Budapesti Corvinus Egyetem
Eötvös Loránd Tudományegyetem

Bereczki László

Kilátáselmélet a biztosításban

MSc Szakdolgozat

Biztosítási és pénzügyi matematika MSc
Aktuárius specializáció

Témavezető:

Ágoston Kolos Csaba

Operációkutatás és Aktuáriustudományok Tanszék

Budapest, 2018

Köszönetnyilvánítás

Köszönöm témavezetőmnek, Ágoston Kolos Csaba tanárúrnak a segítségét és végtelen türelmét hozzám illetve köszönöm szüleimnek és munkatársaimnak támogatásukat.

Végül, de nem utolsó sorban köszönetet kell mondanom feleségemnek, a világ legcsodálatosabb feleségének, hiszen a támogatása nélkül nem juthattam volna idáig.

NYILATKOZAT

Név:

ELTE Természettudományi Kar, szak:

NEPTUN azonosító:

Szakdolgozat címe:

A **szakdolgozat** szerzőjeként fegyelmi felelősségem tudatában kijelentem, hogy a dolgozatom önálló munkám eredménye, saját szellemi termékem, abban a hivatkozások és idézések standard szabályait következetesen alkalmaztam, mások által írt részeket a megfelelő idézés nélkül nem használtam fel.

Budapest, 2018.05.08 __________________________________

a hallgató aláírása

Kivonat

Munkám fő irányzatának a kilátáselmélet biztosítási döntéseknél megfigyelt gyakorlati megközelítését választottam. Dolgozatomban a várható hasznosság elmélet és a kilátáselmélet bemutatása után a kockázatkezelési, biztosítási döntések eredőjének vizsgálatát és kiértékelését célzom meg a kilátáselmélet főbb irányzatainak és a viselkedési pénzügyek empíriáinak felhasználásával. A biztosítási szituációknál a dolgozatomban kitérek a teljes és az arányos biztosítás esteire és értékelem a várható hasznosság eredményével összevetve.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés

Közel negyven évvel ezelőtt a hasznosságelméleteknek egy új ága fejlődött ki Daniel Kahneman és Amos Tversky munkájának köszönhetően. Az addigi elméletektől eltérően a várható hasznosság szigorú feltételeitől eltávolodva az emberi korlátok és racionalitás korlátozottságának elfogadása és ezek következményeinek kutatása felé fordultak. Az addigi hasznosság elméleteknek ellentmondó, de az empíriákat alátámasztó eredményekre 1979-ben jutott Daniel Kahneman és Amos Tversky, sőt lehetséges magyarázatot is adtak, teret nyitva új viselkedési megközelítések kifejlődésének.
Cikkükben Tversky and Kahnemann (1979) kifejtik, hogy a klasszikus portfólióelméletek hibás módon eltekintenek az egyének sajátos pszichológiai döntési mechanizmusaitól és a szereplők racionalitására és homogenitására, homogén várakozásaira építenek. Az általuk kialakított szemléletmódot, a kilátáselméletet felhasználva a dolgozat során a biztosítási szituációk közgazdasági modellezését és elemzését tűztem ki célul. A módszer legnagyobb előnye a klasszikus közgazdaságtanban használt várható hasznosság elméletével szemben, hogy a következtetések a kilátáselmélet pszichológiai megfigyeléseivel, magyarázataival alátámaszthatóak. Mindemellett a dolgozatban az eredmények összehasonlíthatóság céljából a várható hasznosság használom viszonyítási alapnak.

2. Várható hasznosság elmélete

A várható hasznosság elméletének kialakulása a 18. századra nyúlik vissza. Alapjának David Bernoulli 1738-ban, az akkori közfelfogás kritikájának számító Szentpétervár-paradoxon megoldására létrehozott elméletét tekinthetjük. A korábbi szemléletmód szerint egy bizonytalanság mellett meghozott döntésben az emberek azt a döntést választják, amely a várható vagyonukat vagy adott esetben a várható kifizetést maximalizálja. Minden egyes esethez meghatározzák a várható értékét, méghozzá egyszerűen a kifizetések valószínűséggel súlyozott átlagát veszik:

$$V(A) = \sum_{k=1}^{n} p_k x_k \tag{1}$$

ahol $V(A)$ egy eset értéke, az x a lehetséges kifizetések, p pedig az előző kimenetelek valószínűségei. A függvény így megadja, hogy mennyit lennének hajlandóak fizetni egy olyan játékért, ahol a kifizetések és a valószínűségek ilyen formán adottak, tehát megadja a játék úgynevezett értékét. A közismert Szentpétervár-paradoxon egy végtelen várható értékű érmefeldobós játék, melynek például dollár pénzegységben mért tétje $2^n\$ - K\$$, ahol n az első fejig történő dobások száma, K pedig a részvételi díj. Bernoulli tapasztalatai szerint az emberek – bár belátják, hogy a játék várható értéke végtelen – csak kisebb összeg kifizetésére hajlandóak a játékba lépésért. Ennek magyarázatára választ keresve Bernoulli azt találta, hogy az emberek értékelése nem mindig esik egybe a várható pénzügyi értékkel. A matematikus Várható hasznosság elmélete megoldotta a problémát egy konkáv növekvő U hasznossági függvény beépítésével az értékelési egyenletbe:

$$U(A) = \sum_{k=1}^{n} p_k u(x_k) \tag{2}$$

Az U függvény konkáv volta Bernoulli magyarázata alapján a pénz csökkenő határhasznából ered és a kockázattal szemben mutatott magatartást magyarázza. Például a várható hasznosságát maximalizáló kockázatkerülő döntéshozó két, egyforma várható értékű kifizetésű opció közül mindig a biztosabbat választja. A kozkázatkerülés mértékének számszerűsítéséhez Pratt (1964) tanulmányában Kenneth Arrow segítségével meghatározták az abszolút kockázatelutasítás Arrow-Pratt féle mutatóját:

$$r_A(x) = -\frac{u''}{u'} \tag{3}$$

Az x vagyon és a $r_A(x)$ mutató kapcsolata alapján a következő hasznossági függvény jellemzőket különböztetjük meg:

- Növekvő abszolút kockázatelutasítás (IARA): a döntéshozó kockázatelutasítása a vagyon növekedésével nő
- Konstans abszolút kockázatelutasítás (CARA): a döntéshozó kockázatelutasítása a vagyon növekedésétől nem függ
- Csökkenő abszolút kockázatelutasítás (DARA)[1]: a döntéshozó kockázatelutasítása a vagyon növekedésével nő

Jellemzően az emberek számára a vagyon határhaszna csökkenő, ellenben kizárólag a kockázatelutasítás és a vagyon kapcsolatából a gyakorlatban nem következtethetünk ilyen egyszerűen a kockázat felé mutatott viselkedésükre. Rabin and Thaler (2001) cikkükben is arra a következtetésre jutott, hogy a várható hasznosság elmélete túlegyszerűsíti a kockázathoz való viszonyulást. Ebből fakadóan egyes kutatók a várható hasznosságtól elfordulva, annak gyengeségeiből merítve újabb hasznosság elméleteket kezdtek el kidolgozni.

2.1. A hasznosság egy újabb megközelítése

A 20. század második felében fokozatosan kezdtek megjelenni a várható hasznosság elméletének kritikáival foglalkozó tanulmányok, melyek kétségbe vonták és megcáfolták a közgazdaságtudomány alapját képező elméletet. Az egyik ilyen volt Kahneman és Tversky kilátáselmélete, amelyen alapuló tanulmányok és a gazdasági anomáliák kutatásával foglalkozó közgazdászok szerint az emberek bizonytalanságban meghozott döntései nem a várható hasznosság szerint születnek. Az elmélet szerint az emberek inkább hüvelykujjszabályok, heurisztikák és egyszerűsítések révén hozzák meg döntéseiketShefrin (2002). Az elméletből fakadó következtetések alapján a klasszikus és modern pénzügyek megállapításai nem megfelelőek, mivel a portfólióelméletek eltekintenek az egyének sajátos pszichológiai döntési mechanizmusaitól, és a szereplők racionalitására és homogenitására, homogén várakozásaira építenek. Ezek az egyszerűsítések messze állnak a valóságtól, hiszen az embert racionálisan gondolkodó, minden érzelem nélkül döntő automatának feltételezik. Ehhez képest a gyakorlatban a döntéshozatalok olyan torzításokat reprezentálnak, amiket a klasszikus pénzügyek elméleti rendszere képtelen megmagyarázni. Ezzel foglalkozik a viselkedési közgazdaságtan, és a pénzügyi döntésekhez köthető viselkedési pénzügyek is, mely nem vonja kétségbe az addigi tanok megállapításait, viszont kiegészítendőnek tart-

[1]A dolgozat során kizárólag a DARA típusú hasznosságra illetve hasznosság érzetre koncentrálok

ja, mégpedig az egyéni viselkedési, pszichológiai és motivációs szempontokkalShiller (2003).

