

BUDAPESTI CORVINUS EGYETEM  
KÖZGAZDASÁGTUDOMÁNYI KAR  
EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM  
TERMÉSZETTUDOMÁNYI KAR

---

Hermán Dániel

NYUGDÍJVÁROMÁNY ELŐREJELZÉSE EGYÉNI  
PARAMÉTEREK ALAPJÁN

MSc. szakdolgozat

**Témavezető:**

Ribényi Ákos

*vezető aktuárius*

MetLife Biztosító Zrt.

**Belső konzulens:**

Keszthelyi Gabriella

*tanársegéd*

Analízis Tanszék, ELTE TTK



Budapest, 2015

# Köszönetnyilvánítás

Köszönöm a támogatást mindazoknak, akik segítettek engem dolgozatom elkészítésében. Különösen köszönöm Ribényi Ákosnak az iránymutatásokat és javaslatokat, másfelől pedig Keszthelyi Gabriellának, aki segített a szakdolgozat végső formába öntésében.

Továbbá szeretnék köszönetet mondani családomnak, hogy lehetőséget biztosítottak az egyetem elvégzéséhez, valamint barátaimnak, akik mindig mellettem álltak.

Budapest, 2015. december 31.

*Hermán Dániel*

# Tartalomjegyzék

<b>1. Bevezetés</b>	<b>4</b>
<b>2. Magyarországi nyugdíjrendszer jellemzői</b>	<b>6</b>
2.1. Az öregségi nyugdíj feltételei . . . . .	7
2.2. Az öregségi nyugdíj számítása . . . . .	8
<b>3. Nyugdíjváromány előrejelzése</b>	<b>11</b>
3.1. Külső hatások . . . . .	11
3.2. Az egyén paramétereit . . . . .	15
<b>4. A kereset előrejelzése</b>	<b>17</b>
4.1. Regressziószámítás . . . . .	19
4.2. Egyéb kereseti görbék . . . . .	23
4.2.1. "Hullámmzó" kereseti pálya . . . . .	25
4.3. Kieső napok . . . . .	26
4.3.1. Egy hosszabb kiesés . . . . .	26
4.3.2. Több rövidebb kiesés . . . . .	27
<b>5. Eredmények bemutatása</b>	<b>29</b>
<b>6. Összegzés</b>	<b>32</b>
Hivatkozások	32

# 1. fejezet

## Bevezetés

Az öregségi nyugdíj feladata az időskori végletes elszegényedés megakadályozása. Olyan járadék, melyet egy ország polgárai kapnak bizonyos feltételek teljesülése esetén. Ezek a feltételek általában az életkorral, valamint a munkával eltöltött idővel (szolgálati idővel) kapcsolatosak, míg a nyugdíj mértékét (nyugdíjvárományt) leginkább a jövedelem határozza meg.

Jelen dolgozatban ennek az öregségi nyugdíjvárománynak az előrejelzésére állítok fel egy modellt a magyarországi nyugdíjrendszer adottságai mellett. A modell célja, hogy egy adott személynek minél jobban láthatóvá váljon az életpályájával, karrierjével kapcsolatos döntéseinek és eseményeinek a hatása a nyugdíjvárományának tekintetében.

Magyarországon az ún. felosztó-kiróví rendszerű nyugdíjbiztosítás működik, mely leegyszerűsítve azt jelenti, hogy az aktív munkavállalókra kivetett nyugdíjjárulékokból finanszírozzák az időskorúak (nyugdíjasok) járadékait. Mivel a váromány értéke teljes mértékben az egyén gazdasági teljesítményétől függ könnyen megtörténik, hogy a rendszer korrigálásra szorul. A magyarországi helyzetre jellemző, hogy az aktív munkavállalók száma és a nyugdíjasokéhoz képest csökken (öregedő társadalom), így az elmúlt években egyre több pénzzel kellett kiegészíteni a nyugdíjalapot az államháztartásból. Ez nyilvánvalóan rövidtávú megoldás, hosszabb távon más módon is lehet közbeavatkozni. Tipikusan ilyen változtatások lehetnek, hogy növelik a nyugdíjkorhatárt és/vagy a szolgálati időt, növelik a nyugdíjjárulékot vagy csökkentik a járadékot. A felsorolt eszközök egyike sem a polgárok javát szolgálja, ezért fontos lehet szembenézni egy-egy módosítás hatásával. A magyarországi nyugdíj mértékéről elmondható, hogy nem a legegyszerűbben megállapítható az Európai Unió országain belül [3], egy átlagos polgárnak hosszadalmas feladat a nyugdíjának kiszámítása. Ezt a tényt is alátámasztja, hogy az Országos Nyugdíjbiztosítási Fő-

igazgatóság (ONYF) szakértői is létrehoztak egy kalkulátort 2015. szeptemberében [2]. Készítettem egy hasonló eleven működő kalkulátort, ehhez kapcsolódik szervesen a dolgozatom, azonban a fő különbség az említett kalkulátorral szemben, hogy a saját készítésű kalkulátorban a jövőbeni jövedelem becslésére nagyobb szerep jut, hiszen a fő cél, hogy a nyugdíjkorhatár betöltésétől jelenleg távolabb levők számára is használható és hasznos legyen a kalkulátor, ezzel is elősegítve az öngondoskodó társadalom kialakulását.

Természetesen nem céлом, hogy minden életpálya esetében minden lehetőséget figyelembe vegyek és a végsőig pontos becsléssel szolgáljak. Szinte lehetetlen akár csak 5 évre előre is megjósolni a várható környezetet vagy az egyén pontos keresetét, ezért csupán korlátozott mértékben van lehetőség a változtatásokra a becslést illetően. Az egyén részéről igyekeztem szem előtt tartani a felhasználóbarát kezelhetőséget, az eredmények szempontjából pedig a szemléletes bemutatást, ugyanis több lehetséges scenáriót (pl. lassabb vagy gyorsabb jövedelem növekedést, jelentős jövedelem kiesést) is számba lehet venni a nyugdíjváromány előrejelzésénél.

## 2. fejezet

# Magyarországi nyugdíjrendszer jellemzői

A bevezetőben elhangzott az állami nyugdíjrendszer célja: az időskori, illetve közeli hozzátartozó halála esetén a jövedelembiztonság megalapozása. Magyarországon ezen ellátásra való jogosultság nyugdíjjárulék fizetésén alapul. Elmondható, hogy egy nyugdíjrendszer működtetése és fenntartása meglehetősen bonyolult feladat, a különböző országokban eltérő megoldásokat figyelhetünk meg, hiszen az eltérő múltak és adottságok következtében más körülmények között kellett létrehozni ezt a szolgáltatást, aminek viszont számos elvárásnak kell megfelelnie.

- A befizetés mértékével arányos legyen az ellátás mértéke,
- kezelje a változó halandósági kockázatokat,
- kezelje az egyéb társadalmi preferenciákat (pl. értékállóság, elszegényedés elleni védelem).

Hazánkban sok más Európai országhoz hasonlóan felosztó-kirovó elven működő rendszert vezettek be. A Nyugdíjbiztosítási Alap biztosítja a kifizetések fedezetét, ahol a természetes személyek által befizetett nyugdíjjárulékok, a foglalkoztatók által fizetett közterhek és a központi költségvetésből biztosított források képezik a bevételeket. A jelenlegi rendszerben a régi adatok miatt nem garantálják a teljeskörűséget a számlavezetésnél és nem tartják nyilván az egyén kifizetéseit. A nyugellátások reálértékének megőrzését pedig az állam garantálja, 2015. január 1-jétől az emelés mértéke 1,8%.

A magyar nyugdíjrendszer ezen elvárásoknak a teljesítésére vállalkozik, de nem konzisztens a megoldása. Néhány tényadat a magyar körülményekről [10]:

- A bevallott jövedelmek kb. egyharmada a minimálbér vagy az alatti,

- az öregségi nyugdíjban részesülő kb. egyötöde 65 évnél fiatalabb [7].

## 2.1. Az öregségi nyugdíj feltételei

Az öregségi nyugdíjat azon személyek szerezhethetik, melyek egyidejűleg teljesítik az alábbi feltételeket:

- az előírt nyugdíjkorhatár betöltése,
- előírt minimális szolgálati idő elérése,
- fennálló biztosítási jogviszony megszüntetése.

Az előírt **nyugdíjkorhatár** az alábbi táblázatban látható módon fog változni.

A nyugdíjkorhatár fokozatos emelése születési korosztályonként			
Születési év	Életkor 2015-ben	Öregségi nyugdíjkorhatár	Öregségi nyugdíjra jogosultság időpontja
1952	63	62,5	2014. II. félév 2015. I. félév
1953	62	63	2016
1954	61	63,5	2017. II. félév 2018. I. félév
1955	60	64	2019
1956	59	64,5	2020. II. félév 2021. I. félév
1957	58	65	2022

2.1. ábra. Forrás: [3]

Felmerülhet a kérdés, hogy miért emelkedik a nyugdíjkorhatár? Az egyik legfontosabb kritériuma a nyugdíjrendszernek a fenntarthatóság. A felosztó-kirovó rendszer esetén a várható élettartam növekedésével arányosan emelkedik a járulék mértéke is. Ezt a kiadásnövekedést a bevételi oldalon kompenzálni kell, de ennek legfőbb korlátja az öregedő társadalom, ami azt jelenti, hogy egyre kevesebb befizetőnek kell finanszírozni a kiadásokat. Kézenfekvő tehát a megoldás, hogy a nyugdíjkorhatár emelésével csökkentsék a kiadások mértékét és növeljék a járulékfizetést. Másfelől az is igaz, hogy a várható élettartam növekedésével és az életszínvonal javulásával a munkavégzőképesség határa is növekszik.

