Szakdolgozat

Mogyorósi Ráhel Johanna

2018

Budapesti Corvinus Egyetem
Közgazdaságtudományi Kar

Eötvös Loránd Tudományegyetem
Természettudományi Kar

Játékelméleti modellek a pénzügyekben

Bankrohamok kialakulásának megelőzése, valamint a kialakulás esélyének csökkentése

Készítette: Mogyorósi Ráhel Johanna
Biztosítási és pénzügyi matematika mesterszak
Kvantitatív pénzügyek szakirány

2018

Szakszemináriumvezető: Dr. Csóka Péter

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés

A rendszerkockázattal foglalkozó tanulmányoknak napjainkig fontos szerepe van a pénzügyi szakirodalomban. Ennek a fogalomnak alapvető, és nélkülözhetetlen szerepe van, ha pénzügyi rendszerek stabilitásáról és gyengeségeiről beszélünk. Elmondható, hogy a rendszerkockázat széles körben sok témát érintő fogalommá nőtte ki magát az irodalmakban. A pénzügyi szakirodalmon belül a rendszerkockázat egy konkrét részterületét vizsgáljuk, ez pedig a bankszektoron belüli fertőzés problémája. Ezen a szektoron belül is többféle fertőzésről beszélhetünk, dolgozatomban azonban bankrohamokkal, valamit bankroham modellekkel foglalkozom.

A dolgozat során, ha rendszerkockázatról beszélünk, az alatt a banki rendszerkockázatot érthetjük. A előbbiekből adódóan egyszerű, de annál jelentősebb megállapítás, hogy a bankrohamok egyértelműen növelik a rendszerkockázatot és a rendszer gyengeségét is. Ezek mellett fontos lehet az a tény, hogy néha milyen apró, sokszor jelentéktelennek tűnő problémák erős hatást gyakorolhatnak akár egy stabil rendszerre is, ami a rendszer erős érzékenységét vetíti előre számunkra. A bankrendszer törékenysége rámutat arra a problémára, hogy a legváratlanabb helyzetekben is rendszerszintű problémák alakulhatnak ki, még akár olyan esetben is, ha nem beszélhetünk a bankok rossz működéséről vagy felelősségükről sem.

Kutatási kérdésként dolgozatom, játékelméleti modelleken és tanulmányokon keresztül arra keresi a választ, hogy befolyásolható és megelőzhető-e a bankroham modelleken keresztüli kialakulása. Fontos megemlíteni, hogy minél kisebb költségek mellett szeretnénk csökkenteni a bankrohamok kialakulásának esélyét, hiszen magas költségek mellett akár maximálisan fedezhető lenne minden kockázat, azonban így a modellek hitelességüket veszíthetnék. Hipotézisként feltehető, hogy vannak olyan megalkotott módszerek, melyek elősegítik a bankroham kialakulás esélyének csökkentését, vagy adott esetben megszűntetik a kockázatát, azaz megelőzik azt.

A témaválasztás mögött egyrészt az az indoklás áll, hogy a bankok, bankrendszerek, valamint azok vizsgálata meghatározó szerepet játszik mind a hazai, mind pedig a világgazdaságban, így akár a múlt, jelen vagy a jövő tekintetére nézve is releváns elemzési téma lehet. Ezen mellett a bankrohamok kialakulása egy olyan jelenség, amely megfigyelhető a gazdaságban egészen napjainkig, de annak modellezése korántsem olyan egyszerű, mint azt először gondolhatnánk. Ebből adódóan, annak megelőzése vagy a megjelenésére való felkészülés is nehéz kérdés lehet a rendszerszintű problémák elkerülése tekintetében.

A bankrohamok kialakulására való esély csökkentését, valamint esetleges megelőzését meghatározónak tartom a témakörön belül. A téma meglehetősen közel áll a játékelmélet alkalmazásaihoz, így első sorban játékelméleti megközelítésben vizsgálom a bankroham modelleket. Ezek mellett fontos szerepe van még a rendszerkockázati és fertőzéssel kapcsolatos fogalmaknak, valamint a hálózatelemzés módszereinek, hiszen mind a bankok betéteseit, mind maga a bankrendszer is sok esetben modellezhető hálózatok segítségével.

A dolgozat felépítése szerint, a második fejezetben tisztázunk néhány későbbiekben hasznos fogalmat, mind játékelméleti, gráfelméleti és rendszerkockázati szempontból. Ezek után, bemutatásra kerül, a sok tanulmány által felhasznált Diamond - Dybvig (1983) modell, amit klasszikus bankroham modellnek, valamit a későbbiekben alapmodellnek nevezünk majd. Ezt követően vizsgálunk egy az alapmodellre építkező számpéldát, valamint Csercsik Dávid és Kiss Hubert János (2018) kissé más megközelítésű jól felépített és elemzett bankroham modelljét. Ezen néhány modell ismeretében olyan bankroham modelleket nézünk, melyek már rendszerszintű megközelítést adnak a probléma modellezésére. Ez a rész az ötödik fejezet, vagyis a kiterjesztés, ahol tehát bankrendszerre kivetített környezetben vizsgáljuk a bankrohamot, mint jelenséget. Ezt a megközelítést két főbb modellen keresztül vizsgálom, nevezetesen Allen és Gale (2000) és Freixas, Parigi és Rochet (2000) modelljeik alapján. Itt fontos megjegyezni, hogy a modellekben meghatározó szerepet kapnak a hálózati felépítések.

A bankrohammal kapcsolatos szakirodalom egy jelentős részének áttekintése után vizsgáljuk a dolgozat előrevetített kérdését. A hatodik fejezetében a bankrendszer gyengeségeit szeretnénk röviden feltérképezni, ami előre vetíti a hetedik fejezetet, ahol olyan intézkedéseket és megoldásokat keresünk, melyek elősegítik a bankroham kialakulás esélyének csökkentését, vagy adott esetben akár megelőzik annak kialakulását, ezáltal választ adnak a dolgozat fő kérdésére és hipotézisére egyaránt. Mindezek után a kitekintésben beszélünk arról, milyen releváns témákat érdemes még vizsgálni a témával kapcsolatban. Zárásként a kilencedik fejezetben összegezzük az eredményeket és következtetéseket, valamit megválaszoljuk a dolgozatban feltett kutatási kérdést.

2. Módszertan

A téma kijelölése után, fontos szerepe van annak, hogy milyen definíciókat és elméleteket használunk fel a dolgozat során. Ha a bankrohamok témájával foglalkozunk, akkor három, sokszor szorosan összefüggő területről kell fogalmakat tisztáznunk, mielőtt részletesen belemegyünk a téma kifejtésébe és elemzésébe. Ez a három terület a játékelmélet, a hálózatelemzés és a rendszerkockázat.

2.1. Játékelméleti alapfogalmak

A játékelméletet nagy általánosságban két területre oszthatjuk fel, ez a kettő a kooperatív és a nem kooperatív játékelmélet. A két területben közös, hogy a játékosok saját érdekeiket előtérbe helyezik, azonban a kooperatív játékelméletben a kooperáció megjelenése mellett háttérbe szorulnak az ellentétek, nem-kooperatív játékok esetén viszont ez előtérbe kerül. A kooperálás során a játékosoknak fontos közös erővel megoldani a problémát, hiszen ha valamelyik játékosnak nem lenne előnyös az együttműködés, akkor nem venne részt a kooperálásban. Ebből adódik az, hogy semmiképpen nem járhat rosszabbul a probléma megoldása során, mintha egyedül oldaná meg azt. Ez az a tény, ami előrelendíti az együttműködést, hiszen ez megtakarítást jelenthet a felek számára. Jó példa lehet erre a költségek vagy a kockázatok elosztása. Mindezek után előtérbe kerülhetnek az önös érdekek is, hiszen alapvetően minden játékos saját hasznosságát szeretné maximalizálni.

Forgó et al. (2005) tanulmánya alapján, első sorban két fontos fogalomról beszélhetünk. Az első ilyen a racionalitás, ami azt mondja ki, hogy ha egy játékos viselkedése leírható matematikai értelemben optimális döntésekkel, akkor azt a játékost racionálisnak nevezzük. A másik ilyen fontos fogalom pedig aköztudás. Ha minden játékos tudja, hogy egy adott esemény bekövetkezett és minden játékos tud arról, hogy minden játékos tudja, hogy ez az esemény bekövetkezett, akkor az adott eseményt köztudottnak nevezzük. A két megfogalmazást ötvözve beszélhetünk köztudott racionalitásról is, ahol a köztudott megfogalmazásából kiindulva nyilvános információnak tekintjük a racionalitást.

A nem kooperatív játékelmélet fogalmai és definíciói között van néhány, amire a későbbiekben szükségünk lehet. Forgó et al. (2005) alapján, ahhoz hogy legegyszerűbb formában definiálhassunk egy nem kooperatív játékot, ahhoz a stratégia leírására van szükségünk. A játékot három tényezővel adhatjuk meg:

- $N = \{1,\ldots,n\}$ halmazzal, ami a játékosok véges halmazát jelöli,
- $S_1,\ldots,S_n$ halmazokkal, amik a játékosok nem üres stratégiahalmazai,
- $S = S_1 \times \ldots \times S_n$ szorzathalmazon értelmezett f_i: $S \rightarrow \mathbb{R}$ kifizetésfüggvényekkel, ahol $i = 1,\ldots,n$.

Ezeket röviden összegezve, a játékot $G = \{S_1,\ldots,S_n\, ; f_1,\ldots,f_n\}$-vel adhatjuk meg, ahol az S halmaz elemeit stratégiaprofiloknak nevezzük.

Nevezzük csonka stratégiahalmaznak, azoknak a stratégiaprofiloknak a halmazát, melyek valamelyik játékos stratégiáját nem tartalmazzák. Legyen ez a halmaz S_{-i}, ami az i-edik játékos stratégiáját nem tartalmazza. Továbbá, legyen $s_{-i} \in S_{-i}$, ekkor $s = (s_i, s_{-i})$ az a stratégiaprofil, ahol az i-edik játékos s_i stratégiáját játssza, a többi játékos pedig s_{-i}-et. Most nézzük a következő definíciót.

__1. definíció__: A $G = \{S_1, \ldots, S_n; f_1, \ldots, f_n\}$ normál formában adott játékban legyen az s_i , $t_i \in S_i$ az i játékos két stratégiája. Azt mondjuk, hogy az s_i stratégia szigorúan dominálja a t_i stratégiát, ha

$$f_i(s_i , s_{-i}) > f_i(t_i , s_{-i})$$

minden $s_{-i} \in S_{-i}$-re. Hasonlóan, az s_i stratégia gyengén dominálja a t_i stratégiát, ha

$$f_i(s_i , s_{-i}) \geq f_i(t_i , s_{-i})$$

minden $s_{-i} \in S_{-i}$-re.

Egyszerűen fogalmazva, ha az egyik stratégia biztosan nagyobb kifizetéssel jár, mint a másik akkor erősen dominálja, ha pedig a kifizetése nem kisebb, mint a másiké, akkor pedig gyengén dominálja a másik stratégiát.

A dominálás fogalmának tisztázása után térjünk rá a Nash-egyensúlyra. Tekintsünk a $G = \{S_1,\ldots,S_n\, ; f_1,\ldots,f_n\}$ játék megoldásának egy adott s stratégiaprofilt. A Nash-egyensúly megtestesíti azt a stabilitást, hogy tetszőleges i játékos a saját s_i komponensét megváltoztatva s-ből, azzal kifizetését nem tudja növelni. Itt feltesszük azt, hogy a többi játékos az s_{-i} csonka stratégiaprofilt játssza.

2. definíció: Legyen $G = \{S_1, \dots, S_n; f_1, \dots, f_n\}$ egy n-személyes nem kooperatív játék normál formában. Egy s^* stratégiaprofilt Nash-egyensúlypontnak nevezünk, ha a következő egyenlőtlenség fennáll:

$$fi(s_i^*, s_{-i}^*,) \geq fi(s_i , s_{-i}^*)$$

minden $s_i \in S_i$ és minden $i = 1, \dots, n$ esetén.

Ezt a fogalmat a későbbiekben sok tanulmány alkalmazza és használja fel elemzéseihez. Köztük van jó néhány, a dolgozatom szempontjából is fontos bankroham alapmodell is.

2.2. Gráfelméleti alapfogalmak

A bankroham modellek témához sokszor szorosan kapcsolódik a hálózat fogalma, hiszen egy hálózatnak fontos reprezentáló szerepe lehet a felépített modellekben. A bankok rendszerére, de akár a bank betéteseinek kapcsolatára is sok esetben tekinthetünk hálózatként, ami jól szemlélteti számunkra a modell kapcsolatrendszerét. A hálózatok elemzéséhez gráfelméleti alapfogalmakra van szükségünk.

A gráfelméleti alapfogalmakat Wayne L. Winston (2003) Operációkutatás című művéből, valamint Solymosi Tamás (2002) Hálózati optimalizálás című tanulmányából gyűjtöttem össze.

A gráfok olyan matematikai struktúrák, amelyek bizonyos dolgok közötti páronkénti kapcsolatot fejeznek ki. Gráfelméleti problémáknál gyakran elengedhetetlen a szemléltetés az adott feladat elemzéséhez vagy megoldásához.

A gráfokat alapvetően két csoportra oszthatjuk, irányított és irányítatlan gráfokra. Ha olyan gráfokat vizsgálunk, melyek irányítatlanok, azok mindig egyfajta szimmetrikus kapcsolatot jelenítenek meg. Ilyen például, ha két betétes kölcsönösen kapcsolatban áll egymással, ismerik egymást. Ezzel ellentétben egyirányú kapcsolatot jelöl az az eset, ha egy gráf irányított. Erre jó példa lehet, ha egy bank forrást nyújt egy másik banknak. Ez irányított éllel jól reprezentálható egy adott gráfban. Az i és j csúcsok közötti irányítás nélküli élt $\{i, j\}$-vel, míg irányított él esetén (i, j)-vel jelöljük.

Két szimbólum halmaz van, melyek meghatároznak és definiálnak egy gráfot. Az előbbiekben már említett élek és a csúcsok halmaza.

3. definíció: Az él egy csúcspontokból álló rendezett pár, amely megadja a két csúcspont közötti mozgás vagy áramlás lehetséges irányát.

Vagyis, ha megfigyelünk egy hálózatban szereplő két csúcsot, legyen az egyik j a másik pedig k, valamint egy köztük húzódó (j, k) élt, akkor ez az él reprezentálja a j csúcspontból a k csúcspontba való elmozdulás lehetőségét. Ha nem irányított élekről beszélünk, abban az esetben az előbbiek értelmében ez visszafelé is működik.

4. definíció: Egy gráfban két csúcsra akkor mondjuk, hogy szomszédosak, ha van olyan él, aminek ők a végpontjai, két élre pedig akkor, ha van közös végpontjuk.

5. definíció: Ha egy irányított él végpontja egy másik irányított él kezdőpontja, akkor a két él nem csak szomszédos, de csatlakozó is.

6. definíció: Lánc alatt élek egy olyan sorozatát értjük, amelyben az egymást követő bármely két élnek egyetlen közös csúcsa van.

7. definíció: Az út egy olyan lánc, amelyben (az utolsó él kivételével) mindegyik él végpontja azonos a sorozatban következő él kezdőpontjával.