A viselkedési pénzügyek a pénzügyek egy új paradigmarendszerét adja, amely a pénzügyek klasszikus elméleteit hivatott kiegészíteni, pszichológiai aspektusokat is figyelembe véve a döntések meghozatalánál. Markowitz és Sharpe megközelítésével szemben a viselkedési pénzügyekben az egyén nem feltétlenül rendelkezik a döntéshez szükséges összes információval. A viselkedési pénzügyek lényegében a döntési folyamat pszichológiájának piacra gyakorolt következményeit szeretné megérteni és megjósolni, mely során a pszichológiai és közgazdasági alapelveket együttesen használja a pénzügyi jellegű döntéshozás megfelelő leírása érdekében Olsen (1998).

3. A kilátáselmélet kialakulása

A viselkedési pénzügyek alapjának tekinthető kilátáselmélete Daniel Kahneman és Amos Tversky 1979-ben az Econometrica című folyóiratban publikálták, példákkal és kísérleteik leírásával igazolva elméletük helyességét. Munkájukért 2002-ben Kahneman közgazdasági Nobel-díjat kapott [2].
A kilátáselmélet tekinthető a viselkedés közgazdaságtan egyik alapművének, annak ellenére, hogy Daniel Kahneman pszichológus végzettségű. A két pszichológus, cikkükben a várható hasznosság elméletének kritikáját fejtette ki, és kialakították saját hasznosságelméletüket, amelyet kilátáselméletnek neveztek el Tversky and Kahnemann (1979) .

3.1. A várható hasznosság elmélet megtámadása

Az várható hasznosság elméletének használata a gazdasági viselkedéstan kifejlődésével átértékelődött: inkább célszerű úgy tekinteni rá, mint egy választást segítő elvre, amit az egyén a döntések kimeneteleinek egyszerű optimalizálására használhat, mint egy konrét döntést leíró elméletre. Az egyszerű várható hasznosság elmélete azt feltételezi, hogy a végső hasznossága kizárólag a végső állapottól függ, azaz eltekint attól, hogy hogyan értük el azt az állapotot. Emellett azt feltételezi, hogy az egyén veszteségkerülő, azaz egy kockázatos és egy kockázatmentes, de hasonló értékű kimenetel közül a biztosat választja, tehát egy reprezentatív személy preferenciáit alapul vevő általános hasznosság függvényét általában konkávnak tekinti. A gyakorlatban azonban az egyén döntéseire nagyon sok tényező hat, melyeknek nem feltétlenül kell tudatosnak lenniük, legyenek azok heurisztikák, vagy múltbeli tapasztalatok, melyek közvetve is befolyásolhatják a döntéseket.

A várható haszon elméletét három pontban támadta meg Kahneman és Tversky Tversky and Kahnemann (1979), megteremtve ezzel a bizonyossági, tükrözési és elszigetelési hatás kritikáit, melyeket a következőkben Molnár (2006) doktori disszertációja alapján ismertetem röviden.

[2]Ezt Tversky nem élhette meg, ellenben őt is ugyanúgy megillette volna a kitüntetés.

3.2. Kilátáselméleti empíriák

3.2.1. Bizonyossági hatás

A bizonyossági hatás lényegét egy példával lehetne leginkább szemléltetni: Daniel és Kahneman megkérte a kutatás alanyait, hogy válasszanak egy variációt a felsoroltak közül:

– Első esetben az A játék 25%-os valószínűséggel 3000$ nyereséggel kecsegtetett, míg a B 20%-os eséllyel kínált 4000$-t. A megkérdezettek 65%-a a második lehetőséget választotta.

– A második esetben az alanyok A esetben 100%-ban kaptak 3000$ és B esetben 80%-ban nyerhettek 4000$. Ekkor a válaszadók 80%-a az első lehetőséget választotta.

A várható hasznosság elmélete szerint a két eset során nem szabadott volna, hogy eltérően döntsenek az alanyok, hiszen a két eset között az eltérés lényegében csak annyi, hogy a valószínűségeket megszorozták egy konstanssal. A magyarázat az biztos kimenetel preferálása a bizonytalannal szemben, még ha annak kisebb is a várható értéke.

3.2.2. Elszigetelési hatás

Ezzel a hatással akkor találkozhatunk, ha az egyén összetett lehetőségek közül választ. Ebben az esetben a döntéshozó figyelmen kívül hagyja az alternatívák közös összetevőit és csak az eltérő elemek alapján választ. Erre reprezentatív példa lehet a szerzőpáros kísérlete, melyben az alanyokat a következő választások elé állítják: a beugró fogadásban 75%-os valószínűséggel nem játszhatnak tovább és 25%-os valószínűség mellett továbbjátszáskor választhatnak, hogy biztosan kapnak 30$-t vagy belemennek egy játékba, amiben 80% eséllyel kapnak 45$-t és 20% eséllyel semmit. Az alanyok többsége a biztosabb változatot választotta, annak ellenére, hogy a matematikai esélyek nem változtak az előző példához viszonyítva. A döntéshozók tehát inkább az alternatívák eltérő elemeire fektetnek nagyobb hangsúlyt.

3.2.3. Tükrözési hatás

A fent leírtak azonban csak nyereségek esetében igazak: veszteségek esetében a döntéshozók preferenciája megfordul és kockázat kerülőkből kockázat keresővé válnak. Kísérletek emellett azt mutatták, hogy az emberek érzékenyebbek a veszteségre, mint a nyereségre. Utóbbi azzal magyarázható, hogy a döntéshozó választásaira általában erősebb veszteségelkerülés jellemző. Ezt a hatást szemlélteti a 2. ábrán látható görbe erősebb meredeksége a veszteség oldalon, mint a nyereségekén. Kiemelhető még, hogy az emberek bizonytalansághoz való hozzáállása függ a közeli múltbeli történésektől: miután átélnek egy pénzügyi veszteséget kevésbé fogják vállalni a kockázatot, viszont ha egy nyereség sorozatot tapasztalnak, kockázatkerülésük csökken.

3.3. Heurisztikák

A várható hasznosság elméletének megcáfolásának egyik fontos alapja volt az a gyakorlati megközelítés, miszerint az egyén döntéseire nagyon sok nehezen megfogható pszichológiai jellegű tényező is hathat, mint például heurisztikák, hüvelykujj szabályok és múltbeli tapasztalatok. Tversky and Kahnemann (1977) cikkükben megfogalmazzák a három legfontosabb ilyen befolyásoló tényezőt.
Az első ilyen tényező a reprezentativitás, miszerint az emberek nem racionális mérik fel egyes minták jelentősségét és más kis elemű mintákból nyert következtetéseknek is nagyobb jelentőséget tulajdonítanak. A második ilyen heurisztika a felidézés elve, azaz emberek ragaszkodnak a tapasztalataikhoz melyek befolyásolják döntéseiket. A harmadik fontos heurisztika Kahneman és Tversky szerint a horgonyzás, avagy beakaszkodás, azaz amikor az egyén döntést külső tényezők befolyásolják.

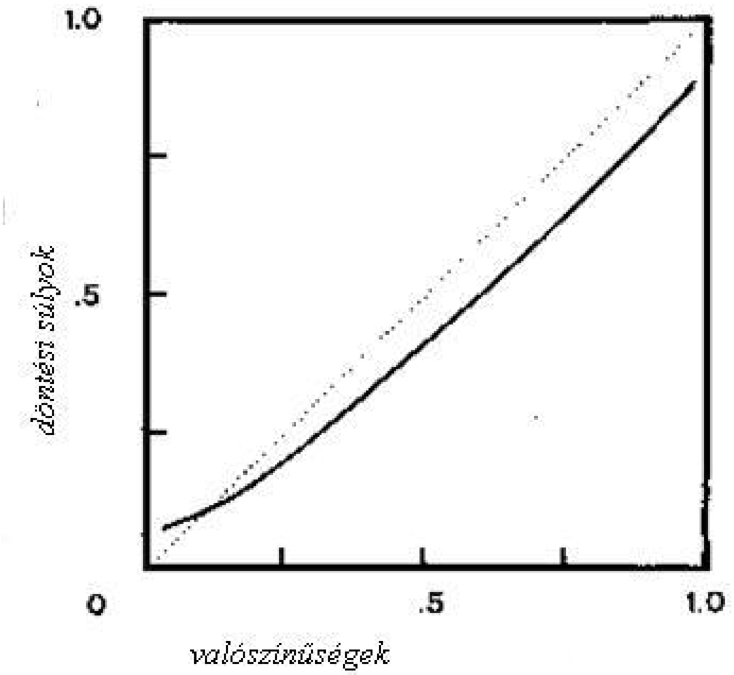
3.4. Értékelés a kilátáselmélet szerint

A kilátáselmélet szerint a döntési folyamat két részre bomlik a döntéshozó szempontjából:egy szerkesztő fázisra, melyben az előzőekben felsorolt heurisztikák hatására a döntéshozó a választási lehetőségeket feldolgozza és egy súlyozási fázisra, amely már magába foglalja a kapcsolódó valószínűségek értelmezését, ezáltal a kimentelek várható értékének szubjektív megállapítását és magát a döntést is. E két különálló részben a kimenetelek várható értékének megállapításához a döntéshozó a következőekben bemutatott kilátáselméletbeli súly és értékfüggvényeket használja.