Mely időtartamok számolhatók bele a **szolgálati időbe**? Elsősorban azon időszakok, amikor nyugdíjjárulék fizetésére kötelezett volt a személy. Az 1988. január 1-je előtti időszakot ugyanúgy kell figyelembe venni, mint az utána lévő időszakban, ugyanakkor az ilyen időszakoknak a jövedelemszintre nincsen hatásuk. Ugyanazon időszakot csak egyszer lehet figyelembe venni.

Beleszámít a szolgálati időbe még a felsőoktatás általi nappali képzésben folytatott tanulmányok ideje, de legfeljebb a képesítés megszerzéséhez szükséges időtartam erejéig. Több képesítés megszerzésére irányuló tanulmányok folytatása esetén legfeljebb az egyik képesítés megszerzéséhez szükséges idő vehető figyelembe<sup>1</sup>.

A teljesség igénye nélkül beleszámítható időszaknak minősülnek az alábbi példák:

- gyermekgondozási díjban, segélyben, támogatásban részesülők,
- gyermekgondozási segély folyósítása alatti munkavégzők,
- szakmunkástanuló, szakközépiskolai tanulók kötelező nyári gyakorlata.

## 2.2. Az öregségi nyugdíj számítása

Az öregségi nyugdíj összege függ a nyugdíj alapját képező havi átlagkereset nagyságától és a megszerzett szolgálati idő hosszától. Képletbe foglalva:

$$1988\text{-tól elért nettóátlagjövedelem} * \text{szolgálati idő szorzó}$$

A nyugdíjváromány végső összegének meghatározása 5 lépésben írható fel. (Ennek ismertetéséhez Rézmovits Ádám - *A társadalombiztosítási nyugdíj szabályai és kiszámítása* című előadását [9] és a [11] forrást használjuk fel.)

1. szolgálati időszak meghatározása napokban ( $d_i$ )
2. éves nettó átlagjövedelmek meghatározása ( $nw_i$ )
3. valorizálás ( $v_i$ )
4. átlagkereset kiszámítása ( $\overline{nw}_i$ )
5. degresszálás

---

<sup>1</sup>Ebből következik, hogy például a táppénzes napok és a gyermekgondozási segélyen töltött napok nem számolhatók bele.



1.: Az 1988. január 1-ével kezdődően a jövedelemszerző napok számát össze kell adni, így kapjuk meg az átlagjövedelem kiszámításához szükséges nevezőt.

2.: Az 1988. január 1-ével kezdődően évenként kell meghatározni azon jövedelmeket, amelyekből további járulékokat nem kellett fizetni már. Fontos megjegyezni, hogy 1992 és 2012 között járuléklafon volt érvényben, ami azt eredményezte, hogy egy adott korlát felett nem lehetett figyelembe venni az éves nettó jövedelmeket. A járuléklafon egy azonnali beavatkozásnak minősült a túl magas bérek, azaz a várhatóan túl magas nyugdíjak ellen.

Év	Éves járuléklafon	Év	Éves járuléklafon
<b>1992</b>	900 000 Ft	<b>2003</b>	3 905 500 Ft
<b>1993</b>	915 000 Ft	<b>2004</b>	5 307 000 Ft
<b>1994</b>	912 500 Ft	<b>2005</b>	6 000 600 Ft
<b>1995</b>	912 500 Ft	<b>2006</b>	6 325 450 Ft
<b>1996</b>	915 000 Ft	<b>2007</b>	6 748 850 Ft
<b>1997</b>	1 204 500 Ft	<b>2008</b>	7 137 000 Ft
<b>1998</b>	1 565 850 Ft	<b>2009</b>	7 446 000 Ft
<b>1999</b>	1 854 200 Ft	<b>2010</b>	7 453 300 Ft
<b>2000</b>	2 020 320 Ft	<b>2011</b>	7 665 000 Ft
<b>2001</b>	2 197 300 Ft	<b>2012</b>	7 942 200 Ft
<b>2002</b>	2 368 850 Ft		

2.2. ábra. Forrás: [1]

3.: A különböző években elért jövedelmek nagy eltéréseiből következő aránytalanságokat a valorizálás kívánja kisimítani. Például a 2005-ös átlagkereset kb. 15-szöröse az 1989-es évinek, így valorizálás nélkül sokkal nagyobb hatása lenne a későbbi években bekövetkezett jövedelemszerzés nélküli napoknak. A havi átlagkereset megállapítása előtt a nyugdíjazást megelőző harmadik év előtti naptári években elért jövedelmeknek a nyugdíjazást megelőző második naptári év kereseti szintjéhez történő igazításánál az országos nettó átlagkereset egyes években történő növekedését kell alapul venni. Ezt nevezzük valorizációnak. A valorizációs szorzószámokat a nyugdíjtörvény - 1997. évi LXXXI. tv. 2. számú melléklete tartalmazza. A valorizációs szorzószámokat a kormány rendeletben határozza meg és általában tárgy év márciusáig teszi közzé. A március előtti nyugdíjszámításoknál az előző évi szorzószámok

alapulvételével kell a nyugdíjelőleget megállapítani.

4.: A szolgálati idő alatt szerzett valorizált átlagjövedelmet a következő képlet segítségével kaphatjuk meg:

$$(2.1) \quad \overline{nw}_i = \sum_{1988}^{t_n} (nw_i * v_i) / \sum_{1988}^{t_n} d_i * 365/12$$

5.: A degresszálás, hasonlóan a járulékplafonhoz, a nem arányos (túlzottan magas) jövedelem beszámítást hivatott szabályozni. A degresszió lényege, hogy nem a teljes jövedelmet vesszük figyelembe a nyugdíjalap meghatározásakor, hanem annak csak egy részét törvényben meghatározott módon. A járulékplafonnal ellentétben ez rövidtávon jelent megoldást. Elmondható, hogy manapság a degresszálás hatása egyre elenyészőbb, kivezetése törvényileg szabályozott<sup>2</sup>.

Végezetül a szolgálati időhöz tartozó szorzó meghatározásával és a nyugdíjképlet alkalmazásával megkapjuk a végső nyugdíjat. A szolgálati időkhöz tartozó szorzókat az alábbi táblázat tartalmazza.

Szolgálati idő (év)	%	Szolgálati idő (év)	%	Szolgálati idő (év)	%
<b>15</b>	43%	<b>27</b>	65%	<b>39</b>	78,5%
<b>16</b>	45%	<b>28</b>	66%	<b>40</b>	80%
<b>17</b>	47%	<b>29</b>	67%	<b>41</b>	82%
<b>18</b>	49%	<b>30</b>	68%	<b>42</b>	84%
<b>19</b>	51%	<b>31</b>	69%	<b>43</b>	86%
<b>20</b>	53%	<b>32</b>	70%	<b>44</b>	88%
<b>21</b>	55%	<b>33</b>	71%	<b>45</b>	90%
<b>22</b>	57%	<b>34</b>	72%	<b>46</b>	92%
<b>23</b>	59%	<b>35</b>	73%	<b>47</b>	94%
<b>24</b>	61%	<b>36</b>	74%	<b>48</b>	96%
<b>25</b>	63%	<b>37</b>	75,5%	<b>49</b>	98%
<b>26</b>	64%	<b>38</b>	77%	<b>50+</b>	100%

2.3. ábra. Forrás: [1]

<sup>2</sup>Ezt a 1997. évi LXXXI. törvény §17 (2) pontja biztosítja, ugyanis 2003-tól kezdve a degressziós sávok gyorsabban emelkednek, mint a keresetek, így egyre kevesebb embert érint a degresszió.

## 3. fejezet

# Nyugdíjváromány előrejelzése

Ebben a fejezetben a nyugdíjváromány megállapításához szükséges változóinkat elemezzük az egyénre és a környezetre vonatkozóan a kiszámítási képlet változatlan-ságának feltétele mellett.

Az **egyén szempontjából ismeretlen tényezők**:

- jövedelem alakulása az egyes évekre vonatkozóan,
- szolgálati napok száma az egyes években,
- nyugdíjba vonulás éve.

A nyugdíjszámítás lépéseiben szereplő, nem az egyén által befolyásolt paraméterek **külső hatások**:

- valorizációs szorzók,
- járulékkulcsok,
- nyugdíjkorhatár.

A felsorolásokból kimaradt tényezőkről, a *szolgálati idő szorzókról*, a *járuléklafonról* és a *degresszióról* nem tételezünk fel változást jövőre vonatkozóan, de természetesen az alkalmazásukat nem hagyjuk ki a nyugdíjváromány becslése során.

Először az egyént körülvevő (külső) környezet elemzésével kezdünk.

