést az előző évhez képest. Az r_j és a λ_k együtthatók a következőképpen számolhatóak ki. Először minden sort osszunk végig az n_i-kel,

$$p_{i,j} = \frac{X_{i,j}}{n_i},$$

így megkapjuk a következő táblázatot:

a kár keletkezésének éve	kár kifizetésének éve a kár évéhez képest				
	1	2	...	t-1	t
1	$r_1\lambda_1$	$r_2\lambda_2$	...	$r_{t-1}\lambda_{t-1}$	$r_t\lambda_t$
2	$r_1\lambda_2$	...	...	$r_{t-1}\lambda_t$	
...	...	...	...		
...	...	...			
t	$r_1\lambda_t$				

3.3. táblázat

Az átlóban lévő értékek összegzésével a következőt kapjuk:

$$(r_1 + r_2 + \ldots + r_t)\lambda_t = \sum_{j=1}^{t} p_{j,t+1-j}$$

Itt $\widehat{\lambda}_t = \sum_{j=1}^{t} p_{j,t+1-j}$, valamint $\widehat{r}_t = \rho_{1,t}/\widehat{\lambda}_t$. A következő mellékátlót összegezve a következőket kapjuk:

$$(r_1 + r_2 + \ldots + r_{t-1})\lambda_{t-1} = \sum_{j=1}^{t-1} p_{j,t-j},$$

amiből

$$\widehat{\lambda}_{t-1} = \frac{\sum_{j=1}^{t-1} p_{j,t-j}}{(1 - \widehat{r}_{t-1})}, \qquad \widehat{r}_{t-1} = \frac{(p_{1,t-1} + p_{2,t-1})}{(\widehat{\lambda}_t + \widehat{\lambda}_{t-1})}.$$

Az eddigi levezetést alkalmazva határozzuk meg az összes együtthatót. Ezután inflációs várakozásainknak megfelelően vagy a $\widehat{\lambda}_1, \ldots, \widehat{\lambda}_t$ statisztikai vizsgálatával előrejelezzük a $\widehat{\lambda}_{t+1}, \widehat{\lambda}_{t+2}, \ldots$ együtthatókat. Ezek alapján a következő évek kárkifizetéseinek becslése:

$$\widehat{X}_{i,j} = n_i \widehat{r}_j \widehat{\lambda}_{i+j-1}, \qquad i + j \geq t + 2,$$

amiből az i-edik év káraira képezett függőkártartalék: $n_i \sum_{j=t+2-i}^{t} \widehat{r}_j \widehat{\lambda}_{i+j-1}$. A geometriai szeparációs módszernél az r együtthatókról azt feltételezzük, hogy $\prod_{j=1}^{t} r_j = 1$, valamint az átlókban lévő elemek szorzatát vesszük az összegük helyett.

3.8. IBNR tartalékolás

IBNR károknak nevezzük azokat a károkat, amik bekövetkeztek, de még nem jelentették be őket. A függőkár tartalék részeként tekintjük az ilyen károkra képzett tartalékot is. Ha az összes függőkárra egyszerre végezzük el a tartalékképzést, például lánc-létra módszerrel, akkor ebben az esetben nincs szükség külön az IBNR károkra is képezni. A függőkár tartalék és a tételes függőkár tartalék különbsége adja meg az IBNR károkra a tartalékot. Az IBNR tartalékokat egy másik módszerrel is meg lehet adni:

IBNR tartalék = IBNR károk becsült száma x IBNR károk átlagos értéke

Késlekedés ideje	1	2	...	t-1	t
Kumulált arány	u_1	u_2	...	u_{t-1}	u_t=1

3.4. táblázat

A szeparációs módszer alkalmazásánál és más esetben is szükséges lehet az IBNR kárszámot megbecsülni. A késlekedési táblázat a becslésekhez szükséges általános elfogadott alaptáblázat. Ez azt mutatja meg, hogy a károk hányad részét jelentették be egy bizonyos időegységig. Ez mind az eddigi kártapasztalatokra épül.

Itt

$$u_i = \frac{\text{a kár után } i\text{-edik pillanatig bejelentett károk száma}}{\text{összes kárszám}}$$

Időegységként általában a havi bontást használják, de napi, negyedévi és évi bontás is lehetséges. Ha F-fel jelöljük a kár bekövetkezte és bejelentése között eltelt idő eloszlásfüggvényét, akkor a táblázatot úgy is kezelhetjük, mint ehhez az F eloszlásfüggvényhez tartozó minta tapasztalati eloszlásfüggvénye értékeinek felsorolását. A késlekedési táblázat becslése az előző fejezetekben felsorolt módszerek bármelyikével megadható, csak a kifutási háromszögbe a károk helyett a kárszámok fognak kerülni. Ezzel az eljárással közvetlenül megkapjuk az IBNR kárszámok becslést.

Ha $u_t = 1$, vagyis a kár bekövetkezte után t-vel a kárt már bejelentették, akkor jelöljük m_i-vel a tartalékolás időpontjában ismert, a tartalékolás előtti i-edik időegységben bekövetkezett károk számát. Ezekből megkapjuk az IBNR károk számát megadó becslét:

$$\widehat{N}_{IBNR} = \sum_{i=1}^{t} m_i \left(\frac{1}{(u_i + u_{i-1})/2} - 1 \right), \qquad (u_0 = 0)$$

Az eddig tartalékolási módszerek igen népszerűek, de előfordulhat, hogy mégsem kapunk számunkra megfelelő eredményt. Ebben az esetben javallott a statisztikai módszereket felhasználni. Csak, hogy néhány példát említsünk: regresszió, credibility, autoregressziós modell.

4. fejezet

A módszerek alkalmazása

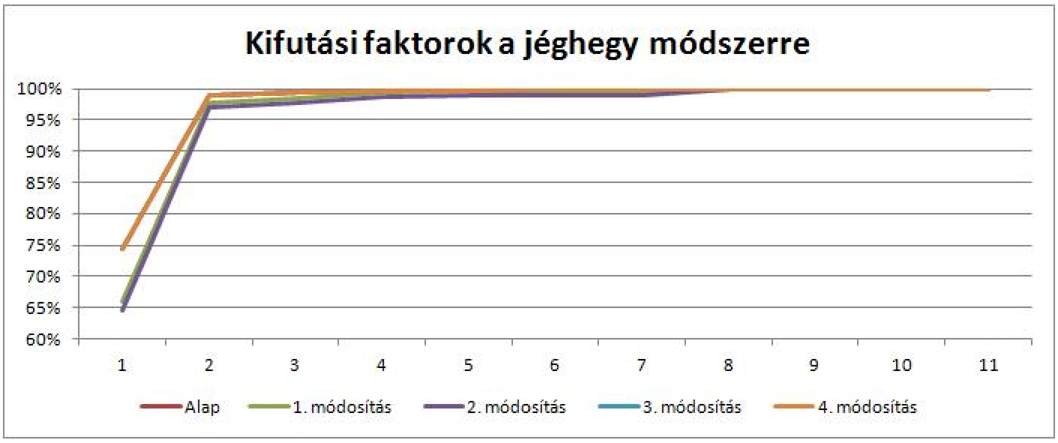
Az előző fejezetben bemutatott módszerek kerülnek most bemutatásra. Öt különböző módszert és azok módosításait felhasználva végeztem számításokat a függőkártartalékok megadására a teljesség igénye nélkül. Ezeket a számításokat a szakdolgozatomhoz mellékeltem.

