Szavatolótőke allokácós módszerek a biztosításban

Koronka Gábor

Konzulens: Malicskó Gábor László

May 11, 2015

Tartalomjegyzék

1 Áttekintés

A dolgozat az egyik fontos, biztosítóknál felmerülő problémával foglalkozik: a szavatolótőke allokációjával. A dolgozat célja a fontosabb allokációs módszereknek bemutatása és elemzése, illetve a biztosító adott feladataihoz ezek közül a legalkalmasabb megtalálása.

Ezen módszerek elemzéséhez ismerni kell a biztosítót érintő kockázatokat, ezért egy fejezetet szántunk ezen kockázatok bemutatására. Emellett fontos ismerni, hogy mi is pontosan a szavatolótőke és milyen feltételeknek, elvárásoknak kell megfelelnie, így a kockázatok bemutatása után 2016. január 1-én bevezetésre kerülő szolvencia II szerinti szavatolótőke-szükséglet részletezzük. Ezt követően a szavatolótőke-szükségletet számolásának egyik lehetséges módját a sztenderd módszert mutatja be dolgozat. Ezt követi az allokációs módszerek bemutatása, illetve a dolgozat ezen szakaszában részletezzük az allokáció alapvető feltételeit. Végül a dolgozat utolsó szakaszában az allokáció gyakorlati hasznával foglalkozunk, amit egy példabiztosítón demonstrálunk.

2 Bevezetés

A biztosítási szerződésben foglalt megállapodás a biztosító és a biztosított között, ahol a szerződésben meghatározott a jövőben előre nem megjósolható káreseményekből adódó kockázatok egy részét vagy egészét, biztosítási díj ellenében átvállalja a biztosító.

Ahhoz, hogy a biztosító a szerződésben foglalt kötelességének megfeleljen, fel kell mérni a várható kötelezettségeit, amihez meg kell becsülnie a várható károk számát és nagyságát. Ezek alapján pedig a befizetett díjakat úgy kell kezelnie, hogy ezekből fedezni tudja a jövőben várhatóan bekövetkező kárait, illetve költségeit.

A valós kár azonban legritkább esetben egyezik meg a várható kárral, hiszen ez egy véletlen érték, amit egy valószínűségi változóval írhatunk le. Ezért a biztosítói tevékenységet szigorúan szabályzó törvények arra az esetre is kitérnek, amikor az egész állomány szintjén a várható kárt meghaladja a valós. Ezen esetek kezelésére, amikor a díjból nem lehet teljesíteni a kötelezettségeket, ahhoz hogy ennek ellenére teljesíteni tudják azokat, szavatolótőkét kell képeznie a biztosítónak.

A szavatolótőke a biztosító minden tevékenységét érintő aggregált kockázatból adódó esetleges többletkiadás fedezetéül szolgál. Ezen tőkeelem volumenének meghatározásakor figyelembe kell venni azt, hogy erre vonatkozóan tőrvényileg előírt minimumszint van meghatározva. Tehát a biztosítónak rendelkezésre kell, hogy álljon saját tőke, amivel a fent írt esetleges többletkiadásokból adódó kötelezettségeket fedezni lehet.

Ezt a tőkét is a tulajdonosok biztosítják a társaság részére. A tulajdonosok a befektetett tőkéjükre elvárnak egy bizonyos hozamszintet, ami a CAPM modell alapján a piaci béta segítségével számolható módon meghaladja a kockázat semleges hozamot. Az elvárt hozamot a beszedett díjakon realizált várható profitból fedezi a biztosító.

A fentiekben leírtakból látható módon a technikai díj két részből adódik: a várható kárkifizetésekből és a tőkeköltségből. A biztosítási díj ezen felül tartalmazza a tevékenységének végzéséhez szükséges költségeket is. A biztosítási termékek árazásakor ezeket a tényezőket kell figyelembe venni.

A dolgozat a szavatolótőkével és annak allokációjával foglalkozik, így most az árazásnak ezzel kapcsolatos részét tárgyaljuk a következőkben, mászóval a szavatolótőke tőkeköltségét. A tőkeköltség a tulajdonosok hozamszint elvárásából, ami a társaság számára meghatározott érték, és a szavatolótőke nagyságából adódik. Ezen hozamszint elvárás pontos meghatározása nem a dolgozat része.

A szavatolótőke nagyságát a törvényben előírt minimum korlátozza be a biztosítók esetében. A törvényi szabályzás erre vonatkozó része 2016. Január 1-étől a szolvencia II. Ez a szabályzás sokkal kockázatérzékenyebb, mint a most hatályos szolvencia I, de ezzel együtt sokkal összetettebb is.

A szolvencia II szerint két féle módon számolhatják a biztosítók a minimális szavatolótőke szükségletüket, a belső modellel vagy a sztenderd módszerrel. Ezeknél a módszereknél figyelembe veszik az ágazatok és különböző kockázatok közötti összefüggéseket, diverzifikációs hatásokat. Ebből az következik, hogy ezek a módszerek a biztosító teljes aggregált kockázatához rendelnek egy összeget. Ezért viszont nem triviális meghatározni azt, hogy melyik termék milyen súllyal járul hozzá a teljes szavatolótőkéhez, így ez külön számolható. Az allokációs módszerek a teljes kockázatban szereplő, különböző kockázatok súlyát határozzák meg.

Ez az árazásban azért fontos, mert egy újabb termék bevezetésénél, de egy meglévő termék értékelésénél is fontos tudni, hogy milyen tőkeköltség tartozik az adott termékhez.

3 Kockázatok a biztosításban

Az előző fejezetben részletezett károkból adódó kockázat mellett a biztosítókat sok más kockázat is érinti, így a szavatolótőke kalkulációja során, nem csak a károk kockázatát, hanem minden más, a biztosítási tevékenységet érintő számottevő kockázatot is figyelembe kell venni. Természetesen a sztenderd módszer is a számolás során fegyelembe veszi a lehetségesen előforduló kockázatok.

A módszer a következő kockázatokkal számol:

1. Az immateriális javak meghatározásából származó kockázat ([9] SCR.4.).

2. A piaci kockázat ([9] SCR.5.) a veszteség vagy a pénzügyi helyzetben bekövetkező kedvezőtlen változás kockázata, amely - közvetlenül vagy közvetve- az eszközök, források és pénzügyi eszközök piaci árszintjének és volatilitásának ingadozásából ered. Ez a kockázat a [9]-ben tovább van bontva alkockázatokra (úgy, mint: kamatláb-, eszköz-, vagyon-, deviza-, árfolyam-, és illikviditási díjkockázat).

3. A nem teljesítési kockázat ([9] SCR.6.) a partnerek kötelezettségeiből az elkövetkező tizenkét hónapban realizálódó veszteség. Ezen kockázat egyik legfontosabb eleme a viszontbiztosítási szerződésekben foglaltak nem teljesítése, amikor a viszontbiztosító nem fizet.

4. A nem-életbiztosítási kockázat ([9] SCR.9.) a nem-életbiztosítási ághoz tartozó kötelezettségekből származó kockázat. Ennél a kockázatnál figyelembe kell venni a szerződők döntéseiből, mint a törlés és megújításból, adódó kockázatokat is.

Ezeken felül a sztenderd módszer számol az élet és egészség ághoz tartozó kötelezettségekből adódó kockázatokkal is, amit most nem részletezünk, mert a dolgozat a nem-életágra, így az azt érintő kockázatokra koncentrál.

A kockázatok meghatározásánál fontos, hogy a számolás során a kockázatok ne fedjék egymást, ugyanakkor minden lehetséges kockázat teljes egészében figyelembe legyen véve.

4 Szavatolótőke a biztosításban

A fentebb felsorolt biztosítókat érintő kockázatok kezelése a biztosító egyik alapfeladata. Az ezekből adódó esetleges többletkiadások fedezetére tőkét kell képezni, ez a tőkeelem a biztosítási szavatolótőke.

A 2016-tól érvényes szolvencia II-es irányelvek [7] szigorú keretet szabnak ezen szavatolótőke szintjének meghatározására. Ezen elvek azon alapulnak, hogy a biztosítónak egy kétszáz éves ciklusban bekövetkező legnagyobb többletkiadást is tudnia kell fedezni.

Ez statisztikailag megfogalmazva azt jelenti, hogy a biztosító szavatolótőke-szükséglete meg kell, hogy haladja a minden számszerűsíthető kockázat 99,5%-os percentilisének és a várható értékének a különbségét. A biztosítókra vonatkozó előírások alapján, a fent megfogalmazottak kiszámítására két lehetősége van: vagy belső modellel számolnak vagy a sztenderd módszert használják. Ebben a dolgozatban a sztenderd módszerrel számolt szavatolótőke-szükségletből indulunk ki. A következő fejezetben ezt a módszert részletezzük.

5 Sztenderd módszer

Hatóságilag elő van írva, hogy a minimális szavatolótőke szintjét a sztenderd módszerrel [9] kell kiszámolni a biztosítóknak, ez alól csak az lehet kivétel, aki belső modellt használ ennek meghatározására. A módszer úgy épül fel, hogy meghatározza minden kockázatra részletesen az ahhoz tartozó szavatolótőke elem kiszámolását, illetve leírja ezen elemek aggregálásának módját.

A dolgozat témája a nem-élet ágazatok allokációja, így ebben a fejezetben a sztenderd módszer ezzel szorosan összefüggő részeire fókuszálunk.

Emellett az egyes részeknél egyszerűsítő feltételezéseket is kifejtjük, amiket a dolgozat végén szereplő példa biztosító egyszerűsített modelljéhez teszünk fel.