### 3.1. Külső hatások

A **nyugdíjkorhatárral** már foglalkoztunk kicsit részletesebben a második fejezetben. Jelenleg ismereteink szerint 2022-ben 65 év lesz az általános nyugdíjkorhatár

férfiaknak és nőknek egyaránt és hogy megalapozottan feltételezhetjük azt, hogy a későbbiekben további emelkedések várhatók. A nyugdíjkorhatár alakulásának becslésénél érdemes eltekinteni a különféle kedvezményektől, mint például a *Nők 40 plusz* programtól<sup>1</sup>, fegyveres szervek hivatásos állományú tagjainak előírt szolgálati időkről. A 2.1. ábrán levő trend azt mutatja, hogy 3 év alatt kb. 1 évet nő a nyugdíjkorhatár. Ezt a megállapítást fogjuk figyelembe venni a becslésünknel. Emellett meg kell jegyeznünk azt is, hogy az egyén a nyugdíjkorhatár elérése után is folytathatja munkaviszonyát, nem kötelező megszakítania azt. Ez lehetőséget biztosít az egyén számára, hogy tovább növelje a nyugdíjának mértékét, a szolgálati idő szorzó növelésével vagy az utolsó években elért magasabb jövedelmekkel, másrésztől így az egyén késleltetheti az alacsony helyettesítési arányból (megállapított nyugdíj és aktuális kereset aránya) fakadó jövedelm kiesést.

A jövedelemmel kapcsolatos **járuulékkulcsok** vizsgálatánál a nettó/bruttó jövedelmek arányainak vizsgálatát értjük. Elmondható, hogy Magyarországon a 90-es években az adózási rendszer kiforratlan volt, sokszor évenként fordultak elő jelentős változtatások az adósávok számában, az adókulcsok mértékeiben. 2001 előtt nem volt két olyan év, amikor az adózás feltételei azonosak voltak.

Év	Bruttó bér	Nettó bér	Nettó/bruttó jövedelem aránya
<b>2009</b>	71 500 Ft	57 815 Ft	80,86%
<b>2010</b>	73 500 Ft	60 236 Ft	81,95%
<b>2011</b>	78 000 Ft	60 600 Ft	77,69%
<b>2012</b>	93 000 Ft	60 915 Ft	65,50%
<b>2013</b>	98 000 Ft	64 190 Ft	65,50%
<b>2014</b>	104 000 Ft	68 120 Ft	65,50%
<b>2015</b>	105 000 Ft	68 775 Ft	65,50%
<b>2016</b>	110 000 Ft	73 150 Ft	66,50%

3.1. ábra. Forrás: [1]

Ezzel szemben az tapasztalható, hogy 2012 és 2015 között a nettó és bruttó jövedelem aránya nem változott, így nem vétünk nagy hibát, ha a jelenlegi paramétereket

<sup>1</sup>Nyugdíj 40 év munkaviszony után: a nők kedvezményes nyugdíjba vonulása 2016-tól. Az életkortól függetlenül az öregségi teljes nyugdíjra lesz jogosult az a nő is, aki legalább negyven év jogosultsági idővel rendelkezik. A munkaviszonyba beleszámít a gyermekneveléssel töltött időszak is, vagyis amikor az érintett nő gyermekgondozással kapcsolatos ellátásokat kapott.

vesszük alapul a jövőbeni becsléshez<sup>2</sup>.

A nyugdíjváromány meghatározásakor, mint láttuk nagyságrendi hatással bír a **valorizálás**. Mivel a jövőbeli valorizációs szorzók még nem kerültek meghatározásra, szükség lesz ezeknek a számoknak az előrejelzésére. Ehhez a fogyasztói árindexet (inflációt), azaz a lakosság által vásárolt áruk és szolgáltatások arányának átlagos változásainak mutatószámát vesszük segítségül. Az a hipotézisünk, hogy infláció ismeretében jól közelíthetők a valorizációs szorzók, hiszen tulajdonképpen a valorizáció az inflációból eredő változásokat kívánja korrigálni. Az alábbi táblázatban vizsgáljuk a 2015. évi valorizációs szorzók és a fogyasztói árindexekből ( $j$ -edik évi jele:  $p_j$ ) származtatott módosított valorizációs szorzók (2015. évhez viszonyított  $j$ -edik évi becslött valorizációs szorzó jele:  $\hat{v}_{j,2015}$ .) kapcsolatát néhány évet kiemelve.

Év	Valorizációs szorzó	Fogyasztói árindex	Fogyasztói árindexből becslött valorizációs szorzók	Eltérés a becslött és a tény között
<b>1988</b>	22,119	16,9%	22,186	0,3%
<b>1989</b>	18,922	21,6%	18,979	0,3%
<b>1990</b>	15,561	28,9%	15,607	0,3%
<b>1991</b>	12,399	35,0%	12,108	-2,3%
<b>1992</b>	10,222	23,0%	8,969	-12,3%
<b>1993</b>	8,685	22,5%	7,292	-16,0%
<b>1994</b>	6,822	18,8%	5,952	-12,7%
<b>1995</b>	6,059	28,2%	5,010	-17,3%
<b>1996</b>	5,161	23,6%	3,908	-24,3%
<b>1997</b>	4,159	18,3%	3,162	-24,0%
<b>2005</b>	1,513	3,6%	1,506	-0,5%
<b>2006</b>	1,406	3,9%	1,453	3,4%
<b>2007</b>	1,365	8,0%	1,399	2,5%
<b>2008</b>	1,276	6,1%	1,295	1,5%
<b>2009</b>	1,254	4,2%	1,221	-2,6%
<b>2010</b>	1,174	4,9%	1,172	-0,2%
<b>2011</b>	1,103	3,9%	1,117	1,3%
<b>2012</b>	1,08	5,7%	1,075	-0,5%

3.2. ábra. Valorizációs szorzók becslése. Forrás: [1] és saját számítás

A 2015. évben megállapított nyugdíjak számításához az 1988-2013. évek keresé-

<sup>2</sup>2016. évre a személyi jövedelemadó 16%-ról 15%-ra csökken, így ezt az apróbb módosulást figyelembe véve becslöttük tovább konstans módon a nettó/bruttó arányt.

teit a 2014. év kereseti szintjéhez kell igazítani a valorizálás segítségével.

$$\hat{v}_{k,2015.} = \prod_{j=k}^{2013} (1 + p_j),$$

ahol  $1987 < k < 2014$ .

Jól látható a 3.2. ábrán, hogy néhány évet (1993-2002. évek közötti időszak) leszámítva elfogadható közelítést ad a módszer. Ha feltesszük, hogy a fogyasztó árindexből származtatott és a tényleges valorizációs szorzók között legfeljebb  $\pm 1\%$ -os eltérés lehet, akkor 20 év alatt legfeljebb 18,2%-os eltérés mutatkozhat a kétféleképpen számolt jövedelmek között.

Az előbbi elemzésből az derül ki, hogy 2015 utáni évben megállapított valorizációs szorzók 2015 utáni éveikhez tartozó részét hasznos lehet a jövebeni fogyasztói árindexekből (jele:  $\hat{p}_i$ ) számolni. Viszont a 2015. év utáni évben megállapított valorizációs szorzók 1988 és 2015 közötti évekhez tartozó részét nem a tényleges fogyasztói árindexekből származtatjuk, hanem azokat a 2015. évben megállapított valorizációs számokból képzett segédszámokból (nevezzük ezeket a "fogyasztói árindexek"-nek) becsüljük. Az  $i$ -edik ( $1988 \leq i \leq 2015$ ) évhez tartozó ilyen segédszámot (a "fogyasztói árindexet") (jele:  $\tilde{p}_i$ ) a következő módon állítjuk elő:

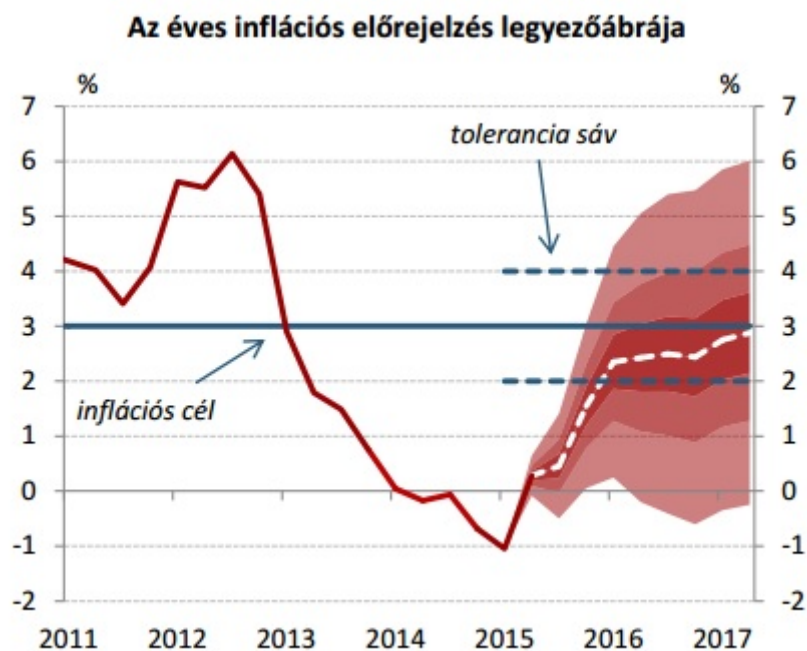
$$\tilde{p}_i = \frac{v_{i,2015.}}{v_{i+1,2015.}} - 1.$$

Tehát például a 2030. évben megállapított  $i$ -edik évhez tartozó valorizációs szorzót a következő képlet határozza meg, ha  $1988 \leq i \leq 2015$ :

$$v_{i,2030.} = \prod_{j=i}^{2015} (1 + \tilde{p}_j) * \prod_{j=2016}^{2028} (1 + \hat{p}_j)$$

Ebből következik, hogy a valorizációs számok becslését az infláció előrejelzésének feladatára vezettük vissza.