Ez a pár egyszerű fogalom a gráfelmélet alapjait szolgálja, jó néhány területen hasznos alapot nyújt az elemzésekhez és a megoldások kifejtéséhez, valamint dolgozatom során is szükség lesz rájuk néhány modell megértéséhez.

2.3. Rendszerkockázati alapfogalmak

A rendszerkockázat és a fertőzés fogalma szorosan összefüggnek egymással. Mielőtt rátérnénk ezek definiálására, tisztázzuk a kockázati mérték és a koherens kockázati mérték fogalmát.

Egy véletlen jövőbeli eseményt kockázatnak nevezünk, ha az ismert valószínűség-eloszlással rendelkezik. Ebből az következik, hogy a kockázat mérhető lesz, és a kockázatot általában a kockázati mérték segítségével mérhetjük. A kockázatos eszközre tekintsünk úgy, mint egy valószínűségi változó, hiszen ez és ennek eloszlása pont a lehetséges kimeneteleket és a hozzájuk tartozó valószínűségeket fogja tartalmazni.

Balog et al. (2011) alapján, legyen $\mathcal{X}$ a valószínűségi változók halmaza, ekkor a következőképp definiáljuk a kockázati mértéket:

8. definíció: Egy ρ: $\mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ függvényt kockázati mértéknek nevezünk.

Itt $X \in \mathcal{X}$ egy kockázatos eszköz és a definíció szerint, a kockázati mérték minden kockázatos eszközhöz hozzárendel egy számot, vagyis megadja annak kockázatát.

Ez a definíció tehát egy egyértelmű hozzárendelés, amely egy tetszőleges valószínűségi változóhoz egy valós számot rendel hozzá. Ez egy kicsit általánosnak tűnő, és sokszor nem elég behatárolt, így gyakori, hogy különböző kikötéseket és feltételeket tesznek fel a kockázati mértékre. Egy ilyen gyakran használt mérték a koherens kockázati mérték. Csóka et al. (2009) tanulmányukban foglalkoznak koherens kockázati mértékkel, melynek definícióját Artzner et al. (1999) alapján határozunk meg.

9. definíció: Legyen a folytonos valószínűségi változók halmaza $\mathcal{X}$. Egy ρ: $\mathcal{X} \rightarrow \mathbb{R}$ kockázati mértéket koherensnek nevezünk, ha

1. Monoton, vagyis minden $X,Y \in \mathcal{X}$ esetén, ha $Y \geq X$, akkor $\rho(Y) \leq \rho(X)$,
2. Szubadditív, vagyis minden $X,Y \in \mathcal{X}$ estén, $\rho(X+Y) \leq \rho(X)+ \rho(Y)$,
3. Pozitív homogén, vagyis minden $X \in \mathcal{X}$ és $h \in \mathbb{R}_{++}$ esetén, $\rho(hX) = h\,\rho(X)$,
4. Eltolásinvariáns, vagyis minden X, $A \in \mathcal{X}$ esetén, $\rho(X + A) = \rho(X) - a$, ahol A egy konstans valószínűségi változó és $P(A = a) = 1$.

Az, hogy a kockázati mértéknek monotonnak kell lennie, azt jelenti, hogy ha az egyik eszköz többet hoz, mint egy másik, akkor az előbbinek kisebb a kockázata, ami azt eredményezi, hogy kevesebb lesz az a tőke is, amit biztonsági tőkeként érdemes tartani mellette. A szubadditivitás feltétele azt fejezi ki, hogy ha két eszközt veszünk egy portfólióba, akkor azok együttes kockázata kisebb kell, hogy legyen, mintha külön vennénk a két eszköz kockázatát, majd vennénk azok összegét. A pozitív homogenitás azt mutatja meg, hogy méretarányosan változik a portfólió kockázata. Továbbá a koherens kockázati mérték elvárja még azt a tulajdonságot is, hogy ha egy a értékű kockázatmentes eszközt hozzáadunk a portfólióhoz, akkor annak kockázata pontosan a-val fog csökkenni. Ezt a tulajdonságot eltolásinvariánsnak nevezzük.

A kockázat alapfogalmainak tisztázása után rátérünk a rendszerkockázatra és a fertőzés fogalmára. A rendszerkockázat és a fertőzés tagadhatatlanul szoros kapcsolatban állnak egymással, sok tanulmány többféleképp definiálja a két fogalmat. De Bandt – Hartmann (2000) alapján a fertőzés az az esemény, amikor valamilyen negatív hatás ér egy pénzügyi intézményt (ez akár az intézmény csődjét is jelentheti), és ez jelentős hatást gyakorol más intézményekre is. Ha ehhez a fogalomhoz viszonyítjuk a rendszerkockázat fogalmát, akkor a rendszerkockázat ezen esemény kockázata lesz.

A szerzőpár a rendszereseményt szűkebb és tágabb értelemben is definiálja, hiszen a rendszerkockázat rendszereseményekből épül fel. Ha a szűkebb értelmezésről beszélünk, akkor az alatt azt értjük, hogy egy intézményről rossz hírek terjednek a piacon, aminek negatív hatása van egy, vagy akár több intézményre vagy piacra nézve is. Ez a negatív hatás számos esetben csődöt jelenthet az érintett intézmények számára. A tanulmányban megjelenik a gyakran fertőzés szinonimájaként használt dominóhatás fogalma, amely valamely intézmény csődjéből továbbterjedő hatást jelent. Ha tágabb értelmezésben használjuk a rendszeresemény fogalmát, akkor ez már magába foglalja az egész rendszert érintő negatív események hatását, ami piacokra és intézményekre is továbbterjed.

A szerzők továbbá megkülönböztetnek erős és gyenge eseményt. Itt azt vizsgálják, hogy milyen hatással van a kezdeti sokk azokra az intézményekre, amelyek közvetlen kapcsolatban állnak a sokkot kiváltó intézménnyel. Ha ebben a második körben egy piac vagy intézmény a kezdeti sokk hatására csődbe megy, akkor erős eseményről beszélünk. Ellenkező esetben, ha a sokknak negatív hatása van ugyanaz érintett intézményekre, de nem okoz csődöt számukra, akkor gyenge eseményről beszélhetünk.

Dolgozatom talán legfontosabb fogalmának tekinthető a bankroham fogalma. Egységes definíciót nehéz megállapítani, hiszen sokan sokféleképpen definiálják a bankroham jelenségét. Általánosan elmondható, hogy a felépített modellek külön-külön határozzák meg, hogy az adott rendszerekben mit tekintünk bankrohamnak. Sajátos megközelítésben, a bankrohamok a betétesek várakozásain alapuló, olyan jelenségek, ahol a betétesek egy csoportja pénzét közel egyidejűleg veszik ki a bankból. Kiváltó oka számtalan problémából eredhet, valamint valótlan hírek és problémák is önbeteljesítő hatással alakíthatják ki. Későbbiekben több szerző megfogalmazását is vizsgáljuk majd.

3. Klasszikus bankroham modell

A bankroham témához kapcsolódó szakirodalom alapjául a Diamond-Dybvig (1983) modell szolgál, melyre napjainkig hivatkoznak, valamint építenek későbbi tanulmányokban. A szerzők megfogalmazása alapján, akkor beszélhetünk bankrohamról, ha a betétesek attól félnek, hogy a bank csődbe megy, így tömegesen igyekeznek kivenni pénzüket a bankból. Ha a lehívás mennyisége elér egy adott szintet, akkor a banknak elfogynak a likvid eszközei és a folyamat arra kényszeríti a bankot, hogy likvidálja az egyébként illikvid eszközeit is. Ez veszteséget jelent a bank számára, és egy kritikus szint után csődbe megy. Fontosnak tartom megemlíteni, hogy ez nem feltétlen kell, hogy valós információk alapján történjen. A befektetőknek lehetnek nem teljes, hiányos vagy kifejezetten téves információik, melyek alapján a pénzük kivétele mellett döntenek, és amely elindítja a bankroham folyamatát. A klasszikus modellben tehát a betétesek kezdeti feltételezése, miszerint a bank csődbe fog menni, önbeteljesítően hat, vagyis a bankrohamot a betétesek várakozásaiban bekövetkező változások okozzák, ami azt eredményezi, hogy az egyébként jól működő bankok is csődbe mehetnek a téves vagy hiányos információk hatására.

Egy jól működő bank feladatai közé tartozik, hogy az illikvid befektetéseket mindig képes legyen likvid forrásokká transzformálni, hiszen ez egyfajta biztosítást nyújt a betéteseknek. Ezek mellett viszont épít arra a tulajdonságra, hogy befektetői különböző időpontokba igénylik pénzüket fogyasztás céljából, ezért nem szükséges egyszerre mindent likvid eszközökben tartania. Ez a rendszer viszont csak akkor működik, ha a bank és az ügyfelek, befektetők között jól működő és hosszú távon is fenntartható bizalom alakul ki. Mindez alatt azt értjük, hogy minden befektető csak akkor veszi ki betéteit a bankból, ha arra fogyasztás szempontjából tényleg szüksége van. Ez a feltétel nem teljesül a bankroham kialakulásakor, így a vizsgált Diamond és Dydvig modellben lehetőség adódik egy bankroham egyensúly kialakulására, ahol olyan betétesek kezdik megszűntetni betéteiket, akiknek lényegében nem lenne szükségük rá.

Fentebb már megjegyeztem, hogy a későbbi modellek jelentős részénél meghatározó szerepet játszott a szóban forgó modell, amit a későbbiekben alapmodellként is emlegetünk. Calomiris és Kahn (1991) tanulmány szintén a látra szóló betétek előnyeit és hátrányait helyezi előtérbe az alapmodellhez hasonlóan. Ezek mellett Chen (1999) modellje valóban épít a fent említett központi szerepű klasszikus bankroham modellre, így hasonló felépítésű annyi különbséggel, hogy a szintén Diamond és Dydvig modellre alapozó Chari-Jagannathan (1988) cikkéhez hasonlóan aszimmetrikus információt vezet be a modellbe.

3.1. A modell

Az alap modell egybankos környezetben a bankroham kialakulásának valószínűségét vizsgálja, ahol a gazdaságot nagyon leegyszerűsítve reprezentáljuk. A gazdaság szereplői vagy a bankon keresztül, vagy közvetlenül vesznek részt a gazdaságban. Dönthetnek tehát arról, hogy befektetőként a bankba teszik pénzüket, vagy a rendelkezésükre álló vagyonukat költségmentesen, a bank közrejátszása nélkül tartalékolják. Három periódust vizsgálunk az egybankos rendszerben, ahol a három periódusból az első a kezdeti állapot. Ez legyen T=0, ahol minden fogyasztó azonos és ahol mindenkinek egy egységnyi vagyon felhasználásáról kell döntenie. Itt dönthetnek tehát arról, hogy befektetőkké válnak-e, vagy befektetés helyett költségmentesen tartalékolnak. További két fogyasztási periódust vizsgál a modell, ezek T=1 és T=2. Mivel két fogyasztási periódus van, így ebből következően két eltérő típusú fogyasztót különböztethetünk meg. Az első típusút, aki az első időszak végén szeretné pénzét fogyasztásra felhasználni, vagyis ha befektetőről beszélünk, akkor T=1 végén kiveszi pénzét a bankból. A második típusú fogyasztó pedig az, akinek csak T=2 végén van szüksége pénzére, tehát a befektetők csak ekkor szüntetik meg betéteiket. Ha valamelyik játékos a második típusú fogyasztók közé tartozik, ezáltal pénzét a második időszak végéig a bankban tartja, akkor ez számára T=2-ben szigorúan R>1 hozamot eredményez. Ha viszont T=1 végén kiveszi pénzét, akkor csak a kezdőbefektetést kapja vissza. Az, hogy melyik fogyasztó melyik kategóriába tartozik, T=1-ben derül ki. Nézzük a következő táblázatot, ami a fogyasztásra rendelkezésre álló vagyont mutatatja az idő és a fogyasztó típusa függvényében, abban az esetben, ha a fogyasztó bankba fekteti kezdeti vagyonát.

<table>
<tr><th colspan="2">T=0</th><th>T=1</th><th>T=2</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Befektetők</td><td>1. típusú</td><td>1</td><td>0</td></tr>
<tr><td>2. típusú</td><td>0</td><td>R</td></tr>
</table>

1. táblázat: Fogyasztásra rendelkezésre álló vagyon az idő és a fogyasztó típusa függvényében, betétesek esetén.

Fontos megjegyezni, hogy a fogyasztók számára a már korábban említett lehetőség is fennáll, miszerint nem kell, hogy bankba fektessék a rendelkezésükre álló egységnyi pénz, azt költségmentesen raktározhatják is. Ez azt jelenti, hogy pénzükért semmilyen kamatot nem kapnak majd, egyszerűen csak T=1-ben kiderül, hogy milyen típusú fogyasztóról van szó, és eszerint költi fogyasztásra pénzét vagy az első vagy a második időszakban. Ebben az esetben tehát az előző táblázat a következőképpen néz ki:

T=0		**T=1**	**T=2**
Raktározók	1. típusú	1	0
	2. típusú	0	1

2. táblázat: Fogyasztásra rendelkezésre álló vagyon az idő és a fogyasztó típusa függvényében, raktározók esetén.

Mivel az, hogy milyen típusú fogyasztóról beszélünk csak T=1-ben derül ki, az előző két táblázatból jól látszik, hogy az első táblázat gyengén dominálja a másodikat, azaz ha a bank közvetítését használva, kezdő vagyonunkat betétbe helyezzük, akkor az semmiképpen nem rosszabb mint raktározni, sőt az R>1 tulajdonság miatt a 2. típusú fogyasztónak T=2-ben még jobb is. Így a modell során feltételezhetjük, hogy minden szereplő bankba helyezi kezdeti vagyonát.

A fogyasztók várható hasznosságukat szeretnék maximalizálni, a modell fontos része a fogyasztói közömbösségi görbék meghatározása. Legyen c_T egy fogyasztó által a T-edik periódusban megszerzett javak. Ekkor a következők állnak fenn a hasznossági függvényre:

$$U(c_1, c_2; \Theta) = \begin{cases} u(c_1), & ha\ a\ fogyasztó\ 1.\, típusú \\ \rho u(c_1 + c_2), & ha\ a\ fogyasztó\ 2.\, típusú \end{cases}$$

- $1 \geq \rho > R^{-1}$
- Θ az információktól függő állapot

Ennek a hasznosságfüggvénynek további feltételeknek kell még eleget tennie, részletesen lásd Diamond-Dybvig (1983) tanulmányban.

A szerzők először egy versenyzői piacot vizsgálnak, ami alatt azt értjük, hogy a fogyasztók nem a bankon keresztül fektetnek be, hanem közvetlenül birtokolják az eszközöket, és közvetlenül fektetnek a technológiába. Mivel a hozamok konstansok, ezért minden ár egyértelműen meghatározott. T=1 ára 0-ban 1 és T=2 ára 0-ban és 1-ben R^{-1}

lesz. Ebben az esetben minden betétes a $c_1=1$ és $c_2=R$ egy pozitív lineáris kombinációját fogja fogyasztani, a hasznosságukat pedig akkor maximalizálják a kompetitív piacon, ha az 1. típusú betétes mindig kiveszi a pénzét az első időszak után, a 2. típusú pedig sosem.