4.1. Az adatok megadása

A számításaimhoz használt alapadatok a valóságon alapulnak, de át lettek skálázva. A CASCO állomány bizonyult a legjobbnak eme feladatra. Elsősorban a kötelező gépjármű-felelősségbiztosítási kárstatisztikát, például egy-egy személyi sérüléses kár nagyon el tudja téríteni. Másodsorban a munkám során főként a CASCO-s termékünkkel foglalkoztam, így esett a választás erre. A kalkuláció során mindegyik módszernél 2003-tól 2013-ig bekövetkező káradatokat használtam fel éves bontásban, valamint a korábbi évek tapasztalait igénylő módszereknél a 2003 előtti négy évvel számoltam, amelyek már kifutottak. Nem érdemes sokkal korábbi éveket venni, mert a piac, az új termékek, a technikai fejlődések jelentősen eltéríthetik a becsléseket. Kumulált kárkifizetési háromszöggel dolgoztam. A káradatokat a következőképpen adtam meg: a függőleges tengelyen a kár bekövetkezésének ideje szerepel, míg a vízszintes tengelyen a kár kifizetésének éve a kár évéhez képest. Most lássuk a módszereket a gyakorlatban.

4.2. A jéghegy módszer

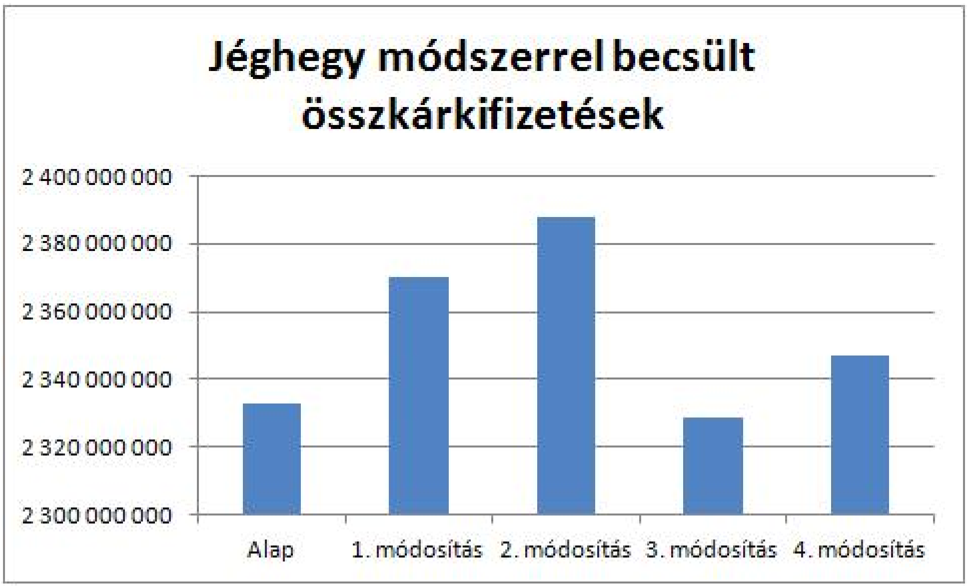
Ennél a módszernél nagy hangsúlyt kap az első vizsgált év. A korábbi évek tapasztalatait csak a d_t megadásakor használjuk fel, mely jelen esetben 99,98%. Négy módosítás ad lehetőséget az első év szerepének a csökkentésére. Az ezekre vonatkozó kifutási faktorok hasonlóságát a következő ábra is szemlélteti.



4.1. táblázat

A jéghegy módszer alapesetében egy éven belül kifizetjük az adott évre becsült összkárkifizetések 74,4%-át. A 3. módosításnál és a 4. módosításnál is ugyanezt az eredményt kapjuk, mivel mindhárom az első vizsgált éven alapszik. Az 1. módosításnál már nagyobb szerepet kapnak a korábbi évek tapasztalatai, ahol a kifizetések 66,1%-át fizetjük ki csak egy éven belül. A 2. módosítás a legrosszabb esetet nézi, ahol 1,6%-kal kisebb a d_1. Ebből azt a következtetést tudjuk levonni, hogy amennyiben az első vizsgált év kárkifizetés arányai jelentősen eltérnek az átlagtól, az teljes mértékben elviheti a becslésünket egy rossz irányba.

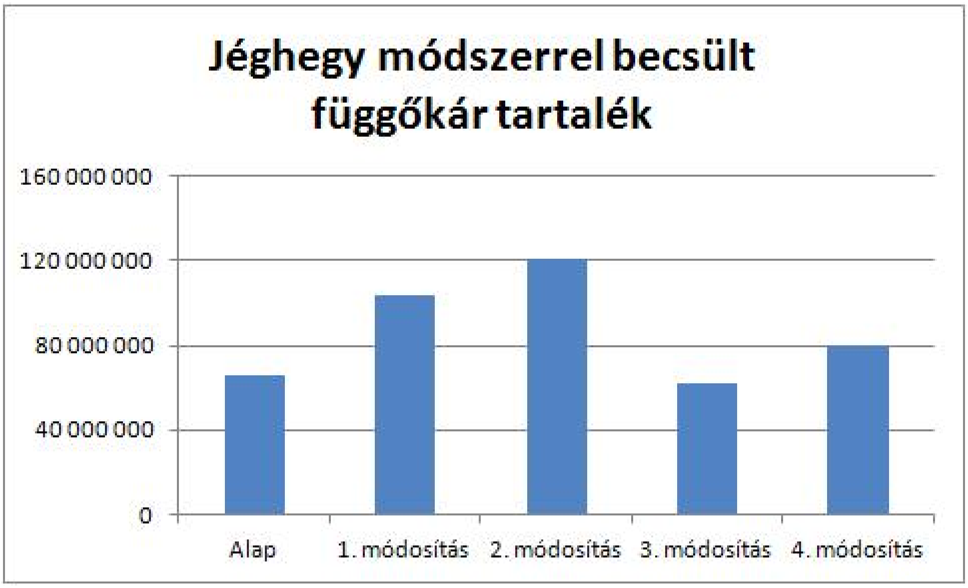
A becsült összkárkifizetéseket mutatja a következő diagram.