Az **infláció** előrejelzése egy külön szakdolgozat témája lehetne, ezért ebben a dolgozatban nem kívánunk mély részletekbe menően foglalkozni a feladattal. A Magyar Nemzeti Bank (MNB) minden évben közzéteszi az *Inflációs jelentés* című kiadványát [12], amely tartalmazza az inflációs célkitűzést és előrejelzést. A 3.3. ábra a 2015. év júniusában közzétett kiadványban szerepel, mely alátámasztást nyújt számunkra arra vonatkozóan, hogy közép- és hosszútávú célnak érdemes a 3%-os inflációt kitűznünk a becslésünk során.



3.3. ábra. Forrás: [12]

A külső tényezők vizsgálata után térjünk át az egyént érintő kérdésekre.

## 3.2. Az egyén paramétere

Természetesen itt is elmondható, hogy az előrejelzés során vannak kevesebb és több végiggondolást igénylő paraméterek. Fontos látni, hogy a tényezőkhöz tartozó becslések nem függetlenek egymástól. A nehézség azonban az, hogy ezeket az összefüggéseket nem feltétlenül tudjuk egyértelműen meghatározni.

Elsőként vizsgáljuk a **nyugdíjbavonulás várható évét**. Az előző részben már tettünk feltételezést a nyugdíjkorhatár várható változására. Érdeemes megjegyezni, hogy az öregségi nyugdíj meghatározásakor nem vesszük figyelembe azokat az eseteket, amikor az illető nem éri el a nyugdíjkorhatárt vagy munkaképességének megváltozása esetén más nyugdíjtípusra lesz jogosult (pl. rokkantsági ellátás) vagy egyáltalán nem lesz jogosult ellátásra. Másik fontos megállapítás, hogy az egyén életpályájával kapcsolatos terveinek megfelelően határozhat úgy, hogy a korhatár betöltése után is munkaviszonyban marad azért, hogy növelje a várható nyugdíjának mértékét (a szolgálati idő szorzó növelésével) vagy azért, hogy az alacsony helyettesítési arány (megállapított nyugdíj/aktuális jövedelem) okozta életszínvonal csökkenést későbbre halassza. A becslésnél meg lehet adni opcionálisan a várható nyugdíjba vonulás évét.

A **szolgálati napok** jóslása összetettebb feladat, alapos meggondolásokat igényel a kivitelezése. Mondhatjuk azt, hogy a legideálisabb eset az, hogy a nyugdíjkorhatár eléréséig a jelentől kezdődően minden egyes nap beletartozik a szolgálati időbe, ezért kiinduló feltevésünk minden esetben az lesz, hogy a jelentől számítva a nyugdíjba vonulás évéig az egyes évekhez tartozó szolgálati időbe tartozó napok száma megegyezik az adott év napjainak számával. Ezek után azt kell meggondolnunk milyen csökkentéseket (kieséseket) érdemes számba vennünk. Kijelenthetjük, hogy az egészen kis hatású kiesésekkel nem célszerű foglalkoznunk a modellünkben. Érdekesekek azok az esetek lehetnek, amikor az egyén jelentősebb időre kerül munkanélküli státuszba vagy több rövidebb időtartamú megszakításokkal szabdalt a munkaviszonya.

A kiesések további tárgyalásával a következő fejezetben foglalkozunk.

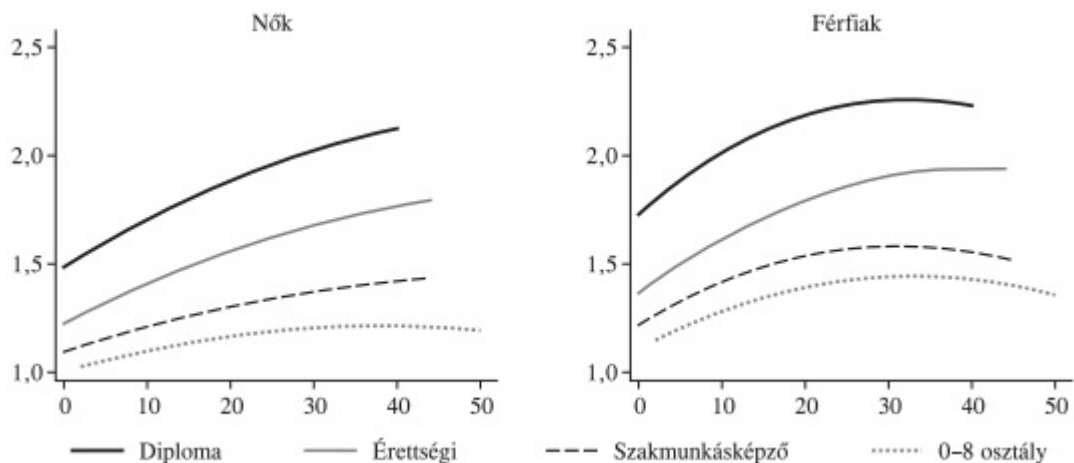


## 4. fejezet

### A kereset előrejelzése

Az egyén jövedelmét pontosan megjósolni lehetetlennek tűnő vállalkozás, ezért a hangsúlyt inkább a kereseti trendek becslésére és azok jellegzetességeire helyezzük. Először a kereseti görbékkel kapcsolatban teszünk állításokat és utána azok segítségével illesztünk görbéket az ismert adatokra.

Sajnos számomra nem voltak elérhetőek olyan adatbázisok, amelyekben konkrétan tudtam volna elemezni az egyéni (hosszmetszeti) életpálya-kereseteket. Néhány tanulmányból és adatból azonban szűrhetünk ki hasznos információkat [6] és [14]. Nézzük meg először azt, hogy mit tudunk a magyarországi kereseti életpályákról, keresetekről. Tekintsük meg az alábbi ábrát, mely az életpálya-kereseti profilokat elemzi Magyarországon 1992 és 2003 között [14].



4.1. ábra. Becsült kereseti görbék iskolai végzettség szerint nemenként. Forrás: [14]

A vízszintes tengelyen az adott iskolázottság megszerzésének tipikus életkora és

az egyén tényleges életkora közötti különbség (az ún. számított vagy potenciális gyakorlati idő) van kifejezve években, míg a függőleges tengelyen a bruttó kereset természetes alapú logaritmusát találhatjuk, 1-nek véve a 0-8 osztályt végzett, nulla gyakorlati idejű nők mindenkorai becsült adatát. Az ábrát olvasva a következő megállapítások tehetők:

1. A magasabb iskolázottságúak görbéi az alacsonyabb iskolázottságú görbéinél; illetve a férfiak görbéi a nők görbéinél rendre magasabbról indulnak.
2. Mindegyik görbe emelkedő (egy bizonyos szintig), azonban egyre kisebb meredekségű lesz, azaz konkáv alakú.
3. A magasabb iskolai végzettségűek görbéi meredekebben emelkednek (egy bizonyos szintig) és erősebben konkávak.

A görbék alakjait a jövedelem növekedését illetően a leggyakoribb magyarázatok között az *emberi tőke elmélet*<sup>1</sup> és a gazdasági folyamatok hatásai szerepelnek. Megállapítható, hogy a keresetek növekedésének kérdése szorosan összefügg az infláció és a gazdasági teljesítmény mutatóival. Általános összefüggés Magyarországon, hogy amikor a gazdasági teljesítmény nőtt, akkor a reálkereset is növekedésnek indult [15]. Ezen két megfigyelés alapján feltehetjük, hogy a becsült nominális kereset trendjének szükségszerűen növekedőnek kell lennie. Természetesen a való életben előfordulhatnak olyan esetek is, amikor az egyén nominális keresetének az értéke csökken két egymást követő évben. Az ilyen problémák feltárásának érdekében vizsgáljuk a kereseti pályák stabilitását, változékonyságát. Erre a [6] forrás biztosít jó alapot.

Az említett tanulmányban [6] a 2010-ben újonnan megállapított öregségi nyugdíjjal rendelkező férfiak (összesen 34 ezer) éves bruttó kereseteit veszik alapul az 1988 és 2009 közötti évekre vonatkozóan. Az elemzéshez naptári évenként sorba rendezték az új nyugdíjasok keresetét, mindenkire hozzárendelték a keresete alapján a rá érvényes sorszámát, majd ezt a skálát tömörítették 1-41-ig tartó kódokkal. Így minden új nyugdíjas minden naptári évben egy 1 és 41 közötti kódszámot kapott, ezután klaszteranalízis alkalmazásával 50 különböző kereseti profilt alakítottak ki. Az így megkapott profilokról elmondható, hogy egy részük növekedő, egy részük relatív csökkenő kereseteket mutatott, illetve voltak "hullámzó" pályák is. Ezen 50 profil "stabilitását" vizsgálva azt lehetett tapasztalni, hogy az alacsony keresetek és a kifejezetten magas keresetek mutatták a legnagyobb stabilitást, miközben a közöttük levő keresetek mindkét irányba elmozdultak (azaz csoportszámot váltottak).

---

<sup>1</sup>Az elmélet szerint az emberek oktatás, képzés révén beruházásokat végeznek a saját termelőképességükben, így a jövedelmük is magasabb lesz.

Természetesen ez a megfigyelés nem mond közvetlenül ellent az előző tanulmányban szereplő állításokkal, hiszen itt az egymáshoz viszonyított keresetek alakulásáról tesszük állításokat, továbbra is lehetséges, hogy minden egyénnek nőtt a keresete az évek folyamán.