Legyen egy t ϵ (0,1) együttható az 1. típusú fogyasztók aránya az összes fogyasztó között, és figyeljük meg azt az esetet, amikor a bank is szerepet játszik a modellben, tehát a szereplők a bankba fektetik pénzüket, majd utána derül ki T=1-ben, hogy melyik fogyasztói típusba tartoznak. Ha ez a t megfigyelhető lenne, akkor a cikk szerint a fogyasztók között létrehozható egy olyan biztosítási szerződés, amely optimális kockázat- és vagyonelosztás nyújt számukra. Legyen tehát most a t kívülről megfigyelhető, és jelölje c_k^i azt a fogyasztást, ahol az i a fogyasztó típusát, a k pedig a periódusszámot jelöli. Továbbá a * jelentse az optimális esetet, ami mellett a következők teljesülnek:

1. $c_1^{2*} = c_2^{1*} = 0$
2. u’(c_1^{1*}) = ρRu’(c_2^{2*})
3. tc_1^{1*}+((1-t)c_2^{2*}/R) = 1

Az első egyenlet azt biztosítja a modellben, hogy optimális esetben minden fogyasztó akkor veszi ki pénzét, mikor arra szüksége van. A második egyenlet azt mutatja, hogy a 1. típusú fogyasztó határhasznossága megegyezik a 2. fogyasztóénak ρR-szeresével. A technológia felépítése miatt, a c_1^{1*} mindenképp kisebb, mint c_2^{2*}, a határhasznoknak pedig csökkenőnek kell lenniük. A második egyenletben tehát, az 1. típusú fogyasztóhoz tartozó határhasznosság mindenképp nagyobb lesz, mint a 2. típusúé, ami csak úgy teljesülhet, ha ρR-es szorzó nagyobb, mint 1 (ρR > 1). A harmadik egyenlet egyfajta költségvetési korlátot ír le a kezdeti befektetésre vonatkozóan.

A korábbiakban említett versenyzői megoldáson javítani tudunk, ha figyelembe vesszük az előbbi három egyenletet, valamint a modell minden más feltételezését. Ekkor fennáll a következő egyenlőtlenség:

$$1 < c_1^{1*} < c_2^{2*} < R.$$

Nagyon úgy néz ki, mintha ezen egyenlőtlenség teljesülésével a 2. típusú fogyasztó rosszabbul járna a korábbi versenyzői megoldáshoz képest, ahol c_2^{2*}= R szerepelt. Ennek ellenére a kockázat és fogyasztás elosztásán javítani tudunk. T=0-ban még senki nem ismeri a típusát, hasznosságmaximalizálásról van szó, valamint ismert a t. Mindezek mellett, a fogyasztóknak attól való félelmük, hogy 1. típusúak lesznek, bőven elég lesz arra, hogy fogyasztásuknak egy részéről lemondjanak. Vegyük észre tehát, hogy ezt az optimális leosztást csak a bank segítségévek tudjuk elérni, vagyis azzal a tulajdonságával, hogy mindig képes lesz likviditást nyújtani, ha a fogyasztóknak szükségük van arra. Ennek a legkézenfekvőbb példája a látra szóló betétszerződés.

Modellünkben a látra szóló betét egyfajta szerződésként jelenik meg, ahol a szerződések lényege, hogy a betétesek bármikor hozzájuthatnak a pénzükhöz, és T=0-ban elhelyezett betéteikért T=1-ben egy fix r_1 kamatot kapnak minden egység után. Most feltesszük, hogy a „sequential service constraint” fennáll, ami alatt a szerzők egy szekvenciális kiszolgálást értenek. Ez azt jelenti, hogy a bank kifizetése egy adott fogyasztónak csak az ügyfél sorban elfoglalt helyétől függ, vagyis nem függ attól, hogy hányan várnak az aktuális ügyfél mögött még a kifizetésre.

Jelölje most V_i az i-edik periódus kifizetésfüggvényét. Ezek a két periódusban a következőképpen alakulnak:

$$V_1(f_j; r_1) = \begin{cases} r_1, f_j < r^{-1} \\ 0, f_j \geq r^{-1} \end{cases}$$

$$V_2(f; r_1) = \max(R(1 - r_1 f)/(1 - f), 0),$$

ahol f_j a j-edik betétes előtt kifizetett betétesek számát jelöli az összes betéteshez viszonyítva, valamint f azt a számot jelöli, ahányan ki akarják venni pénzüket a bankból, vagyis a visszavont betétek száma. Ebből az következik, hogy ha $f_j \geq r^{-1}$, vagyis r^{-1}-nél többet fizetett ki a bank az aktuális betétes előtt, akkor nincs elegendő likviditása a banknak ahhoz, hogy megkapja a betétéért járó kifizetést, vagyis T=1-ben járó r_1–et. Ekkor persze előfordulhat az is, hogy T=2-ben semmit nem kapunk.

A modell felépítése tehát hamar közkedveltté vált a témában, azonban a sok feldolgozás között akadt jó néhány olyan is, melyek nem, vagy csak részben értettek egyet néhány dologban. Ilyen például az egyensúlyok kérdése. Az alapmodell két külön egyensúly állít elő. Ezt a többszörös egyensúly létezését több szerző is elutasítja majd a későbbiekben. Ilyen a korábban már említett Chen (1999) valamint Chari-Jagannathanhez (1988) is, ahol a szerzők megállapítják, hogy mindig kialakulhat bankroham a modellben, és ehhez hasonlóan, hogy minden egyensúlyban benne van a pánik lehetősége. Nézzük most meg azt, hogy az alapmodellünknél hogyan alakul ki az előbbiekben említett két egyensúlyi állapot.

3.2. Egyensúlyok

A fent ismertetett modellben két egyensúlyt különböztetnek meg a szerzők, egy jó és egy rossz egyensúlyt. Ha az előbbiekben ismertetett betétszerződés mellett teljes információ van, akkor ez optimális kockázatmegosztást eredményez. Ez lesz a modell jó egyensúlya, ahol csak azok veszik ki pénzüket a bankból, akiknek ténylegesen szükségük van rá, vagyis T=1-ben a betét egységére fizetett fix összeg megegyezik az első típusúak optimális fogyasztásával, $r_1 = c_1^{1*}$. Ezt a kifizetésfüggvényekbe helyettesítve, valamint a költségvetési korlátot alkalmazva megkapjuk, hogy f=t, ami ténylegesen azt jelenti, hogy azok veszik ki pénzüket, akiknek arra valóban szükségük is van.

A másik egyensúly a rossz egyensúly, vagy bankroham egyensúly lesz. A szerzők szerint a bank a betétszerződésekkel, vagyis azzal a tulajdonsággal, hogy bármikor tud likviditást nyújtani, sérülékennyé válik. Ez egy általánosan kedvezőtlen egyensúly kialakulását teszi lehetővé. Ebben az esetben $r_1 > 1$, vagyis a betétek névértéke nagyobb, mint az eszközök likvidálási értéke. Ekkor az ügyfelek pánikszerűen megpróbálják minél előbb kivenni pénzüket a bankból az első időszak végén, vagyis nem csak az 1. típusú fogyasztók szüntetik meg betéteiket. Vegyük észre, hogy $r_1 = 1$ esetén ez a probléma még nem áll fenn, hiszen ekkor $V_1 < V_2$, így a 2. típusú fogyasztók még nem akarják kivenni betéteiket. Ez a korábbiakban már bemutatott versenyzői megoldást eredményezi. Nézzük most a V_1 feltételét, miszerint akkor tudja a bank az r_1 et kifizetni betéteseinek, ha az $f_j < r^{-1}$ egyenlőtlenség fennáll. Mivel f_j egy arányszám, mégpedig a j-edik betétes előtt kifizetett betétesek számát jelöli az összes betéteshez viszonyítva, ezért ez nem lehet 1-nél nagyobb. Ha tehát $r_1 \leq 1$, akkor a feltétel teljesülhet, így nem alakul ki bankroham. Ezáltal itt az $r_1 > 1$ a bankroham kialakulását jelenti. Ekkor a bank az eredetileg illikvid eszközeit likviddé alakítja át, hogy azok hozzáférhetőek legyenek a fogyasztók számára. Ezt azonban a bank csak veszteséggel tudja megtenni, hiszen a betétek névértéke nagyobb, mint a banki eszközök likviditási értéke. Ha túl sok olyan szereplő van tehát, aki a pánik során meg akarja szüntetni betétét, akkor ez a bank csődjéhez vezethet.

A következő táblázat a lehetséges eseteket és egyensúlyokat foglalja össze. Az f érték alakulásától függ az, hogy melyik egyensúly alakul ki a modellben. Így könnyen látszik, hogy egy rossz hír hallatán, akár igaz akár nem, megnőhet a hajlandóság arra, hogy a fogyasztók a bankot megrohamozva meg akarják szüntetni betéteiket független attól, hogy erre valóban szükségük van-e vagy sem.

r_1	f=t	f > t
$r_1 > 1$	jó egyensúly	bankroham
$r_1 = 1$	versenyzői megoldás	-
$r_1 \leq 1$	ekkor $c_1^{1*} < 1$, nem optimális	ekkor $c_1^{1*} < 1$, nem optimális

3. táblázat: A modell lehetséges kimenetei és egyensúlyai.

Diamond és Dybvig (1983) modelljében láthatjuk, hogy a bankok azzal, hogy képesek az illikvid eszközöket likviddé transzformálni, egyfajta biztosítást nyújtanak a betéteseknek, arra, hogy mindig akkor szüntethessék meg betéteiket, amikor szükségük van rá. Ez viszont a bakokat sérülékennyé teszi, így ahhoz, hogy jól működjenek, bizalomra van szükségük ügyfeleiktől. A modellben jól látszik, hogy ennek hiánya bankrohamot, valamint a bank számára csődöt is jelenthet. Ez a bizalom viszont az ügyfelek részéről könnyen megdönthető, ha rossz híreket hallanak, függetlenül attól, hogy azok igazak-e vagy sem. A cikkből jól levonható következtetés, hogy a modellben a bankról terjedő információk, melyek befolyásolják a betétesek döntéseit, mondhatni feltételek nélkül határozzák meg a kimenetelt, valamint, hogy az ügyfelek bizalmának fenntartása kulcsfontosságú a bank szempontjából tekintve.

Az előbbiekben bemutatott alap modellt számos irodalom használja alapul további elemzésekhez, modellek létrehozásához. Erre jó példa lehet Mark Gertler és Nobuhiro Kiyotaki (2013) szerzőpár cikke, akik a banki stabilitáshoz egy keretet adva a likviditást és bankrohamokat helyezik előtérbe. Vizsgálják a bankroham egyensúly kialakulását, valamint az előre megjósolt bankrohamok önbeteljesítő hatását is. Érdekes kérdés lehet, a kognitív képességek hatása a betétesek döntéseiben, amivel Kiss, Rodriguez-Lara és Rosa-García (2016) foglalkoztak, a bankrohamok és azok kialakulása, valamit elkerülése kapcsán. A kognitív képességek vizsgálata egy korábbi tanulmányukban is megjelenik, melyet a következő fejezetben részletesebben is vizsgálunk.

4. Bankroham modellek

Az előző fejezetben bemutatásra került a bankroham modellek alapjául szolgáló klasszikus bankroham modell, vagyis Diamond és Dydvig (1983) modellje, ami témáját tekintve korszakalkotó alkotásnak számított. Számos tanulmány készült még a témában, melyek akár más megközelítésben vizsgálták a bankrohamok kialakulását, vagy akár továbbfejlesztettek, vagy kiterjesztettek korábbi modelleket. A klasszikus bankrohamokhoz sorolható még Postlewaite és Vives (1987) tanulmánya, amely a felépített modellben szereplő betétesek pénzkivételének valószínűségére helyezi a hangsúlyt.

4.1. Egy bankroham játék

Korábban már láttuk, hogy a betétesek pénzügyi döntései elengedhetetlenül fontos szerepet játszanak a bankok életében. Most nézzük meg Kiss, Rodriguez-Lara és Rosa-García (2015) cikkét, azon belül egy bankroham játékot.

4.1.1. A játék

A következő modell legyen egy egybankos rendszer, ahol három fogyasztó, betétes van. Ebből két betétes legyen türelmes, egy pedig türelmetlen. Ezek a szereplők alkotják a bankrendszert. Legyen a pénznemünk a kísérleti közgazdaságtanban használt pénznem, ECU, vagyis „experimental currency unit". Három időszakot vizsgálunk t={0,1,2}. A szereplők t=0-ban 240 ECU-t helyeznek a bankba, ami azt jelenti, hogy fejenként 80 ECU-t ruháznak be. A t=1 időszakban a betétesek megszüntethetik betéteiket likviditási költségek nélkül, vagy dönthetnek úgy, hogy megtartják azokat a 2. időszakig. Ha egy betétes a pénz kivétele mellett dönt t=1-ben úgy, hogy előtte maximum egy betétes vette ki pénzét akkor, 100 ECU-t kap, viszont ha előtte már mindkét másik betétes kivette pénzét, akkor 240-(2*100)= 40 ECU-t kap. Azok a betétesek, akik a második periódusig bennhagyják pénzüket a bankban, azoknak a kifizetésük is függ attól, hogy a többiek hogyan döntöttek. Ha csak egy olyan betétes van, aki benntartja a pénzét a második időszakig, akkor ő t=2-ben 60 ECU-t kap, ha azonban mindkét türelmes fogyasztó vár a pénzkivétellel t=2-ig, akkor ők 280 ECU-t kapnak, azaz 80 ECU-t és annak kamatait, szóval fejenként 140 ECU-t.

Fontos megjegyezni, hogy a betétesek t=1-ben döntenek arról, hogy pénzüket benntartják-e a bankban a következő periódusig. Ezeket a döntéseket egymás után hozzák meg, ezek sorrendjét pedig exogén módon határozzuk meg. Egy adott játékos vagy látja, hogy az előtte döntő betétesek hogyan döntenek, vagy sem, viszont azt is tudja, hogy az utána következő betétesek látják-e döntését, ezek az információk t=1-ben derülnek ki. Köztudomású továbbá, hogy pontosan két türelmes és egy türelmetlen játékos van a modellben, valamint a korábban vizsgált Diamond – Dybvig (1983) modellt követve az türelmetlen játékos t=1-ben mindenképp kiveszi pénzét. Vegyük észre, hogy a türelmes játékosnak akkor éri meg benntartani pénzét a bankban, ha a másik türelmes is ugyancsak benntartja azt.

4.1.2. Információ és bizonytalanság

Vizsgáljuk a modellt abból a szempontból most, hogy melyik játékos milyen információval rendelkezik, és ekkor milyen döntést hoz. Legyen i, j $\in\{1,2,3\}$ és j > i, ahol i és j két betétest jelöl. A modellben az információ struktúrát nem más, mint a betétesek közötti élek halmaza határozza meg. Ha tehát a j-edik játékos megfigyeli az i-ediket, és ezt az i-edik tudja is, akkor ezt az információt a hálózatban a közöttük lévő éllel jelöljük. Egy teljes hálózatban tehát minden él létezik, ezt az (12, 23, 13) jelöléssel jelöljük. Előfordulhat az is, hogy csak csúcspontok vannak a hálózatban (ahol a csúcspontok a játékosokat jelölik), ez az üres hálózat, ahol nem található egy él sem. Vegyük észre, hogy az előbbi feltételek mellett a modellben összesen nyolc hálózat létezik: (12, 23, 13), (12, 23), (12, 13), (13, 23), (12), (13), (23) és (∅).