4.2. táblázat

Ahogy várható volt, a 2. módosítás adta a legmagasabb értéket, ami a legrosszabb esetet feltételezte. Az 1. módosítás esetében pedig a korábbi évek tapasztalatai emelték meg az összkárkifizetések becsült értékét. Jelen esetben a 3. módosítás adja a legkisebb értéket. Emlékezzünk vissza, ebben az esetben úgy számítottuk ki az évenkénti összkárt, hogy a megfelelő periódusban szereplő faktorok átlagát vettük.

Most nézzük, milyen függőkár tartalékokat adott nekünk a módszer.

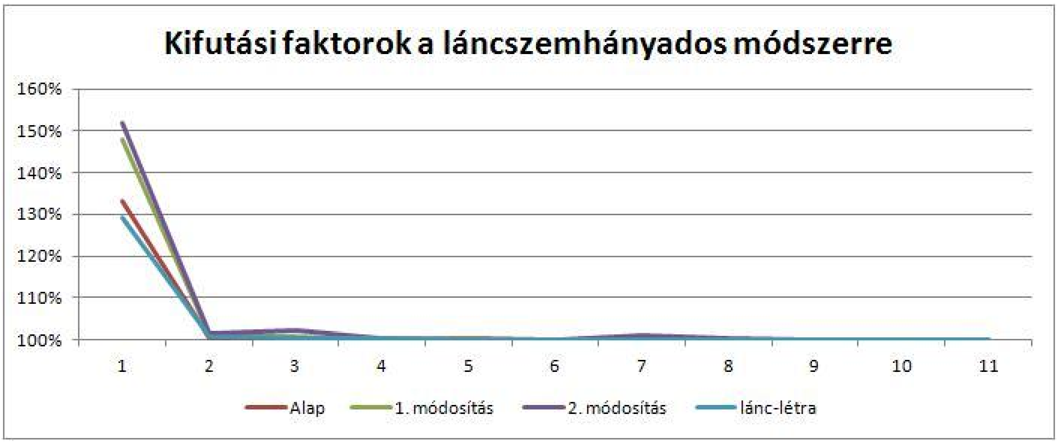


4.3. táblázat

A tartalékok nagyságának megoszlása megegyezik az előző ábrán látható becsült összkárkifizetésekkel. Látható, hogy az eredmények nagyon eltérőek. Az egyik módosításnál elegendő hatvan millió körüli tartalék, míg máshol ennek dupláját tartaná szükségesnek. A módszer megbízhatóságát, pontosságát, stabilitását a következő fejezetben taglalom.

4.3. A láncszemhányados módszer

Ez a változat nagyon hasonlít a jéghegy módszerhez, csak bizonyos értelemben a fordítottja. Itt a növekedési faktorok azt mutatják meg, hogy egy adott év kárainál a következő évre mennyivel nőnek meg a kárkifizetések . Ennél a példánál a c_t-re 100,02% adódik. Itt is az első év a meghatározó, de a különböző módosításokkal ennek hatása csökkenthető. A következő ábra jól szemlélteti, hogy az első évben zajlik le a kárkifizetések jelentős része. A második és harmadik évben még látható mozgás, de a negyedik évtől már csak minimális a térítés. Mivel CASCO biztosítás káradatai lettek feldolgozva, nem várhatóak sokkal későbbi kárkifizetések. A gépjárműsérülések könnyebben számszerűsíthetők az alkatrészek ára, illetve a piaci helyzet alapján, míg egy felelősségbiztosításban nehezen határozható meg például egy személyi sérülésnél a kártérítés összege.



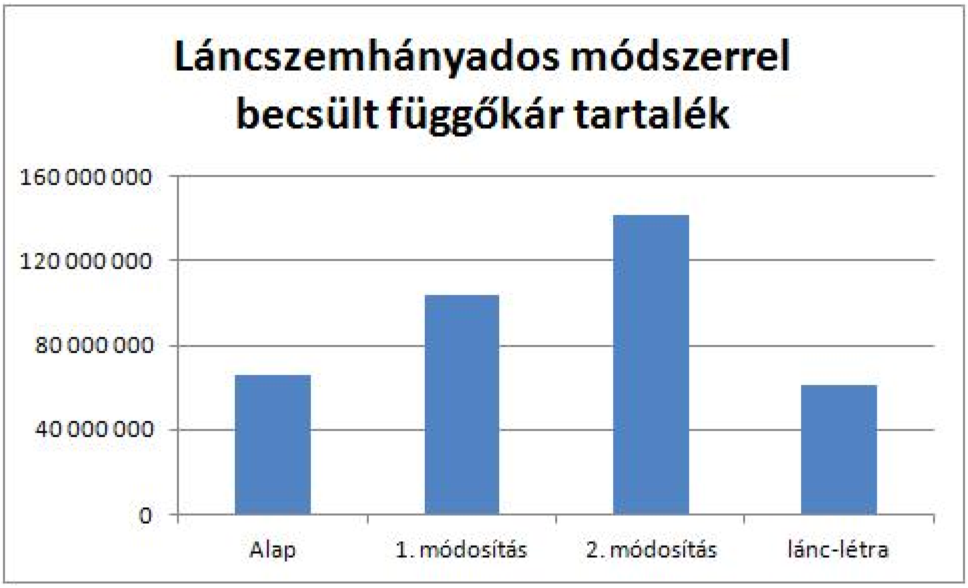
4.4. táblázat

Az alap láncszemhányados módszer első és második módosítása mozog együtt, mivel mindkét esetben a korábbi évek tapasztalataira helyezik a hangsúlyt 150% körüli c_1 növekedési faktorral. Hasonlóan az előző módszerhez, a 2. módosítás vizsgálja a legrosszabb esetet, ezért ez adja a legmagasabb értéket. Az alap módszernél az első év kárkifizetési szokása eltér a korábbi évekétől, itt kevesebbel, mindössze 133%-kal számolhatunk. Ez jól mutatja, hogy az évek során a technika fejlődésével, papírmentes irodákkal gyorsabb a lefolyása a kárkifizetéseknek. A legkisebb a lánc-létra együtthatója, mivel a kifutási háromszög növekedési faktorainak súlyozott átlagával számol, ami így a jelenlegi kárkifizetési szokások felé tolja a becslést.