5.1 Kockázati kategóriák aggregálása

A sztenderd módszer nyolc fő részből áll: a működési, nem várt díjtartalék és adóváltozásokból adódó, a piaci, a viszontbiztosítási, az életbiztosítási ágra, egészségbiztosítási ágra és nem-élet ágra jutó, immateriális javakra jutó kockázatokat számoló modulokból. Ezek a modulok külön számolnak szavalotótőke-szükségletet a nyolc fő részhez, ezeket jelölje rendre

$SCR_{op} = SCR_1$, Adj, $SCR_{mrk} = SCR_2$, $SCR_{cda} = SCR_3$,

$SCR_{life} = SCR_4$, $SCR_{health} = SCR_5$, $SCR_{nonlife} = SCR_6$, SCR_{inm}.

Ebből számolható a teljes szavatolótőke szükséglet a következőképpen:

$$SCR = \sqrt{\sum_{i,j=1}^{6} (corr_{i,j} \times SCR_i \times SCR_j) + SCR_{intangibles} + Adj + SCR_{op}},$$

ahol a korrelációs mátrix elemei:

	Piaci	visz. bizt. csőd	élet	egészség	nem-élet
Piaci	1	0,25	0,25	0,25	0,25
visz. bizt. csőd	0,25	1	0,25	0,25	0,5
élet	0,25	0,25	1	0,25	0
egészség	0,25	0,25	0,25	1	0
nem-élet	0,25	0,5	0	0	1

A példa bisztosító esetében a fent felsorolt kockázatok közül a nem-élet ághoz tartozó kockázaton kívüli kockázatoktól eltekintünk, vagyis nullának feltételezünk azokat.

5.2 Nem-élet ághoz tartozó kockázatok aggregálása

A szavatolótőke allokációja szempontjából a három fő ágat számoló modul érdekes. Ezek közül a nem-életbiztosítási ágra fókuszál a dolgozat, így ennek a modulnak részletezésével folytatjuk. A nem-életbiztosítási ágnál három fő kockázatot kell figyelembe venni: a díj és a tartalék kockázatokat, a törlésből adódó kockázatokat és a katasztrófákból adódó kockázatokat. Ezeket rendre jelöljük $NL_{pr} = NL_1$, $NL_{lapse} = NL_2$, $NL_{CAT} = NL_3$. Ebből pedig

$$SCR_{nonlife} = \sqrt{\sum_{i,j=1}^{3} (corr_{i,j} \times NL_i \times NL_j)},$$

ahol a korrelációs mátrix a következő:

	díj és tartalék	törlés	katasztrófa
díj és tartalék	1	0	0,25
törlés	0	1	0
katasztrófa	0,25	0	1

A példa biztosítónál további egyszerűsítéseként a katasztrófából adódó és törlési kockázatokat feltételezzük nullának.

A nem-életbiztosítási díj és tartalék kockázat számolásához bevezetünk egy f függvényt:

$$f(\sigma) = \frac{exp(N_{0,995}\sqrt{\log(\sigma^2+1)})}{\sqrt{\sigma^2+1}} - 1,$$

ahol az $N_{0,995}$ a sztenderd normális eloszlás $99,5\%$-os percentilise, majd ennek a kockázatnak a volumenét a függvénnyel megszorozva $SCR = f(\sigma)V$, ahol a függvénybe a kockázat szórását írjuk, ott kapjuk az ehhez tartozó szavatolótőke-szükségletet.

5.3 Nem-életbiztosítási díj és tartalékkockázatok aggregálása

A következő képletekhez be kell vezetnünk néhány új jelölést. Legyen $P_l^{t,w}$ az l ágazatra jutó nettó díjelőírás a következő évre, hasonlóan $P_l^{t-1,w}$ legyen megint a nettó díjelőírás, csak az előző évre nézve, illetve $P_l^{t,e}$ legyen a nettó megszolgált díj a következő évre, és legyen P_l^{PP} a meglévő szerződések jövőbeli díjainak jelenértéke. Ezek segítségével már kifejezhetjük a díjkockázat volumenének az l üzletágra jutó részét, amit jelöljünk $V_{p,l}$-el:

$V_{p,l} = \max(P_l^{t,w}, P_l^{e,w}, P_l^{t-1,w}) + P_l^{PP}$, illetve

$V_{r,l} =$ a meglévő szerződések károk kifizetéseinek a várható értéke

A példa biztosító erre a részre vonatkozó feltételezése, hogy csak egy évre szóló termékeket árul a biztosító, minden kárt az adott évben bejelentenek és a biztosító ki is fizet. Ekkor a biztosító tartaléka nulla lehet, illetve minden díj az adott évben meg is szolgálódik. Tehát a fenti kifejezések a következőképpen egyszerűsödnek $V_{p,l} = P_l^{t,w}$, $V_{r,l} = 0$.

A sztenderd módszerben a díj és a tartalék kockázatok szórása előre meg van határozva minden ágazatra. A díjkockázat szórás értékei ágazatonként a következőek:

Üzletág	díj kockázat szórása (%)
Kötelező gépjármű felelősség	10%
Casco	8%
Vízi- és légiközlekedés	15%
Tűz és egyéb vagyoni kár	8%
Általános felelősség	14%
Hitel- és kezes	12%
Jogi költség	7%
Baleset	9%
Egyéb	13%
Nem arányosan viszontbiztosított vagyoni kár	17%
Nem arányosan viszontbiztosított baleset	17%
Nem arányosan viszontbiztosított vízi- és légiközlekedés	17%

A tartalékkockázat szórás értékei ágazatonként pedig az alábbiak:

Üzletág	tartalék kockázat szórása (%)
Kötelező gépjármű felelősség	9%
Casco	8%
Vízi- és légiközlekedés	11%
Tűz és egyéb vagyon kár	10%
Általános felelősség	11%
Hitel- és kezes	19%
Jogi költség	12%
Baleset	20%
Egyéb	20%
Nem arányosan viszontbiztosított vagyoni kár	20%
Nem arányosan viszontbiztosított baleset	20%
Nem arányosan viszontbiztosított vízi- és légiközlekedés	20%

A módszer ezeknek az értékeknek a segítségével számolja ki az egy ágazatra jutó szórást a tartalék és a díj kockázatot aggregálva, amit a következőképpen számol:

$$\sigma_l = \frac{\sqrt{(\sigma_{p,l}V_{p,l})^2 + 2\alpha\sigma_{p,l}\sigma_{r,l}V_{p,l}V_{p,l} + (\sigma_{r,l}V_{r,l})^2}}{V_{p,l} + V_{r,l}}$$

Itt $\alpha = 0,5$ a módszer által feltételezett korreláció a tartalékok és díjak között. Kicsit másképp aggregálja a díjkockázat összegét és a tartalékkockázat összegét is a módszer, ehhez egy újabb változót is bevezet:

$$DIV_l = \frac{\sum_j (V_{p,j,l} + V_{r,j,l})^2}{\left(\sum_j (V_{p,j,l} + V_{r,j,l})\right)^2}$$

$$V_l = (V_{p,l} + V_{r,l}) \cdot (0,75 + 0,25 \cdot DIV_l),$$

ahol DIV_l kifejezésnél a j a földrajzi szegmensek szerint külön számolt kockázati összegeken fut végig. Természetesen, ezért a $DIV_l = 1$ minden olyan ágazatra, ami nem érzékeny a földrajzi elhelyezkedésre úgy, mint a Hitel- és kezesbiztosítási ágazat.

A példa biztosító esetén feltételezzük, hogy csak egy földrajzi szegmenshez tartozik minden termék, így a DIV_l faktortól el is tekinthetünk. Ezzel pedig következőképpen egyszerűsödik le a fenti kifejezés: $V_l = P_l^{t,w}$

Ezek alapján az ágazatok szórásainak segítségével már meghatározható az egész biztosítási ág szórása az ágazatokra aggregálva. Ezt a fentiekhez hasonlóan számolja a módszer:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{V^2} \sum_{k,s} CorrLob_{k,s} \cdot \sigma_k \cdot \sigma_s \cdot V_k \cdot V_s}$$

Ahol szummában a k és s változók az ágazatokon futnak végig, V a teljes, illetve az ágazatra jutó kockázatnak az összege, σ pedig a teljes ág, illetve az ágazatok szórását jelöli. A $CorrLob$ pedig a korrelációs mátrix elemeit jelöli, amely értékek a következőek:

CorrLob	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.	12.
1.	1	0,5	0,5	0,25	0,5	0,25	0,5	0,25	0,5	0,25	0,25	0,25
2.	0,5	1	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25
3.	0,5	0,25	1	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,25	0,5	0,25
4.	0,25	0,25	0,25	1	0,25	0,25	0,25	0,5	0,5	0,25	0,5	0,5
5.	0,5	0,25	0,25	0,25	1	0,5	0,5	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25
6.	0,25	0,25	0,25	0,25	0,5	1	0,5	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25
7.	0,5	0,5	0,25	0,25	0,5	0,5	1	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25
8.	0,25	0,5	0,5	0,5	0,25	0,25	0,25	1	0,5	0,25	0,25	0,5
9.	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	0,5	1	0,25	0,5	0,25
10.	0,25	0,25	0,25	0,5	0,25	0,5	0,5	0,25	0,25	1	0,25	0,25
11.	0,25	0,25	0,5	0,25	0,5	0,25	0,25	0,25	0,5	0,25	1	0,25
12.	0,25	0,25	0,25	0,5	0,25	0,25	0,25	0,5	0,25	0,25	0,25	1

Ahol az 1., 2., ..., 12. rendre a következő ágazatokat jelölik: kötelező gépjármű felelősség-, egyéb gépjármű- (Casco), vízi- és légiközlekedési, tűz és egyéb vagyonikár-, általános felelősség-, hitel- és kezesi, jogi költség, baleset, egyéb, nem arányosan viszontbiztosított vagyonikár-, nem arányosan viszontbiztosított baleset és nem arányosan viszontbiztosított vizí- és légiközlekedési biztosítás.