Most pedig térjünk rá az egyén kereseti görbéjének becslésére. Mint az köztudott, a gazdasági növekedés így a béralakulás trendjeinek becsléseit többnyire vagy mozgó átlagolással, vagy regressziós eljárásokkal végzik. A mozgó átlagos becslést esetünkben nem tudjuk alkalmazni, hiszen meglehetősen rövid idősorokkal dolgozunk, így a legalkalmasabb eszközünk a regressziószámítás lehet.

## 4.1. Regressziószámítás

A regressziószámítást akkor használjuk, amikor függvényszerű kapcsolatot keresünk egy vagy több magyarázó változó és egy függő változó között. Általában a magyarázó változó(ka)t  $X$ -el, a függő változó pedig  $Y$ -nal jelöljük. A feltételezés, hogy az  $X$  és az  $Y$  közötti összefüggés kifejezhető függvény formájában, azaz

$$Y = f(X).$$

Ahhoz, hogy regressziószámítást végezhessünk, mind a magyarázó ( $x_i$ ), mind a függő változó(ka)t ( $y_i$ ) ismernünk kell ugyanazokon a megfigyelési egységeken. Ezekből a mérési adatokból ( $m$  darab) kell meghatározni egy, a vizsgált jelenséget leíró, jól kezelhető függvényt ( $f(x)$ ), amely az  $x_i$  helyeken felvett  $\hat{y}_i = f(x_i)$  értékeiből számolt  $e_i = (y_i - \hat{y}_i)$  eltérések valamilyen minimum-feltételnek eleget tesznek. Jelen esetben a legkisebb négyzetek módszere a célravezető, azaz a

$$\sum_{i=1}^m e_i^2$$

kifejezés értékét minimalizáljuk.

Megfigyeléseinkben az  $y_i$ -k (függő változók) az egyes munkaévekben elért *havi bruttó átlagjövedelmet* jelentik. Ezt a következő képlet segítségével határozhatjuk meg egy adott ( $i$ -edik) évre

$$y_i = \frac{bw_i}{30,4},$$

ahol  $bw_i$  az  $i$ -edik évben elért összes bruttó jövedelmet,

$d_i$  pedig az  $i$ -edik évben elért szolgálati időbe számító napok számát jelöli,

a 30,4 pedig az egy naptári hónap átlagos hossza.

Azaz, ha valaki 2003. év június 1-jétől kezdett el először dolgozni (és onnantól végig dolgozott az évben) és az összes bruttó jövedelme 750 000 forint volt (és más jövedelme nem volt ezenkívül), akkor  $y_1 = \frac{750000}{\frac{214}{30,4}} = 106\,542$  forint.

Az  $x_i$ -k (magyarázó változók) a kereseti adatok *megfigyelési sorrendjét* fejezik ki. Az első ismert kereseti adatot az  $x_1 = 1$ -hez rendeljük hozzá, és minden további évhez tartozó kereseti adatot  $+1$  távolságra helyezünk el az előzőtől.

Tekintsük a következő részletet egy életpályáról:

Év	havi bruttó átlagjövedelem (Ft)
2003.	89500
2004.	93420
2005.	105310

Ekkor az  $(x_1, y_1) = (1, 89500)$ ,  $(x_2, y_2) = (2, 93420)$ ,  $(x_3, y_3) = (3, 105310)$ .

Ha megkapjuk a fent definiált feladatból az oksági kapcsolatot jól leíró függvényt, akkor abból már előre tudjuk jelezni a várható jövedelmeket, hiszen a magyarázó változók értékei ismertek, azaz tudjuk mely években van szükségünk a kereset becslésére.

Azonban mielőtt tovább haladnánk felmerülhet pár kérdés, amelyeket érdemes megválaszolnunk:

1. Ha egy évben 0 forint volt az összes kereset, akkor azt is tegyük-e bele a megfigyelt adatok közé?
2. Mit csináljunk a kilógó értékekkel?
3. Milyen típusú/alakú függvényt illesztünk az adatsorra?

1.: Tulajdonképpen az első kérdés összefügg a másodikkal, hiszen a 0 is minősülhet kilógó értéknek. A válaszok viszont eltérőek lehetnek, ugyanis ha egy adott évben nincsen jövedelem, akkor azt célszerű kihagyni kereseti görbe illesztésénél, hiszen kijelenthetjük, hogy a jövedelem nem szerzésnek nincsen sok információ tartalma a jövedelem szerzést illetően. Főként akkor, ha az egyén valamilyen egyéb ok (ami nem befolyásolja a későbbi munkavégzőképességét) következtében nem dolgozik egy adott évben. Természetesen a gyakori és hosszabb távú kimaradások esetében már nem ugyanez a helyzet. Ekkor célszerű feltételezni, hogy a későbbi évek során is előfordulhatnak kereset nélküli évek, de a további következtetéseket nem most részletezzük.

2.: A második kérdésnél meg kell különböztetnünk a kilógó értékek jellegzetességeit. Az egyik előforduló lehetőség, hogy csupán néhány, nem túl nagy kilógó értéket tapasztalunk, azaz például az egyik évben tapasztalt jövedelem olyannyira magas, hogy csak a sokkal későbbi években éri el ugyanazt a szintet a jövedelem. Előfordulhat ez olyan esetben, ha valaki plusz egy jövedelem forrással rendelkezik az adott évben, vagy az éves jövedelméhez képest nagy mértékű prémiumban részesül stb. Ilyenkor az érdemes meggondolni, hogy hajtsunk-e végre "simítást" ezen adatokon, hogy ne tudják befolyásolni a regresszált görbe illeszkedésének jóságát nagy mértékben. Egyik ilyen módszer lehet, hogy a kilógó értékeket relatív korlátok közé szorítjuk. Esetünkben *2 periódusú mozgóátlagolással*<sup>2</sup> kapott értéket kicseréljük a kilógó értékkel, ha azt tapasztaljuk, hogy ha az így kapott érték 2-szeresénél nagyobb vagy  $\frac{1}{4}$ -nél kisebb a kilógó érték<sup>3</sup>.

A másik fontos és annál gyakoribb eset a különböző gazdasági körülményekből fakadó eltérések. Elmondható, hogy azt tekintjük ideális állapotnak, ha a megfigyelt adatok és becsült értékek hasonló gazdasági környezetben helyezkednek el. A modellünknel kiinduló helyzetnek az utóbbi éveket jellemző inflációs környezetet (gazdasági méretet, népességi arányokat stb.) feltételeztünk. A rendszerváltás utáni körülmények meglehetősen másmilyenek voltak, a magas infláció következtében a bérnövekedés mértéke sokkal magasabb is volt. A regressziószámításnál ez a magas trend könnyen átöröklődhet a becslési időszakra is. A probléma kiküszöbölése érdekében a megadott adokoton módosítást kell végrehajtanunk végre a regressziószámítás előtt. Olyan szintre hozzuk a kereseteket mely megfelel a becsült időszakban feltételezett infláció környezetnek. Ezt a "jelenértékre" hozást nem a tényleges inflációs szorzókkal fogjuk megvalósítani, hanem a következő számítással kapott módosított szorzókkal

$$\tilde{p}_i = \max(p_i - 6\%; 0).$$

Valójában ez azt jelenti, hogy 6%-os inflációnál magasabbat nem tolerálunk.

**Megjegyzés:** Nem szabad megfeledkezni arról, hogy ha egy kereset nem követte még a feltételezett mértékben sem az inflációt, akkor egy negatív irányú trendet becslünk, ezért az 6%-os küszöböt módunk van szabályozni.

---

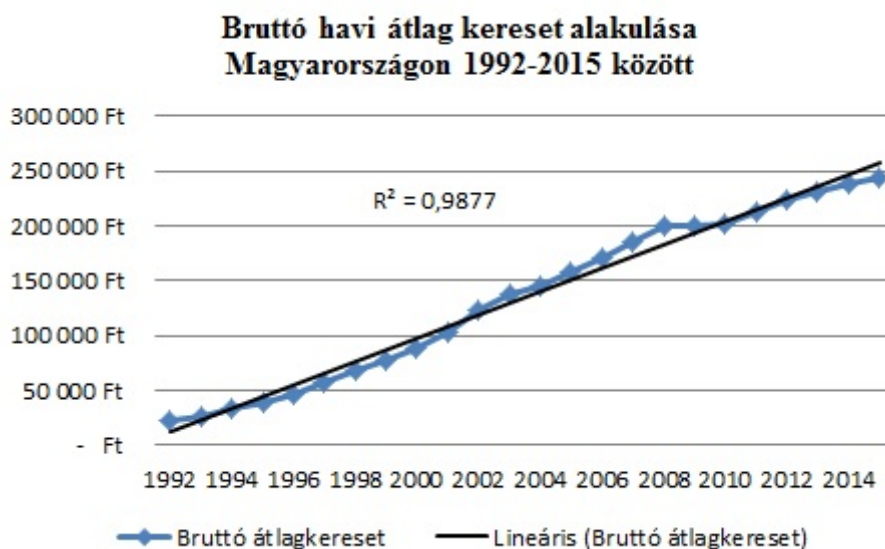
<sup>2</sup>Az eljárás azt takarja esetünkben, hogy  $y_i$ -re a becslésünk  $\tilde{y}_i = \frac{y_{i-2} + y_{i-1} + y_{i+1} + y_{i+2}}{4}$ , ami különbözik a valódi mozgóátlag számításától.