4.5. táblázat

Az összkárkifizetéseknél az alap módszer az első évből kiindulva határozta meg az összkárkifizetéseket, látható, hogy a korábbi évek tapasztalataira épült 1. módosítás ettől sokkal rosszabb évekre számít. Várakozásainknak megfelelően a 2. módosítás adta a legmagasabb értéket, úgy mint az előző módszer esetében. A lánc-létra adta a legkisebb becslést, ennek helyessége a későbbiekben kiderül.

A függőkár tartalékra a következőt kaptuk.



4.6. táblázat

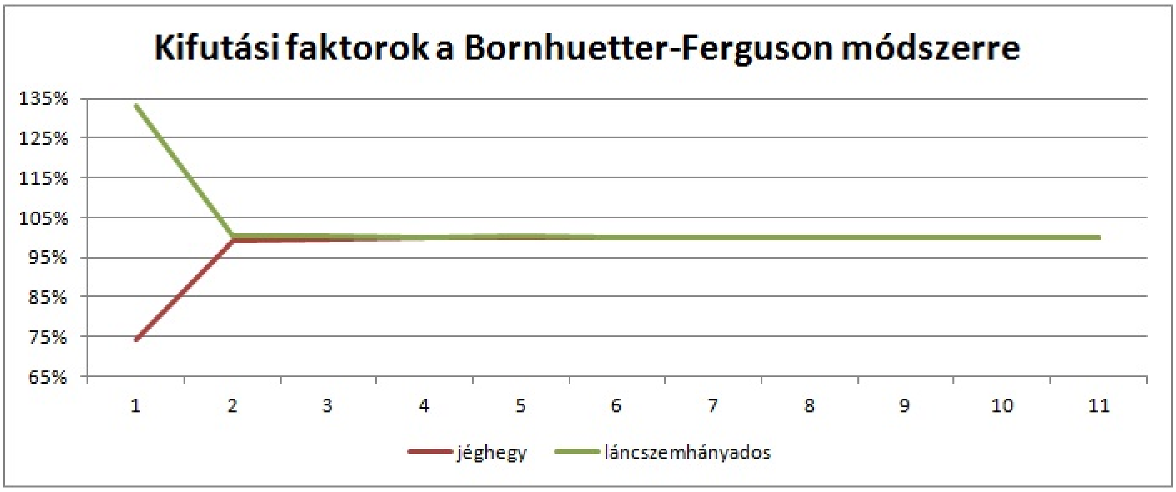
A függőkár tartalékokat a becsült összkárkifizetések és a kumulált kárkifizetések különbségével adjuk meg, így érthető, miért látunk hasonló megoszlást.

4.4. A naiv kárhányad módszer

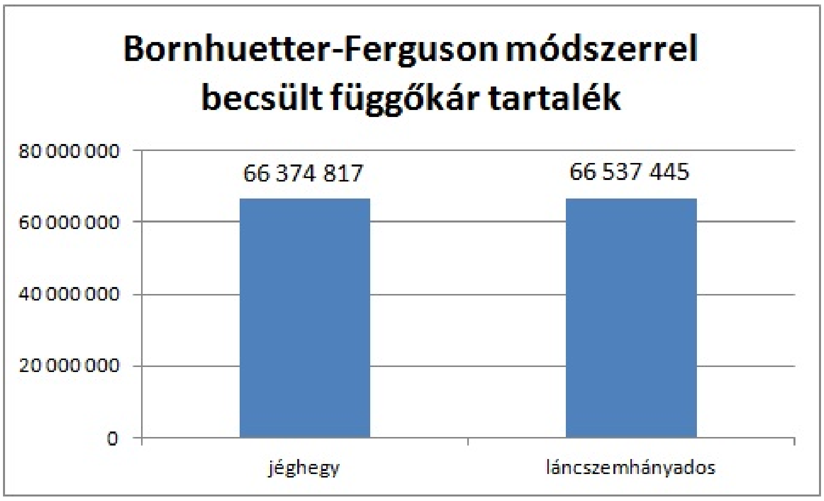
Csak új biztosítóknak ajánlott ezzel a módszerrel számolni kártapasztalatok hiányában. Itt szükséges a díjak megadása, valamint a kárhányad is. Ennek megadása előzetes kalkulációk alapján, piac és a profit elvárásának figyelembevételével a biztosító adja meg. Én 60%-os kárhányaddal számoltam. Az a tapasztalat, hogy a díjszintet egyre inkább le kell csökkenteni, hogy állományt tudjon szerezni a biztosító társaság. Viszont a kárkifizetések nagyságát nem lehet jelentősen befolyásolni (esetleg utángyártott alkatrészek alkalmazásával), így a kárhányad emelkedik. Az összkárkifizetést nézve, a naiv módszer szinte megegyező értéket ad, mint a jéghegy módszer 2. módosítása. Ugyanez mondható el a függőkártartalék becsléséről. Emlékezzünk vissza, hogy ez a változat mindig a legrosszabb esetet feltételezte. Amennyiben nem 60%-os kárhányaddal, hanem kevesebbel akarunk számolni (és ezzel csökkenteni a függőkár tartalékot), akkor az magasabb díjszintet feltételez.

4.5. Bornhuetter-Ferguson módszer

A Bornhuetter-Ferguson módszer több függőkár tartalék módszert használ fel a becsléshez. A növekedési faktorokat kétféleképpen is megkaphatjuk. Az egyik ilyen lehetőség, ha a jéghegy módszert használjuk, a másik, ha a láncszemhányados módszert. Mivel ezek egymásnak reciprokai, ezért az ábrán is látható, hogy tengelyes tükörképei egymásnak a 100%-os faktorra nézve.