Ez a nem-életbiztosítási ág szolvencia II szempontrendszere szerinti felbontása ágazatokra.

A fentiek alapján a nem-élet ág tartalék és díjkockázatát a következőképpen számolja a módszer:

$$SCR_{nonlife,r\&p} = f(\sigma) \sum_l V_l.$$

5.4 Nem-élet ágazatok súlya a szavatolótőke-számításban

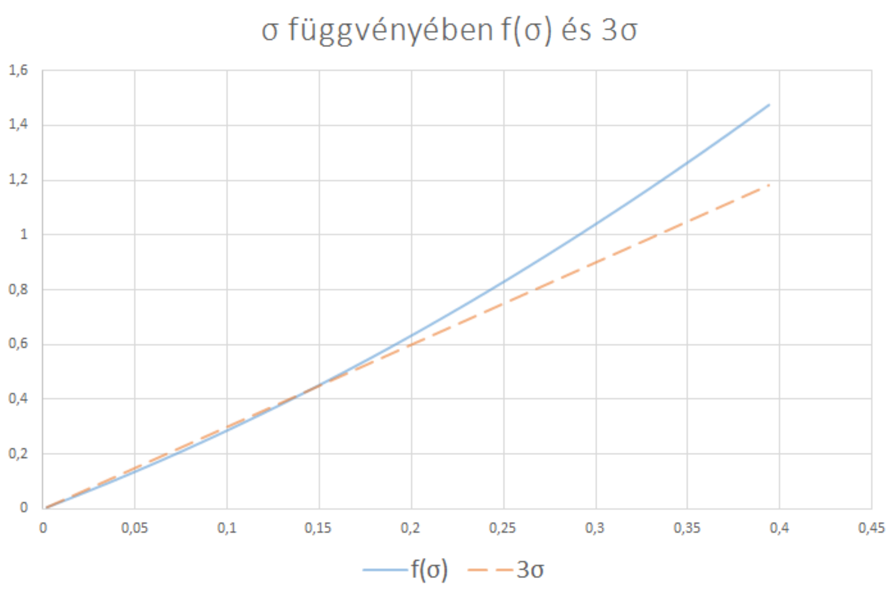

Figure 1: 1. diagramm

A módszer a nem-életbiztosítási ágazatok kockázatait aggregálja, ezzel meghatározva a biztosítási ág díj és tartalékkockázatra jutó szavatolótőkét. Ebben az aggregálási folyamatban szeretnénk megvizsgálni a különböző ágazatok súlyát, ami valójában azt mondja meg, hogy milyen arányban járulnak hozzá az ágazatok a szavatolótőke-szükséglethez.

A súly meghatározásához azt feltételezzük, hogy amennyiben hozzáveszünk egy ágazatot egy portfólióhoz, akkor amennyivel kisebb lesz a szavatolótőke növekedése az adott ágazatra jutó szavatolótőkénél, másképp a diverzifikációs hatás, valójába fele-fele arányban csökkenti a portfólióra és az ágazatra jutó szavatolótőkét. Ezzel a feltételezéssel a növekményi módszer egy korrigálásaval határozzuk meg az ágazatok súlyát.

A súlyok meghatározása azért fontos, mert a későbbiekben ez alapján vezetjük be a dolgozatban készített allokációs módszert.

Az előző fejezetben bemutatott aggregálás képlete a következő:

$$SCR_{nonlife,r\&p} = f(\sigma) \sum_{l} V_l.$$

Az f függvény helyett a [9] SCR.9.12. pontjában leírt kifejezést használjuk, ami az 1. diagramon is jól láthatóan, az f függvény egyszerűsítése:

$$f(\sigma) \approx 3\sigma$$

Könnyen belátható, hogy $\sigma \leq 14,5\%$, akkor $f(\sigma) < 3\sigma$, ugyanis erre a σ-ra teljesül az egyenlőtlenség és az f monoton növő függvény. Belátható továbbá, hogy $\max_{0\%<\sigma\leq 14,5\%} \left\{ f(\sigma) - 3\sigma \right\} = 0,0156\sigma$.

A sztenderd módszer számolása során használatos táblázatok alapján $\sigma_l \leq 21,5\%$, ekkor pedig $f(\sigma) < 3,22$. Ezért a $\sigma = 3$-al alulbecsülhetünk, viszont ekkor is maximum $6,6\%$-ot tévedünk. Hozzá kell tenni továbbá, hogy a σ_l az ágazatok túlnyomó részében 10% körüli érték, ami tovább diverzifikálódik a σ számolása során. Tehát egy hagyományos biztosítónál nagy biztonsággal állítható, hogy $\sigma \leq 14,5$. Ez azt jelenti, hogy az $f(\sigma) = 3\sigma$-al általában felülbecsüljük az f függvényt.

Ennek a számolásához a fenti egyszerűsítéssel az aggregálásra vonatkozóan is egyszerűbb képletet kapunk, aminél az ágazatok súlya egyértelműen meghatározható a következő képlet segítségével:

$$\frac{(SCR_t - SCR_{pf}) + SCR_l}{2}$$

ahol SCR_{pf} a portfólióhoz tartozó szavatolótőke, az SCR_l az új ágazat önnáló kockázatára jútó szavatolótőke és az SCR_t pedig a két rész által alkotott portfólióhoz tartozó szavatolótőkét jelöli. Kibontva a következőképpen egyszerűsíthetjük az SCR kifejezések felét:

$$\frac{1}{2}(3 \cdot V_t \cdot \sqrt{\frac{1}{V_t^2} \sum_{k,s} CorrLob_{k,s} \cdot \sigma_k \cdot \sigma_s \cdot V_k \cdot V_s} = \frac{3}{2} \sqrt{\sum_{k,s} CorrLob_{k,s} \cdot \theta_k \cdot \theta_s}$$

ahol $\theta = V \cdot \sigma$, vagyis a szórást jelöli. Ezek alapján az ágazatok súlyát a következő módon írhatjuk:

$$\begin{aligned}
W_l &= \frac{3}{2}\left(\sqrt{\sum_{k,s} CorrLob_{k,s} \cdot \theta_k \cdot \theta_s} - \sqrt{\sum_{k\neq l, s\neq l} CorrLob_{k,s} \cdot \theta_k \cdot \theta_s} + \theta_l\right) \\
&= \frac{3}{2}\left(\frac{\sum_{k,s} CorrLob_{k,s} \cdot \theta_k \cdot \theta_s - \sum_{k\neq l, s\neq l} CorrLob_{k,s} \cdot \theta_k \cdot \theta_s}{\sqrt{\sum_{k,s} CorrLob_{k,s} \cdot \theta_k \cdot \theta_s} + \sqrt{\sum_{k\neq l, s\neq l} CorrLob_{k,s} \cdot \theta_k \cdot \theta_s}} + \theta_l\right) \\
&= \frac{3}{2}\left(\frac{\sum_{s} CorrLob_{l,s} \cdot \theta_l \cdot \theta_s}{\sqrt{\sum_{k,s} CorrLob_{k,s} \cdot \theta_k \cdot \theta_s} + \sqrt{\sum_{k\neq l, s\neq l} CorrLob_{k,s} \cdot \theta_k \cdot \theta_s}} + \theta_l\right) \\
&= \frac{3}{2}\theta_l\left(1 + \frac{\sum_{s} CorrLob_{l,s} \cdot \theta_s}{\sqrt{\sum_{k,s} CorrLob_{k,s} \cdot \theta_k \cdot \theta_s} + \sqrt{\sum_{k\neq l, s\neq l} CorrLob_{k,s} \cdot \theta_k \cdot \theta_s}}\right)
\end{aligned}$$

Vezzesük be a következő jelölést:

$$\lambda_l = \frac{3}{2}\left(1 + \frac{\sum_{s} CorrLob_{l,s} \cdot \theta_s}{\sqrt{\sum_{k,s} CorrLob_{k,s} \cdot \theta_k \cdot \theta_s} + \sqrt{\sum_{k\neq l, s\neq l} CorrLob_{k,s} \cdot \theta_k \cdot \theta_s}}\right)$$

Ezen jelölés segítségével az ágazatok relatív súlya a következőképpen írható a fel:

$$w_l = \frac{W_l}{\sum_l W_l} = \frac{\theta_l \cdot \lambda_l}{\sum_l \theta_l \cdot \lambda_l}$$

6 Analitikai szempontok

Analitikailag megközelítve a tőkeallokációt négy feltétel teljesülését szokás megkövetelni, amire a szakirodalomban az igazságos allokáció négy axiómájaként szoktak hivatkozni. Majdnem minden cikkben, ami tőkeallokációval foglalkozik, ezek a feltételek szerepelnek. Többek közt például Valdez és Chernih (2003) [3] illetve Denault (2001) [4], Hesselager és Anderson (2002) [5]. Azonban általában jellemző, hogy túl nagy megkötöttséget jelentenek ezek a feltételek, és a legtöbb allokációs módszer, amit a gyakorlatban használnak, nem teljesíti az összes axiómát, így az allokációs módszerek jellemzéséhez hozzátartozik az is, hogy a négy axióma közül melyikeket elégíti ki a módszer. Ezeket az axiómákat fogjuk definiálni a következőkben.