3.4.1. Módosított súlyfüggvény

A döntéshozás folyamatához tartozik a mentális nyilvántartás fogalma, mely szerint az egyén elkülönített „számlákra” csoportosítja a különböző pénzügyi döntési problémákat, miközben figyelmen kívül hagyja azt, hogy racionális lenne egy döntési portfolióba integrálni azokat. A kilátáselmélet döntési szabályai minden nyilvántartásra külön érvényesülnek, mellőzve a kölcsönhatásokat. Friedmann és Savage Friedmann and Savage (1948) szerint a mentális nyilvántartás magyarázatul szolgálhat arra is, hogy az em-

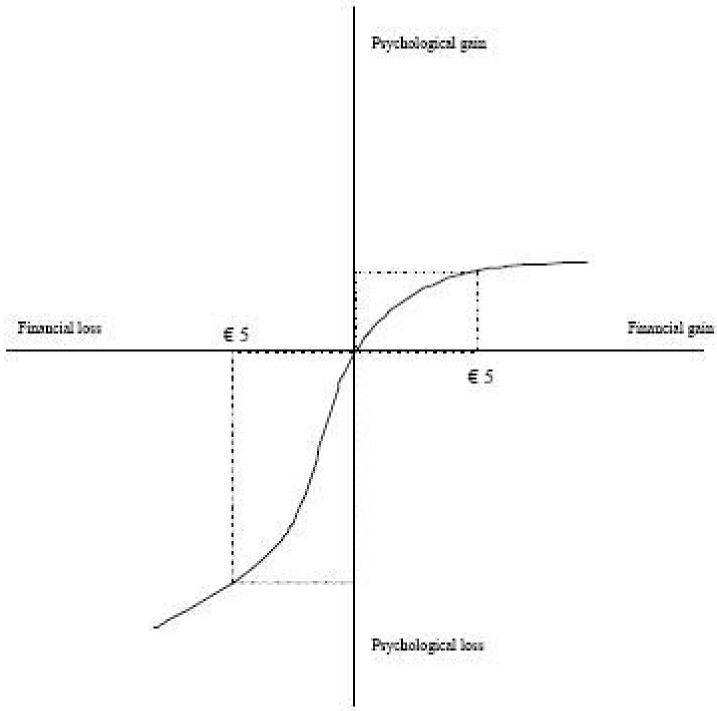
1. ábra. A súlyfüggvény *forrás: www.behaviouralfinance.net*



berek miért vásárolnak lottó szelvényeket és azzal egy időben biztosításokat is kötnek, azaz miért keresik és egyszerre le is fedezik a kockázatot. Az empíriák szerint emberek külön „számlákon” tartják nyilván különböző befektetéseiket. Ez alapozza meg a kilátáselméletnek egyik fontos meghatározását: az egyének döntési súlyai nem felelnek meg az objektív valószínűségeknek, hanem annak egy nem lineáris függvénye, ami a rendkívül valószínűtlen eseményeket túlértékelik és a rendkívül valószínűeket biztosnak, ami a bizonyossági hatásra vezethető vissza. Ellenben a csak nagyon valószínűtlen eseményeknek túl nagy súlyt adnak, eltúlozzák a valószínűséget, ellenkező esetben pedig alulértékelik azt.

A súlyfüggvény (1. ábra) a valószínűségekkel közel azonosan futó nemlineáris függvény. A két végpont a fentiek alapján: $\pi(p \approx 0) = 0$ és $\pi(p \approx 1) = 1$.

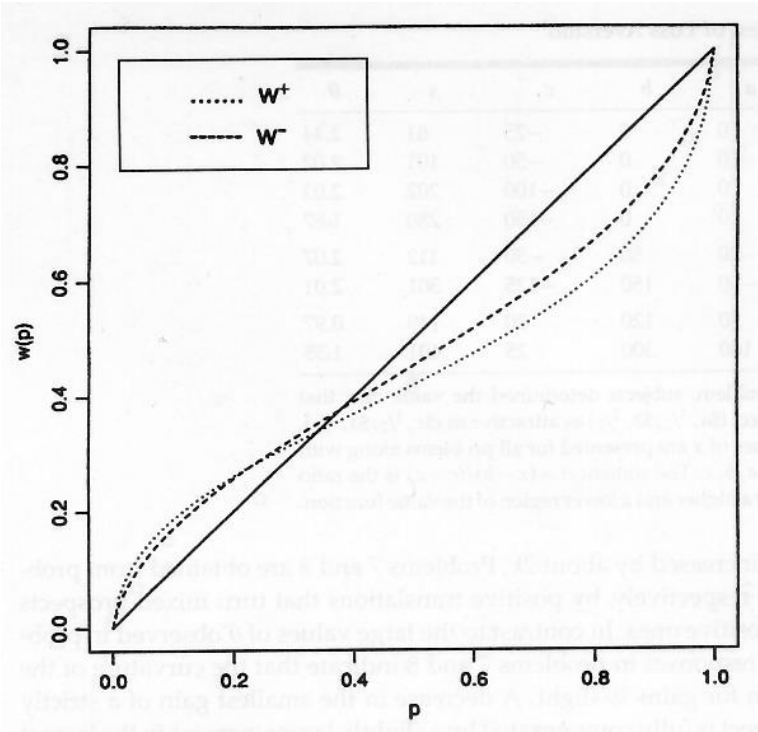
2. ábra. Az értékfüggvény *forrás: www.behaviouralfinance.net*



3.4.2. Az értékfüggvény

A kilátáselméletben a várható hasznosság elméletével ellentétben nem konkáv Bernoulli-féle hasznosságfüggvényről, hanem egy negatív tartományban is elérő értékfüggvényről beszélünk. Ez a függvény a nyereségek tartományában a kockázatkerülés miatt konkáv, veszteségek esetén pedig a nagyobb kockázatviselési hajlandóság miatt konvex és sokkal meredekebb, ami láttatni engedi a veszteségre való sokkal nagyobb érzékenységet. Az értékfüggvény veszteségeknél vett meredekebb viselkedésének legfőbb oka a döntéshozó veszteségelkerülő viselkedése, amit a gyakorlatban egy meghatározott veszteségkerülő α faktorral modelleznek, ami a pozitív tartományú értékfüggvény transzformáltját szorozzák meg vele, és egynél nagyobb értéket vesz fel, hiszen a nyereség hasznosságát többre értékeli. Az értékfüggvény alkalmazása emellett abban tér el a hasznossági függvénytől, hogy van egy referencia pontja, amelyet az egyén szubjektív benyomásai képezik. Ez egy összehasonlítási pont, amelyhez viszonyítva vannak az alternatív forgatókönyvek, kimentelek. Ebben is megformalizálódik a már említett mentális nyilvántartás fogalma, hiszen a döntéshozó viszonyítási pontjait önkényesen változtathatja. A

3. ábra. A kumulált súlyfüggvény *forrás: www.behaviouralfinance.net*



függvény mindenhol szigorúan monoton növekvő, ellenben a referenciapontig növekvő, azután csökkenő meredekségű. Az értékfüggvény jellemzője emellett a meredekségben való diszkontinuitás a referenciapontnál. Ez azt jelenti, hogy kockázatos kimenetelek közti választásban az egyén kockázat kerülő módon viselkedik, ha bármilyen kis érték forog is kockán, ezzel szemben az értékfüggvény majdnem lineáris a kis értékű vagyon változások esetén.

3.4.3. Kummulatív kilátáselmélet

Több kritika érte a kilátáselméletet, mert nem felel meg az elsőrendű sztochasztikus dominancia kritériumának. Utóbbi kiküszöbölésére Tversky és Kahneman 1992-ben a kifejlesztették a kilátáselmélet újabb verzióját: kumulált kilátáselméletet Tversky and Kahnemann (1992). Ez kumulált súlyokat tartalmaz az egyedi súlyok helyett, mind bizonytalan és biztos kilátásra alkalmazva, bármilyen sok kimenetellel. Különböző súlyozási függvények vannak kapcsolva a nyereségekhez és veszteségekhez. Utóbbit szemlélteti a 3. ábra.