4.7. táblázat



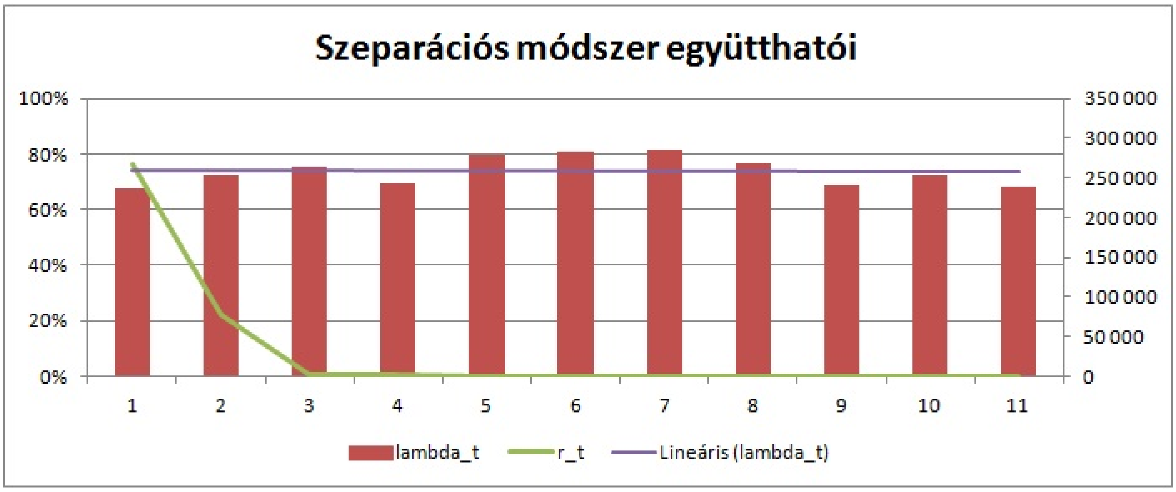
4.8. táblázat

A naiv módszer alapján ugyanazokból a díj adatból, valamint ugyanabból a 60%-os a kárhányadból becsüli meg az összkárkifizetések mértékét. Így ezek megegyeznek az előző fejezetben bemutatott naiv kárhányad módszer által megadottal.

Egyedül a tartalékképzéskor fedezhetünk fel különbséget, de ez sem jelentős eltérés. 1-2 millióval tér el a jéghegy és láncszemhányados módszer alapváltozatából kiszámolt tartalékoktól.

4.6. Szeparációs módszer

A szeparációs módszernél nem a kumulált káradatokkal dolgozunk, mint az eddigi módszereknél, hanem kumulálatlanul. Ezen kívül szükségesek a kárdarabszámok is, szintén kumulálás nélkül. Lánc-létra módszerrel becsültem meg a végső kárdarabszámokat. Ezen kívül még két változó szükséges a becsléshez. Az r_j, ami azt mutatja meg, hogy a kár keletkezésétől számított j. évben a károk hányad részét fizetik ki. Természetesen az r-ek összege 1, tehát 100%. A λ_j pedig a j. évi inflációt reprezentálja.

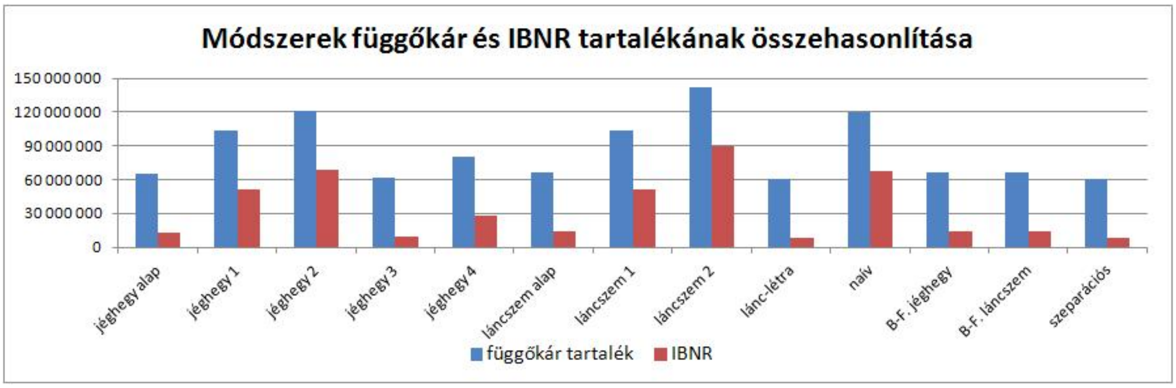


4.9. táblázat

A diagram jól mutatja, hogy az inflációra illesztett trend vízszintes, a kezdeti és az utolsó értéke ugyanakkora, így az előrejelzésnél az utolsó számolt adatot alkalmaztam, 0 inflációt feltételezve. A zöld vonaldiagramon látható, hogy a károk legnagyobb része az első két évben kerül kifizetésre, a harmadik évben és azután már 1% alatt van a kifizetések mértéke.
Mind a becsült összkárkifizetések, mind a függőkár tartalékok becslésének eredménye minimálisan tér csak el a lánc-létra módszer által adott eredményektől.

4.7. Az IBNR tartalékok

Az IBNR károk tartaléka a függőkárok tartalékának és a tételes függőkártartaléknak a különbségével adható meg. A következő ábrában összegeztem a különböző módszerek és módosításaik által kapott eredményeket a könnyebb összehasonlítás céljából.



4.10. táblázat

Leolvasható, hogy a legmagasabb tartalékokat azok a módosítások adták, ahol a legrosszabb esetet vettük figyelembe. Emellett a naiv kárhányad adott még hasonlóan kimagasló értéket, ez a viszonylag magas 60 %-os feltételezett kárhányad miatt van. Pár alfejezettel ezelőtt (4.4-es alfejezet) ki is fejtettem részletesen az álláspontomat. Ezek után a jéghegy és a láncszemhányados módszer 1. módosításai emelkednek még ki, mivel itt már felhasználják a korábbi évek tapasztalatait, ami jelentősen eltér a több mint 10 évvel későbbi trendtől. Nagyon hasonló végeredményre jutott a jéghegy módszer alap, láncszemhányados módszer alap, valamint a Bornhuetter-Ferguson módszer. A legkisebb tartalékokat a jéghegy módszer 3. módosítása, a lánc-létra és a szeparációs módszer adta.

A következő fejezetben ezen módszerek stabilitását és becslési pontosságát fogom vizsgálni, hiszen ez alapján dönthető el melyiket érdemes a gyakorlatban használni.