<sup>3</sup>Hüvelykujj szabály.

3.: Az előző fejezetben már láttunk példát arra (4.1. ábra), hogy a nominális jövedelmek logaritmusainak alakulása milyen alakokat vehet fel. Olyan függvények célszerű találnuk, ami megfelelhet az ábrán tapasztalható elvárásoknak. Az illesztett függvényeknek monoton növekedőnek (legalább egy bizonyos szintig) kell lenniük, a növekedés mértékére is legyen több variáció, de elmondható, hogy a későbbi időpontokban kisebb mértékű a kereset növekedése. Ezek alapján két görbe tűnik ideálisnak számunkra, a *lineáris* és a *logaritmikus* görbék. A két görbe közötti választást a determinációs együttható értéke ( $R^2$ , ami azt mutatja meg, hogy az  $y_i$  változó varianciájának mekkora részét tudjuk magyarázni az  $\hat{y}_i$  értékével) alapján választjuk ki. Az  $R^2$ -et a következő képlet segítségével számítjuk ki a lineáris görbe illesztése esetén:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n}},$$

ahol  $n$  a megfigyelés darabszámát jelöli. Az  $R^2$  értéke 0 és 1 között lehet és minél magasabb az értéke annál jobbnak nevezhetjük az illeszkedés jóságát. A következő ábrán vizsgáljuk meg a magyarországi havi bruttó átlagkeresetek és lineáris görbe illesztésének kapcsolatát. Látható, hogy a lineáris görbe jól illeszkedik, ezt támasztja alá a magas  $R^2 = 0,9877$  is.



4.2. ábra. Forrás: [4]

Logaritmikus regresszió esetén a következő képlet alapján határozzuk meg az  $R^2$

értékét:

$$R^2 = \left( \frac{\sum_{i=1}^n (\ln(x_i) - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\ln(x_i) - \bar{x})^2 \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}} \right)^2,$$

ahol  $\bar{x}$  és  $\bar{y}$  az  $\ln(x_i)$ -k és  $y_i$ -k átlagát jelölik.

A fenti megfontolások után a következő eljárási módszer alapján becsüljük a keresetet.

1. Kiszámítjuk az egyes évekre vonatkozó havi bruttó átlagjövedelmeket, majd sorrendbe tesszük őket.
2. Simítjuk a kilógó értékeket.
3. Kiszedjük a 0 jövedelmeket (ha vannak). A sorrendszámok ekkor nem módosulnak!
4. A 2)-es pontban látott módon "jelenérték"-re hozzuk az adatokat, ha szükséges.
5. Kiválasztjuk a jobban illeszkedő görbét.

Most említsük meg újra a [6] tanulmányban szerepelt megfigyeléseket és vizsgáljuk a kialakult kereset becslési módszer tekintetében. Jól látható, hogy a magas és az alacsony keresetekkel rendelkezők számára hiteles lehet az eddig ismerttetett eljárás, hiszen a tapasztalat alapján ők jól megőrzik a saját trendjeiket. Azonban a köztes jövedelemmel rendelkezőkről, akik szintén jelentős hányadát képezik a tanulmányban megfigyelt egyéneknek, már nehezebben állítható ugyanez. Ezért a következő szakaszban megoldást keresünk a helyzet jobbá tételére.

## 4.2. Egyéb kereseti görbék

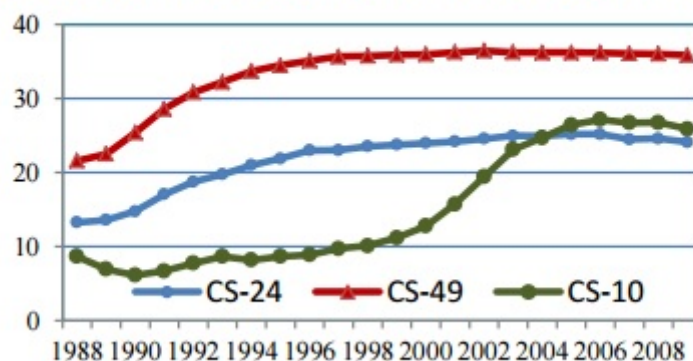
Ha nagyon felületesen akarjuk csoportosítani a keresetek alakulását, akkor lényegében 5 kategóriába sorolhatjuk őket. Az 1. csoportba tartozhatnak a tartósan magas jövedelműek, a 2.-ba a tartásosan alacsony jövedelműek, a 3.-ba a kezdetben alacsony majd egyre növekvő jövedelműek, a 4.-be a kezdetben magasabb majd csökkenő jövedelműek és végül az 5.-be a hullámzó jövedelműek kerülhetnek.

Ha ezeket az eseteket szeretnénk reprodukálni a becslésünkkel, akkor elmondható, hogy az 1. és a 3. csoport leképezéséhez az eddigi eljárásunk alkalmas. A lineáris és logaritmikus görbe meredekségeiből fakadóan nagyobb és kisebb intenzitású növekedést tudunk megjeleníteni, de ehhez célszerű a görbe kiválasztását opcionálisnak hagyni nem pedig determinálni a fentebb látható módon.

A 2. csoport előrejelzésének esetén jó döntés lehet a logaritmikus görbe választása, hiszen az rövidebb becslési időszakra vetítve egészen kicsi növekedést mutat. A hosszabb hátralevő időknél célszerű lehet kiegészíteni egy olyan lehetőséggel a kalkulátort, hogy egy adott éves kortól konstans értékű legyen a jövedelem.

A 4. csoport esetén elmondható, hogy ha csökkenő trendet tapasztalunk a megfigyelt adataink között, akkor az a regressziós illesztést követően öröklődik, így ezzel nem kell foglalkozni, azonban érdemes megjegyezni, hogy a konstans jövedelem reálértéke mindenképpen csökkenőnek tekinthető.

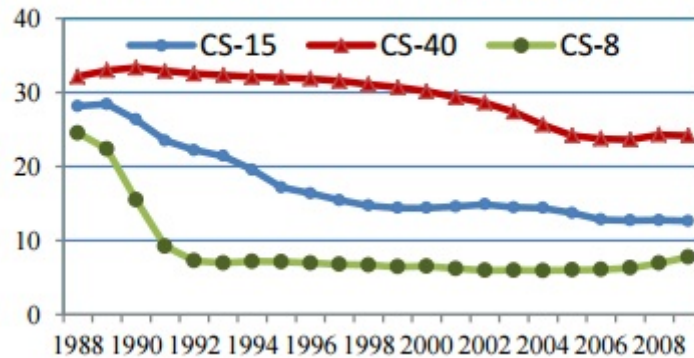
**A 2010-es öregségi nyugdíjas férfiak évenkénti kereseteiből kialakított csoportok speciális esetei (növekedő kereseti pályák)**



4.3. ábra. Forrás: [6]



**A 2010-es öregségi nyugdíjas férfiak évenkénti kereseteiből kialakított csoportok speciális esetei (csökkenő kereseti pályák)**

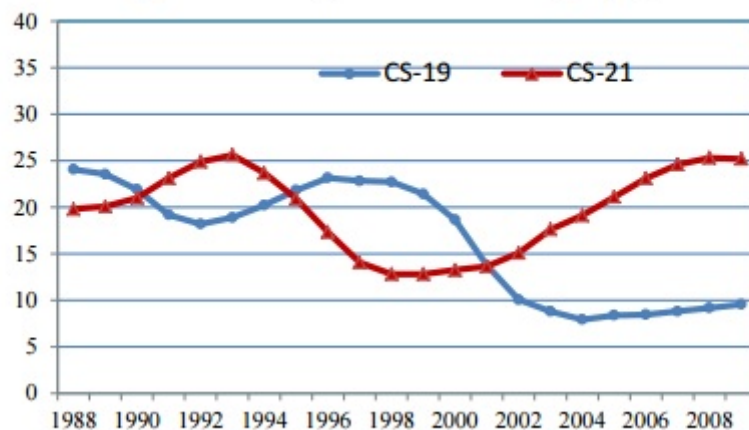


4.4. ábra. Forrás: [6]

A 4.3. és 4.4. ábrákon a 3. és 4. csoportok kereseteinek alakulását láthatjuk, ahol a "CS-xx" feliratok a [5] forrásban kialakított klasztercsoportok sorszámát jelölik.

#### 4.2.1. "Hullámszó" kereseti pálya

**A 2010-es új öregségi nyugdíjas férfiak évenkénti kereseteiből kialakított csoportok speciális esetei (hullámszó kereseti pályák)**



4.5. ábra. Forrás: [6]

A 4.5. ábrán az ún. "hullámszó" kereseti pályákat láthatjuk. Ezen görbéknek a kalkulátor általi reprodukálása némi megfontolást igényel.

A sejtésünk az, hogy görbék alakjai úgy néznek ki, mintha egy szinusz függvény

transzformáltjai lennének. Ezen sejtés alapján létrehozunk egy olyan segédfüggvényt, amelynek értékeivel módosítani tudjuk a már illesztett kereseti görbéinket.