Jelölje $(\Omega', A, \mathtt{P})$ valószínűségi mezőt. Ekkor jelölje az Ω'-n értelmezett X valószínűségi változó a teljes allokált tőkét és X_i az i. ágazatra jutó tőkét. Így a következő kifejezést írhatjuk fel $X = \sum(X_i)$, vagyis az ágazatokra jutó allokált tőke összege megegyezik a teljes tőkével. Ahhoz, hogy az axiómákat megfogalmazhassuk, szükségünk lesz egy kockázati mértékre, ami determinálja a tőke értékét. Legyen ez a mérték ρ :

$$\rho : L^{\infty}(\Omega, A, \mathtt{P}) \rightarrow \Re.$$

Ebben a determinált állapotban a teljes tőke összege felírható a következőképpen $\rho\big(\sum X_i\big)$. Továbbá legyen Ω az ágazatokra eső tőkerészek által generált szigmaalgebra $\Omega = \sigma\{X_1, X_2, ...X_n\}$, vagyis tartalmazzon minden információt az ágazatokra vonatkozóan. Ennek segítségével már kifejezhető az allokált tőke i. ágazatra jutó része is: $\rho(X_i|\Omega)$, ahol az Ω feltétel lényege, hogy már ismerjük a teljes tőke pontos értékét és összetételét, és ebből adódik az X_i-re jutó rész is.

Szükségünk van továbbá az ágazatok egy szűkebb halmazát jelölő $H \subset \Omega$ halmazra is, az axiómák leírásához. Ha csak a H halmazhoz tartozó ágazatokkal rendelkezne a biztosító, akkor az i. ágazathoz tartozó tőkerész $\rho(X_i|H)$ lenne. Ami az egész portfólióhoz (Ω-hoz) képest nagyobb egyenlő szükségszerűen a tovább diverzifikálódás miatt. A második feltételnek is ez a lényege. A fentebb említett négy axióma a következő:

1. A teljes allokáció axiómája azt követeli meg, hogy az ágazatokra jutó allokált tőkék összege megegyezzen a teljes portfólióra jutó allokált tőkével:

$$\rho(\sum X_i) = \sum \rho(X_i|\Omega)$$

2. A rendszer szubadditivitására vonatkozó axióma azt követeli meg, hogy a részportfólióban szereplő ágazatokra jutó része a részportfolió allokált

tőkéjének nem lehet kisebb, mint az ágazatokra jutó része a teljes portfólió allokált tőkéjének:

$$\rho(X_i|H) \geq \rho(X_i|\Omega)$$

3. A szimmetria axiómának az a lényege, hogy ha kockázati szempontból szimmetrikus két ágazat, akkor ugyanakkora allokált tőkének kell tartozni a két ágazathoz:

$$\forall H \subsetneq \Omega : \rho(X_i|H) = \rho(X_j|H), \text{ akkor } \rho(X_i|\Omega) = \rho(X_j|\Omega)$$

4. A konzisztencia axióma a különböző szintű allokációkkal kapcsolatos megkövetelés. Lényege, hogy egy ágazathoz tartozó alágazatokra jutó allokált tőke összege meg kell, hogy egyezzen a teljes ágazatra jutó allokált tőkével, ahol az ágazatra jutó tőkeallokálásnál csak teljes ágazatot vesszük figyelembe, az alágazatok figyelmen kívül hagyásával:

$$\sum_H \rho(X_i|\Omega) = \rho\Big(\sum_H X_i \Big| \sum_H X_i \cup H^c)\Big),$$

ahol $H^c = \Omega - H$.

7 Allokációs módszerek

A szavatolótőke szétosztása a különböző kockázathordozó egységek között egy komplex feladat, amire különböző szempontok szerint megközelítve más és más szétosztási módszer lehet a legalkalmasabb. A következőkben felsorolunk néhány allokációs módszert, illetve részletezzük azokat. Ezeket a módszereket nagyrészt Joseph H.T. Kim and Mary R. Hardy (2007) [1] cikkéből, illetve Balog Dóra, Bátyi Tamás László, Csóka Péter, Pintér Miklós (2011) [6] által írt szemléből kiindulva gyűjtöttük össze.

Az egyszerűség kedvéért egy biztosítási ágra jutó szavatolótőkének az ágazatokra való allokálásának szempontjából részletezzük a módszereket. Természetesen a módszerek általánosabban is megfogalmazhatóak és úgy is működnek.

7.1 Relatív allokáció

A relatív allokációnál az ágazatok egyedi kockázatainak arányában kerül szétosztásra a teljes kockázati tőke

$$\rho(X_i|\Omega) = \frac{\rho(X_i)}{\sum \rho(X_i)} \cdot \rho(X)$$

Erről az allokációs módszerről Valdez és Chernic (2003) [3] megmutatta, hogy teljesítik a teljes allokációs axiómát és a szimmetria axiómát, de a másik két axiómában foglalt feltételeket nem elégítik ki.

Már ezért sem lenne érdemes alkalmazni ezt a módszert, de van egy másik oka is annak, hogy nem szokták használni ezt a módszert. Ennek az allokációs módszernek ugyanis az a legnagyobb hibája, hogy nem veszi figyelembe az ágazatok között még a lineáris összefüggéseket sem.

Viszont ez a legegyszerűbb módszer és semmilyen más információra nincs szükség az alkalmazásához, mint az ágazatokra jutó egyéni tőkszükséglet. Illetve tovább egyszerűsíthető a módszer, ha az ágazatok tartaléka vagy díja, akár ezek aggregált összege alapján osztjuk szét a tőkeszükségletet.

7.2 Béta módszer

A béta módszer ágazatok közötti lineáris összefüggések alapján osztja szét az allokálandó tőkét. Ez a módszer az első pontban ismertetett módszer hibáját küszöböli ki. Képletesen a következőképpen írhatjuk fel a módszert:

$$\rho(X_i|\Omega) = \frac{\beta_i}{\sum \beta_i} \cdot \rho(X),$$

$$\text{ahol } \beta_i = \tfrac{cov(X_i, X)}{Var(X)}.$$

Erről a módszerről mutatták meg Valdez és Chernic (2003) [3], hogy teljesíti a négy alap axiómát.

Ez további előnye a relatív allokációs módszerhez képest, hátránya viszont, ahogyan a példaszámítás is jól mutatja, hogy nagyobb állomány változások esetén instabil. Továbbá hátránya, hogy csak egy lineáris kapcsolatot vesz figyelembe, ami bizonyos esetben túl nagy egyszerűsítés lehet.

Ez a biztosítók számára nagyon hasznos módszer, annak ellenére, hogy sok információt nem vesz figyelembe, mivel mellette szól, hogy ez is elég könnyen számolható, és emellett minden alapvető elvárásnak eleget tesz.

Másrészt jellemző az ágazatokra, hogy alapvetően lineáris kapcsolat van az ágazat volumene és a hozzá tartozó szavatolótőke-szükséglet között. Továbbá, ha a lineáris függés nem is teljesülne, de a biztosító ágazatainak állománya stabil, nem nagyon változik, akkor még a linearitás feltételezése sem okoz nagy hibát. Így ebben az esetben jól használható módszer.

Érdemes még megjegyezni ezzel a módszerrel kapcsolatban, hogy más olyan esetekben, ahol nincsen aggregált tőke, ott minden $\beta = 0$ és így a módszer nem használható.

7.3 Növekményi módszer

A növekményi módszernek (Jorion [2007]) [11] az alapja, hogy minden ágazatnak a teljes allokált tőkéhez való hozzájárulással arányos tőke jut. Vagyis a teljes allokált tőke és az adott ágazat nélkül allokált tőke különbségének arányában osztja szét a tőkét ez a módszer.

$$\rho(X_i|\Omega) = \frac{\rho(X) - \rho(\sum_{j:i\neq j} X_j)}{\sum_i \rho(X) - \rho(\sum_{j:i\neq j} X_j)} \cdot \rho(X)$$

Ez a módszer minden információt felhasznál, amit a szavatolótőke képzéshez használt a módszer, de a változásokat nem veszi figyelembe. Így alkalmas tőkeképzés esetén ez a módszer is teljesíti az axiómákat, és ezen felül megfelel minden kitételnek, amit a tőkeképzéshez használt módszer választásakor figyelembe vett a biztosító. Azonban az éppen aktuális helyzetet veszi figyelembe a módszer.

Egy stabil portfólió esetén ez a módszer is jó választás lehet a szavatolótőke allokációjára, csak kicsit több és összetettebb számolást igényel, mint a béta módszerrel való allokáció.

7.4 Költségrés módszer

A költségrés módszernél (Homburg-Scherpereel [2008]) [12] először megállapítjuk, hogy melyik részportfólió ágazatainak növekmény összege van a legközelebb a részportfólióra jutó egyedi tőkéjéhez, másképp ahhoz a tőkéhez, amit csak a részportfolióra képeznénk.

$$\gamma_i = \min_{S \subseteq N, i \in S} \left| \rho(X_S) - \sum_{j \in S} \left[\rho(X) - \rho(\sum_{i: i \neq j} X_i) \right] \right|,$$

ahol $N = \{1, 2, \ldots, n\}$. Ekkor a következőképpen definiáljuk a költségrés módszer alapján allokált tőkét, ha $\sum(\gamma_i) = 0$

$$\rho(X_i|\Omega) = \rho(X) - \rho(\sum_{j: i \neq j} X_j),$$

ebben az esetben megegyezik a növekmény módszerrel, egyéb esetben

$$\rho(X_i|\Omega) = \rho(X) - \rho\Big(\sum_{j: i \neq j} X_j\Big) + \frac{\gamma_i}{\sum_i \gamma_i} \left\{ \rho(X) - \sum_i \Big[\rho(X) - \rho\Big(\sum_{j: i \neq j} X_j\Big) \Big] \right\}$$

A költségrés módszer a növekményi módszert korrigálja egy taggal, amit szemléletesen úgy lehet megközelíteni, hogy megerősíti azon ágazatok szerepét az allokációnál, amelynél jelentősebb a többi ágazattal való összefüggősége. Vagyis azon ágazatokra, amelyek abszolútértékben jobban korrelálnak a többi ágazattal, a növekményi módszerhez képest nagyobb összeg jut rájuk az allokáció során.