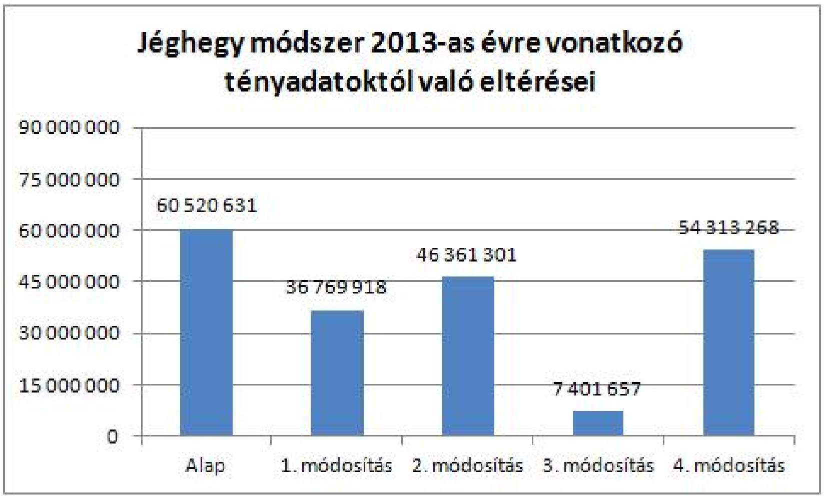
5. fejezet

A módszerek stabilitása, becslési pontossága

Ebben a fejezetben azt fogom vizsgálni, hogy a különböző tartalékképzési módszerek mennyire stabilak, tehát a korábbi évek adatain elvégzett kárkifutás becslés mennyire ad más megoldást, valamint mennyire becsülik jól a tényadatokat. Ennek megállapításához úgy számoltam az adatokkal, mintha egy évvel visszamentem volna az időben. A kalkuláció során mindegyik módszernél 2003 helyett 2002-től 2012-ig bekövetkező káradatokat használtam fel éves bontásban. Valamint a korábbi évek tapasztalait igénylő módszereknél a 2002 előtti négy évvel számoltam, melyek már kifutottak. A módszerek segítségével feltöltöttem a kifutási háromszög mellékátlóját, így megkaptam a becslést a 2013-ban kifizetett károk nagyságára vonatkozóan. Mivel a tényeket ismertem az alapadatokból, így össze tudtam hasonlítani a becsléssel és meg tudtam állapítani melyik közelíti legjobban a valóságot. 2013-ban 59,4 millió lett kifizetve. A módszerek stabilitását is vizsgáltam az összkárkifizetések becslésére vonatkozóan. Itt arra voltam kíváncsi, hogy egy év elteltével mennyire tér el egymástól ugyanazon időszakra becsült kárkifutás. Az összkárkifizetésekre adott becslések mind 2 milliárd felettiek voltak.

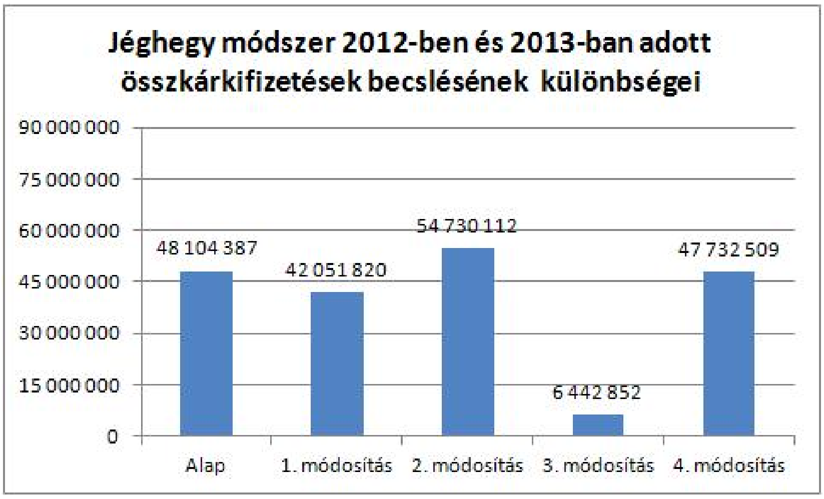
5.1. A jéghegy módszer

A következő ábrán az látható, hogy a jéghegy módszer által 2013-ra becsült kárkifizetések mennyire tértek el a tényadatoktól.



5.1. táblázat

Mindegyik változat felülbecsülte a tényleges kifizetéseket. A legnagyobb eltérés az alap módszernél látható, mivel több, mint kétszer annyit becsült, mint a ténykifizetés. A 3. módosítás adja a legpontosabb becslést, mert mindössze 7,4 millióval, körülbelül 12%-kal becsülte túl a valós kárkifizetéseket.
A lenti diagram a 2002-2012 és 2003-2013 évek vizsgálatai alapján kapott 2002-2012-re vonatkozó kárkifutások becslésének a különbségét mutatja.

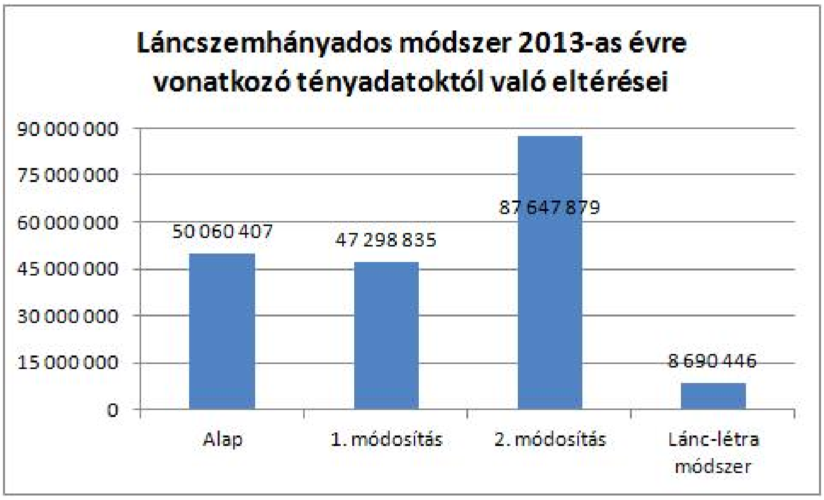


5.2. táblázat

A 2002-2012-es évekre adott becslések körülbelül 3%-kal magasabbak, mint a 2003-2013-ra kapottak. Itt a 3. módosítás a legstabilabb, mert mindössze 0,5% az eltérés.

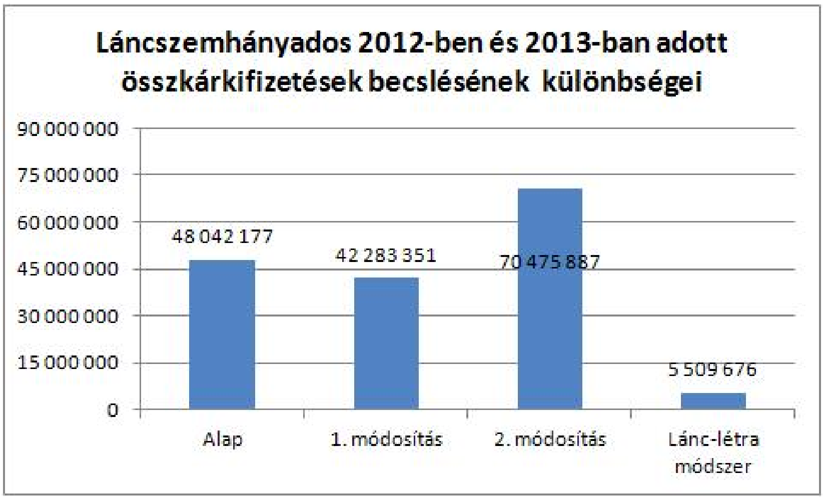
5.2. A láncszemhányados módszer

A következő ábrán az látható, hogy a láncszemhányados módszer által 2013-ra becsült kárkifizetések mennyire tértek el a tényadatoktól.