4. Kilátáselmélet a gyakorlatban

A továbbiakban a szakdolgozat témája a pénzügyi piacok kisebb halmazára, a biztosítások területére koncentrálódik. Bár jellegét tekintve nem változik a döntési szituáció, hiszen ebben az esetben is a vagyon, vagyonrész allokálására helyeződik a fő hangsúly, azonban míg például a Markovitz-féle portfólió elméletben a kockázatos és kockázatmentes eszközök között osztjuk fel vagyonunk, addig a biztosítás szemszögéből a kockázat csökkentésére helyeződik át a hangsúly. A vizsgálat kizárólag a biztosítások piacának keresleti oldalára koncentrálódik
A dolgozat fő tárgyalása folyamán a kumulatív kilátáselmélet eszközkészletével vizsgálok meg biztosítási döntési szituációkat és összehasonlítva a várható hasznosság szerinti eredményekkel következtetéseket vonok le belőlük. A döntési szituációk kiértékeléséhez Kahneman és Tversky 1992-ben publikált Tversky and Kahnemann (1992) parametrizált érték és súlyfüggvényét alkalmazom:

Az értékfüggvény:

$$v(x) = \begin{cases} x^{\alpha} & \text{ha } x \geq 0 \\ -\lambda(-x)^{\alpha} & \text{ha } x < 0 \end{cases} \tag{4}$$

A súlyfüggvény:

$$\omega^{+}(p) = \frac{p^{\gamma}}{(p^{\gamma} + (1-p)^{\gamma})^{\frac{1}{\gamma}}} \quad \omega^{-}(p) = \frac{p^{\delta}}{(p^{\delta} + (1-p)^{\delta})^{\frac{1}{\delta}}} \tag{5}$$

A hasznosság kiszámítása általános alakban:[3]

$$U(x) = \sum_{k=1}^{n} \omega(p_k) v(x_k) \tag{6}$$

Az értékfüggvény α és λ, illetve a súlyfüggvény γ és δ paramétereinek becsült értékei (továbbiakban KT értékek) Kahneman és Tversky 1992-ben publikált tanulmánya Tversky and Kahnemann (1992) alapján: $\alpha = 0,88$; $\lambda = 2,25$ pozitív kilátások esetén $\gamma = 0,61$ illetve negatív kilátások esetén $\delta = 0,69$. A felsorolt paraméterekre a továbbiakban, mint KT paraméterek hivatkozok.

[3] A súlyfüggvény ω jelölése az ω^{+} és ω^{-} általános alakban felírt változata.

4.1. Alapfogalmak, jelölések

Általános jelölések és fogalmi magyarázatuk:

- W: a döntéshozó vagyoni helyzete
- L: a várható kár nagysága
- I: kártérítés mértéke
- β: kockázat átengedési paraméter
- D: önrész nagysága
- π: a biztosítás díja
- l: loading faktor: a biztosítási díj nettó biztosítási díjon felüli része, a nettó biztosítási díj arányában kifejezve
- p: a kár bekövetkezésének valószínűsége
- $\omega.()$: módosított súlyfüggvény általános alakja
- $u(.)$: a döntéshozó hasznosságfüggvénye a várható hasznosság elve szerint
- $U(.)$: a döntéshozó várható hasznossága a várható hasznosság elve szerint
- $v(.)$: a döntéshozó értékfüggvénye a kilátáselmélet szerint
- $V(.)$: a döntéshozó várható hasznosságérzete a kumulatív kilátáselmélet szerint: A kilátáselmélet alapján értékelt kimenetelek és a módosított súlyfüggvényből kapott becsült valószínűségek szorzatösszege

További megjegyzések, fogalmak:

- Fogalmi tisztázásként meg kell említeni, habár a biztosításnak, mint kockázatkerülési eszköznek számos változata van, a dolgozat a nemélet káriztosításokra koncentrálódik.
- Az elemzés alapja két állapotú és egy periódusú modell: a döntési szituációban a döntéshozó p valószínűséggel L kárt szenved a jövőben, illetve $1-p$ valószínűséggel nem szenved semmiféle kárt, így nem változik a vagyoni helyzete.

- A dolgozatban kiemelten foglalkozok a teljes, és arányos biztosítás eseteivel. A teljes biztosításnál kár esetén a teljes kárt megtéríti a biztosító ($I = L$), míg arányosnál csak egy előre meghatározott β hányadot($I = \beta L$).

- Az π díj alaltt több esetet is megvizsgálok: elsőként mindig a nettó díjból - azaz a pL várható veszteségből - indulok ki és ezt követően az l loading faktorral növelt díj hatását is megvizsgálom, mely esetben a díj a következő: $\pi = (1 + l)pL$.

- A kimentelek értékelésének áttekinthetősége miatt a következő egyszerűsítő definíció bevezetésére:

  1. Definíció (Egyszerűsített kilátáselmélet)**.** *Vezessük be a hasznosságérzet azon módosítását, amikor a súlyfüggvényt lineárisnak tekintjük. Nevezzük el egyszerűsített kilátáselméletnek (továbbiakban SPT) és az általa definiált várható hasznosságérzetet jelöljük $SV()$-nek. Ekkor a döntéshozó hasznossága a megfelelő x, p kimenetel-valószínűség párokra a következőképpen írható fel:*

  $$SV(x) = \sum_{k=1}^{n} p_k v(x_k)$$

  A dolgozatomban elsőként az egyszerűsített kilátáselmélet alapján vizsgálom meg a szituációkat és a levont következtetéseket alkalmazom a kumulatív kilátáselmélet szerinti kiértékeléséhez

- Az összehasonlíthatóság végett a döntéshozó várható hasznosság elvén alapuló hasznosságfüggvénye megegyezik a kilátáselmélet értékfüggvényével szigorúan pozitív kimenetelek esetén, azaz : $u(x) = x^{\alpha}$.

4.2. A teljes biztosítás esete

A teljes biztosítás esetének vizsgálatánál a döntéshozó választását vizsgáljuk különböző paraméterek mentén. Biztosítás vásárlása nélkül a döntéshozó p valószínűséggel L nagyságú kárt szenved, így a vagyoni helyzete a kezdeti W vagyon veszteséggel csökkentett értéke lesz, míg $1-p$ valószínűséggel vagyona nem változik. Biztosítás vásárlásával a döntéshozó vagyoni helyzetének jövőbeli kimenetele a kárbekövetkezés valószínűségétől függetlenül a kezdeti W vagyonának és a kifizetett π biztosítási díjnak a különbsége lesz. A várható hasznosság elve alapján tehát a döntéshozó hasznossága biztosítás nélkül $pu(W-L)+(1-p)u(W)$, ha pedig a biztosítást választja, akkor $u(W-\pi)$.
A kilátáselmélet szempontjából azonban nincs ilyen könnyű helyzetünk: a valószínűségek súlyozása és az értékfüggvény S alakja miatt több esetre kell szétbontanunk a szituációt, illetve a kimeneteleket különböző referenciaponthoz viszonyítva is értékelhetjük.
A teljes biztosítás esetének elemzésénél két kezdő referenciapontot is megvizsgálok:

- Az első szemléletmód szerint válasszuk a W vagyont referenciapontnak, mely során maga a vagyon, mint változó ki fog esni az egyenletből.
- A második szemléletmód szerint a referencia pont a $W-\pi$ vagyonállapot, azaz a döntéshozó a kimeneteleket a teljes biztosítás esetén fennálló vagyoni helyzethez viszonyítja.

A két szemléletmód reprezentálja a kilátáselméleti elszigetelés jelenségét: a dolgozat folyamán megfigyelhetjük a döntéshozó hasznosságérzékelése miként változik különböző referencia pontok figyelembe vételével.
A referenciapont választást többféle szituációs illetve pszichológiai magyarázattal is alá lehet támasztani: Eckles and Volkman Wise (2011) tanulmányában például a $W-\pi$ referenciapontot a kötelező biztosítások esetével magyarázta. A referenciapontnak a vagyon biztosítási díjjal csökkentett értékét véve a szituációt úgy értelmezték, hogy a döntés a biztosítás vásárlásáról már megszületett és nem befolyásolható a biztosítás kötelező jellege miatt így a döntéshozó kizárólag a biztosítás mértékét képes megválasztani. Ez a megközelítés az arányos biztosítás illetve a levonandó önrész választás szituációjánál is alkalmazható. Mindemellett a teljes biztosítás referenciapontnak vételét akár lehet a meghozott biztosítás vásárlási döntés visszacsatolásával illetve korábban megkötött biztosítás megújítási szándékának kiértékelésével is magyarázni.
A W vagyont véve referenciapontként az alap status quo helyzethez viszonyítunk. Itt célszerű felhívni a figyelmet, hogy a kimenetelek már nem

tartalmazzák a W vagyon változót ellentétben a várható hasznosság elve alapján felírt hasznossággal. Ezt a szituációt úgy célszerű értelmezni, hogy a várható kár aránya a vagyonhoz viszonyítva alacsony, mivel a magas arány esetében a biztosítási döntés kiértékelése erősen függ a pillanatnyi vagyon értékétől. Ennek következményeként az elemzés a "normál" károkra és kárvalószínűségekre koncentrálódik és nem tér ki a nagykárok, katasztrófakárok illetve a nagy valószínűséggel bekövetkező károk eseteire. Továbbá az értékeléshez szükséges feltenni, hogy a W vagyon legalább akkora, hogy fedezni tudja a biztosítási díjat ($W \geq \pi$), illetve kárbekövetkezés esetén a döntéshozó kizárólag teljes pillanatnyi vagyonával felel a bekövetkezett kárért. Utóbbi kitétel alapján a kárt maximum W vagyonig értelmezzük: $L \leq W$.

4.2.1. Első szemléletmód

A kezdeti W vagyonhoz viszonyítva a lehetséges kimenetelek biztosítással, illetve nélküle is szigorúan negatívak. Biztosítás vásárlása nélkül a döntéshozó p valószínűséggel L nagyságú kárt szenved, míg $1-p$ valószínűséggel vagyona nem változik. Biztosítás vásárlásával a döntéshozó vagyoni helyzetének jövőbeli kimenetele a kárbekövetkezés valószínűségétől függetlenül a kifizetett π biztosítási díj lesz.