Az információ struktúra mellett, fontos a modell szempontjából a bizonytalanság vizsgálata a különböző esetekben, így most nézzük meg a negyedik táblázatot.

Megfigyelhető	Információ	Stratégiai bizonytalanság
Mindkét betétes korábbi döntése	Mindkettő kiveszi pénzét	Nincs
	Egyik kiveszi, másik bennhagyja pénzét	Nincs
Csak az egyik betétes korábbi döntése	Kiveszi a pénzét	Van
	Bennhagyja a pénzét	Nincs
Semmi	Nincs információ	Van

4. táblázat: Stratégiai bizonytalanság egy türelmes betétes szemszögéből.

Korábban már említettük, hogy a türelmetlen betétes mindenképp kiveszi pénzét az első időszakban a bankból, ez köztudomású a többi játékos számára is. Láttuk továbbá, hogy a két türelmes betétesnek az érné meg a legjobban, ha mindketten várnának a második időszakig. Döntésük tehát függ egymás döntésétől. Nézzük a harmadikként döntő türelmes betétes döntésével kapcsolatos bizonytalanságát. Ezt a negyedik táblázat mutatja. Ha mindkét betétes döntését látja, abban az esetben el tudja dönteni, hogy mikor jár a legjobban, akkor is, ha azt látja, hogy mindketten kivették pénzüket, és akkor is, ha azt, hogy egyik bennhagyta, másik viszont kivette pénzét a bankból.

Ha csak az egyik betétes korábbi döntését látja, és azt tapasztalja, hogy valaki előtte bennhagyta pénzét a bankban, akkor biztos lehet benne, hogy a másik türelmes volt az, hiszen köztudott, hogy a türelmetlen kiveszi pénzét az első időszakban. Ekkor tehát nincs stratégiai bizonytalanság, hiszen ő is szintén vár a második időszakig. Ezekkel ellentétben, ha csak azt látja, hogy egy betétes kiveszi pénzét, akkor nem tudhatja, hogy a türelmes, vagy a türelmetlen betétes döntését figyelte meg, ekkor stratégiai bizonytalanság alakul ki. Ezek után még egy lehetséges eset fordulhat elő, mégpedig az, ha a türelmes betétes semmit nem tud megfigyelni, ekkor szintén stratégiai bizonytalanság van a modellben.

4.1.3. Következtetés

Nézzük a következő állítást:

1. állítás: A harmadik pozícióban döntést hozó betétesnek domináns stratégiája van, ha türelmes, és függetlenül attól, hogy mit figyel meg, érdemes bennhagynia a pénzét a bankban.

Az fentiekben bemutatott modell alapján ez az állítás könnyen belátható.

1. bizonyítás: Függetlenül attól, hogy a harmadikként döntést hozó betétes mit figyel meg a játék során, két lehetséges eset után hozza meg döntését. Egyik eset az, ha előtte a türelmetlen játékos kivette pénzét a bankból, a türelmes viszont nem. Másik pedig az, ha mindkét előtte döntő betétes megszünteti betétét. Figyeljük most meg, milyen kifizetésekkel jár ez a két eset. Az első esetben, ha kiveszi pénzét, akkor 100 ECU-t kap, még ha nem veszi ki, akkor 140 ECU-t. A másik esetben pedig, ha kiveszi a pénzét, akkor 40 ECU-t, ha viszont a második időszakig benntartja pénzét a bankban, akkor 60 ECU-t kap. A kifizetések alapján tehát megállapítható, hogy a harmadikként döntést hozó türelmes betétesnek domináns stratégiája van, mégpedig az, hogy a bankban hagyja pénzét, hiszen mindenképp nagyobb kifizetéshez jut ekkor.

4.1.4. További feltevés és következményei

A Kiss, Rodriguez-Lara, Rosa-García (2015) cikkben a szerzők egy fontos feltevéssel élnek, mégpedig azzal, hogy a harmadikként döntő játékos tudja saját magáról, hogy ő dönt utoljára, vagyis azt, hogy előtte már ketten döntöttek, attól függetlenül, hogy mit tud megfigyelni és mit sem. Ekkor lesz érvényes az előbbi állítás és annak bizonyítása is egyben.

Megvizsgálom most azt az esetet, hogy az előbbi feltétel nem teljesül, vagyis mi történik akkor, ha a türelmes betétes nem tudja, hogy hányadikként dönthet. Ekkor másképp alakul a bizonytalanság is. Abban az esetben, ha mindkettő másik betétes döntését meg tudja figyelni, akkor nyilvánvalóan tudja, hogy ő döntött utoljára és teljes információja mellett nem alakul ki bizonytalanság, vagyis az eddigiekhez hasonlóan nem szünteti meg betétét az első időszakban. Ha viszont csak egy betétest tud megfigyelni, akkor vagy azt látja, hogy előtte valamelyik játékos kivette pénzét a bankból, vagy azt látja, hogy bennhagyta. Ha az utóbbi áll fenn, akkor az előzőekhez hasonlóan tudja, hogy az csak a türelmes játékos lehetett, hiszen a türelmetlen mindenképp megszünteti betétét az első időszakban. Ilyenkor az előzőekhez hasonlóan persze nem alakul ki a stratégiai bizonytalanság, szintén benntartja pénzét a bankban. Ennek ellenére, ha azt látja, hogy valaki kivette pénzét, és továbbra sem tudja, hogy hányan döntenek előtte, akkor már másképp alakul a játék. Ebben az esetben még fennáll az a lehetőség számára, hogy ő veszi ki másodikként a pénzét, ami kifizetésben neki 100 ECU-t jelent. Persze ha ez nem így történik, akkor lehet, hogy csak 40 ECU-t kap. Pusztán az, hogy nem tudja, hogy másodiként vagy harmadikként dönt, már elég nagy bizonytalanságot okoz. Tehát, ha a türelmes játékosunk a hír hallatán, hogy valaki kivette pénzét a bankba rohan, hogy ő is ezt tegye, akkor esélye van 100 ECU-t kapni, de lehet, hogy csak harmadikként dönt, és 40 ECU-t kap. Viszont ha vár a második időszakig, annak ellenére, hogy van esély arra, hogy a másik türelmes játékos vette ki előtte pénzét a bankból, akkor vagy 140 ECU-t vagy 60 ECU-t realizál. Vegyük észre, hogy várható értékben jobban megéri várni a második időszakig. Azonban az attól való félelem, hogy a másik betétes számára kedvezőtlenül dönt, és kiveszi pénzét az első időszakban, valamint ezt hamarabb teszi meg, könnyen arra sarkallhatja játékosunkat, hogy a bankot mielőbb elérje, és mégis kivegye pénzét a bankból, hiszen ekkor 100 ECU > 60 ECU. Abban az esetben, ha semmit nem lát, hasonló helyzethez jutunk, mint a korábbiakban.

A szerzők empirikus vizsgálatokat végeznek a felépített modellben. Ez a számpélda jól reprezentálja a problémát és megfoghatóvá teszi azt számunkra. A következőekben vizsgáljunk egy a témában frissen íródott 2018-as cikket, ami modern megközelítéssel vizsgálja a problémát.

4.2. Egy bankroham modell napjainkban

Nézzünk most egy másik bankroham modellt, mégpedig Csercsik Dávid és Kiss Hubert János (2018) cikkéből, ahol fontos szerepe van a betétesek közötti információáramlásnak. Az egymással kapcsolatban álló betétesek nagyban befolyásolják majd egymás állapotát. A cikk és egyben a modell egy nagyon érdekes része, hogy a bank ajánlataival egy bizonyos szint alatt szeretné tartani a bankroham valószínűségét úgy, hogy közben szeretné minimalizálni kiadásait is. A dolgozat során fő célom a bankroham kialakulás megelőzésének, valamit a bankroham kockázat csökkentésének vizsgálata, melyhez egy érdekes, és fontos megközelítést nyújt ez a modell.

4.2.1. A modell

A modell felépítésének megértéséhez egy hálózatot képzelünk el. Tegyük fel, hogy van egy bank és van továbbá n darab betétes, melyeket a hálózat csúcspontjai jelölnek. Két csúcspont közötti él azt jelenti, hogy a két betétes megfigyelheti egymás cselekvését. Egy betétes modellbeli állapota a bank stratégiájától, a korábbi állapotától, valamint a kapcsolódó betétesek állapotától függ. Mivel számít a kapcsolódó betétesek állapota is, ezért fontos ezeket a lehetséges állapotokat pontosan definiálni, melyek halmazát jelölje S. Minden betétes három lehetséges állapotban lehet:

- Türelmes (P): Minden betétesnek ez az alapállapota. Azon játékosok, akik ebben az állapotban vannak, azoknak nincs sürgős likviditási igényük.
- Türelmetlen (I): Abban az esetben, ha egy játékost likviditási sokk ér, akkor a korábbi P állapotából I-re vált, azaz türelmetlenné válik, és likviditási igénye lesz a bank felé. Itt fontos megjegyezni, hogy ha két betétes csatlakozik egymáshoz, azaz a csúcsokat él köti össze, és az egyikük türelmetlen, akkor ez növeli a valószínűségét annak, hogy a másik is türelmetlené váljon. Ezt a

tulajdonságot a szerzők additívnak tekintik, tehát két türelmetlen kapcsolat esetén megduplázódik a türelmetlenné válás valószínűsége is.

- Kifizetett (O): Feltesszük azt, hogy a türelmetlen játékosoknak a bank felajánl egy bizonyos összeget, akiknek lehetőségük van ezt elfogadni, de akár elutasítani is. Továbbá feltehető az is, hogy a felajánlott összeg növelésével nő az elfogadásra való hajlandóság is. Ha a bank által ajánlott összeget a betétes nem fogadja el, akkor a következő lépésig türelmetlen marad, míg ha elfogadja, akkor I-ről O-ra vált, vagyis úgymond kiszáll a játékból és nem hat tovább a szomszédjaira sem.

Ezek alapján a betétesek állapotainak halmaza S={P,I,O}. Említésre került, hogy minden játékos alapállapota türelmes. Türelmesből türelmetlenné válhat az idő előrehaladtával, és ha türelmetlenné vált, akkor kap csak ajánlatot a banktól. Ekkor van esély arra, hogy elfogadva a bank ajánlatát kiszálljon a játékból. Ebből következően türelmes játékosból közvetlenül nem lehet kifizetett játékos, vagyis P-ből közvetlenül O-ba nem léphet egy betétes sem. Emellett egyik fordított irányú állapotváltozás sem lehetséges, kifizetett játékos már nem lesz türelmes vagy türelmetlen, és türelmetlenből sem válhat senki türelmessé. Korábban már említettük, hogy n a betétesek száma. Ekkor a rendszer összes állapotának a száma tehát 3^n darab. A szerzőpár a következő feltevéseket használja a modellben:

- Kapcsolódási struktúra. A betétesek kapcsolatát egy irányítatlan gráf írja le megfelelően, egy A mátrix segítségével. Nézzük most két betétest, mint csúcspont, és azt az esetet, hogy közöttük húzódik egy élt. A két betétes csatlakozik egymáshoz a gráfban, melynek eredményeként az A mátrix megfelelő eleme egy lesz. Ha azt az esetet vizsgáljuk, hogy a szóban forgó betétesek egyike türelmes, a másik pedig türelmetlen, akkor fentiek szerint az utóbbi hatással lesz az előbbire. Ennek értelmében, a türelmetlen növeli a türelmes játékos arra való valószínűségét, hogy türelmetlenné váljon. Minden játékosnak több kapcsolata is lehet, a kapcsolatok számát pedig fokszámnak nevezzük. Tehát van egy irányítatlan gráf, csúcspontjai a betéteseket jelöli, és az élek száma alapján minden betétesnek van egy fokszáma. Erős feltételezés ugyan, de feltesszük azt, hogy ezt a kapcsolódási struktúrát ismeri a bank, hiszen a banknak sok információja lehet a betéteseiről, és azok kapcsolatrendszeréről is.

- Homogenitás. A következő két pont szerint a játékban szereplő betétesek mindegyike homogén.
  - A likviditási sokk kialakulásának lehetősége minden türelmes betétesre fennáll, és ez teljesen független a betétesek fokszámától.
  - A türelmetlen betéteseknek a bank egy bizonyos összeget ajánl fel. Az adott összeg elfogadásának valószínűsége minden türelmetlen betétesnél ugyanannyi. Ez a feltétel szintén független a betétesek fokszámától.
- Fokszám függő kifizetés. Legyen most $o_{i,\deg(i)}(t)$ a bank által az i-edik türelmetlen betétesnek ajánlott összeg a t-edik időpontban, ahol deg(i) az i-edik betétes szomszédjainak számát jelöli. A bank számára a betétesek csak a fokszámuk alapján különböztethetők meg, vagyis időtől független kifizetéseket feltételezve, ha két betétes ugyanolyan fokszámmal rendelkezik, akkor ők ugyanazt az ajánlást kapják a banktól is. Ezek alapján, mivel

  $$o_{i,\deg(i)}(t) = o_{j,\deg(j)}(t) , \qquad \text{ha } \deg(i) = \deg(j),$$

  ezért a továbbiakban a $o_{deg}(t)$ jelölést használhatjuk egyszerűsítésképpen.

Fontos itt megjegyezni, hogy az első két feltétel maga után vonja azt a tényt, hogy a modellben a betétesek csak fokszámaikban különböznek egymástól, vagyis 2^{n-1} kapcsolódási struktúra lehetséges a modellben.

A modell felépítése azért is nagyon érdekes, mert a betétesek kapcsolatának leírása erősen eltér a korábban megismert Diamond-Dybvig (1983) alapmodelltől, vagy a korábban említett Chen (1999) és Chari-Jagannathanhez (1988) modellektől is. Ezt az eltérő megközelítést a későbbiekben még tárgyaljuk. Most nézzük meg a jól felépített Csercsik Dávid és Kiss Hubert János (2018) modell folytatását, ahol a modell további tényezőinek leírása után, vizsgálhatjuk annak megoldását is.

4.2.2. Állapot átmenet-valószínűségek

Bármely állapot, legyen ez itt σ, felírható $s_1 s_2 \ldots s_n$–ként, ahol $s_i \in S=\{P,I,O\}$, továbbá az i-edik betétes állapotát jelölje σ (t,i). Fontos megemlíteni, hogy a következő két esemény szimultán következik be egy adott időperióduson belül:

- A türelmes játékosok valamilyen valószínűséggel türelmessé válnak. Ezt a valószínűséget a betétesek fokszáma, valamint a likviditási sokk kialakulásának valószínűsége határozza meg.
- A türelmetlen betétesek eldöntik, hogy elfogadják-e a bank által felajánlott összeget.

Egy lépésben, vagyis egy időperióduson belül az átmeneteseménye k függetlenek, azaz egy betétes σ(1) és σ(2) közötti átmenet-valószínűsége felírható:

$$p\big(\sigma(1) \to \sigma(2)\big) = \prod_{i=1}^{n} p\big(s_i(1) \to s_i(2)\big), \qquad \text{ahol}$$

$\sigma(1) = s_1(1)\, s_2(1) \ldots s_n(1)$, $\quad t=1$

$\sigma(2) = s_1(2)\, s_2(2) \ldots s_n(2)$, $\quad t=2.$

Annak a valószínűségét, hogy az i-edig betétes megváltoztatja az állapotát $s_i(1)$-ről $s_i(2)$-re, jelöli $p\big(s_i(1) \to s_i(2)\big)$, ahol $s_i(1)$, $s_i(2) \in S$.