7.5 Euler-módszer

Euler-módszer a tartalékolandó tőke kiszámításra ad egy módszert, ami a teljes tartalékolandó tőke ágazat szerinti differenciálja alapján számol. Jelölje

$$\rho'_{X_i}(X) = \lim_{h \to 0} \frac{\rho(X + h \cdot X_i) - \rho(X)}{h}$$

$$\rho(X_i|X) = \rho'_{X_i}(X) \cdot \rho X_i.$$

Ha már kiszámolt szavatolótőke-szükségletet akarunk allokálni az ágazatok között, akkor a fenti kifejezést lenormálva kapunk egy újabb allokációs módszert:

$$\rho(X_i|\Omega) = \frac{\rho'_{X_i}(X) \cdot \rho X_i}{\sum_i \rho'_{X_i}(X) \cdot \rho X_i} \rho(X)$$

Ez a módszer is egy lineáris allokációs megközelítés, ami az üzletág állományváltozásának érzékenysége alapján allokál, tehát minél érzékenyebb egy üzletágra a tőkeszükséglet, annál nagyobb súlyt kap az allokáció során. Ha azonban az üzletág állományváltozása egyértelműen láthatóan nem lineáris módon hat a szavatolótőke-szükségletre, akkor ezt a módszert ki lehet egészíteni a Taylor sorból származó következő tagnak a felbontásával, így pontosítva a módszert:

$$\rho(X_i|\Omega) = \frac{\rho'_{X_i}(X) \cdot \rho(X_i) + \frac{1}{2}\sum_j \rho(X)''_{X_i,X_j} \cdot \rho(X_i) \cdot \rho(X_j)}{\sum_i \left[\rho'_{X_i}(X) \cdot \rho(X_i) + \frac{1}{2}\sum_j \rho''_{X_i,X_j}(X) \cdot \rho(X_i) \cdot \rho(X_j)\right]} \rho(X)$$

Ez azért is lehet fontos, mert például egy két azonos súlyú ágazattal rendelkező biztosítónál, ahol az egyik ágazattól négyzetesen függ a tőkeszükséglet, míg egy másik ágazattól lineárisan, és a lineáris allokációs módszert alkalmazza a biztosító, akkor az előbbi ágazat állományában bekövetkező nagyobb változás esetén a tőke újra allokálásánál nagyon megváltozna az ágazatokra jutó tőkerész.

Így tehát az Euler-módszerrel allokált szavatolótőke-szükségletet érdemes kiszámolni egy olyan ágazatnál vagy terméknél, amelyeknél nagy változás várható az állományban. Akár akkor is érdemes kiszámolni, ha egyébként más allokációs módszert alkalmaz a biztosító.

Érdemes megjegyezni, hogy nem minden esetben kiszámolható.

7.6 Shapley módszer

A Shapley szám a játékelméletben jelent meg először, ahol egy játékos számára egy játékban való részvétel értékét jelöli. A játék a következőképpen néz ki: adott egy koalíciós játék, ahol minden lehetséges koalíciónak, játékos halmaznak meg van adva a haszna, amit tekinthetünk a koalíció alakítás hasznának. Legyen ez a haszon $\varphi(S)$, ha S a játékosok egy halmaza. Ekkor az i játékos számára ez a játék annyit ér, ami a várható haszna, és ez a haszon lesz a Shapley szám.

Az i játékos haszna azáltal, hogy bekerül egy S koalícióba:

$$U(i \text{ belép S-be }) = \varphi(S \cup \{i\}) - \varphi(S)$$

Ekkor i játékos várható haszna megegyezik annak a valószínűségével, hogy egy koalíció tagja szorozva azzal, amit a koalíció nyer azzal, hogy i tagja, és ez összegezve minden olyan S halmazra, aminek i tagja. Ezt átfogalmazhatjuk úgy, hogy annak a valószínűsége, hogy i nem tagja S-nek, összeszorozva azzal, amennyit S koalíció nyer azzal, hogy belép i is, és ezt összegezzük minden S-re aminek nem tagja i:

$$U(i) = \sum_{S \subseteq N \setminus \{i\}} \frac{s! \cdot (n-s-1)!}{n!} \cdot (\varphi(S \cup \{i\}) - \varphi(S))$$

ahol $s = |S|$ az S halmaz elemszáma.

Ebből adódik egy allokációs módszer is, miszerint megállapítható, hogy mennyi egy ágazatra jutó igazságos tőkeszükséglet, ha tudjuk az ágazatok minden részhalmazára, hogy mennyi az egyéni tőkeszükségletük. Ezek alapján a következőképpen írhatjuk fel az allokációs módszert:

$$\rho(X_i|\Omega) = \sum_{S \subseteq N \setminus \{i\}} \frac{s! \cdot (n-s-1)!}{n!} \cdot \Big[\rho(X_{S \cup \{i\}}) - \rho(X_S)\Big],$$

7.7 A CTE módszer

A CTE módszer a tőke eloszlásának farokeloszlásán alapszik. Ez a módszer az eloszlás adott kvantilisnél lévő értékét meghaladó értékek valószínűséggel súlyozott átlagai alapján allokálja a tőkét:

$$\rho(X_i|\Omega) = \mathtt{E}\Big(X_i \Big| X > Q_\alpha(X)\Big)$$

Panjer [2002] [13] megmutatta, hogy ez a módszer teljesíti az első három axiómát, illetve Joseph H.T. Kim és Mary R. Hardy [2007] [1] megmutatta, hogy a negyedik axiómát is teljesíti.

A szolvencia II szabályrendszer szerint számolt szavatolótőke a kockázatok $99,5\%$-os percentilisét használja, ezért ha a kockázatok eloszlását vizsgáljuk a CTE módszerrel, pontosan a szavatolótőke-szükséglet eloszlásával számolhatunk. Így nem csak azon információkat veszi figyelembe, amit a portfólió aktuális állapota tükröz, hanem a változásokra való érzékenységet is. Így ez a módszer az előzőeknél jobb, de sok esetben nehezen számolható, vagy rengeteg szimulációt kell végezni, hogy a $99,5\%$-os percentilis felett is elegendő érték legyen, hogy jó becslést kapjunk a várható érték becsléséhez.

Továbbá érzékeny az esetleges olyan változásokra, amikre a feltételezett eloszlásból nem lehet következtetni, vagy arra, ha a feltételezett eloszlás hibás.

7.8 H.T. Kim és Mary R. Hardy módszere

H.T. Kim és Mary R. Hardy 2007-es cikkében [1] mutatott be egy új allokációs módszert, ami CTE módszerhez hasonló, de nem egy adott kvantilistól figyelembe vett farokeloszlás alapján osztja szét a tőkét, hanem egy véletlen érték szerint, amikortól a szavatolótőke szükségessé válik, vagyis az eszközök értékét meghaladja a kötelezettségek értéke.

$$\rho(X_i|\Omega) = u_i = e^{-r}E[\frac{L_i}{L}A - P_i \cdot e^{r_P}\Big|L > A],$$

ahol u_i az i. ágazatra jutó tőke, az r a kockázatmentes hozam, L és L_i a kötelezettséget és az i. ágazatra jutó kötelezettséget jelölik, az A a teljes eszközállományt, a P_i az i. ágazatra jutó díjat és r_P az ehhez a díjhoz tartozó kamatot.

Az előbb bemutatott allokációs módszer a CTE módszer továbbfejlesztése, illetve módosítása. Ez a módszer a kockázatok eloszlásának azt a részét veszi figyelembe, amikor már az előre számolt eszközök nem fedezik a kötelezettségeket, vagyis a valós szavatolótőke-szükséglet eloszlásából indul ki. Így ez a módszer a valósan várható szavatolótőke-igény alapján allokálja a tőkét. Ennek ellenére viszont az előírt tőkeszükségletet a CTE módszer jobban írja le, és ezért inkább érdemes CTE módszer alapján szétosztani a szavatolótőkét.

A módszer a biztosító számára, a fentiek ellenére is nagyon hasznos információval szolgál.

7.9 Sztenderd módszer számolása alapján allokáló módszer

Ennek a dolgozatban készített módszernek a lényege, hogy a növekményi módszer korrigálásával, és felhasználva a sztenderd módszer tulajdonságait, egy könnyen számolható ugyanakkor reprezentatív allokációs módszert biztosítson a sztenderd módszert használó biztosítók számára.

A következőkben felhasználjuk, hogy a sztenderd módszert részletező fejezetnek az utolsó alfejezetében kitért a dolgozat arra is, hogy a nem-életbiztosításban lévő díj és tartalékkockázatok milyen súllyal szerepelnek az aggregálás során:

$$\lambda_l = \frac{3}{2}\left(1 + \frac{\sum_s CorrLob_{l,s} \cdot \theta_s}{\sqrt{\sum_{k,s} CorrLob_{k,s} \cdot \theta_k \cdot \theta_s} + \sqrt{\sum_{k\neq l, s\neq l} CorrLob_{k,s} \cdot \theta_k \cdot \theta_s}}\right)$$

ahol θ a szorást, V pedig a kockázat volumenét, illetve $CorrLob$ a korrelációt jelöli, ezek részletezése a 4. fejezetben található meg.

Mivel az allokáció ennek az aggregálásnak egy fordított folyamata, ezért az említett alfejezetben kiszámolt súlyok felhasználásával is érdemes lehet allokálni:

A fenti fejezetben részleteztük a relatív súlyt is, ami azt fejezi ki, hogy a szavatolótőkéből mekkora rész jut az adott ágazatra:

$$w_l = \frac{\theta_l \cdot \lambda_l}{\sum_l (\theta_l \cdot \lambda_l)}.$$

Ebben az esetben az allokált tőke teljes párhuzamban van azzal, hogy az adott ágazatok milyen mértékben növelik a szavatolótőke-szükségletet. Így ezen súlyokkal való allokált tőke értéke is sok információval szolgál.