Az egyszerűsített kilátáselmélet szerint:

Referenciapont: W vagyon

Biztosítás nélküli kimenetel hasznosságérzete: $pv(-L)$

Biztosítás vásárlásával a hasznosságérzete: $v(-\pi)$

1. Tétel. *Az egyszerűsített kilátáselmélet alapján, W referenciapont szerint értékelve a kockázatkerülő döntéshozó nettó díj esetén nem vásárol biztosítást.*

Bizonyítás. Az egyszerűsített kilátáselméletet felhasználva a (4) értékfüggvények alapján és $\alpha < 1$ esetén a következő hasznosságérzeteket kapjuk:

Biztosítás nélkül:

$$p(-\lambda)(L)^{\alpha} \tag{7}$$

Biztosítás vásárlásával:

$$-\lambda(\pi)^{\alpha} \tag{8}$$

A döntéshozó a biztosítást választja, ha annak hasznosságérzete meghaladja a zéró biztosítás esetének hasznosságérzetét, azaz a (8) kifejezés nagyobb, mint a (7) kifejezés. A felírt egyenlőtlenség:

$$-\lambda(\pi)^\alpha > p(-\lambda)(L)^\alpha$$

$\pi = pL$ nettó díjat feltételezve és $-\lambda$-val egyszerűsítve a következő egyenlőtlenséget kapjuk eredményül:

$$(p)^\alpha < p$$

Az egyenlőtlenség $\alpha < 1$ kitevő esetén nyilván nem teljesül. Ebből kifolyólag levonható a következtetés, miszerint nettó díjjal esetén az egyszerűsített kilátáselmélet szerint a döntéshozó nem vásárol teljes biztosítást. Érdemes megjegyezni, hogy az egyenlőtlenség pozitív loading faktor esetében sem teljesül illetve ellentmond a várható hasznosság elméletének, mely szerint a DARA hasznosságfüggvény esetén a döntéshozó a teljes biztosítást preferálja. □

Másrészről viszont az egyenlőtlenség jobb oldalán kizárólag a p valószínűség áll, tehát a kumulatív kilátáselmélet szerint megváltozik a döntési preferencia, hiszen a módosított súlyfüggvény az alacsony valószínűségeket megnöveli. Fontos kihangsúlyozni, hogy a módosított súlyfüggvény kizárólag a jobb oldali p valószínűséget változtatja meg - a nettó díjban implicit felmerülő p valószínűséget nem - ebből fakadóan, tehát lehet megoldása az egyenlőtlenségnek. Ebben az esetben tehát a következő alakban írhatóak fel a módosított súlyfüggvénnyel megszorzott kimenetelek:

A kumulatív kilátáselmélet szerint:

Referenciapont: W vagyon

Biztosítás nélküli kimenetel hasznosságérzete: $\omega^-(p)v(-L)$

Biztosítás vásárlásával a hasznosságérzete: $v(-\pi)$

2. Tétel. *A kumulatív kilátáselmélet alapján, W referenciapont szerint és a KT paraméterek szerint értékelve alacsony kárvalószínűség ($p \leq 0,2463$) esetén a kockázatkerülő döntéshozó teljes biztosítást vásárol, ha a biztosítási díjat nettó díj alapon állapítják meg.*

Bizonyítás. A kumulatív kilátáselmélet szerint felírt egyenlőtlenség:

$$(p)^\alpha < \omega^-(p) \tag{9}$$

A bizonyítást analitikusan végzem el KT paramétereket behelyettesítve az érték és súlyfüggvénybe és meghatározva a következő függvényt:

$$g(p) = \frac{p^\delta}{(p^\delta + (1-p)^\delta)^{\frac{1}{\delta}}} - (p)^\alpha$$

Azon a tartományon, amikor a függvény értéke pozitív a döntéshozó a teljes biztosítást preferálja a zéró biztosítással szemben. A analitikus vizsgálat során megállapítható, hogy $p \leq 0,2463$ kárvalószínűség esetén pozitív a $g(p)$ függvény, tehát kis kárvalószínűség esetén a teljes biztosítást választja a döntéshozó nettó díj mellett.

Pozitív loading esetén a kumulatív kilátáselmélet szerinti a (9) egyenlőtlenség a következő alakban írható fel:

$$(p(1+l))^\alpha < \omega^-(p) \tag{10}$$

A módosított $g(p)$ függvény:

$$g^*(p,l) = \frac{p^\delta}{(p^\delta + (1-p)^\delta)^{\frac{1}{\delta}}} - (p(1+l))^\alpha \tag{11}$$

A $g^*(p,l)$ függvény értékeit felvázolva $p \in (0,1)$ valószínűségek és $l \in (0,100\%)$ loading faktor esetén alacsony loading faktor esetében szintén teljesül, hogy alacsony p kárvalószínűség esetén a döntéshozó teljes biztosítást vásárol, azonban a loading faktor hatására utóbbi már kisebb tartományon érvényes. $\square$

Az eddigiek alapján tehát megállapítható, hogy a kezdeti vagyonhoz mérve a kilátáselmélet a kárvalószínűség érzékelt értékét implikálva, attól függően vásárol teljes biztosítást szemben a várható hasznosság elméletével.

4.2.2. Második szemléletmód

A második szemléletmód szerint a referencia pont a $W - \pi$ vagyonállapot azaz a döntéshozó a kimeneteleket a teljes biztosítás esetén fennálló vagyoni helyzethez viszonyítja. Ezáltal két, biztosítás vásárlása nélkül fennálló kimenetelt különböztethetünk meg. Kárbekövetkezés esetén a döntéshozó p valószínűséggel L nagyságú kárt szenved és vagyona $W-L$ lesz. A döntéshozó a referenciaponthoz viszonyított kimenetelt ezáltal $W-L-(W-\pi) = \pi - L$ összegnek értékeli. Ha nem következik be a kár, a döntéshozónak megmarad a W vagyona, így a referenciaponthoz viszonyított kimenetel $W-(W-\pi) = \pi$ lesz.

A $W-\pi$ teljes biztosítás referenciapontjához viszonyítva tehát szokványos kimeneteleket kapunk: míg biztosítás nélkül a kárbekövetkezés esetén fennálló kimenetelt veszteségként értékeli, addig kármentesség esetén nem elköltött biztosítási díjat "nyereségnek" érzi.
Az egyszerűsített kilátáselmélet szerint felírt összhassznosság érzetek a következők:

Referenciapont: $W-\pi$ vagyonállapot

Kárbekövetkezés esetén: $pv(\pi - L)$

Kármentesség esetén: $(1-p)v(\pi)$

3. Tétel. *Az egyszerűsített kilátáselmélet alapján, referenciapontnak a teljes biztosítást választva minden ($L \leq W$) kárra a kockázatkerülő döntéshozó $p > 0,00116$ kárvalószínűség esetén teljes biztosítást vásárol, ha a biztosítási díjat nettó díj alapon állapítják meg.*

Bizonyítás. Az egyszerűsített kilátáselméletet felhasználva a (4) értékfüggvény alapján és $\alpha < 1$ esetén a következő hasznosságérzeteket kapjuk:

Kárbekövetkezés esetén:

$$p(-\lambda)(L-\pi)^{\alpha} \tag{12}$$

Kármentesség esetén:

$$(1-p)(\pi)^{\alpha} \tag{13}$$

A döntéshozó a teljes biztosítást abban az esetben választja, ha a biztosítás vásárlása nélkül fennálló összhasznosságérzete Pareto értelemben nem javítja vagyoni helyzetét, azaz a (12) és a (13) kifejezések összege negatív. Zéró hasznosságérzet esetén a döntéshozó közömbös a két szituációt illetően, nem preferálja sem a teljes biztosítás vásárlásával, sem a biztosítás vásárlása nélkül fennálló helyzetet. A megfogalmazott egyenlőtlenség:

$$(1-p)(\pi)^{\alpha} + p(-\lambda)(L-\pi)^{\alpha} < 0 \tag{14}$$

$\pi = pL$ nettó díjat feltételezve és átrendezve a következő egyenlőtlenséget kapjuk eredményül:

$$(1-p)p^{\alpha}L^{\alpha} < p\lambda(1-p)^{\alpha}L^{\alpha} \tag{15}$$

A 15 egyenlőtlenség mindkét oldalán tudunk egyszerűsíteni az L kárral, ami alapján arra következtethetünk, hogy a döntéshozó döntése nem függ a kár nagyságától.

Az egyenlőtlenséget megoldva a következő megoldásra jutunk:

$$p > \frac{1}{1+\lambda^{\frac{1}{1-\alpha}}} \tag{16}$$

A 16 egyenlőtlenség jobb oldali kifejezése az v értékfüggvény (α, λ) változóitól függő konstans. A KT paramétereket behelyettesítve megoldásként azt kapjuk, hogy $p > 0,00116$ esetén teljesül az egyenlőtlenség. Levonható tehát a következtetés, miszerint 3. Tételben megfogalmazott feltételek esetén csak nagyon valószínűtlen károk esetén nem dönt a teljes biztosítás mellett. □

Erre a következtetésre jutott Ulrich Schmidt is Schmidt (2012) tanulmányában, azonban a tanulmány nem tért ki a kumulatív kilátáselméletbeli súlyfüggvény alkalmazására illetve a pozitív loading esetére. Az alfejezet további részében ezeket vizsgálom.