Most határozzunk meg az egyes átmenet-valószínűségeket:

- Jelölje p_s annak a valószínűségét minden egyes t időpontban, hogy likviditási sokk éri a türelmes betétest. Minden egyes türelmes játékosra tehát ugyanez a p_s likviditási sokkhoz tartozó valószínűség vonatkozik. δ jelölje azt a szintet, hogy menyire befolyásolja egy türelmes játékos P állapotból I-be lépését, ha egy türelmetlen játékos csatlakozik hozzá a hálózatban. Továbbá, legyen k_i^I(t) az i-edik játékoshoz csatlakozó türelmetlen betétesek száma. Ekkor az i-edik betétes türelmesből türelmetlen állapotba való átmenet-valószínűségét a következőképpen számolhatjuk: k_i^I(t) δ + p_s. Így annak a valószínűsége, hogy egy türelmes betétes türelmes marad az 1-(k_i^I(t) δ + p_s) lesz.

- Legyen továbbá $f(o_{deg(i)}(t))$ annak a valószínűsége, hogy az i-edik türelmetlen betétes elfogadja a bank ajánlatát t időpontban. Itt f egy monoton növekvő függvény. Annak a valószínűsége, hogy a szóban forgó betétes türelmetlen marad, azaz nem fogadja el a bank ajánlatát, az pedig 1-p(I→O). Továbbá feltesszük, hogy ez a függvény minden egyes betétesre ugyanannyi.

Definiáljuk az állapot átmenet mátrixot, Q ∈ $R^{3^n \times 3^n}$. Ekkor σ_i állapotból σ_j-be való átmenet valószínűségét $Q_{i,j}$ jelöli. Az i-edik állapot valószínűségét a t-edik időpontban a p(t) vektor i-edik eleme adja meg, ahol p(t)= ∈ R^{3^n}. Így,

$$p(t) = (Q^T)^t \, p(0),$$

ahol p(0) a rendszer kezdeti állapotát írja le. Továbbá fontos definiálni egy adott σ állapot t időpontbeli költségét, ami az előző időperiódus elfogadott ajánlatainak összege lesz:

$$c\big(\sigma(t)\big) = \sum_{j:\sigma(t,j)=O,\sigma(t-1,j)=I} o_{\deg(j)}(t-1)$$

Ez a költség a t időpontban elfogadott ajánlatok összege, ami nem tartalmazza az előbbi időpontok költségét. A σ(t)-hez tartozó kumulált költséget a következőképpen írhatjuk le:

$$C\big(\sigma(t)\big) = \sum_{k=2}^{t} c\big(\sigma_i(k)\big).$$

A modell fő célja, hogy megfigyelje mi az optimális ajánlat a bank részéről, ha minimalizálni akarja kifizetéseit, úgy, hogy közben a bankroham kialakulásának valószínűségét egy bizonyos szint alatt tartja. A tanulmány megmutatja, hogy ez a modell egy nemlineáris optimalizálási feladatot eredményez, nemlineáris konstanssal, valamint képes figyelembe venni a bank időben változó erőforrás korlátait is. Az optimális ajánlatok növekedése három tényezőtől függ:

i. a betétesek fokszámától
ii. a likviditási sokk kialakulásának valószínűségétől
iii. a szomszédos türelmetlen betétesek hatásától

4.2.3. Megoldás

Vizsgáljuk most az optimalizálást abban az esetben, ha nincs ajánlatkorlátozás és az ajánlatok időfüggetlenek. Az utóbbi feltevés azt eredményezi, hogy a befektetőknek időtől függetlenül ugyanazt a kifizetést ajánlja a bank, ha ugyanazzal a fokszámmal rendelkeznek. Jelölje a t-edik időpontbeli várható kifizetést E[C(t)]. Legyen $p_i(t)$ a σ_i állapot-valószínűsége a t időpontban. Ekkor

$$E[C(t)] = \sum_i C\big(\sigma_i(t)\big)\, p_i(t).$$

Az idő függetlenségének feltételezése miatt, ez a formula átírható

$$E[C(t)] = \sum_{j:O\in\sigma_j} o_{\deg(j)}\, p_i(t)$$

alakra. Vegyük észre, hogy csak azok a betétesek kapják meg a kifizetést, akik elfogadják a bank ajánlatát. Mivel idő-független esetet vizsgálunk, nem számít, mikor fogadja el a türelmetlen betétes a kifizetést.

Fontos definiálni, hogy a modell felépítésében mikor beszélhetünk bankrohamról:

10. definíció: Minden olyan állapotot bankrohamnak nevezünk, ahol nincs türelmes betétes. A bankroham esemény valószínűségét a t időpontban $P_{BR}(t)$-vel jelöljük.

1. megjegyzés:

- Mivel nem minden állapot-transzformáció megengedett, vagyis I→P, O→I és O→P nem lehetséges, ezért egyszer mindenképp kialakul a bankroham a modellben, és ez a folyamat visszafordíthatatlan lesz.
- Ha minden betétes már kifizetett státuszban van, az azt jelenti, hogy volt bankroham már a modellben, és annak vége is van.

Mindezek után felírható a t-edik időponthoz tartozó optimalizálási probléma:

$$\min_{o_1,\dots,o_d} E[C(t)]$$

$$\text{subject to} \qquad P_{BR}(t) < \bar{P}_{BR},$$

ahol d a kapcsolódási struktúra maximum fokszáma, $P_{BR}(t) = \sum_{i:P\notin\sigma_i} p_i(t)$, és $P_{BR}(t) < \bar{P}_{BR}$ jelenti azt, hogy a bankroham kialakulásának valószínűségét egy adott szint alatt akarjuk tartani.

A tanulmány egy céljaként említhető, egy olyan modell létrehozása, amelyben a bankroham kialakulásának valószínűségét egy előre megadott szint alatt tudjuk tartani, valami olyan optimális banki ajánlatokat rendelni a feladathoz, ami biztosítani tudja ezt. A cikk jó alapokat ad a bankroham kialakulás esélyének csökkentéséhez, vagy megelőzéséhez, melyet a későbbiekben még vizsgálok.

5. Kiterjesztés

Korábbiakban tárgyalt modellek során, egybankos rendszereken keresztül vizsgáltuk a bankroham kialakulását. A fent tisztázott fertőzés fogalma fontos szerepet játszik a bankroham témában, vagyis annak hatásában és következményeiben. Ebben a fejezetben néhány olyan modellről beszélünk, melyekben már több bank szerepel, és vizsgálják a bankroham rendszerre kivetített hatását. Egybankos bankroham modellek kiterjesztésével jó néhány irodalom foglalkozik. Hálózatként elképzelve egy általános modellt, ahogy korábbiakban is tettük, a csúcspontok a betéteseket jelölték. Elképzelhető az a helyzet, hogy a hálózatok csúcspontjaiban különböző bankok állnak. Ha így képzelünk el egy modellt, akkor könnyen egy rendszerkockázati, fertőzéses problémához juthatunk. A témával többek között foglalkozott Temzelides (1995), aki egy olyan modellt épített fel, ahol a több bankos rendszerben nem egyszerre derül ki a bankok számára, hogy a betéteseik mikor akarják visszavonni betéteiket, valamint, hogy milyenek a bank befektetései, így a betéteseknek lesz egy olyan csoportja, akik meg tudják figyelni, mi történik más bankok betéteseivel. Ez pedig nyilvánvalóan relevánsan befolyásolja majd döntéseiket. Továbbfejlesztett modellről beszélhetünk még De Bandt (1995) modellje kapcsán, aki konkrétan egy egybankos rendszert fejlesztett tovább több bankossá, beleépítette modelljébe, hogy a bank beruházásainak több kimenetele is lehetséges, valamint a rendszer egészére vizsgálta a kialakuló sokk lehetőségét. Nézzünk meg egy másik kiterjesztett modellt részletesebben.

5.1. Allen és Gale modellje

Ahogy azt később látni fogjuk, a hálózatoknak fontos szerepe van a bankroham modellek során. Ha egy több bankos rendszert képzelünk el, akkor hálózati problémaként megközelítve a problémát, a hálózat maga a bankok közötti kapcsolatot reprodukálja.

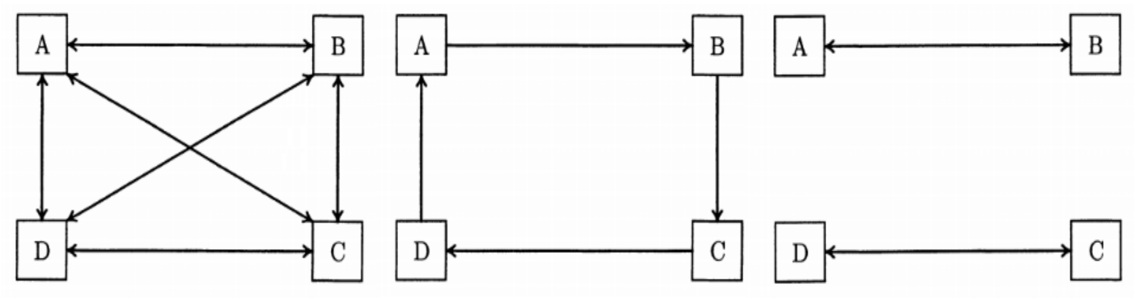
Allen és Gale (2000) kiterjesztett modellje szintén a Diamond - Dydvig (1983) tanulmányra épít. Három időszakot különböztetünk meg a négy bankos rendszerben. A tanulmány régiókra bontja a betéteseit, minden régiót egy bank reprezentál, ahol a türelmes és türelmetlen fogyasztók véletlenszerűek. Azt, hogy három időszakban milyen események következnek be, az ötödik táblázatban foglaltam össze:

Időszakok	Események
t=0	• A betétesek pénzüket a bankokba helyezik • A bankok felesleges pénzeszközeiket másik bankba helyezik. • A bankok beruháznak hosszú és rövidtávon egyaránt.
t=1	• A betétesek meghozzák döntéseiket, hogy melyik időszakban tartanak igényt pénzükre. • A korai betétesek kiveszik pénzüket a bankból. Előfordulhat az az eset, hogy több ilyen betétes van, mint amennyit a bank ki tudna fizetni, ekkor likviditási sokk alakul ki.
t=2	• A rövidtávú beruházások lejárnak. • Likviditási sokk esetén a bankok először rövidtávú betéteikhez nyúlnak, majd visszavonják más bankoknál elhelyezett betéteiket, vagy ha szükséges felszámolják hosszú távú hiteleiket az ügyfelek kifizetése érdekében. • Akik úgy döntöttek korábban, hogy ebben az időszakban tartanak igényt pénzükre, azok megszüntetik betéteiket.

5. táblázat: Allen és Gale (2000) modelljének eseményei három időszakban. (saját táblázat)

A négy bankot csak az őket ért likviditási sokk különbözteti meg egymástól, ami véletlenszerűen éri az egyes bankokat és csak az első időperiódusban derül ki, hogy mi következik be. Ha az egyik banknál elég nagy likviditási sokk alakul ki, akkor az akár fertőzéshez, ezáltal pedig válsághoz vagy csőd kialakulásához is vezethet. Ahogy arra a táblázat is rámutat, ha egy bankot nagy likviditási sokk ér, akkor először likvid eszközeihez nyúl, majd ha azok elfogytak, akkor felszámolja a hosszú távú befektetéseit. Abban az estben, ha ezek a hosszú távú befektetések, amelyeket vissza kell vonnia a banknak, meghaladnak egy küszöbszintet, akkor a bank fizetésképtelenné válik.

A bankok közötti kapcsolatot, vagyis a bankközi piac felépítését vizsgálja Allen és Gale (2000) modelljében, ahol két különböző esetet különböztetünk meg. Az egyik eset az, ha a bankközi piac teljes, a másik pedig az, ha nem teljes. Persze az utóbbinak jóval több alesete lehet, a szerzőpár mégis két ilyen helyzetet vizsgál. Az első ábra mutatja a szerzők által elemzett hálózatokat egy négy bankos rendszerben.



1. *ábra: Teljes és két nem teljes bankrendszer hálózata.*
Forrás: Allen és Gale (2000)

Ahogy azt az első ábra első képén láthatjuk, teljes gráfról akkor beszélhetünk, ha minden bank kapcsolatban áll a másik három bankkal a modellben. Ez azt jelenti számunkra, hogy minden egyes bank a fel nem használt eszközeit a másik három banknál helyezi el. Az ábrán látható következő két kép már egy nem teljes gráfot mutat be. A középső képen az irányított élek azt jelölik, hogy melyik bank hol helyezi el felesleges pénzeszközeit. Például, a C bank D-nél helyezi el, D bank A-nál és így tovább. Ha az utolsó képet figyeljük, akkor ez azt az esetet reprezentálja, amikor a piacon négy bank van, de ezek két zárt rendszert alkotnak. Az A és B bankok kölcsönösen egymással állnak kapcsolatban, míg C és D szintén csak egymással alkotnak egy rendszert.

A fertőzés nagyban függ a bankközi piac felépítésétől, aminek persze nagy szerepe van a likviditás elosztásában. Likviditási sokk esetén a nem teljes piachoz képest kisebb a fertőzés kialakulásának valószínűsége, ha teljes bankközi piacról beszélünk. Ez azért van így, mert teljes gráf esetén a nagy likviditási sokk okozta probléma több bank között oszlik meg. Ha nem így lenne, azaz nem teljes a bankközi piac, akkor a veszteség kevés bank között oszlik meg, vagy akár egy bankra koncentrálódhat, ami nagy valószínűséggel újabb csődöt okozna.

5.2. Freixas, Parigi és Rochet modellje

További kiterjesztett modelleket vizsgálva, nézzük Freixas, Parigi és Rochet (2000) tanulmányát. Ahogy azt már jó pár cikknél láttuk, ez a tanulmány is Diamond és Dydvig (1983) alap modelljére támaszkodva épül fel. A korábbiakhoz képest itt is három időperiódus van. A fogyasztókat régiókra osztjuk, és minden régiót egy bank reprezentál, ezek lesznek a hálózat csúcsai. A nulladik periódusban a bankok megkapják betéteseik pénzét és döntenek arról, hogy mennyit fektessenek be hosszú távra. A következő időszakban kiderül, hogy a betétesek valahányad része szeretne máshol fogyasztani, így vagy átutalással másik bankba teszik pénzüket, vagy kiveszik azt és másik bankba fektetnek be. Annak érdekében, hogy ez az átcsoportosítás a lehető legegyszerűbben történhessen, hitelcsatornák alakulnak ki a bankok között. Ha feltesszük azt, hogy a bankok fizetőképesek, akkor a szerzők által felépített modellben két egyensúly alakul ki. Az egyik a „hitellánc egyensúly” (vagyis credit line equilibrium), a másik pedig a „zsákutcaegyensúly” (vagyis gridlock equilibrium). Az előbbi egy tiszta egyensúly, ahol a bankok képesek teljesíteni kötelezettségeiket, ezáltal nem alakul ki bankroham, az utóbbi pedig egy bankroham egyensúly lesz. Zsákutcaegyensúlyban egy önbeteljesítő folyamatként, a betétesek attól félnek, hogy a bankok a későbbiekben nem lesznek képesek kifizetni pénzüket, így megpróbálnak minél hamarabb hozzájutni betéteikhez. Ezáltal alakul ki egy nem hatékony bankroham egyensúly. Ez persze könnyen ahhoz vezet, hogy a bankok egy bizonyos szintű betétvisszahívás után, elkezdik a hosszú távú betéteiknek felszámolását, ami persze veszteséggel jár számukra.