Ez a módszer érzékenység szempontjából sem rossz választás, mert az állományváltozással lineáris kapcsolatban lévő θ súly mellett szereplő λ igen kevéssé érzékeny a változásokra.

8 Példa számolás

A példában egy biztosító nem-élet ágának díj- és tartalékkockázatához tartozó szavatolótőke szükségletet fogjuk kiszámolni a sztenderd módszerrel.

A biztosítónak három ágazata van a nem-élet ágon belül: casco, tűz és egyéb vagyoni kár, és a kötelező gépjármű felelősség biztosítási ágazat. Az ezekhez tartozó díj és tartalékkockázatok volumenét és ahhoz tartozó szórását a következő táblázat tartalmazza:

Ágazatok	volumen (díj)	szórás
Casco	2 milliárd HuF	8%
Tűz és egyéb vagyoni kár	3,5 milliárd HuF	8%
Kötelező gépjármű felelősség	10 milliárd HuF	10%

Illetve a szóráshoz tartozó korrelációk a következőek:

Ágazatok	1.	2.	3.
1. Casco	1	0,25	0,5
2. Tűz és egyéb vagyoni kár	0,25	1	0,25
3. Kötelező gépjármű felelősség	0,5	0,25	1

Ekkor az aggregált sztenderd szórást az alábbi módon számolhatjuk:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{V^2}\sum_{k,s} CorrLob_{k,s} \cdot \sigma_k \cdot \sigma_s \cdot V_k \cdot V_s} = 0,077053$$

Ebből következően a szavatolótőke szükséglet, illetve a díjarányos szavatolótőke:

$$SCR_{p\&r} = f(\sigma) \cdot V = \left(\frac{exp(N_{0,995}\sqrt{\log(\sigma^2+1)})}{\sqrt{\sigma^2+1}} - 1 \right) \cdot V = 3,8091 \cdot 1,41 = 3,341M.$$

$$\frac{SCR}{PREM} = 0,2156$$

A következő lépésben különböző módszerekkel kiszámoljuk az ágazatokra allokált tőkeszükségletet. A már részletezett módszerek közül a relatív allokáció módszerét, a béta módszert, a növekményi módszert, a sztenderd módszer számolásán alapuló módszert, a Shapley és a CTE módszert. A relatív módszerrel való számoláskor a következő lesz a felosztás:

Ágazatok	Felosztás aránya (%)	Tőkeszükséglet	Díjarányos tőkeszük.
1. Casco	11,1 %	371 millió HuF	18,56 %
2. Tűz és egyéb kár	19,5 %	649 millió HuF	18,56%
3. Kötelező g. fel.	69,4 %	2 320 millió HuF	23,20%

A béta módszerrel számolt allokáció a következő lesz:

Ágazatok	Felosztás aránya (%)	Tőkeszükséglet	Díjarányos tőkeszük.
1. Casco	8,2 %	274 millió HuF	13,70 %
2. Tűz és egyéb kár	11,2 %	375 millió HuF	10,71%
3. Kötelező g. fel.	80,6 %	2 693 millió HuF	26,93%

A növekményi módszerrel számolt allokáció a következő lesz:

Ágazatok	Felosztás aránya (%)	Tőkeszükséglet	Díjarányos tőkeszük.
1. Casco	8,7 %	292 millió HuF	14,61 %
2. Tűz és egyéb kár	10,2 %	341 millió HuF	9,73%
3. Kötelező g. fel.	81,1 %	2 709 millió HuF	27,09%

A sztenderd módszer számolásán alapuló módszerrel pedig a következő allokációt kapjuk:

Ágazatok	Felosztás aránya (%)	Tőkeszükséglet	Díjarányos tőkeszük.
1. Casco	10,1 %	338 millió HuF	16,91 %
2. Tűz és egyéb kár	15,6 %	520 millió HuF	14,87%
3. Kötelező g. fel.	74,3 %	2 483 millió HuF	24,83%

A Shapley módszerrel a következő allokációt kapjuk:

Ágazatok	Felosztás aránya (%)	Tőkeszükséglet	Díjarányos tőkeszük.
1. Casco	4,8 %	160 millió HuF	8,10 %
2. Tűz és egyéb kár	9,2 %	307 millió HuF	8,77%
3. Kötelező g. fel.	86,0 %	2 872 millió HuF	28,73%

Végül a CTE módszerrel számolva kapott szétosztás a következő:

Ágazatok	Felosztás aránya (%)	Tőkeszükséglet	Díjarányos tőkeszük.
1. Casco	4,6 %	155 millió HuF	7,74 %
2. Tűz és egyéb kár	21,7 %	724 millió HuF	20,70%
3. Kötelező g. fel.	73,7 %	2 462 millió HuF	24,62%

Vizsgáljuk meg, hogy mi történik, ha a biztosító váratlanul a kötelező gépjármű felelősség biztosítás ágazatának 40%-át elveszti. Ekkor a szavatoltótők-szükséglet és a díjarányos szavatolótőke-szükséglet is lecsökken:

$$SCR_{p\&r} = 2,270M.$$

$$\frac{SCR}{PREM} = 0,1973$$

Ebben az esetben a következőképpen változik a relatív módszerrel számolt tőkeszükséglet:

Ágazatok	Felosztás aránya (%)	Tőkeszükséglet	Díjarányos tőkeszük.
1. Casco	15,4 %	349 millió HuF	17,46 %
2. Tűz és egyéb kár	26,9 %	611 millió HuF	17,46%
3. Kötelező g. fel.	57,7 %	1 309 millió HuF	21,28%

Az újra allokált tőkeszükséglet a béta módszernél a következő lesz:

Ágazatok	Felosztás aránya (%)	Tőkeszükséglet	Díjarányos tőkeszük.
1. Casco	12,7 %	288 millió HuF	14,41 %
2. Tűz és egyéb kár	19,7 %	447 millió HuF	12,77%
3. Kötelező g. fel.	67,6 %	1 534 millió HuF	25,57%

A növekményi módszerrel számolt allokáció a sokkot követően következő lesz:

Ágazatok	Felosztás aránya (%)	Tőkeszükséglet	Díjarányos tőkeszük.
1. Casco	13,8 %	314 millió HuF	15,69 %
2. Tűz és egyéb kár	18,1 %	410 millió HuF	11,72%
3. Kötelező g. fel.	68,1 %	1 545 millió HuF	25,76%

Ebben az esetben az allokált tőkeszükséglet a sztenderd módszer számolásán alapuló módszernél a következő lesz:

Ágazatok	Felosztás aránya (%)	Tőkeszükséglet	Díjarányos tőkeszük.
1. Casco	14,8 %	335 millió HuF	16,76 %
2. Tűz és egyéb kár	23,4 %	532 millió HuF	15,20%
3. Kötelező g. fel.	61,8 %	1 402 millió HuF	23,37%

A sokk hatására a Shapley módszernél az eredmény:

Ágazatok	Felosztás aránya (%)	Tőkeszükséglet	Díjarányos tőkeszük.
1. Casco	9,6 %	218 millió HuF	10,93 %
2. Tűz és egyéb kár	18,0 %	409 millió HuF	11,69%
3. Kötelező g. fel.	72,3 %	1 641 millió HuF	27,36%

Legvégül a CTE módszerrel számolva kapott szétosztás a következő:

Ágazatok	Felosztás aránya (%)	Tőkeszükséglet	Díjarányos tőkeszük.
1. Casco	6,6 %	150 millió HuF	7,49 %
2. Tűz és egyéb kár	31,4 %	712 millió HuF	20,33%
3. Kötelező g. fel.	62,0 %	1 408 millió HuF	23,47%

A táblázatokból jól látható, hogy a sokk hatására az átlagos változás a díjarányos szavatolótőke-szükségletben a CTE módszer esetén a legkisebb, illetve a sztenderd módszer szerinti számolásnál a második legkisebb. Ugyanakkor az is kiolvasható, hogy ezekkel a módszerekkel számolt érték nagyon stabil lesz, vagyis ezeknél kicsi az ágazatokon való változások szórása. Meglepő módon a relatív allokáció módszerénél lesz a legkisebb ez a szórás. Ezen mérőszámok alapján a legrosszabb a Shapley módszer. A konkrét értékek az Appendix fájlnak az összehasonlítás fülén található [15], illetve a lenti táblázatban.

Tehát ilyen jellegű váratlan, de nagymértékű változások esetén a CTE módszer és a sztenderd módszer számolásán alapuló allokációs módszer a legjobbak, de a relatív allokáció módszere is jó eredményeket ad.

	Abszolút eltérés					
	Relative allokáció	Béta módszer	Növekményi módszer	Sztenderd módszer szerinti	Shapley módszer	CTE módszer
Casco	1.11%	-0.71%	-1.07%	0.15%	-2.83%	0.25%
Tűz és ipari vagyon	1.11%	-2.06%	-1.99%	-0.33%	-2.92%	0.36%
Gépkocsi felellősség	1.38%	1.35%	1.33%	1.46%	1.37%	1.16%
Átlagos abszolút eltérés	1.20%	1.38%	1.47%	**0.64%**	2.37%	**0.59%**
Szórás	**0.16%**	1.72%	1.72%	**0.92%**	2.45%	**0.49%**

Figure 2: Összefoglalás

9 A szavatolótőke allokációs módszerek gyakorlati alkalmazásai

A biztosítónál a szavatolótőke allokációja több különböző problémakörrel kapcsolatban is előkerül. Mivel az ezeknél felmerülő kérdések más és más természetűek, illetve különböző szempontok fontosak, ezért más és más allokációs módszert érdemes használni, amikor ezen kérdéseket kell megválaszolni.