Ismét fontosnak tartom kihangsúlyozni, hogy a módosított súlyfüggvény kizárólag a kimenetelek p valószínűséget változtatja meg, tehát a nettó díjban implicit felmerülő p valószínűséget nem. Emellett az 5 súlyfüggvény különböző $\gamma, \delta)$ paraméterrel számolandó pozitív illetve negatív kimenetel esetén, tehát ebben az esetben a Ebben az esetben tehát a következő alakban írhatóak fel a módosított súlyfüggvénnyel megszorzott kimenetelek a kumulatív kilátáselmélet szerint:

Referenciapont: $W - \pi$ vagyonállapot

Kárbekövetkezés esetén: $\omega^{-}(p)v(\pi - L)$

Kármentesség esetén: $omega^{+}v(\pi)$

4. Tétel. *A kumulatív kilátáselmélet alapján, $W - \pi$ referenciapont szerint és a KT paraméterek szerint értékelve alacsony kárvalószínűség ($p \leq 0,77$) esetén a kockázatkerülő döntéshozó teljes biztosítást vásárol, ha a biztosítási díjat nettó díj alapon állapítják meg.*

Bizonyítás. Az kumulatív kilátáselméletet felhasználva a (4) értékfüggvény alapján és $\alpha < 1$ esetén a következőképpen módosulnak a hasznosságérzetek:

Kárbekövetkezés esetén:

$$\omega^{-}(p)(-\lambda)(L-\pi)^{\alpha} \tag{17}$$

Kármentesség esetén:

$$\omega^{+}(1-p)(\pi)^{\alpha} \tag{18}$$

Az egyszerűsített kilátáselmélet esetéhez hasonlóan a teljes biztosítást abban az esetben választja, ha a (17) és a (18) kifejezések összege negatív. A súlyfüggvénnyel módosított a 14 egyenlőtlenség:

$$\omega^{+}(1-p)(\pi)^{\alpha}+\omega^{-}(p)(-\lambda)(L-\pi)^{\alpha}<0 \tag{19}$$

$\pi = pL$ nettó díjat feltételezve és átrendezve a következő egyenlőtlenséget kapjuk eredményül:

$$\omega^{+}(1-p)p^{\alpha}L^{\alpha}<\omega^{-}(p)\lambda(1-p)^{\alpha}L^{\alpha} \tag{20}$$

A 20 egyenlőtlenség alapján a döntés ebben az esetben sem fog függni az L kár nagyságától.

Az egyenlőtlenséget megoldva a következő parametrizált megoldásra jutunk:

$$\frac{\omega^{+}(1-p)}{\omega^{-}(p)}\left(\frac{p}{1-p}\right)^{\alpha}<\lambda \tag{21}$$

A bizonyítást analitikusan végzem el KT paramétereket behelyettesítve az érték és súlyfüggvénybe. Ehhez vezessük be a következő függvényt a 21 egyenlőtlenség alapján:

$$h(p)=\frac{\omega^{+}(1-p)}{\omega^{-}(p)}\left(\frac{p}{1-p}\right)^{\alpha}-\lambda \tag{22}$$

Azon a tartományon, amikor a $h(p)$ függvény értéke negatív, a döntéshozó a teljes biztosítást preferálja a zéró biztosítással szemben. A analitikus vizsgálat során megállapítható, hogy $p \leq 0,7775$ kárvalószínűség esetén a $h(p)$ függvény negatív értéket vesz fel. Tehát a súlyfüggvény alkalmazásával maximum korlátot kaptunk, azaz a majdnem biztos esetek kivételével a döntéshozó teljes biztosítást vásárol nettó díj mellett. □

Mindezek alapján vizsgáljuk meg a pozitív loading esetét:

5. Tétel. *A kumulatív kilátáselmélet alapján, $W-\pi$ referenciapont és a KT paraméterek szerint értékelve alacsony kárvalószínűség esetén a kockázatkerülő döntéshozó pozitív, $l \in (0,100\%)$ loading mellett is teljes biztosítást vásárol.*

Bizonyítás. A loading faktor implementálásával, $\pi=(1+l)pL$ biztosítási díj mellett a következőképpen változik a 20 egyenlőtlenség:

$$\omega^{+}(1-p)(1+l)^{\alpha}p^{\alpha}L^{\alpha}<\omega^{-}(p)\lambda(1-p^{\alpha}(1+l)^{\alpha})L^{\alpha} \tag{23}$$

A 23 egyenlőtlenséget megoldva a következő parametrizált megoldásra jutunk:

$$\frac{\omega^+(1-p)}{\omega^-(p)} \frac{(1+l)^\alpha p^\alpha}{1-(1+l)^\alpha p^\alpha} < \lambda \tag{24}$$

Vezessük be a $h(p)$ függvény kétváltozós módosítását a 24 egyenlőtlenség alapján:

$$h^*(p,l) = \frac{\omega^+(1-p)}{\omega^-(p)} \frac{(1+l)^\alpha p^\alpha}{1-(1+l)^\alpha p^\alpha} - \lambda \tag{25}$$

A $h^*(p,l)$ függvény felvett értékei alapján $p \in (0,1)$ valószínűséget és $l \in (0, 100\%)$ loading faktort feltételezve azt tapasztaljuk, hogy míg 10%-os loading faktor mellett $p < 0,7$ kárvalószínűség esetén vásárol teljes biztosítást, míg 100%-os loading faktor, azaz a nettó díj kétszerese esetén is a teljes biztosítás vásárlását preferálja $p < 0,37$ kárvalószínűség esetén. Tehát alacsony kárvalószínűség esetén a kockázatkerülő döntéshozó pozitív loading mellett is teljes biztosítást vásárol.

□

A biztosítási díjjal csökkentett vagyon helyzethez viszonyítva tehát azt kaptuk, hogy a kumulatív kilátáselmélet szerint a kárvalószínűségtől már alacsonyabb mértékben függ az, hogy a döntéshozó vásárol-e biztosítást. Erre a jelenségre gyakorlati példának a kötelező jellegű biztosítások köre, mint például a kötelező gépjármű-felelősség biztosítás tekinthető, amit a referenciapont választás is igazol, hiszen a döntéshozónak lényegében korlátozottak a választási lehetőségei. A gépjármű birtoklás magával vonja a felelősségbiztosítás meglétét, így a döntéshozónak azt kell mérlegelnie, hogy akar-e egyáltalán autót. Ha a kárvalószínűséget magasnak értékeli implicite azt jelenti, hogy nem bízik a vezetői tudásában és emiatt inkább úgy dönt, hogy nem vásárol gépjárművet és ezáltal a vonatkozó biztosítást sem kell fizetnie.

4.3. Arányos biztosítás

Ebben a fejezetben a teljes biztosítás és az arányos biztosítás közötti kapcsolatot keresem. Az arányos biztosításnál a kockázat átengedését $\beta \in (0,1)$ paraméterrel jelölöm. A döntéshozó a biztosítási díj ismeretében eldönti, hogy milyen mértékben engedi át a kockázatot a biztosítónak: a biztosításért $\beta\pi$-t kifizet és cserébe kár esetén βL kártérítést kap a biztosítótól. Értelemszerűen $\beta = 1$ esetén a döntéshozó teljes biztosítást vásárol, míg $\beta = 0$ esetén pedig egyáltalán nem vásárol biztosítást. Az előző fejezethez képest a vizsgálat tárgya nem a zéró biztosítás és az arányos biztosítás közötti választás elemzése - hiszen az arányos biztosítás $\beta = 0$ esetén magában foglalja a zéró biztosítás esetét is - , hanem azt vizsgálom, hogy milyen feltételek mellett engedi át az döntéshozó az arányos kockázatot. Tehát ebben a részben a teljes és a részleges biztosítás közötti választás esetét elemzem. Ebből kifolyólag csak a teljes biztosítás vizsgálatánál is alkalmazott második szemléletmód szerint vizsgálom a kimeneteleket, tehát a referencia pontnak a $W - \pi$ vagyonállapot tekintem. A teljes biztosítás vizsgálatával ellentétben azonban nem a biztosítás vásárlása nélkül fennálló kimeneteleket vizsgálom, hanem az arányos biztosítás esetén fennálló kimeneteleket. Arányos biztosítás vásárlásával, kárbekövetkezés esetén a döntéshozó p valószínűséggel L nagyságú kárt szenved, viszont a biztosító átvállalja a kár β-szeresét, így a döntéshozó vagyona $W - \beta\pi - L + \beta L$ lesz. A döntéshozó a referenciaponthoz viszonyított kimenetelt ezáltal $W - \beta\pi - L + \beta L - (W - \pi) = -\beta\pi + \pi - L + \beta L$ összegnek értékeli. Ha nem következik be a kár, a döntéshozónak megmarad a $W - \beta\pi$ vagyona az arányos biztosítás vásárlása után, így a referenciaponthoz viszonyított kimenetel $W - \beta\pi - (W - \pi) = -\beta\pi + \pi$ lesz.
A $W - \pi$ teljes biztosítás referenciapontjához viszonyítva tehát szokványos kimeneteleket kapunk: míg a kárbekövetkezés esetén fennálló kimenetelt veszteségként értékeli, addig kármentesség esetén az arányos biztosítás díj és a teljes biztosítási díj különbözetéből származó megtakarítást "nyereségnek" érzi.
Az egyszerűsített kilátáselmélet szerint felírt összhasssznosság érzetek a következők:

Referenciapont: $W - \pi$ vagyonállapot

Kárbekövetkezés esetén: $pv((1-\beta)(\pi - L))$

Kármentesség esetén: $(1-p)v((1-\beta)\pi)$

6. Tétel. *Az egyszerűsített kilátáselmélet alapján, referenciapontnak a teljes biztosítást választva minden ($L \leq W$) kárra a kockázatkerülő döntéshozó $p > 0,00116$ kárvalószínűség esetén teljes biztosítást, alacsonyabb kárvalószínűség* *esetén pedig arányos biztosítást vásárol, ha a biztosítási díjat nettó díj alapon állapítják meg.*

Bizonyítás. Az egyszerűsített kilátáselméletet felhasználva a (4) értékfüggvény alapján és $\alpha < 1$ esetén a következő hasznosságérzeteket kapjuk:

Kárbekövetkezés esetén:

$$p(-\lambda)((1-\beta)(L-\pi))^{\alpha} \tag{26}$$

Kármentesség esetén:

$$(1-p)((1-\beta)\pi)^{\alpha} \tag{27}$$

A döntéshozó a teljes biztosítást abban az esetben választja, ha a (26) és a (27) kifejezések összege negatív illetve arányos biztosítást választ, ha az összeg pozitív. Zéró hasznosságérzet esetén a döntéshozó közömbös a két szituációt illetően, nem preferálja sem a teljes biztosítás vásárlásával, sem az arányos biztosítás vásárlásával fennálló helyzetet. Az arányos biztosítás esetére felírt egyenlőtlenség:

$$p(-\lambda)((1-\beta)(L-\pi))^{\alpha} + (1-p)((1-\beta)\pi)^{\alpha} > 0 \tag{28}$$

$\pi = pL$ nettó díjat feltételezve és átrendezve a következő egyenlőtlenséget kapjuk eredményül:

$$(1-p)((1-\beta)pL)^{\alpha} > p\lambda(1-\beta)^{\alpha}(L(1-p))^{\alpha} \tag{29}$$

A 29 egyenlőtlenség mindkét oldalán tudunk egyszerűsíteni az L kárral, ami alapján arra következtethetünk, hogy a döntéshozó döntése az arányos biztosítás esetén sem függ a kár nagyságától.

Az egyenlőtlenséget megoldva a következő megoldásra jutunk:

$$p < \frac{1}{1+\lambda^{\frac{1}{1-\alpha}}} \tag{30}$$

A 30 egyenlőtlenség megfeleltethető a teljes biztosítás esetének vizsgálata során kapott 16 egyenlettel, kizárólag a relációs jel iránya változott. A KT paramétereket behelyettesítve megoldásként azt kapjuk, hogy $p < 0,00116$ esetén teljesül az egyenlőtlenség. A 3. Tétel segítségével tehát levonható a következtetés, miszerint 6. Tételben megfogalmazott feltételek esetén a döntéshozó csak nagyon valószínűtlen károk esetén dönt az arányos biztosítás mellett, magasabb kárvalószínűség esetében pedig teljes biztosítást vásárol. $\square$

A teljes biztosítás esetéhez hasonlóan a módosított súlyfüggvény alkalmazását és a pozitív loading esetét is megvizsgálom. Azonban az elemzést analóg módon a teljes biztosítás esetéből nyert megállapításokból eredeztetem.

A módosított súlyfüggvénnyel megszorzott kimenetelek a kumulatív kilátáselmélet szerint:

Referenciapont: $W - \pi$ vagyonállapot

Kárbekövetkezés esetén: $\omega^{-}(p)v((1-\beta)(\pi - L))$

Kármentesség esetén: $\omega^{+}v((1-\beta)\pi)$

7. Tétel. *A kumulatív kilátáselmélet alapján, $W - \pi$ referenciapont szerint és a KT paraméterek szerint értékelve alacsony kárvalószínűség ($p \leq 0,77$) esetén a kockázatkerülő döntéshozó teljes biztosítást, magasabb valószínűség esetén pedig arányos biztosítást választ, ha a biztosítási díjat nettó díj alapon állapítják meg.*

Bizonyítás. A 30 egyenlőtlenség alapján megfogalmazott egyezőség és a 21 képlet alapján az arányos biztosítás esetére a következő egyenlőtlenséget kapjuk:

$$\frac{\omega^{+}(1-p)}{\omega^{-}(p)}\left(\frac{p}{1-p}\right)^{\alpha} > \lambda \tag{31}$$

A bizonyítást ebben az esetben is analitikusan végzem el KT paramétereket behelyettesítve az érték és súlyfüggvénybe illetve a 22 függvénydefiníció alapján. Azonban azon a tartományon vizsgálom, amikor a $h(p)$ függvény értéke pozitív, mivel akkor a döntéshozó az arányos biztosítást preferálja a teljes biztosítással szemben. A analitikus vizsgálat során megállapítható, hogy $p > 0,7775$ kárvalószínűség esetén a $h(p)$ függvény pozitív értéket vesz fel. Tehát a súlyfüggvény alkalmazásával minimum korlátot kaptunk, azaz kizárólag a majdnem biztos kár esetén vásárol a döntéshozó arányos biztosítást nettó díj mellett illetve alacsonyabb kárvalószínűség esetén a 4. Tétel alapján teljes biztosítás vásárlását választja. □

Mindezek alapján vizsgáljuk meg a pozitív loading esetét:

8. Tétel. *A kumulatív kilátáselmélet alapján, $W - \pi$ referenciapont és a KT paraméterek szerint értékelve alacsony kárvalószínűség esetén a kockázatkerülő döntéshozó pozitív, $l \in (0, 100\%)$ loading mellett is teljes biztosítást, magasabb valószínűség esetén pedig arányos biztosítást választ.*

Bizonyítás. A 30 egyenlőtlenség alapján megfogalmazott egyezőség és a 24 képlet alapján az arányos biztosítás esetére a következő egyenlőtlenséget kapjuk:

$$\frac{\omega^+(1-p)}{\omega^-(p)}\frac{(1+l)^\alpha p^\alpha}{1-(1+l)^\alpha p^\alpha} > \lambda \tag{32}$$

A bizonyítást ebben az esetben is analitikusan végzem el KT paramétereket behelyettesítve az érték és súlyfüggvénybe illetve a 25 függvénydefiníció alapján. Azonban azon a tartományon vizsgálom, amikor a $h^-(p,l)$ függvény értéke pozitív, mivel akkor a döntéshozó az arányos biztosítást preferálja a teljes biztosítással szemben. A döntéshozó 100%-os loading faktor, azaz a nettó díj kétszerese esetén is a teljes biztosítás vásárlását preferálja $p > 0,37$ kárvalószínűség esetén. 10%-os loading faktor esetén $p > 0,7$ kárvalószínűség esetén vásárol teljes biztosítást, míg 100%-os loading faktor, azaz a nettó díj kétszerese esetén az arányos biztosítás vásárlását preferálja $p > 0,37$ kárvalószínűség esetén. □

Tehát magas kárvalószínűség esetén a kockázatkerülő döntéshozó pozitív loading mellett arányos biztosítást vásárol, illetve alacsonyabb kárvalószínűség esetén a 5. Tétel alapján teljes biztosítás vásárlását választja.

4.4. Levonásos önrész esete

Ebben a részben a levonásos önrész esetét Eckles and Volkman Wise (2011) eredményei alapján összegzem az ezidáig felvázolt jelölések és definíciók alkalmazásával. Az önrész vizsgálatát a teljes biztosítás esetéhez hasonlóan a két szemleletmód szerint csoportosítva részletezem, a kimeneteleket pedig az egyszerűsített illetve a kumulatív kilátáselmélet szerint vázolom fel.

4.4.1. Első szemléletmód

A W vagyont választva referenciapontnak az eddig taglalt esetekkel ellentétben négy kimenetelt különböztetünk meg a levonásos önrész vizsgálatakor.
Ha nem következik be a kár,akkor nincs változás: a döntéshozónak megmarad a $W - \pi$ vagyona biztosítás vásárlása után, így a referenciaponthoz viszonyított kimenetel $W - \pi$ lesz. Kárbekövetkezés esetén viszont a kár, díj és a levonandó önrésztől függően három esetet különböztetnek meg. Az önrésznél kisebb kár esetén a döntéshozó p valószínűséggel L nagyságú kárt szenved, viszont a biztosító semmit nem térít meg, így a döntéshozó vagyona $W - \pi - D$ lesz, amit $-\pi - D$-nek fog értékelni. Az önrésznél nagyobb kár esetén viszont a döntéshozó pozitívan is értékelheti a kimenetelt annak függvényében, hogy a kár önrésszel csökkentett értéke nagyobb-e a kifizetett díjnál. Ha nagyobb akkor a megtérült kárt is belevéve a referenciaponthoz viszonyított kimenetelt ezáltal $-\pi - D + L)$ nyereségnek értékeli. Viszont, ha az $L - D$ értéke kisebb, mint a díj, akkor a referenciaponthoz viszonyított kimenetelt $-\pi - D + L)$ veszteségnek értékeli. A kezdeti W vagyonhoz viszonyítva tehát a lehetséges kimenetelek nem minden esetben negatívak.