A fertőzés vizsgálható a bankrendszer felépítését tekintve. A szerzők a korábban vizsgált Allen és Gale (2000) tanulmányának két fő hálózat felépítése mellett egy harmadikat is vizsgál, ami egy pénzközponttal rendelkező hálózatot mutat be. A cikk által vizsgál három lehetséges bankközi struktúra a következő:

- <u>A diverzifikált (vagyis diversified lending) struktúra</u>: Ez a hálózati felépítés a teljes bankközi piac esetéhez hasonló Allen és Gale (2000) modelljében, ami az első ábra első képén látható. A teljes gráf itt azt reprezentálja, hogy bármely két bank között létezik a hitelezési csatorna.
- <u>A hitellánc (vagyis credit chain) struktúra</u>: Ez a hálózati felépítés Allen és Gale (2000) modelljében szereplő ábra középső képén látható esettel egyezik meg. Itt úgy is értelmezhető, hogy szomszédos bankok hiteleznek egymásnak, mert az első időszakban a betétes a szomszéd régióba helyezi át pénzét.
- <u>A pénzközponttal rendelkező (vagyis money centre) struktúra</u>: Ezt a rendszer leginkább úgy jellemezhető, hogy van egy központi bank, ami minden hálózatban szereplő bankkal kapcsolatban áll, azonban a rajta kívülálló bankok egymással nem kapcsolódnak a hálózatban.

A tanulmány megállapítja, hogy hitellánc felépítésű hálózat esetén nagyobb esélye van a fertőzés kialakulásának, mint diverzifikált hitelezés esetében. Allen és Gale (2000) modelljéhez hasonlóan itt is könnyen látható, hogy ha egy bank csődbe megy a rendszerben, akkor az abból eredő veszteség több bank között oszlik meg a teljes gráf, vagyis a diverzifikált esetben, míg a hitellánc esetén egy bankra koncentrálódik, ami könnyen fertőzést eredményez a modellben. Ha egy intézmény kulcsszerepet játszik a rendszerben, és egy pénzközpontú hálózat alakul ki, akkor a tanulmány szerint egy bank csődje a rendszerben nem okozza a központi bank csődjét, viszont fordított esetben a pénzközpont csődje az összes többi bank csődjét eredményezi.

Fontos megemlíteni, hogy a tanulmány nem csak a bankközi struktúrán keresztül vizsgálja a fertőzést. Lényeges eredmény, ha növeljük a bankok számát egy adott struktúrában, akkor egy fizetésképtelenségből adódó veszteség több bank között oszlik meg, így csökken a fertőzés valószínűsége is. Továbbá, ha a modellben az első időszakban megjelenő bankok közötti pénzügyi átcsoportosítás mértéke csökken, azaz kevesebb betétes akarja másik bankba áttenni pénzét, akkor a fertőzés valószínűsége szintén csökkenni fog.

Ez a két részletesebben tárgyalt modell jól reprezentálja azt a helyzetet, ha nem egybankos rendszereket akarunk vizsgálni, hanem olyanokat, ahol egy egész bankrendszer szerepel. Fontos megemlíteni, hogy vannak olyan modellek, melyeket viszonylag könnyen ki lehet terjeszteni több bankos rendszerré. Ilyen például a már korábban említett Chari-Jagannathan (1988) tanulmánya, mely ugyan egy információ asszimetriát középpontba helyező egybankos modell, a végén a szerzők még is megemlítik, hogy érdemes lehet több bank esetén vizsgálni a felépített modellt.

6. A rendszer gyengeségei

A kiterjesztés fejezet után, már pénzügyi rendszerként tekinthetünk egyes modellekre. A dolgozat céljaként vizsgáljuk a bankroham esélyének csökkentését, valamint megelőzését. Ahhoz, hogy a megelőzésről beszéljünk, vagy ahhoz, hogy valamelyest közelebb kerüljünk hozzá, megvizsgáljuk a rendszer gyengeségeit. Rendszer gyengeség alatt első sorban a bankrendszert értjük, hiszen a dolgozat során olyan modellekkel foglalkozunk, ahol bankok és bankrendszerek szerepelnek. A bankrendszerekről általánosságban megállapítható, hogy sokkal érzékenyebbek a fertőzés terén, mint más pénzügyi rendszerek. Kaufman (1996) cikkében megállapít öt olyan okot, ami azt mutatja, hogy a bankrendszerek sokkal inkább hajlamosak a fertőzésre:

1) gyorsabb fertőzés terjedése,
2) jobban szétterjed a szektoron belül,
3) több csődöt eredményez,
4) nagyobb veszteségeket okoz a hitelezőknek,
5) más szektorokra vagy országokra is könnyen átterjed.

Összességében megállapítható, hogy a bankrendszer felépítésének és összetettségének köszönhető, hogy a sokkot kiváltó esemény hatása jóval könnyebben fertőzi meg a rendszer egészét, mint más rendszerek esetén.

Vizsgáljuk meg, milyen további gyengeségei lehetnek a bankrendszernek fertőzés szempontjából, ha más irodalmakban keressük a választ. A bankok és bankrendszerek struktúrájának sajátosságairól számos tanulmány szól. Ezek közül De Bandt és Hartmann (2000) tanulmányát emelném ki, ami a rendszerkockázat és fertőzés szempontjából vizsgálja a bank sajátosságait. A szerzők három fontos pontban foglalják össze a bank azon sajátosságait, melyek törékennyé tehetik őket:

- A mérleg szerkezete. A bankoknál elhelyezett betétek általában bármikor kivehetők egy fix értéken. Ha egy jól működő bankról és gazdaságról beszélünk, akkor egyidejűleg a betétesek csak egy szűk rétege akarja kivenni pénzét a bankból. Ebből adódóan a bankoknak ilyen gazdasági helyzet mellett nem szükséges nagy mennyiségben likvid eszközökben tartani pénzüket. Más kérdés az, ha ez az egyensúlynak nevezhető állapot felborul, és a betétesek nagyobb rétege szeretne likviditáshoz jutni. Akkor alakul ki probléma, ha a hosszú távú hitelezéseket nem tudja a bank likvidálni, ezáltal a bank betétesei több pénzt akarnak egyidejűleg megkapni, mint amennyit a bank likvidálni tud, hiszen ekkor a bank fizetésképtelenné válhat. Fontos szerepe van annak, hogy a bank jó hitelezési politikát folytasson, azonban ezek mellett mást is figyelembe kell venni. Ez pedig nem más, mint a betétesek bizalma a bank felé. Ha a betétesek bizalma nem stabil a bank felé, az könnyen ugyanehhez a problémához vezethet, hiszen akár valós, vagy valótlan információk alapján önbeteljesítővé válhat az a gondolat, hogy a bank fizetésképtelenné fog válni. Továbbá a bank törékenységének forrásává válhatnak a nem banki közvetítők problémái is.

- Pénzügyi intézmények összekapcsolása közvetlen kitettségeken és elszámolási rendszereken keresztül. A bankok közötti kitettségeknek komplex hálózata van az elszámolási rendszer felépítésén, valamit a bankközi pénzpiacon keresztül, melyek nem csak a bankok közötti kitettség összetettségét, de ezen keresztül a rendszer sérülékenységét is meghatározzák. Előfordulhat, hogy a bankközi kitettségek meghaladhatnak egy kritikus szintet, ami azért okozhat problémát, mert lehetséges, hogy egy bizonyos bank nem tudja teljesíteni fizetési kötelezettségét. Ekkor ez hatással van a vele kapcsolatban álló többi bankra is, melynek következménye pedig egy, de akár több intézmény csődjét is jelentheti. Vagyis egy dominóhatást előidéző esemény rendszerszintű krízishez vagy fertőzéshez vezethet. Különböző technikákat alkalmaznak az értékpapír és derivatív piacokon, mint például marginális követelmények és portfólió biztosítás, habár csökkenteni a kockázatokat előzetesen nagy és azonnali kifizetéseket igényel a banktól és más közvetítő intézményektől. Ezek mellett általában különböző kockázatkezelési intézkedéseket hoznak, hogy korlátozzák a fertőzés lehetőségét a kifizetésekben és az elszámolási rendszerekben.
- Pénzügyi szerződések információ-intenzitása, valamint a hitelességi problémák. A pénzáramlásra vonatkozó várakozások meghatározzák a pénzügyi döntéseket. Azt, hogy a gazdaság résztvevői mikor akarnak fogyasztani, valamint mennyit és milyen időtávra akarnak befektetni intertemporálisan allokálják. Abban az esetben, ha a szereplőknek nőne a bizonytalansága a pénzáramlásukkal, vagyis annak teljesítésével kapcsolatban, akkor a piaci várakozások hirtelen megváltoznak és a betétesek, vagy fogyasztók más döntéseket hozhatnak.

A szerzők ezt a három jellemzőt jelölik meg a legfontosabb forráskén, azt a tényt magyarázva, hogy a pénzügyi rendszerek és egyben a bankrendszerek sokkal sérülékenyebbek rendszerkockázat szempontjából, mint a gazdaság más egyéb szektorainak rendszerei.

A rendszer gyengeségeinek alapjára jó összefoglalást ad az előző tanulmány. A bankroham modelleken belül vizsgáljuk továbbá, mik lehetnek azok a tényezők, melyek elősegítik annak kialakulását.

Első és legfontosabb a bankrohamoknál megemlítendő probléma, a már előbb is felmerülő bizalom kérdése, aminek mondhatni a hiánya okozza a bankrohamot számos esetben. A kölcsönös bizalom sérülése során az egyik oldalról megközelítve, a betétesek nem bíznak abban, hogy visszakapják majd bankba helyezett pénzüket, ami megalapozza a pánik kialakulását. A bizalom hiánya azonban nem feltétlenül megalapozott tény, előfordulhat ez akkor is, ha a betéteseknek semmi okuk nem lenne a bizalmatlankodásra, mégis olyan hírek terjedhetnek a piacon, amik önbeteljesítő hatásként bankrohamot generálnak majd a rendszerben. Más megközelítésből nézve, a bizalom a másik oldalról is fontos szerepet játszik a rendszer jó működésében, hiszen a banknak is bizalmat kell fektetnie betéteseibe, hogy az eszközeinek minél nagyobb részét tudja befektetni.

Kérdés lehet továbbá a tőke fogalma is. Fontos megemlítni, hogy a bankrohammal foglalkozó irodalom releváns része nem foglalkozik tőkefelhalmozással, ami egyfajta biztonságot nyújthatna a banknak arra az esetre, ha bankroham alakulna ki. Nyilván való, hogy a bank kevesebb eszközt tudna befektetni és kihelyezni, ezért kevesebb lenne a nyeresége is, de egy esetleges bankroham elkerülhető lehetne egy bizonyos biztonsági tőke megfelelő megállapítása mellett.

7. Kialakulás megelőzése és esélyének csökkentése

Ennek a fejezetnek a középpontjában az áll, hogy hogyan lehet a modellekben megelőzni, vagy csökkenteni a bankrohamok kialakulásának kockázatát. A dolgozat során kiterjesztettük a bankroham modelleket rendszerkockázati problémává. Ha már rendszerként tekinthetünk a problémára, természetesen fontos problémaként merül fel a fertőzés fogalma. Ebben a részben nemcsak a bankrohamok kialakulásának megelőzésére, hanem továbbterjedésére, vagyis a fertőzésre, mint problémára is keressük a megoldást. Nyilvánvaló, hogy a két probléma szoros kapcsolatban áll egymással, hiszem a bankrohamok kialakulásának csökkentésével, egyértelműen csökkentjük a fertőzés lehetőségét is. Minél kevesebb a bankpánik, annál kisebb az esélye az olyan eseményeknek, melyek rendszerszintű problémát okozhatnak.

Nézzük meg tehát, milyen módszereket találunk, arra hogy csökkenthessük a bankrohamok kialakulását a rendszerekben és a modellekben.

7.1. Betétesek kifizetésének felfüggesztése

Ez az intézkedés megoldást nyújthat a bankroham kialakulásának megelőzésére, így nézzünk a korábbiakban kifejtett modelleken keresztül a betét készpénzre váltásának időleges megszüntetésének hatását.

Alapmodellként Diamond és Dydvig (1983) modelljét neveztük meg a korábbiakban. Vizsgáltuk, hogy a tanulmányban két egyensúly van. A rossz, vagyis a bankroham egyensúly elkerülésének orvoslása kapcsán merül fel a kifizetések időleges felfüggesztése. Ez a modellben pontosan azt jelenti, hogy a bank úgy határozhat, hogy miután egy adott mennyiségű betétet már visszavontak T=1-ben, azután már a többi játékosnak nincs lehetősége készpénzre váltani betétjét. Tehát aki úgymond hátrébb állt a sorban, mint a meghatározott limit, az már nem kap semmit a banktól az adott időszakban. Ez az intézkedés stabilabbá teszi a rendszert, hiszen ha megfigyelhető az első típusú betétesek aránya a modellben, akkor ők mindig kiveszik pénzüket a bankból, a második típus, vagyis a türelmesek pedig nem rohanják meg a bankokat, hiszen hiába állnak be a sorba, nem kapják vissza betéteik értékét. Ez tehát egy megoldás lehet ebben a modellben a bankroham kialakulásának elkerülésére. Változik ez a helyzet a modellben, ha az első típusú betétesek aránya, vagyis t értéke sztochasztikus és nem megfigyelhető. Ezzel az a probléma adódik a bank számára, hogy nem tudja megfigyelni a T=1 –es időszakban, hogy mekkora likviditásra lesz szüksége, ami további problémákat von majd maga után. A tanulmány szerint a bankroham kialakulása ebben az esetben is megakadályozható a szóban forgó intézkedéssel, de előfordulhat, hogy lesz olyan első típusú betétes, aki nem jut likviditáshoz, ami az optimalitás elvesztéséhez vezet.

Ez a koncepció teljes mértékben ráilleszthető Kiss, Rodriguez-Lara, és Rosa-García (2015) modelljére, melyben a kifizetések korlátozása stabilitást adhatna pontosan úgy, mint alapmodellben is látható.

Vizsgáljuk most meg Chari és Jagannathan (1998) modelljét, amely egy információ asszimetrián alapuló modellt mutat be. Ez a modell a Diamond és Dydvig (1983) cikkhez hasonlóan szintén vizsgálja a kifizetések felfüggesztését. Az intézkedés a modellben egy olyan egyensúlyt fog eredményezni, melynek hasznossága várhatóan nagyobb lesz, mint a korábbi modell, melyben nem szerepel a készpénzre váltás időleges megszüntetése. Továbbá ez az intézkedés itt akkor következik be, ha a betétek megszüntetésének aránya meghaladja az első t_1 betétest, ez viszont hasonlóan a korábbiakhoz azzal járhat együtt, hogy nem minden türelmetlen fogyasztó kapja vissza az első időszakban a betétje értékét. Ebben a modellben azonban a Diamond és Dybvig (1983) modellel szemben, még az intézkedés hatására is kialakulhat a bankroham, viszont az bizonyos, hogy javulást eredményez az intézkedés lehetőségének bevezetése a modellben. Ez alatt pedig azt értjük, hogy a bevezetés hatására csökken annak az esélye, hogy bankroham alakul ki a modellben.