5.3. táblázat

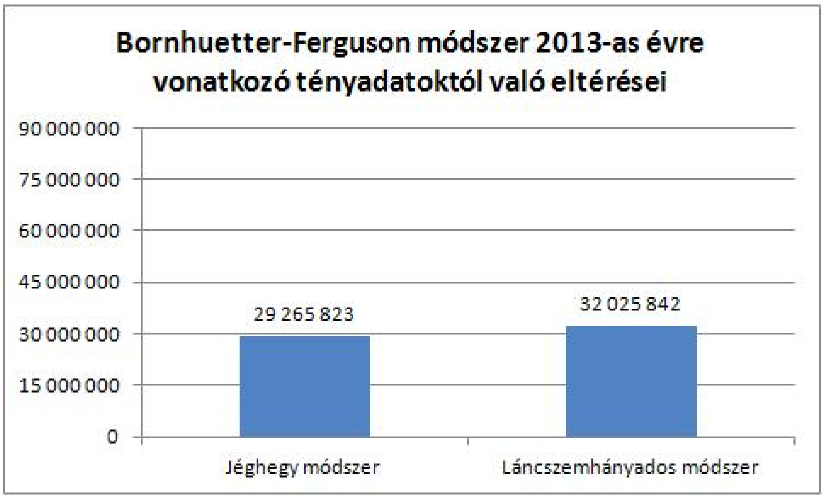
Kiugróan magas az eltérés a 2. módosításnál, ami a legrosszabb esetet nézi, ezáltal a legnagyobb különbséget adja, két és félszer túlbecsülte a tényadatokat. A legjobb eredményt a gyakran használt lánc-létra módszer adja, mindössze 15%-os különbséggel.



5.4. táblázat

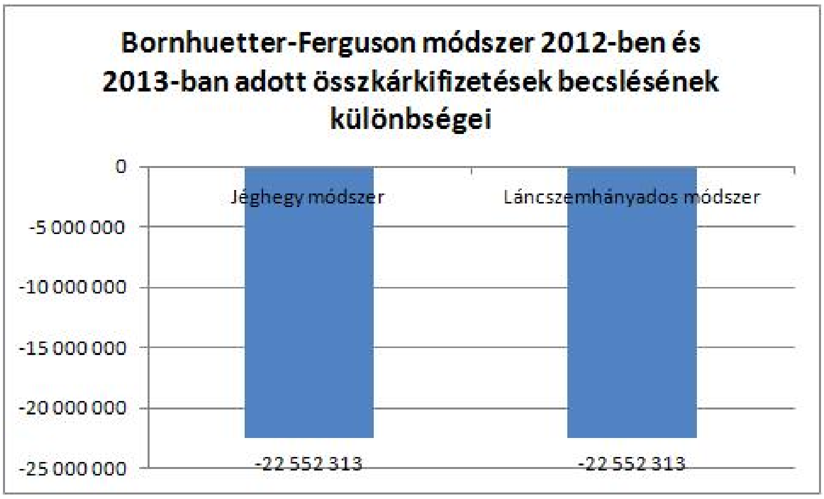
A 2002-2012-es évek alapján készített becslés itt is magasabb, mint a 2003-2013 alapján készített. A lánc-létra módszerrel kapjuk a legstabilabb becslést, mivel alig 0,25%-os az eltérés.

5.3. Bornhuetter-Ferguson módszer



5.5. táblázat

A Bornhuetter-Ferguson módszer a másfélszeresét adta a 2013-as évre vonatkozó kárkifizetéseknek, bár még mindig van ennél sokkal pontosabb közelítés is. Azért van olyan kis eltérés a két változat között, mert mindkettő az első évet használja fel a növekedési faktorok megadására, csak más módon számolja ki a tartalékot.



5.6. táblázat

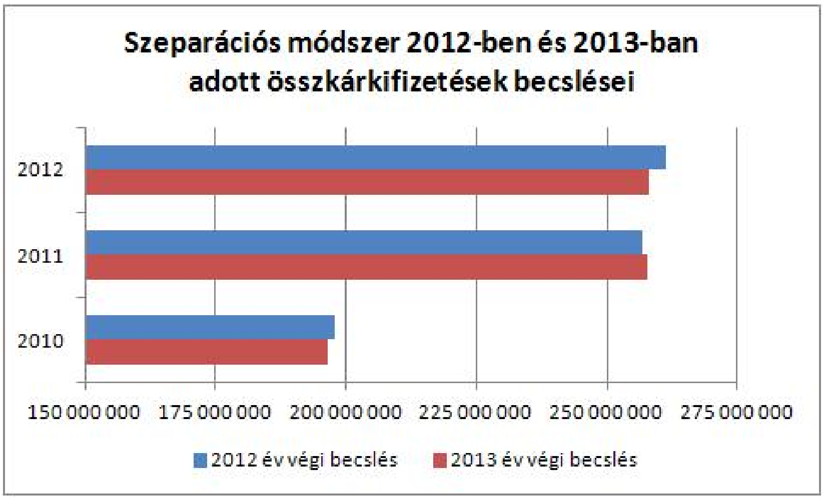
Számomra meglepő módon a Bornhuetter-Ferguson módszer volt az egyik, aminél a 2003-2013-as évi becslések szerint nagyobb összkárkifizetésre lehet számítani, mint amit a módszer adott a 2002-2012-es évre. Így születtek negatív eredmények, melyek 1%-os különbséget adtak. Ezen az ábrán ugyanazokat az összegeket látjuk, mivel mindkettő a naiv kárhányad módszerét használja fel az összkárkifizetések becslésére a díjból és a kárhányadból.

5.4. Szeparációs módszer

Az általam kiválasztott módszerek közül a szeparációs módszer volt az, amelyik a legközelebbi becslést adta a 2013-as évre vonatkozó kárkifizetésekre. Alig 3,4 millióval, azaz 6%-kal becsülte fölé az 59,4 milliós tényleges kárkifizetést. A diagramon jól látható, hogy 2010-ben és a 2012-ben még felülbecsülte a 2013-as kárkifizetésekre vonatkozó tényadatokat, viszont a 2011-es évben alulbecsülte azokat.