Az egyszerűsített kilátáselmélet szerint felírt összhassznosság érzetek a következők a $p = p_1 + p_2 + p_3$ kárvalószínűségek mellett:

Referenciapont: W vagyonállapot

Kármentesség esetén: $(1 - p)v(-\pi)$

Kárbekövetkezés és $L < D$ esetén: $p_1 v(-\pi - max(L; D))$

Kárbekövetkezés és $L >, D$ és $(L - D) < \pi$ esetén: $p_2 v(-\pi - D + L)$

Kárbekövetkezés és $L >, D$ de $(L - D) < \pi$ esetén: $p_3 v(-\pi - D + L)$

A kumulatív kilátáselmélet szerint pedig már a harmadik esetben a pozitív kimenetel miatt a pozitív súlyfüggvényt kell alkalmazni:

Referenciapont: W vagyonállapot

Kármentesség esetén: $\omega^{-}(1-p)v(-\pi)$

Kárbekövetkezés és $L < D$ esetén: $\omega^{-}(p_1)v(-\pi - max(L; D))$

Kárbekövetkezés és $L >, D$ de $(L - D) < \pi$ esetén: $\omega^{+}(p_2)v(-\pi - D + L)$

Kárbekövetkezés és $L >, D$ de $(L - D) < \pi$ esetén: $\omega^{-}(p_3)v(-\pi - D + L)$

Eckles and Volkman Wise (2011) arra a következtetésre jutott, hogy a kumulatív kilátáselmélet alapján, W referenciapont szerint nettó díj esetén a kockázatkerülő döntéshozó teljes biztosítást vásárol, ha a biztosítási díjat nettó díj alapon állapítják meg; illetve pozitív loading esetén önrészt vállal. Az egyszerűsített kilátáselmélet alapján is ugyanerre a következtetésre jutott ellenben megállapította, hogy az egyszerűsített kilátáselmélet szerinti értékelés alacsony kárvalószínűség esetén nagyobb önrészt von maga után. Kiemelték viszont, hogy nagy valószínűséggel bekövetkező kis károk esetén a kilátás elmélet szerint kisebb önrészt választ a döntéshozó.

4.4.2. Második szemléletmód

A $W - \pi$ vagyont választva referenciapontnak az első szemléletmódhoz hasonló kimeneteleket kapunk ellenben a referenciapont választás miatt már csak három különböző kimenetelt.
Ha nem következik be a kár,nincs változás: a döntéshozónak megmarad a $W-\pi$ vagyona biztosítás vásárlása után, így a referenciaponthoz viszonyított kimenetel 0 lesz. Kárbekövetkezés esetén viszont a kár és a levonandó önrésztől függően két esetet különböztetnek meg. Az önrésznél kisebb kár esetén a döntéshozó p valószínűséggel L nagyságú kárt szenved, viszont a biztosító semmit nem térít meg, így a döntéshozó vagyona $W - \pi - D$ lesz, amit $-D$-nek fog értékelni. Az önrésznél nagyobb kár esetén viszont a döntéshozó pozitívan értékeli a kimenetelt és a referenciaponthoz viszonyított kimenetelt ezáltal $L-D$) nyereségnek értékeli. Tehát az előző vizsgálatokkal ellentétben a három lehetséges kimenetel közül a $W - \pi$ vagyonhoz viszonyítva csak egy esetben negatív.

Az egyszerűsített kilátáselmélet szerint felírt összhasssznosság érzetek a következők a $p = p_D + p_L$ kárvalószínűségek mellett:

Referenciapont: $W - \pi$ vagyonállapot

Kármentesség esetén: 0

Kárbekövetkezés és $L < D$ esetén: $p_D v(-D)$

Kárbekövetkezés és $L > D$ esetén: $p_L v(L - D)$

A kumulatív kilátáselmélet szerint pedig már a harmadik esetben a pozitív kimenetel miatt a pozitív súlyfüggvényt kell alkalmazni:

Referenciapont: $W - \pi$ vagyonállapot

Kármentesség esetén: 0

Kárbekövetkezés és $L < D$ esetén: $\omega^{-}(p_D)v(-D)$

Kárbekövetkezés és $L > D$ esetén: $\omega^{+}(p_L)v(L - D)$

Eckles and Volkman Wise (2011) ebben az esetben is hasonló következtetésre jutott ellenben két fontos eltéréssel. Ha a kumulatív kilátáselmélet alapján értékelünk, akkor $W - \pi$ referenciapont szerint a kockázatkerülő döntéshozó minden esetben teljes biztosítást vásárol, függetlenül a díj mértékétől azaz nem él az önrész lehetőségével. Ellenben az egyszerűsített kilátáselmélet alapján már önrészt is vállal pozitív loading esetén.

5. Összegzés

Dolgozatom során bebizonyosodott, hogy a várható hasznosság elméletéhez hasonlóan a kilátáselmélet felhasználásával is használható következtetéseket lehet levonni a biztosítások közgazdasági modellezésénél. Az elemzések során megfelelően lehet használni a kilátáselmélet diszciplínáit, sőt szemben a várható hasznosság elméletével, a modern pszichológia empíriáival még jobban alá lehet támasztani azt, melyre jó példa a kötelező jellegű biztosítások esete. Ezt mutatja a teljes biztosítási szituáció is, melynél habár a várható hasznosság elvével ellentétes eredményt kaptunk, azonban az eredményeket pszichológiai megfigyelések támasztják alá.
Ellenben fontos kiemelni, míg a várható hasznosság alkalmazásánál egy letisztult és egyszerűen használható, univerzális és bevált módozatról beszélünk, addig a kilátáselmélet bonyolultabb, deskriptyv jellegű, nem teljesen kiforrott rendszer, amit nem alkalmas minden döntési szituáció modellezésére. Erről árulkodik az arányos biztosítási szituáció, melynél a referenciapontot a birtokolt vagyonnak véve a döntések kimenetele nem egyértelmű.
Tehát a kilátáselméletet használható bizonyos biztosítási döntések kiértékelésénél, nem univerzális jellegű, így nincs biztosíték, hogy adott szituációban megfelelő következtetéseket kapunk. Emiatt célszerű a pszichológiai empíriákat és a várható hasznosság elméletét is alkalmazni és mindhárom használatával kiértékelni a döntéseket. Korlátozott használhatóságából kiindulva célszerű több döntési szituációt is megvizsgálni, és kiértékelni az alkalmazhatóságát. Ellenben érdemes lehet mélyrehatóbban megvizsgálni a valószínűségek és egyéb meghatározó feltételek döntésekre gyakorolt hatásának érzékenységét illetve kiterjeszteni az elemzést a biztosítási piac implicit kínálati oldalának vizsgálatára is, azaz figyelembe venni a biztosítók árképzésének fogyasztói döntésekre gyakorolt hatását is.

Hivatkozások

D. L. Eckles and J. Volkman Wise. Prospect theory and the demand for insurance. Working paper, 2011.

M. Friedmann and L. J. Savage. The utility analysis of choices involving risk. *Journal of Political Economyl*, Vol. 56:pp. 279–304, 1948.

M. A. Molnár. A magyar tőkepiac vizsgálata pénzügyi viselkedéstani módszerekkel. Doktori értelezés, 2006. `http://phd.lib.uni-corvinus.hu/11/1/molnar_mark.pdf`, letöltés utolsó dátuma: 2018.05.08.

R. A. Olsen. Behavioural finance and its implications for stock-price voltatility. *Financial Analysts Journal*, Vol. 54:pp. 10–18, 1998.

J. W. Pratt. Risk aversion in the small and in the large. *Econometrica*, Vol. 32:pp. 122–136, 1964.

M. Rabin and R. Thaler. Anomalies: Risk aversion. *The Journal of Economic Perspectives*, Vol. 15:pp 219–232, 2001.

U. Schmidt. Insurance demand and prospect theory. Kiel Working Papers, No. 1750, 2012.

H. Shefrin. *Beyond greed and fear: understanding behavioural finance and the psychology of investing.* Oxford Univ. Press, 2002.

R. J. Shiller. From efficient markets theory to behavioral finance. *The Journal of Economic Perspectives*, Vol. 17:pp. 83–104, 2003.

A. Tversky and D. Kahnemann. Judgment under uncertainty: Heuristics and biases. *Science*, 185:pp. 1124–1131, 1977.

A. Tversky and D. Kahnemann. Prospect theory: An analysis of decision under risk. *Econometrica*, 47:pp. 263–292, 1979.

A. Tversky and D. Kahnemann. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty. *Journal of Risk and Uncertainty*, Vol. 5:pp 297–323, 1992.