Az bizonyos, hogy az eddig vizsgált modelleken a szóban forgó intézkedés valamilyen javítást okozott. Ha egy bankban javulást okoz, akkor rendszerre kivetítve az lenne a logikus, hogy a fertőzés esélye is csökkenni fog mindezek hatására. A bemutatott Freixas, Parigi és Rochet (2000) modellben már korábban tárgyaltuk, hogy két egyensúly alakul ki. Zsákutcaegyensúlynak nevezte azt a tanulmány, amikor attól féltek a bank betétesei, hogy a későbbiek során nem lesz képes az intézmény kifizetni a pénzüket, így megpróbálnak minél hamarabb hozzájutni betéteikhez. Könnyen látható, hogy a betétesek kifizetésének időleges felfüggesztése itt is egy megoldást nyújthat a bankroham esélyének csökkentésére, vagy megelőzésére. A türelmes betétesek nem fogják megrohanni a bankot, hiszen akkor sem kapják vissza betéteik értékét. Ez a rendszer egészére is javulást eredményez, hiszen ha csökkent az egyes bankokban a bankroham esélye, akkor ez a fertőzés lehetőségének csökkenését vonja maga után. Tehát, a kiterjesztett modellekre is megoldást jelenthet az intézkedés bevezetése.

7.2. Betétbiztosítás

Akkor beszélhetünk betétbiztosításról, ha a biztosítást nyújtó intézmény garantálja a betét hozamának, vagy annak egy részének kifizetését. Ez a bankroham kialakulás megelőzésére, vagy kockázatának csökkentésére megfelelő mód lehet, hiszen ekkor a betétesek tudják, hogy ha a bank nem tudná kifizetni betéteik értékét, akkor is megkapnák pénzüket. Ekkor tehát még a bank rossz működése esetén sem lesz érdemes idő előtt kivenni betéteiket a bankból.

Több jelentős tanulmány szól a betétbiztosítás és a bankroham kapcsolatáról, melyek közül Kiss, Rodriguez-Lara, Rosa-García (2010) cikket emelném ki. Ebben a tanulmányban laboratóriumi kísérlet keretein belül 192 tanuló közreműködésével vizsgálták a betétbiztosítások és a megfigyelhetőség hatását a bankrohamok kialakulására. A szerzők külön vizsgálják a biztosítás szintjének hatását, tehát beszélhetünk részleges és teljes betétbiztosításról is, valamint az információs struktúrán keresztül fontos szerepet játszik a megfigyelhetőség is. Legyen három betétes, melyek közül egy türelmetlen, aki mindig ki akarja venni pénzét a bankból, és két türelmes, akiknek nincs azonnali likviditásigényük, és döntenek arról, hogy megszüntetik betétüket, vagy bent tartják a bankban. A betétesek sorrendben döntenek, és a tanulmányban azt az eseményt nevezzük bankrohamnak, ha legalább az egyik türelmes betétes kiveszi pénzét a bankból. Az empirikus tanulmány három érdekes és jelentős eredményre jutott:

1. Eredmény: Betétbiztosítás és a megfigyelhetőség szignifikánsan csökkentik a bankroham kialakulásának valószínűségét. A szerzők elutasítják azt a hipotézist, hogy ez a két változó ugyanolyan hatással lenne a bankroham előfordulás valószínűségének csökkentésére. Konkrétabban, a teljes biztosításnak van a legnagyobb hatása, utána a részleges biztosításnak és a megfigyelhetőségnek.
2. Eredmény: Ha a betétesek döntései megfigyelhetők, akkor mind a részleges és a teljes betétbiztosításnak szignifikáns hatása van a bankrohamok kialakulásának valószínűségében. Ha a megfigyelhetőség részleges biztosítással van, akkor a pánik megjelenésének valószínűsége szignifikánsan csökken. Ha azonban a megfigyelhetőséget a teljes biztosítással párosítjuk, annak nem lesz további hatása a bankroham kialakulására.

3. <u>Eredmény</u>: Ha a betétesek szimultán döntéseket hoznak, akkor a teljes és részleges biztosítás hatása eltér a bankroham kialakulás valószínűségének csökkentése kapcsán. Nem ez a helyzet, ha a döntések szekvenciálisak.

Az empirikus eredmények azt mutatják, hogy a megfigyelhetőség és a betétbiztosítás is csökkenti a bankrohamok valószínűségét. Mikor a betétesek szimultán döntenek, akkor a részleges és teljes betétbiztosítás szignifikánsan csökkenteni fogja a bankroham kialakulásának valószínűségét, azonban a más szintű betétbiztosítások más hatással vannak a szóban forgó valószínűségre. Ha a betétesek döntései megfigyelhetők, akkor a szerzők nem találnak szignifikáns különbséget a betétbiztosítás szintjei között. Ezek az eredmények fontos hatással lehetnek a betétbiztosítás optimális szintjének meghatározásához, melynek attól is kell függnie, milyen információkat tudnak az egyes betétesek más betétesek döntéseiről. Minden optimális betétbiztosításnak az információ struktúrára kell támaszkodnia. Az adatok alapján a betéteseknek nincs szükségük teljes betétbiztosításra, hiszen ha a megfigyelhetőség mértéke magas, akkor így minimalizálható a bankroham kialakulásának valószínűsége.

Első ránézésre a betétbiztosítás egy tökéletesnek tűnő bankroham megelőző módszer lehet, de ne felejtsük el azt sem, hogy összességében minden kockázat fedezése túl nagy költséget jelentene a modellben. Nézzük egy másik tanulmányt a témával kapcsolatban. Legyen ez Kallóné (2018) cikke, melynek címe: Betétbiztosítás és erkölcsi kockázat Magyarországon. Ez a tanulmány a betétesek összetételének vizsgálatát, valamint azon keresztül az erkölcsi kockázatot helyezi a középpontba. A cikk felhívja a betétbiztosítás szerepére és fontosságára a figyelmet, de mindezek mellett kiemeli, hogy ez általában a pozitív bankroham megelőzés szerepén kívül erkölcsi kockázatforrásaként jelenik meg. Ez a kockázat mind a bankok mind a betétesek viselkedését befolyásolják, és akkor alakul ki, ha a szereplők ösztönözve érzik magukat a magas kockázatok vállalására, hiszen a kockázatot részben vagy akár teljes egészében a betétbiztosító vállalja át. Ezt nevezzük erkölcsi kockázatnak, ami miatt a bankok kockázatosabb hiteleket nyújtanak, hogy a nagyobb betéti kamatot ki tudják fizetni a magasabb hitelkamatból, ezáltal profitot is realizálhassanak. A tanulmány tehát jól rámutat arra a tényre, hogy a betétbiztosítás előnyei és pozitívumai közé tartozik, hogy megakadályozza a bankrohamot és a hosszú távra lekötött eszközök visszahívásából származó veszteségeket, azonban magába foglalja az erkölcsi kockázat megjelenését is. Összességében megállapítható, hogy bankroham megelőzésére a betétbiztosítás egy jó módszernek bizonyul, azonban a piacon ennek negatív hatása is megfigyelhető.

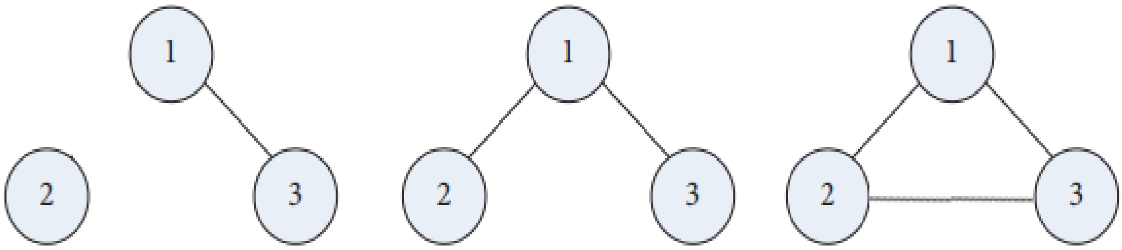
A betétbiztosítás bankrohamokra vizsgált hatása nem von kétségeket maga után. Akármelyik vizsgált modellt tekintve egyértelműen látszik az intézkedés hatása a modellben. Korábbiakban említettük, hogy a bizalom fontos szerepet játszik a bankroham kialakulásában. A betétbiztosítás pont az az intézkedés, ami ezt a megrendült bizalmat helyettesíti. Könnyen látható, hogy a bizalom akár fennmarad akár nem, a betétbiztosítás a modellben azt eredményezi, hogy a türelmes betétesek nem rohanják meg a bankot és veszik ki pénzüket idő előtt a bankból, hiszen pénzüket akkor is megkapják, ha esetlegesen a bank nem tudná teljesíteni kötelezettségeit. Hálózatokkal reprezentált modellek esetén érdekes lehet a betétbiztosítás intézkedése. Könnyen lehet ugyanis látni, hogy ha az élek a megfigyelhetőséget reprezentálják, akkor betétbiztosítás esetén ezek könnyen érvényüket veszíthetik, hiszen a játékosok feleslegesen figyelik meg egymás döntéseit, ha azoktól függetlenül mindenki megkapja pénzét. A megfigyelhetőségnek szintén fontos szerepe van a modellekbe, és természetesen összefügg a hálózati rendszerekkel, amit most részletesebben vizsgálunk.

7.3. Hálózati rendszerek

Térjünk most vissza a korábbiakban bemutatott Csercsik - Kiss (2018) modellhez és ez alapján nézzük most meg, hogyan jellemezhető a kapcsolati rendszerek fontossága. Legyen három betétes a modellben, adott hálózati struktúrával. A likviditási sokk kialakulásának legyen adott konstans a valószínűsége, a türelmetlen szomszédok pedig szintén egy adott konstans százalékkal növeljék annak az esélyét, hogy a kapcsolódó türelmes betétes türelmetlenné válik. Továbbá előre meghatározzunk azt a szinte is, ami alatt a bankroham kialakulásának valószínűségét szeretnénk tudni (p_s, δ és P_{BR} konstansok).

Azt az esetet vizsgáljuk, ha nincs ajánlatkorlátozás, és az ajánlatok továbbra is időtől függetlenek. A három betétes közötti kapcsolat három esetét vizsgáljuk, amit a második ábra mutat.

A három eset tehát a betétesek között húzódó élekben különbözik a modellt leíró hálózatban. Vizsgáljuk először a második árba középső hálózatát. Itt azt az esetet nézzük, mikor az 1-es számmal jelölt betétesre hatással van a második és harmadik betétes, és fordítva, viszont a második és harmadik betétesek nem befolyásolják egymás döntéseit.



2. *ábra: Három betétes kapcsolati struktúrájának lehetséges alakulásai.*
Forrás: Csercsik és Kiss (2018)

A cikk rámutat arra a tényre, hogy fontos fokszámuk alapján különbséget tenni a betétesek között, hiszen a bank ajánlatát hatékonyabb lesz egy olyan betétesnél növelni, aki magasabb fokszámmal rendelkezik. Továbbá rámutat arra az előre sejthető állításra is, hogy a bank ajánlatának növelése csökkenteni fogja a bankroham kialakulásának esélyét.

Mindezek mellett, a szerzők számpéldákkal igazolják azt, hogy ha a likviditási sokk kialakulásának esélye elég alacsony, akkor a bankroham esemény kialakulásának esélye az adott szint alatt tartható, még abban az esetbe is, ha a bank nulla visszafizetést biztosít a türelmetlen betéteseinek. Fontos továbbá, hogy ha nő annak a valószínűsége, hogy türelmes betétesből türelmetlen lesz, akkor az ajánlatok szerepe megnő.

1. megállapítás: Minden mást konstansnak véve, az optimális ajánlat nő a likviditási sokk és a kapcsolatok számának növekedésével. Minél nagyobb a bankroham kialakulásának valószínűsége, amit a bank még elfogad, annál kisebb lesz az optimális ajánlat és így a várható költség is.

Ahogy az várható, minél több türelmetlen szomszéd miatt nő a valószínűsége annak, hogy egy türelmes játékos türelmetlenné válik, annál nagyobb a számára feltett ajánlat értéke, így a bankroham valószínűsége az adott érték alatt tartható.

Megvizsgáljuk azt, hogy hogyan befolyásolja a kapcsolatrendszer megváltozása az eredményt. Figyeljük meg az második ábra legelső hálózatát. Most csak olyan betéteseink vannak, akiknek vagy nincs, vagy pedig csak egy kapcsolatuk van. Megjegyezzük, hogy akinek nincs kapcsolata, ő nem befolyásol más betéteseket, így a szerepe sincs akkora hatással a modell értékeire. Az elszeparált betétes egyszer I állapotra vált. Egy magasabb ajánlattal O-ra válthat a szóban forgó betétes állapota, de ez nem befolyásolja a bankroham eseményének valószínűségét. Ez azért van így, mert a betétes, akinek nincs kapcsolata a hálózatban, ugyan lehet türelmetlen, ez mégsem fogja befolyásolni a többi játékost, szóval a bankroham esemény valószínűségében is teljesen mindegy, hogy I vagy O állapotban van a betétes. Ha a hálózatban kevesebb kapcsolat van, akkor a betétesek kevésbé hatnak egymásra, így a bankroham megelőzésének várható költsége is alacsonyabb lesz. Mondhatjuk úgy is, hogy a betétesek közötti fertőzés lehetősége a kapcsolatrendszer miatt jóval korlátozottabbá válik.

Az előzőek kapcsán könnyű látni, hogy ha az utolsó hálózatot, vagyis a teljes gráfot figyeljük, akkor tehát magasabb lenne a bank költsége is.

2. megállapítás: Fontos szerepe van a kapcsolati struktúrának a modellben. Minél több kapcsolat van a betétesek között annál nagyobbak az optimális ajánlatok és a várható költsége a banknak.

Ez a modell azért fontos, mert jól kiemeli számunkra a betétesek közötti kapcsolatok fontosságát a bankroham kialakulása kapcsán. A modell alkalmazása során lehetőségünk van úgy megválasztani a bankroham valószínűségének felső korlátját, hogy minimális legyen a kialakulásának esélye, vagy akár megelőzhető legyen a bankroham. Ezek után a bank költségeit minimalizálva határozunk meg olyan ajánlatokat, melyek kielégítik majd a felső korlátot. A bankroham valószínűsége tehát függ a banki ajánlatoktól, a likviditás kialakulásának valószínűségétől, valamint attól, hogy a szomszédok mennyire befolyásolják egymást. Ez a három tényező erősen befolyásolja a bankroham kialakulását a modellben.

Az előbbiekben bemutatott eredmény mellett vizsgáljunk meg egy másik modellt, ami szintén fontos eredményt nyújthat, ha hálózatokon keresztül szeretnénk vizsgálni a bankroham kialakulásának megelőzését. Nézzük meg a Kiss, Rodriguez-Lara, és Rosa-García (2014) cikket, melyben a szerzők arra keresik a választ, hogy a szociális hálózatok elősegítik, vagy megelőzik a bankrohamok kialakulását.