5.7. táblázat

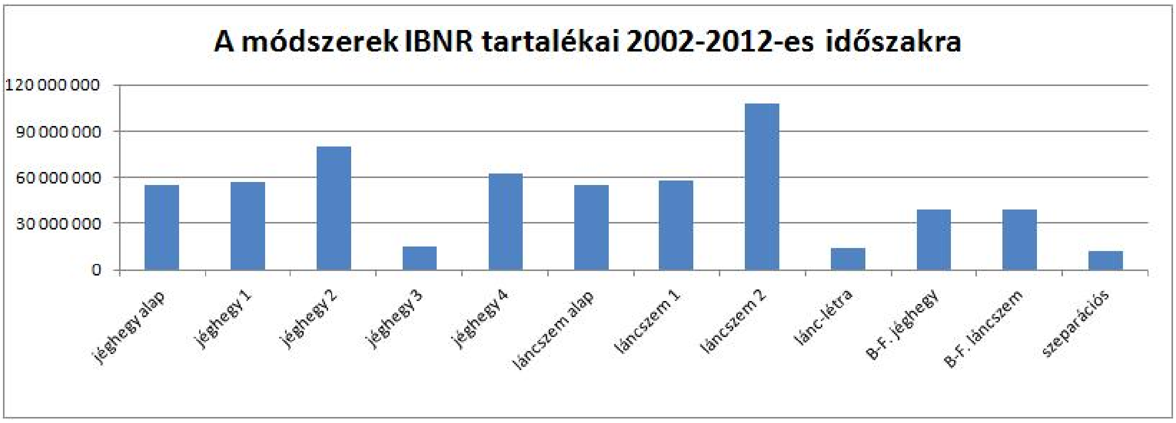
A második ábrán az elsőhöz hasonlóan, a 2010-es és 2012-es évre vonatkozó összkárkifizetések nagyságára a 2002-2012-es évek alapján készített becslés magasabb értéket adott, mint a 2003-2013-as évek alapján készített becslés. Viszont a 2011-es évre a szeparációs módszernél, a 2003-2013-as évek alapján készített becslés szerint magasabb összkárkifizetésre lehet számítani, mint ahogy azt egy éve megadták.



5.8. táblázat

5.5. IBNR tartalékok

A következő diagramon a módszerek IBNR tartalékai láthatóak a 2002-2012-es időszakra képezve.



5.9. táblázat

Az előző fejezet végén, a 2003-2013-as időszakra adott IBNR tartalékok és a fent látható 2002-2012- es időszakra képzettek nem lesznek összehasonlítva. Összehasonlításukkor a 2002-2012-es időszakot vehetnénk figyelembe. A probléma az, hogy 2013 év végén már bejelentették a 2011-es és 2012-es károk jelentős hányadát, amik az IBNR tartalék nagy részét teszik ki. Ennek ismeretében a 2002-2012-as időszakra adott IBNR tartalékok, a 2012 év végi becslés szerint jóval magasabbak lennének, mint a 2013 év végén adottak. Ennek fő oka, hogy CASCO biztosításról beszélünk, amiről az előző fejezetekből kiindulva már tudjuk, hogy a 2. év végéig az összes kár körülbelül 95%-át bejelentik.

Összességében elmondható, hogy ugyanazokkal az arányokkal rendelkeznek, mint a függőkár tartalék becslés során kapott eredmények.

Összefoglalás

A következő diagramokon összesítettem az eredményeket a könnyebb átláthatóság érdekében. A következtetések levonásához az ábrák közös vizsgálata szükséges. Összességében elmondható, hogy ugyanazokkal az arányokkal rendelkeznek az IBNR tartalékok, mint a függőkár tartalék becslés során kapott eredmények. Az első ábra esetében a különböző módszerek által megadott függőkár tartalékok alapján számoltam ki az eltéréseket.

5.10. táblázat

5.11. táblázat

Mivel a legjobb becslést akarom kiválasztani, ezért a jéghegy módszer 3. módosítása, a lánc-létra módszer, vagy a szeparációs módszer kerül ki nyertesként. Kezdjük a szeparációs módszerrel. Elsősorban a bonyolultsága miatt, valamint az, hogy a darabadatok is kellenek, összességében nem tekinthető túl felhasználóbarát megoldásnak. Ez a módszer adta a legkisebb eltérést, mivel mindössze 3,4 millióval becsülte felül a 2013-as évre vonatkozó kárkifizetések összegét. A jéghegy módszer 3. módosítása adta a második legkisebb eltérést. Itt külön ki kell számolni a növekedési faktorokat a kárkifizetési háromszög elemeire, ami hosszadalmas folyamat. Habár itt, ezekre az alapadatokra jó eredményt adott, mégis azt hallani, hogy a lánc-létra a legegyszerűbb és leggyakrabban használt módszer a biztosítótársaságok körében. E két módszer eredményei között nincs nagy eltérés. Mára szinte a legtöbb irodában áttértek a papírmentes munkára, a legtöbb számítást már nem is excelben végzik, hanem programokat írnak rá és különböző felületeket alakítanak ki a felhasználóbarátabb felhasználás érdekében. Mindezek tudatában nem kötelezném el magam egyik módszer mellett sem. Jelen esetben a jéghegy módszer 3. módosítását, a lánc-létra módszert, valamint a szeparációs módszert egyaránt tudom ajánlani az IBNR tartalékok megképzésére.

Köszönetnyilvánítás

Szeretnék köszönetet mondani a családomnak, barátaimnak, akik mindig arra ösztönöztek, hogy a legjobbat hozzam ki magamból és ne adjam fel. Külön köszönet Rádonyi Ágnesnek, a munkahelyi vezetőmnek, hogy időt és fáradtságot nem kímélve segítette a munkámat. Úgy érzem a pályafutásom alatt még sokat tanulhatok tőle. Végül, de nem utolsó sorban Ilicsuk Zsoltnak, a barátomnak vagyok nagyon hálás, hogy feláldozta értem a napsütéses délutánjait, hétvégéit és helyette csendben dolgozott, hogy lelkiekben támogasson, hogy ez a szakdolgozat elkészülhessen.

Irodalomjegyzék

[1] Arató Miklós, *Nem-életbiztosítási matematika*, ELTE Eötvös Kiadó, 2001

[2] https://felugyelet.mnb.hu/topmenu/jogszabalyok/hazai_jogszabalyok *8/2001. (II. 22.) PM rendelet a biztosítástechnikai tartalékok tartalmáról, képzésének és felhasználásának rendjéről*

[3] https://felugyelet.mnb.hu/bal_menu/jelentesek_statisztikak/statisztikak/ /pszaf_idosorok/idosorok, *Biztosítási szektor idősorai*, 2013. évi IV. negyedéves adatokkal

[4] Cabe Chadick - Wes Campbell - Finn Knox-Seith - : *Comparison of Incurred But Not Reported (IBNR) Methods*, 2009

[5] Bihari Róbert, *IBNR tartalékok meghatározása*, alkalmazott matematikus szakdolgozat, 2006