Ezt oly módon tesszük, hogy a már becsült kereseteket szorozzuk meg a segédfüggvény értékeivel. Az 4.5. ábrán tapasztaltak alapján a következő segédfüggvényt hoztuk létre:

$$(4.1) \quad g(x) = \frac{\sin\left(\frac{q \cdot 2\pi \cdot x}{p}\right)}{l + x} + 1$$

ahol  $p = 22$ ,  $q = 1,5$ ,  $l = 10$  és  $x$  értelmezési tartománya  $[1, n]$ , ahol  $n$  a jelenlegi év és a nyugdíjba vonulás évének különbsége. Ezen paraméterek értékeit a 4.5. ábrán látottak ihlették. A  $q$  paraméter azért 1,5, mert 22 ( $p$ ) év alatt ennyi periódusa sejthető a szinusznak. (A szinusz függvény periódusa  $2\pi$ .) Az  $l$  paraméter kisebb korlátok közé szorítja a szinusz függvényt, hiszen a segédfüggvény lényegében azt jelenti, hogy hány százaléka változtatjuk meg az eredetileg becsült kereseteket az egyes években. Az évek előrehaladtával csökken ez a korlát, hiszen a becsült keresetek trendje általában növekvő.

A modell felépítése során már többször előbukkant a jövedelemszerzés kiesése, ezért következő szakaszban ezt a kérdést vizsgáljuk.

## 4.3. Kieső napok

A 3.2. szakaszban már foglalkoztunk azzal, mely a kieséseket érdemes szimulálnunk a kalkulátorban. Most azt vizsgáljuk, hogy a már említett kiesési fajtákat hogyan interpretáljuk. Fontos megemlíteni, hogy a különböző események hatásait külön vizsgáljuk majd, a kombinált lehetőségeket nem vesszük figyelembe. Ez azt jelenti, hogy a szolgálati időből való kieséseket scénárióként mutatjuk be az egyén számára.

### 4.3.1. Egy hosszabb kiesés

Az egyik ilyen lehetőség az olyan baleset, betegség vagy munkahely elvesztésének/elhagyásának bekövetkezése, aminek a kihatása akár hosszabb is lehet egy évnél. A bekövetkezéskor az egyén jövedelme ugyan 0, de feltételezzük, hogy az egyén vissza tud térni az eredeti kereseti görbéjének szintjéhez. A szimulációban nem foglalkozunk azzal, hogy ezen eseteknek a bekövetkezési valószínűségei hogyan alakulnak az évek

folyamán, vagy hogy hogyan függnek egymástól, hanem feltesszük, hogy az egyén hátralevő életében egyszer biztosan előfordul az említett események valamelyike. Ezt a kiesést két valószínűségi változó segítségével írjuk le. Az egyik valószínűségi változó ( $X$ ) határozza meg, hogy milyen hosszú időre (hónapban kifejezve) esik ki az egyén, míg a másik változó ( $Y$ ) azt mutatja meg, hogy a jelentől számítva hányadik évben következik be az esemény. A két valószínűségi változó független egymástól.

Az  $X$  valószínűségi változóról feltesszük, hogy normális eloszlást ( $X \sim N(m, \sigma^2)$ ) követ  $m = 18$  várható értékkel és  $\sigma^2 = 12$  szórásnégyzettel. Tehát feltételezzük, hogy a hosszabb távú kiesés átlagosan 18 hónapig tart 3,46 hónap szórással, normális eloszlás szerint. Ki kell még zárni annak a lehetőségét, hogy az  $X < 0$ , hiszen az azt jelentené, hogy egy adott évben több napot számolunk bele a szolgálati időbe, mint ahány nappól áll az év, viszont ez nem lehetséges. Így a tényleges kiesés időtartamát  $\max(0; X)$  kifejezés határozza meg.

Az  $Y$  valószínűség változó pedig egyenletes eloszlású ( $Y \sim E(a, b)$ ),  $a = 1$  és  $b = n$  paraméterek mellett. Az  $n$ -et úgy kapjuk meg, hogy a nyugdíjba vonulás várható évéből kivonjuk a jelenlegi évet. Az  $Y$ -t ezután egészre kerekítjük. Előfordulhat az, hogy az  $X + Y$  értéke túlmutat a nyugdíjkorhatáron, ez esetben csak a nyugdíjba vonulás időpontjáig tekintjük a kiesést.

A nyugdíjváromány meghatározásakor a kalkulátor 15-ször lefuttatja a számítást és visszaadja a kapott nyugdíjak átlagát és minimumát.

### 4.3.2. Több rövidebb kiesés

Több rövidebb kiesés alatt azt értjük, hogy az egyén bizonyos években táppénzes ellátásban részesül viszonylag rövidebb (átlagos ideig) ideig. Az implementáláshoz az országos statisztikai adatok nyújtanak támpontot. A 2014. évre vonatkozó magyarországi táppénzes adatokat használjuk fel a kiesést leíró paraméterek megadásához. Forrásaink szerint [5] 2014. évben az aktív keresők 1,5%-a töltött el táppénzen valamennyi időt. Az egy esetre jutó táppénzes napok száma ugyanezen évben 22,5 volt.

A megvalósításhoz ismételten valószínűségi változókat használunk. Azt, hogy hány darab olyan év lesz az egyén hátralevő időszakában, amikor tölt el időt táppénzen binomilás eloszlású valószínűségi változóval ( $Z \sim B(n, p)$ ) fogjuk meghatározni. Az  $n$  paramétert a szokásos módon adjuk meg, míg a  $p = 0,015$ , azaz feltesszük, hogy egy évben 1,5%-os valószínűséggel tölt el valaki bizonyos időt táppénzen. Feltesszük továbbá, hogy a különböző években a táppénzes idők igénybe vétele egymástól füg-

getlenek, valamint azt, hogy az egyes években táppénzen eltöltött időtartamok is azok.

Ezek után  $Z$  darab egyenletes eloszlású  $Y_i \sim E(a, b)$  valószínűségi változó jelöli ki az éveket. Az  $a, b$  paraméterek a szokásosak. Fontos megemlíteni, hogy az ismétlődéseket szeretnénk elkerülni, ezért a  $Y_i$  változók egészre kerekítésük után növekvő sorrendbe helyezzük őket és az azonos értékűek közül a legkisebb sorszámút addig csökkentjük (vagy növeljük) 1-el, míg olyan értéket nem vesz fel, amit a többi változó nem.

$Z$  darab egyenletes eloszlású  $X_i \sim E(c, d)$  valószínűségi változó határozza meg az  $Y_i$ -edik évi táppénzes napok számát. Legyen  $c = 0$  és  $d = 22,5$ . A  $d$  paraméter az értékét a 2014. évi egy esetre jutó táppénzes napok adatát kapta.

A kalkulátori számítások itt is 15-ször futnak le és szintén a számolt nyugdíjak átlagát és minimumát kapjuk vissza.

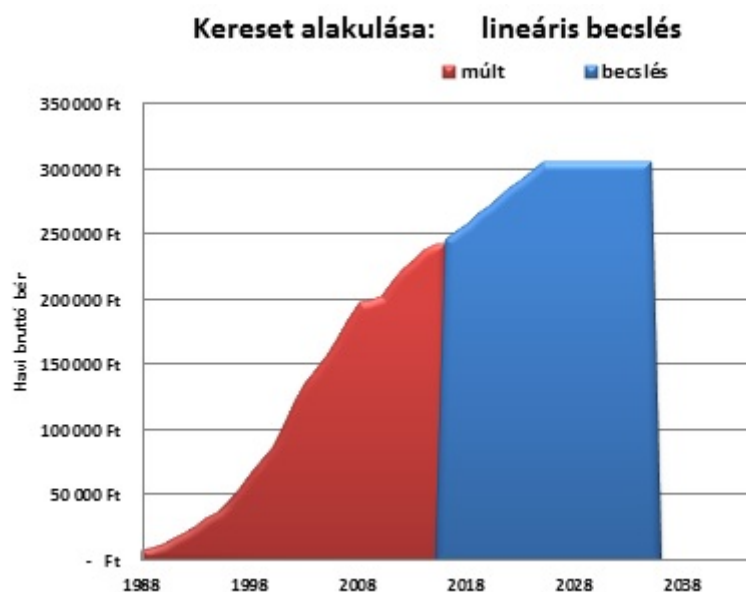
Most, hogy minden kérdést letisztáztunk a kalkulátor működésével kapcsolatban, teszteljük.

## 5. fejezet

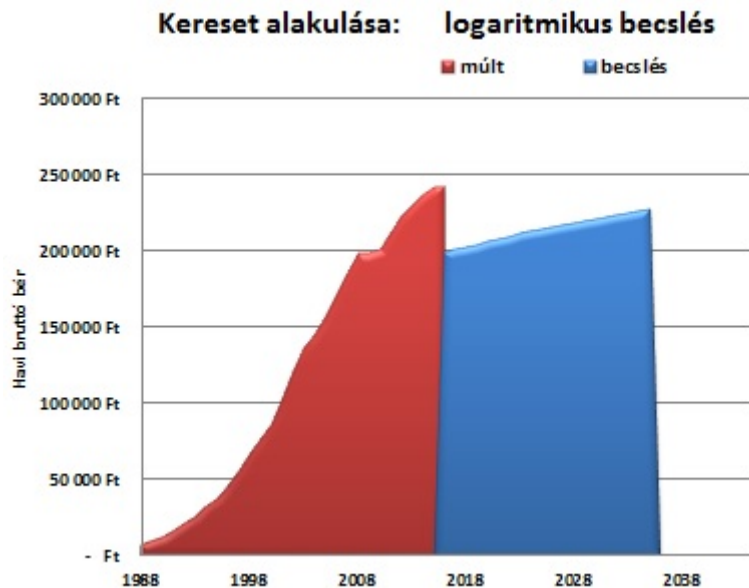
### Eredmények bemutatása

Tekintsük egy fiktív egyént és számoljuk ki a nyugdíjvárományát többféleképpen. Az egyénről azt tudjuk, hogy 1965.01.01-én született és 1988.01.01-jétől kezdett el dolgozni, azóta minden napját munkaviszonyban töltötte, jövedelme megegyezett a mindenkori magyarországi átlagbérrel és 4 évet járt felsőoktatási intézménybe. 2015. december 31-én (a dolgozat elkészültekor) szeretne tájékozódni a várható nyugdíjvárományáról.