Természetes módon a felmerülő kérdések során sok körülmény azonos, így például a szavatolótőke számítás módja is. Ez pedig azt eredményezi, hogy a szavatolótőkének az eloszlását leginkább figyelembe vevő allokációs módszer minden esetben használható. Az erre legalkalmasabb módszer pedig a CTE módszer, ahogy a példaszámításnál is látszik, illetve az ehhez hasonló, az eloszlást felhasználó, H.T. Kim és Mary R. Hardy módszere is. Ugyanakkor ez a legnehezebben számolható módszer.

Ha az ágazatok szerkezete olyan, hogy a kockázatai közötti eltérés csak néhány 10%-os, akkor a sztenderd módszerből könnyen levezethető, hogy a relatív allokácó módszerét alkalmazva csak maximálisan néhány százalékosan fog eltérni a számolt tőke az ágazathoz tartozó valós tőkeszükséglettől.

Nagyobb eltérések esetén ki is számolhatóak, a 7.9 fejezetben részletezett módszerhez, a μ_l, és a λ_l értékek, és ezek segítségével szétosztható a tőkeszükséglet az ágazatok között a sztenderd módszer számolása alapján. Ekkor az l ágazatra jutó súlyt az említett módszer alapján a következő egyenlettel számolhatjuk:

$$W_l = \frac{\mu_l \cdot \lambda_l}{\sum_l (\mu_l \cdot \lambda_l)}.$$

Ezeken az általánosságban használható módszereken kívül, az allokáció célja szerint más-más megközelítés lehet indokolt. A következő alfejezetekben azokat a folyamatokat és helyzeteket részletezzük, ahol a szavatolótőke allokációnak fontos szerepe van. Ezekben az esetekben részletezzük azt is, hogy melyik allokációs módszer lehet indokolt.

9.1 Termékárazás

A képzett szavatolótőke tartásának ellenértéke a tőkeköltség, ami általában elég magas a befektetők hozamelvárásai miatt. Ezt a tőkeköltséget pedig a termékek díjából kell fedezni a biztosítónak. Ezért fontos tudni a termék árazásánál, hogy egy-egy termékre milyen arányban jut a tőkeköltségből.

Viszont a termékek ágazatokba sorolhatóak a kockázataik tulajdonságai alapján, és általában a termékek szintjénél egy magasabb szintre, ezekre az ágazatokra szokás allokálni a szavatolótőkét, amiből adódik az ágazatra jutó tőkeköltség. Ezután a tőkeköltség szétosztása az ágazatokban szereplő termékek között már történhet egyszerűen egyéni kockázatuk alapján. Természetesen, lehet az ágazatra jutó költség szétosztására is használni a fenti allokációs módszer bármelyikét, de a sztenderd módszer csak ágazatokba csoportosított károkat és díjakat különböztet meg. Így az egy ágazathoz tartozó károk és díjak egyedi kockázatként aggregálódnak, ami azért előnyösebb, mint más, összetettebb termék szintű aggregáció, mert egy termék állománya sokkal volatilisebb, mint egy ágazaté. Tehát az így allokált tőkeköltség is kevésbé lenne stabil egy termék szintű allokáció során.

A biztosítási ág ágazatokra való allokálásánál, ha van lehetőség rá, a CTE módszert érdemes a leginkább alkalmazni, mivel ez a módszer adja a legpontosabb információt arról, hogy mekkora szavatolótőke-szükséglet tartozik az adott ágazathoz a biztosító aktuális portfóliója mellett.

A másik ajánlott allokációs módszer a termékárazáshoz a H.T. Kim és Mary R. Hardy módszere. A fentebbi, allokációs módszereket részletező, fejezetben alapján ez a CTE módszerhez hasonló eredményt ad. Ezen felül azért is érdemes ezzel a módszerrel is kiszámolni az allokált tőkét, mert a korábbi fejezetekben leírtak alapján ez a valóságban várható többletkötelezettségeket becsüli meg. Ezzel pedig a termékről kaphatunk fontos információt.

A termékhez tartozó szavatolótőke-szükséglet legpontosabban egy harmadik módszer segítségével kapható meg. Ez a módszer a sztenderd módszeren alapuló allokációs módszer, ami pontosan kiszámolja, hogy a sztenderd módszer mekkora tőkészükségletet számolt erre az adott ágazatra.

Az ágazatok termékekre való szétbontására a leginkább alkalmas a relatív allokáció módszere, ugyanis a sztenderd módszer az ágazatokat egyben kezeli, így az ágazaton belül termékek közötti diverzifikációs hatást nem veszi figyelembe.

Ezzel együtt a növekményi módszer is használható a termék szintű allokációra, mivel ennél a módszernél a felosztást meghatározó tényező a tőkeképzési módszer, ami, mint feljebb írtuk, nem számol ezen a szinten semmilyen diverzifikációs hatással. Tehát ez a módszer ugyanazt az eredményt adja, mint a relatív módszer.

9.2 Termékbevezetés

A tőkeállokáció fontos a termék árazása mellett stratégiai szempontból is. Például egy új termék vagy ágazat bevezetése esetén a már meglévő portfolió szavatolótőkéjét diverzifikálhatja, speciális esetben akár csökkentheti is a szavatolótőke-szükségletet. Ebben az esetben egy alkalmas allokációs módszer negatív tőkeköltséget osztana erre a termékre, ami egy amúgy veszteséges terméket akár nyereségessé tehet.

De előfordulhat az ellenkezője is, hogy az új termék miatt nagyot növekedne a szavatolótőke-szükséglet, és így a tőkeköltség is, amely költségnek az új termékre eső része akár a nyereséges terméket veszteségessé is teheti. Ezért egy jó allokációs módszer segítségével egy új termék bevezetése esetén stratégiai fontosságú információhoz juthatunk. Ez nyilvánvalóan egy teljesen új ágazat bevezetése esetén még jelentősebb stratégiailag, mint egy új termék bevezetése esetén.

Új termék bevezetésénél az allokáció nagyon hasonló probléma, mint a termékárazás. Itt is a CTE módszert érdemes alkalmazni az ágazatokra jutó szavatolótőke-szükséglet megállapítására a módszer részletezésében leírtak alapján. Vagyis az állomány változása esetén ezzel a módszerrel számolt allokált tőkének segítségével becsülhető meg legjobban a szavatolótőke-szükséglet változása. Emellett mindenképpen fontos kiszámolni a sztenderd módszer alapján számoló allokációs módszerrel is az allokált tőkeszükségletet, ugyanis a CTE módszer a nagy arányú nem kiszámítható változásokra nagyon érzékeny és egy új termék esetén nem elhanyagolható valószínűséggel előfordulhatnak ilyen változások.

Ez esetben mindenképp érdemes megnézni az Euler-módszer által újonan bevezetendő ágazatra vagy termékre jutó szavatolótőkét, ugyanis a fent említett módszer által allokált tőkében nagyon hangsúlyos a tőkének az ágazat vagy termék állományváltozására való érzékenysége. Az Euler-módszer pedig pontosan ezen hatás alapján allokál. A bevezetést követő időszakban pedig a megbecsült állomány akár nagy eltérést mutathat a valóságban létrejöttéhez képest.

9.3 Értékelés

A biztosítónak különböző kimutatásokat és értékeléseket kell készítenie, amivel a piaci helyzetéről, a tevékenységének alakulásáról minden, a befektetők számára lényeges információt közöl. A vállalkozás értékét leginkább a technikai eredmény és a befektetett eszközeiből származó befektetési eredmény határozza meg. A mi szempontunkból most a technikai eredmény számít. Ugyanis a szavatolótőke-szükséglet tőkeköltsége az egyéb költségekkel a díjbevétellel és a kárkifizetésekkel együtt ad információt arra vonatkozóan, hogy egy ágazat a biztosító szempontjából mennyire nyereséges. Így az allokáció az ágazatok értékelése szempontjából is egy lényeges tényező.

Egyes biztosítóknál az ágazatok értékelése mellett a dolgozói teljesítmény értékelésében is jelentős szerepe lehet az allokált szavatolótőkének. Az egyéni teljesítményt a biztosító piaci versenyben való teljesítése alapján értékelik és ennek az értékelésnek az alapján javadalmazzák a dolgozókat. Az értékelésnél általában figyelembe veszik a szavatolótőke-szükségletet is, és a szolvencia II.-ben elvárás, hogy a kockázatokat is figyelembe kell venni az értékelések során.

Így a teljes szavatolótőke-szükséglet, illetve az ágazatokra jutó részének is egyre nagyobb jelentősége van.

Az értékeléshez mindenképpen a CTE módszer vagy a H.T. Kim és Mary R. Hardy módszere javasolt, céltól függően. Mivel az allokáció során ezek a módszerek veszik figyelembe a legnagyobb súllyal az ágazatok tulajdonságait. A módszerek számolási elvéből következik, hogy általában közel azonos értéket adnak, így inkább a könnyebben számolható CTE módszert érdemes választani.

9.4 Kockázat összehasonlítás

A biztosítónak párhuzamosan sokféle kockázatot kell viselnie, amire szavatolótőkét kell képeznie. Ezt allokálva a kockázatokra vonatkozóan egy mérőszámot kaphat a biztosító. Ez alapján a mérőszám alapján lehet beazonosítani például, hogy mely területeken érdemes fejleszteni a kockázatkezelési technikákat. A beazonosításhoz akár elég megkeresni a kiemelkedően nagy szavatolótőke igényű kockázatokat.

A különböző allokációs módszerek arra is lehetőséget adnak, hogy bizonyos tulajdonságokat kiemelten kezeljen a módszer a szavatolótőke szétosztásakor. Így, például az Euler-módszerrel könnyebben beazonosíthatóak a változásra érzékeny kockázatok, amiknek kezelése ugyancsak fontos szempont lehet a biztosító számára.

10 Konklúzió

A biztosító kockázatainak kezelése a biztosító egyik alapfeladata. Ehhez ki kell számolnia a minimális szavatolótőke-szükségletét, amihez sok biztosító a szolvencia II bevezetését követően a sztenderd módszert fogja használni.

Miután megállapította a tőkeszükségletet, a kockázatkezelési folyamat egyik eleme lesz az is, hogy szétosztja a szavatolótőkét a kockázatai között. Erre elég sokféle lehetősége adódik, hála a különböző allokációs módszereknek. Viszont nem mindegy, hogy melyik módszert választja ezek közül.

Általában elmondható, hogy érdemes több allokációs módszerrel is kiszámolni a kockázatokra jutó szavatolótőkét, mert így több információt is lehet ezekkel kapcsolatban szerezni.

Mindenképpen érdemes kiszámolni a CTE módszerrel ezt az értéket, mert ez fogja adni a legpontosabb képet az adott ágazatok valós viselkedéséről.

Az ehhez hasonló H.T. Kim és Mary R. Hardy módszerével is érdemes kiszámolni az allokált szavatolótőkét, mert ez az érték a ténylegesen várható tőkeszükségletről ad információt, feltéve, hogy a tartalékok és díjak nem fedezik a kiadásokat.
Ugyanakkor érdemes kiszámolni az Euler-módszerrel is az allokált tőkét, mivel ez a kockázatok érzékenységét tükrözi, és ez is igen hasznos információ a biztosító szempontjából.

Végül pedig a sztenderd módszer alapján allokált szavatolótőke értékét is érdemes kiszámolni. Ezzel ugyanis a növekményi módszerrel azonosan arról kap információt a biztosító, hogy az adott pillanatban melyik ágazathoz milyen szavatolótőke-szükséglet tartozik.

Tehát érdemes a biztosítóknak kiszámolni legalább ezzel a négy allokációs módszerrel a kockázataikra jutó szavatolótőkét. Ezeknek az értékeknek a segítségével már lényegében teljes képet kaphatnak a biztosítók a kockázataik, illetve az ágazatok kockázatainak az arányáról.

11 Függelék I.

A függelékben a dolgozatban leírt példához tartozó számolásokat tartalmazó excel fájl [15] leírása szerepel. Az excel fájlnak nyolc lapja van és macro-t tartalmaz.

11.1 SCR

Az első SCR nevű lapon a szavatolótőke-szükséglet kiszámítása szerepel két esetre, a sokk előtti és utáni állapotra. A szavatolótőke szükséglet sokk előtti értékét tartalmazó cella világos kék, míg a sokk utáni értékét sötét kék cella tartalmazza. Szürkével vannak megjelölve a példához feltételezett és előírt adatok, és narancssárga színnel vannak kiemelve az ágazatokhoz tartozó kovariancia mátrixok.

11.2 Relatív allokáció, Béta módszer

A második Relatív allokáció nevű és harmadik Béta módszer nevű lapokon a relatív allokáció és béta allokációs módszer számításai szerepelnek. Ezeknél is világoskék szín jelöli a sokk előtti allokált értékeket és sötétkék a sokk utániakat, szürke színnel pedig az első lapon található bemeneti adatok vannak kiemelve. A béta módszernél a világossárga színnel kiemelt béta értékek a szimuláció alapján vannak számolva.

11.3 Sztenderd módszer szerinti

A negyedik lapon a sztenderd módszer szerinti allokálás számításai szerepelnek. A szürke szín itt is azokat az értékeket jelöli, amik az első fülről származó értékek. A bordóval kiemelt σ értékek a sztenderd módszer szerint számolt aggregált sztenderd szórás értékek, ahol az indexben szereplő számnak megfelelő ágazatot nem vesszük figyelembe. Ennek segítségével vannak számolva, a dolgozat 7.9 fejezetében levezetett kifejezés alapján, az allokációhoz a segéd értékek, ezek sárgával vannak megjelölve. Az állokáció eredménye pedig ebben az esetben is világoskékkel van megjelölve a sokk előtti állapotra és sötétkékkel a sokk utánira.

11.4 Shapley módszer

Az ötödik lapon a Shapley módszer számolásai szerepelnek. A szürke szín ennél a lapnál is az első lapról származó értékeket jelöli, míg a bordó az előzőhöz hasonlóan azokat a szórásértékeket, amikor az egyes ágazatok nincsenek figyelembe véve. Világos sárga szín itt a Shapley módszernél leírt kifejezés a példa számai alapján számolt értékeit jelöli. A módszer alapján kapott allokáció pedig világoskék színnel van jelölve a sokk előtti állapotra és sötétkékkel a sokk utánira.

11.5 Szimuláció

A hatodik és hetedik szimulációs lap százezer szimuláció alapján számolja ki a CTE módszerhez az allokált értékeket.

A macro százezerszer generál három véletlen korrelált normális eloszlású valószínűségi változót X_i, amelyekből számolt korrelált log-normális változókat használunk $\exp(X_i)$. A normális eloszlású változók korrelációja $Corr_{i,j} = \frac{\ln(1+\frac{cor_{i,j}}{\sigma_i \cdot \sigma_j})}{\sqrt{\theta_i \cdot \theta_j}}$, ahol a θ értékek az eredeti várható értékeket jelölik, a σ értékek a log-normális eloszlás paraméterét jelölik, a *cor* pedig a log-normális eloszlású változók kovarianciáját. Ekkor könnyen belátható, hogy az így korreláló normális eloszlású valószínűségi változók esetén az $\exp(X_i)$-k kovarianciája éppen az előírt lesz. Ilyen módon korrelált normális eloszlású valószínűségi változók generálásához a Cholesky felbontást használjuk fel. Arra vonatkozóan, hogy a generált értékek szórása, várható értéke és korrelációja megegyezik-e a példában leírt értékekkel egy ellenőrzést is tartalmaz a fájl, ami zöld színnel van kiemelve (abban az esetben, ha 1%-nál nem térnek el jobban a generáltból számolt értékek a valóstól).

Ez után az allokációt úgy számoljuk, hogy a generált log-normális változók összegeinek a $99,5\%$-os percentilis feletti értékekhez tartozó részek átlagainak az aránya alapján osztjuk szét a szavatolótőkét.

Ezeken a lapokon is világoskékkel vannak kiemelve a sokk előtti allokált értékek, és sötétkékkel a sokk utániak.

11.6 Összehasonlítás

Az utolsó lapon a sokk előtti és utáni díjarányos szavatolótőke-szükségletek vannak összehasonlítva ágazatonként, illetve összesen. Minden esetben világoskék jelöli az adott sorba legkisebb értéket, és türkizkék a második legkisebbet.

Felhasznált irodalom

[1] Joseph H.T. Kim and Mary R. Hardy. [*A capital allocation based on a solvency exchange option*]. University of Waterloo, September 19, 2007

[2] Michael Sherris [*Solvency, Capital Allocation and Fair Rate of Return in Insurance**]. Faculty of Commerce and Economics UNSW, Sydney, AUSTRALIA, January 15, 2004

[3] Landsman, Z. and Valdez, E. A. [*Wang's capital allocation formula for elliptically contoured distribution*]. Insurance: Mathematics and Economics, 33, 517-532., 2003

[4] Balog Dóra, Bátyi Tamás László, Csóka Péter, Pintér Miklós [*Coherent risk allocation of risk capital*]. Working paper, Ecole des H.E.C. Montreal., 2001

[5] Risk sharing and capital allocation. [*Tail conditional expectations for elliptical distributions*]. Working paper, Tryg Insurance, Ballerup, Denmark., 2002

[6] Balog Dóra, Bátyi Tamás László, Csóka Péter, Pintér Miklós [*Tőkeallokációs módszerek és tulajdonságaik a gyakorlatban*]. Közgazdasági Szemle, LVIII. évf., 2011. július-augusztus (619-632. o.)

[7] [*AZ EURÓPAI PARLAMENT ÉS A TANÁCS 2009/138/EK IRÁNYELVE*].

(átdolgozott változat) (EGT-vonatkozású szöveg) 2009. november 25

`https://felugyelet.mnb.hu/data/cms2109497/solvII_HU.pdf`

[8] [*QIS5 Technical Specifications*]. Brussels, 5 July 2010

[9] [*Technical Specification for the Preparatory Phase*]. Frankfurt, 30 April 2014

`https://eiopa.europa.eu/Publications/Standards/A_-_Technical_Specification_for_the_Preparatory_Phase__Part_I_.pdf`

[10] Jan Dhaene and Andreas Tsanakas and Valdez Emiliano and Vanduffel Steven [*Optimal capital allocation principles*]. University of Connecticut 23. January 2009

[11] Jorion, P. [*Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*]. McGraw-Hill,New York. 2007

[12] Homburg, C.-Scherpereel, P [*How Should the Joint Capital be Allocated for Performance Measurement?*]. European Journal of Operational Research, Vol. 187. No. 1. 208-217. o (2008)

[13] Panjer, H. [*Measurement of risk, solvency requirements, and allocation of capital within financial conglomerates*]. IIPR technical report 01-14, University of Waterloo. 2002

[14] Jan Dhaene and Andreas Tsanakas and Valdez Emiliano and Christopher James [*RAROC Based Capital Budgeting and Performance Evaluation: A Case Study of Bank Capital Allocation*].

[15] Koronka Gábor [*Appendix excel fájl*].

https://drive.google.com/file/d/0B6u7wWNEL0x0ZmZpNXg2b3Y2VGs/view?usp=sharing