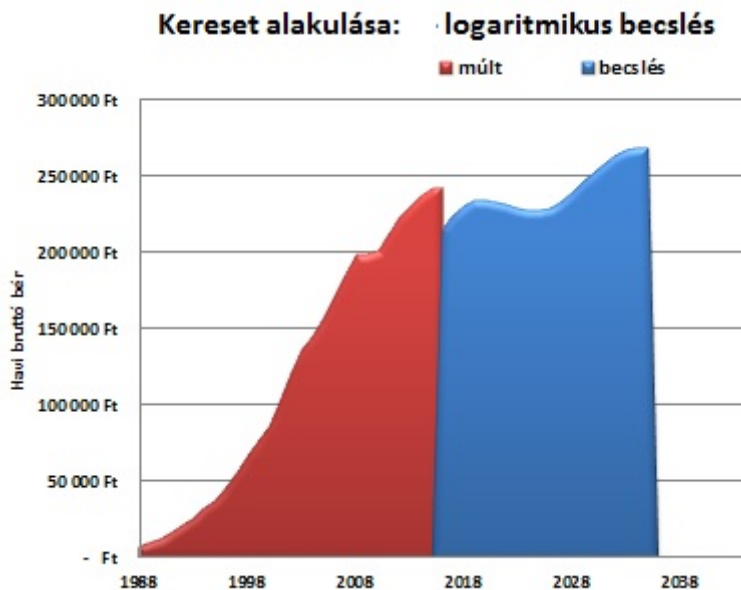
Először tekintsük meg keresetének előrejelzéseit feltételezve, hogy 70 éves korában vonul nyugdíjba az egyén.



5.1. ábra. Lineáris illesztés, 60 éves kortól stagnáló kereset Forrás: saját számítás



5.2. ábra. Logaritmikus illesztés Forrás: saját számítás



5.3. ábra. Logaritmikus illesztés "hullámzó" pályával Forrás: saját számítás

A görbék illesztése előtt módosítottunk az adatokon a korai években tapasztalható nagyobb növekedések okán. Az alábbi táblázatban összefoglaljuk a nyugdíjváromány meghatározásának eredményeit. Az egyén jelenlegi nettó keresete 159 165 Ft. A táblázatban a hosszabb kiesés és rövidebb kiesés oszlopok a normál esethez viszonyított százalékos eltéréseket mutatják. A normál eset nyugdíjai jelenértéken

vannak megjelenítve.

<b>Kereseti görbe alakja</b>	<b>Normál eset</b>	<b>Hosszabb kiesés</b>	<b>Rövidebb kiesés</b>
<i>Lineáris</i>	141 099 Ft	-6,6%	-0,01%
<i>Logaritmikus</i>	125 650 Ft	-6,0%	-0,06%
<i>Logaritmikus "hullám"</i>	130 962 Ft	-6,4%	-0,04%

Az első fontos információ, hogy egy optimálisabb pálya esetén 5.1. ábra a nyugdíjváromány a jelenlegi nettó keresethez viszonyítva -11,4%-al kisebb, míg a másik két esetben még rosszabb.

A kieséseket vizsgálva láthatjuk, hogy egy darab hosszabb kiesés (2 év) jelentős mértékben tudja befolyásolni ( $\sim -6,3\%$ ) a nyugdíjvárományt, míg a kisebb kiesések nem feltétlenül.

Most tekintsük meg azt az esetet, hogy 65 évesen vonul nyugdíjba az egyén. Az első kettő oszlop hasonló az előbbihez, a harmadikban a normál esetet viszonyítjuk az előző példa normál esetéhez.

<b>Kereseti görbe alakja</b>	<b>Normál eset</b>	<b>Hosszabb kiesés</b>	<b>70 éves korhatár</b>
<i>Lineáris</i>	134 961 Ft	-7,0%	-4,4%
<i>Logaritmikus</i>	122 213 Ft	-6,2%	-2,7%
<i>Logaritmikus "hullám"</i>	126 056 Ft	-6,7%	-3,7%

Várakozásainknak megfelelően a normál esetben kapott várható nyugdíjak alacsonyabbak 3-4%-al. Továbbá az sem meglepő tény, hogy egy hosszabb kiesés hatása is jobban érződik a nyugdíjvárományokon.

## 6. fejezet

# Összegzés

A dolgozatomban azt feladatot tűztem ki célul, hogy egy öregségi nyugdíjkorhártától még távolabb eső egyén számára megbecsüljük a várható nyugdíjvárományát a magyarországi nyugdíj környezetben. Először nyugdíjváromány meghatározásához szükséges paramétereket elemeztük, majd ezen tényezők várható alakulására tettünk életszerű feltételezéseket. Az egyén életpályáját tekintve részletesebben a kereseti görbe előrejelzésével, illetve a munkaviszonyból való kiesésekkel foglalkoztunk többet. Az előrejelzéseknél releváns és alátámasztható megfontolásokat vettünk figyelembe. Az utolsó fejezetben pedig egy példán keresztül mutattuk be a nyugdíjváromány becslését többféle scenárió alapján.

Megállapítható, hogy a jelenlegi magyarországi nyugdíjrendszer állami pillére elfogadható mértékű helyettesítési aránnyal rendelkező nyugdíjakat biztosít a hosszú kereseti életpályával rendelkezők számára. Az eredmények alapján azonban egy darab hosszabb munkakiesés során már körülbelül 6%-al kevesebb nyugdíjat okoz.

Azonban fontos kiemelni egy jelentős tényezőt, a magyar nyugdíjrendszer fenntarthatóságát. A dolgozatban ugyan említésre került néhány a magyarországi nyugdíjrendszerre jellemző probléma, de az előrejelzéseinknél ezeket a problémákat megoldó intézkedéseket nem vettük figyelembe. A nyugdíjrendszer fenntarthatóságának elemzéséről például a [16] forrás nyújt információkat.

A nyugdíjkalkulátor *Microsoft Excel 2010* programban lett létrehozva.



# Hivatkozások

- [1] ORSZÁGOS NYUGDÍJBIZTOSÍTÁSI FŐIGAZGATÓSÁG: *Öregségi nyugdíj tájékoztató* [2015], <https://www.onyf.hu/>
- [2] ORSZÁGOS NYUGDÍJBIZTOSÍTÁSI FŐIGAZGATÓSÁG: *Online nyugdíjkalkulátor* [2015], <https://kalkulator.onyf.hu/NyugCalcWeb/>
- [3] EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA: *Tájékoztató a nyugdíjrendszerről* [2015]
- [4] KÖZPONTI STATISZTIKAI HIVATAL: *Idősoros éves adatok - Munkaerőpiac* [2015]
- [5] KÖZPONTI STATISZTIKAI HIVATAL: *Idősoros éves adatok - Egészségbiztosítás, táppénz* [2015]
- [6] ONYF KÖZGAZDASÁGI ELEMZÉSEK FŐOSZTÁLYA: *2010-es új öregségi és öregségi jellegű nyugdíjas férfiak éves bruttó kereseteit jellemző pályák vizsgálata* [2013. január]
- [7] ORSZÁGOS NYUGDÍJBIZTOSÍTÁSI FŐIGAZGATÓSÁG: *Statistikai zsebkönyv* [2014]
- [8] TÓMÁCS TIBOR: *Matematikai statisztikai gyakorlatok* [2012], Eszterházy Károly Főiskola
- [9] RÉZMOVITS ÁDÁM: *A társadalombiztosítási nyugdíj szabályai és kiszámítása* [2014. október 17., 31.]
- [10] MATITS ÁGNES: *Mekkora nyugdíjra számíthatunk?* [2011. január 14.]
- [11] BERTALAN ÁGNES: *A degressziós kulcsok hatása a magyar nyugdíjakra* [2015.], szakdolgozat - ELTE TTK Biztosítási és pénzügyi matematika MSc
- [12] MAGYAR NEMZETI BANK: *Inflációs jelentés* [2015. június]

- [13] CSISZÁR VILLŐ: *Valószínűségszámítás (jegyzet)* [2009. február 18.]
- [14] GÁBOR R. ISTVÁN: *A hiányzó láncszem? Életpálya-keresetek és kereset-ingadozás* [2008.], Közgazdasági Szemle, LV. évf., 2008. december (1057-1074. o.)
- [15] KERÉNYI KÁZMÉR, SZÉNÁ SINÉ MATÚZ ÁGNES: *A keresetek alakulása a rendszerváltás után* [2001.], Statisztikai Szemle, 79. évf., 2001. 4-5 szám.
- [16] BAJKÓ ATTILA, MAKNICS ANITA, TÓTH KRISZITÁN, VÉKÁS PÉTER: *A magyar nyugdíjrendszer fenntarthatóságáról* [2015], Közgazdasági Szemle, LXII. évf., 2015. december (1229-1257 o.)