A tanulmányban egy bank és három betétes van, akik mindhárman $e > 0$ pénzüket helyezik a bankba. A bank befekteti a betétesek pénzét $t=0$ -ban, ami pontosan $3e$. Ez a befektetés pozitív nettó hozamot eredményez, de csak abban az esetben, ha nem likvidálják $t=2$ időpontig. Ha mégis kivennék a pénzt az első időszakban, akkor viszont a hozam nulla lesz. A betétesek kifizetését a bank rendelkezésére álló pénzeszközei határozzák meg, valamint az, hogy hogyan döntenek a betétesek t=1-ben a betéteikről. A cikk nagyban épít Diamond és Dydvig (1983) tanulmányára a modell felépítésében. A három betétes között két türelmes és egy türelmetlen van, vagyis van egy betétes a modellben, akit az első időszakban likviditási sokk ér, és mindenképp kiveszi pénzét a bankból. Ezzel szemben a két türelmes játékosnak nincs szüksége az első időszakban a pénzükre, így ők bent tartják a bankban a második időszak végéig. Az, hogy a modellben két türelmes és egy türelmetlen betétes van az köztudott információ.

A betétesek szekvenciálisan döntenek, a sorrendet a pozíciójuk határozza meg, amit véletlenszerűen és exogén módon kapnak a betétesek a modellben. Fontos ezzel kapcsolatban megemlíteni, hogy minden betétes ugyanolyan valószínűséggel vesz részt a véletlen sorrend minden állapotában. A pozíciók típustól függetlenek lesznek, vagyis a türelmetlen játékos ugyanúgy lehet, aki először, másodszor vagy akár harmadjára dönt.

Bármelyik betétes kiveheti pénzét a bankból a t=1-es időpontban, ekkor c_1 összeget realizál, vagy megteheti azt, hogy vár a következő időszakig, amikor már c_2-t kap a banktól. A kifizetés nem csak a betétesek döntéseitől függ, hanem a bank rendelkezésére álló eszközeitől is. Az első időszak kifizetését $c_1(x\ w)$ jelöli, másodikét pedig $c_2(y\ w)$, ahol x azoknak a betéteseknek a száma, akik az első időszakban kiveszik pénzüket a bankból, y pedig azoké, akik a második időszakban veszik ki.

Továbbra is az alap modellre támaszkodva feltesszük, a következőket:

I. $c_1(0\ w) = c_1(1\ w) > e > c_1(2\ w)$,

II. $c_2(1\ w) > c_1(0\ w) > c_2(2\ w)$,

III. $e > c_2(2\ w) > c_1(2\ w)$,

valamint összesítve ezeket a következőhöz jutunk:

$$c_2(1\ w) > c_1(0\ w) = c_1(1\ w) > e > c_2(2\ w) > c_1(2\ w).$$

Az első egyenlet azt jelenti, hogy az első két betétes, aki kiveszi a pénzét az $c_1(0\ w)$ - et kap a banktól. Ennek nagyobbnak kell lennie, mint az eredeti e, amit a bankba tesznek, hiszen feltettük, hogy az azonnali pénzkivétellel járó kifizetés megegyezik az eredeti betett pénz és a kamat összegével. Ha egy betétes az után akarja kivenni pénzét a bankból, hogy előtte már két betétes is ezt megtette, akkor ő a bankban fennmaradó összeget realizálja, vagyis $c_1(2\ w)$-t kap. Ez az összeg viszont kisebb lesz, mint amit eredetileg befektetett. Feltesszük továbbá a második egyenletet is, vagyis azt, hogy egy türelmes betétes számára megéri várakozni akkor, ha a másik türelmes is vár a következő időszakig. A harmadik egyenlet pedig azt fogja jelenteni, hogy ha csak egy betétes vár, a másik kettő pedig kivette már betétét a bankból, akkor jobban jár, ha a második időszakban veszi ki pénzét, de még ez is alacsonyabb lesz, mint amit befektetett.

Hálózaton keresztül modellezhető a betétesek kapcsolata. A korábbiakhoz hasonlóan, a betéteseket a csúcspontok jelölik és két betétes akkor szomszéd, ha a hálózatban él köti össze őket. Jelöljük az éleket számpárokkal, ij-vel, ahol $i, j \in \{1, 2, 3\}$ és $i < j$. Például, a 12 azt jelöli, hogy az 1-es és 2-es befektető szomszédok, vagyis, azt 1-es betétes tudja, hogy a 2-es megfigyeli a döntését és a 2-es pedig annak tudatában fog dönteni, hogyan döntött az 1-es játékos. Feltesszük továbbá a modellben, hogy maga a hálózat nem köztudott információ, vagyis a betétesek nem tudják, hogy a másik két játékos kapcsolatban áll-e egymással. Könnyen láthatjuk, hogy egy 3 csúcspontos hálózatban 8 lehetséges esetet figyelhetünk meg: (12, 23, 13), (12, 23), (12, 13), (13, 23), (12), (13), (23), (∅). Abban az esetben, mikor a hálózatban nincsenek élek, a betéteseknek nincs információjuk egymásról, így ezt szimultán játéknak is nevezhetjük. Ezzel szemben, ha a teljes gráf esetét nézzük, akkor az egy szekvenciális játékot eredményez, vagyis a betétesek minden előttük döntő betétes döntését meg tudják figyelni.

A t=1 –es időpont kezdetén a betétesek megtudják a típusukat, a kapcsolataikat és azt, hogy hányadikként döntenek majd. Fontos megjegyezni, hogy a sorrend sem köztudott, csak annak valószínűsége, vagyis, ha egy betétes tudja, hogy ő dönt először és azt, hogy türelmes, akkor a döntés sorrendjéről azt tudja, hogy ½ valószínűséggel (P,P,I) és ½ -el (P,I,P).

A tanulmány során fontos definiálni, hogy pontosan mit értünk bankroham alatt.

11. definíció: A bankroham akkor következik be, ha legalább egy türelmes betétes kiveszi pénzét (idő előtt) a bankból.

2. állítás: Ha a hálózatban a 12 kapcsolat létezik, akkor bármely Bayes-egyensúly kielégíti azt a feltételt, hogy a bankroham ne forduljon elő. Minden olyan hálózatban, ahol a 12 él nem létezik, ott többszörös egyensúly jön létre, így létezhet olyan egyensúly, melyben bankroham alakul ki.

Az állítás bizonyítását lásd a Kiss, Rodriguez-Lara, és Rosa-García (2014) cikkben.

A szerzők empirikus vizsgálatot végeznek, a fentebb leirt modell vizsgálatára, amely során több fontos eredményt közölnek:

- Eredmény 1: A hálózati struktúra számít és kulcsfontosságú szerepet játszik a bankroham valószínűségének valamint hatékonyság szintjének meghatározásában. Különösen az 12 él fontos szerepet játszik, mivel szignifikánsan csökkenti a bankroham kialakulásának valószínűségét és a legmagasabb szintű hatékonyságot eredményezi. A hálózat éleinek növekedésével csökken a bankroham valószínűsége.
- Eredmény 2: Ahhoz az esethez képest, hogy nincs él a hálózatban, az hogy akár az 12-es él, akár az 13-as él benne van, az szignifikánsan csökkenti annak a valószínűségét, hogy az egyes betétes kivegye a pénzét idő előtt a bankból. Amikor az egyes számú betétesnek van egy bármelyik másik játékossal is kapcsolata, akkor a másik játékosnak viszont már nincs hatása a pénzkivételi szándék valószínűségének csökkentésében.
- Eredmény 3: A kapcsolat nélküli hálózat esetéhez képest, ha a 12 él szerepel a hálózatban, az hatással van a második betétes döntésére. Ha azt figyeli meg, hogy az első nem veszi ki a pénzét a bankból, akkor ez szignifikánsan csökkenti a pénzkivétel valószínűségét a második játékosnál. Ezzel szemben, ha azt figyeli meg, hogy az első játékos kiveszi a pénzét, akkor ez növeli annak valószínűségét, hogy a második betétes szintén ki fogja venni pénzét a bankból.
- Eredmény 4: Ha a harmadik betétes következtet arra, hogy a másik türelmes betétes hogyan döntött, akkor jelentősen csökken annak a valószínűsége, hogy ki fogja venni a pénzét a bankból. Ha viszont nem tud következtetni, akkor ez a valószínűség változatlan marad az üres gráf esetéhez képest.

Ezek az eredmények rámutatnak arra, hogy a hálózat éleinek növelése csökkenti a bankroham kialakulásának esélyét. Ez azzal magyarázható, hogy a játékosok jobban meg tudják figyelni egymás döntéseit, ezáltal nagyobb eséllyel veszik ki akkor pénzüket, amikor arra ténylegesen szükségük is van. Úgy is mondhatnánk, hogy egyfajta pozitív kapcsolat van a hálózat és a bankroham csökkenése között.

Érdekes ezt a megközelítést az előbbiekben bemutatott Csercsik és Kiss (2018) tanulmány második megállapításával összevetni. Meg kell jegyezni, hogy a két modell más felépítésű. Az 2. megállapítás szerint, ha nőnek a hálózatban lévő kapcsolatok, akkor az, az optimális banki ajánlat növekedésével jár együtt. Tehát ha ugyanazon szint alatt akarjuk tartani a bankroham kialakulásának valószínűségét a modellben, akkor a kapcsolatok számának növelésével az jár együtt, hogy nő az optimális banki ajánlat is. Az optimális ajánlat növelésével pedig csökkenthető a bankroham esemény előfordulásának esélye. Vagyis mivel a türelmetlen kapcsolatok növelik a bankroham kialakulásának esélyét, így a hálózat éleinek növelése és a bankroham csökkentése között negatív a kapcsolat.

Ez azért van így, mert a két hálózatban másra helyezzük a hangsúlyt. Az utóbbi modellben azon van, hogy az élek a megfigyelhetőséget reprezentálják, ami elősegíti a bankroham esélyének csökkentését. Ennek ellenére az előbbi modellben a hangsúly azon van, hogy a türelmetlen kapcsolatok befolyásolják a türelmeseket, úgy is mondhatjuk, hogy megfertőzik a türelmes betéteseket, így a bank kifizetéseinek célja, hogy minél hamarabb kifizesse a türelmetlen betéteseket annak érdekében, hogy ne alakuljon ki a bankroham.

8. Kitekintés

A kockázat fogalmát sokan, sokféleképpen definiálták különböző szakirodalmakban. Ha rendszerkockázatokról beszélünk, azon belül pedig bankrendszerekről, akkor megállapítható az, hogy ha a bankrohamok kialakulásának esélye nő, akkor az egyértelműen növeli a rendszer kockázatát és annak törékenységét is egyben. Ez a rendszerszintű kockázat az, amin a bankrendszer intézményeinek osztozniuk kell, viszont az, hogy hogyan is osszák el ezt a kockázatot, az nem olyan egyértelmű. Dolgozatom nem érinti ezt az egyébként témába vágó kérdést. Ha a bankroham modellek hatásáról akarunk beszélni, akkor nagyon fontos, hogy a kockázatok elosztását hogyan kezelik a bankok.

Ahhoz, hogy kockázateloszlásról beszéljünk, első sorban a kockázatot kell definiálnunk. Ezt a módszertan rendszerkockázati alapfogalmai között tisztáztuk.

Ebben a fejezetben ismertetünk tehát néhány olyan kockázatelosztási módszer, amelyek megadják, hogy milyen hozzárendelés alapján állapítsuk meg az intézmények kockázatvállalását. A legtöbb modellben a biztonsági tőke megjelenése nem játszik egyáltalán, vagy releváns szerepet. Mégis elmondható, hogy a tőkefelhalmozás szorosan kapcsolódik a bankroham megelőzése vagy kialakulás esélyének csökkentéséhez. A kockázat elosztásával kapcsolatban több szakirodalom íródott, és számos módszer létezik a probléma megoldására. Ezzel a témával foglalkoznak Balog et al. (2017), ahol a szerzők többek között arra keresik a válasz, hogy hogyan kell tőket tartalékolni a fennálló kockázatok kezelésére és hogyan történjen a tőkeallokáció.

A tanulmány vizsgálja, hogy a módszertanban definiált koherens kockázati mértéket használva, nincs olyan tőkeallokációs módszer, ami mind a stabil, ösztönző és szimmetrikus tulajdonságoknak megfelelne.

<u>Szimmetrikus:</u> Ez a tulajdonság azt írja elő, hogy azonos tőkét allokáljunk a kockázati szempontból szimmetrikus alegységekhez.

<u>Ösztönző:</u> Ez a tulajdonság megköveteli, hogy egy alegységre eső tőke ne csökkenhessen, amennyiben más alegységcsoport kockázatához való hozzájárulása nem csökken.

<u>Stabil:</u> A tulajdonság előírja, hogy az alegységek között pontosan osszuk szét a pénzügyi egységek által tartalékolandó tőkét és egyik alegységre se osszunk többet, mint amennyit az adott alegységcsoport kockázata önállóan indokolna.

A szerzők hét vizsgált tőkeallokációs módszert mutatnak be és megállapítják, hogy nincs olyan tőkeallokációs módszer, ami mind a három tulajdonságot teljesítené. Ez a hét módszer a következő: Egyéni kockázattal arányos módszer, béta-módszer, növekményi módszer, költségrésmódszer, Euler-módszer, Shapley-módszer és a Nukleolusz-módszer.

A szerzők analitikusan állapítják meg, hogy melyik módszer milyen tulajdonságokat teljesít a három közül, majd empirikusan is vizsgálja a módszereket. A leghatékonyabb tőkeallokációs módszernek a Shapley-módszer és a Nukleolusz-módszer bizonyult, mind a kettő két-két tulajdonságot teljesített. A Shapley-módszer ösztönzőnek és szimmetrikusnak bizonyul, azonban stabilnak nem. A Nukleolusz-módszer pedig a stabil és szimmetrikus tulajdonságokat teljesíti, de nem ösztönző.

A két módszert részletesebben lásd Balog et al. (2017) tanulmányban.

A tanulmány rámutat arra a fontos következtetésre, hogy tőkeallokációs módszert minden alkalmazásra külön érdemes választani, hiszen minden módszernek megvannak a maga előnyei és hátrányai.

A kitekintés fejezet egy olyan hosszan vizsgálható problémát vetít előre, amellyel sok tanulmány a korábbihoz hasonlóan foglalkozik még. Ide sorolható Drehmann és Tarashev (2013) Measuring the systemic importance of interconnected banks című cikke is, amely egy exogén bankrendszert feltételez. Itt a középpontban a Shapley-érték tulajdonságait és azok vizsgálata áll, valamint ezt a módszert használja fel a rendszerkockázat bankok közötti elosztására is.

9. Összefoglalás

Dolgozatom egyik céljának azt tűztem ki, hogy bemutatásra kerüljön néhány bankroham modell és fertőzéses probléma. Miután feltérképeztem a bankroham modellek egy releváns részét, és néhány bemutatásra is került, vizsgáltam a bankroham kialakulásának megelőzését és esélyének csökkentését általánosan és modellekben egyaránt.

A szakdolgozat kutatási kérdése az, hogy megelőzhető és befolyásolható-e a bankroham modellekben a roham kialakulása. A dolgozat hetedik fejezete ad választ erre a kérdésre, ahol több olyan lehetséges intézkedést, találunk, ami előresegíti ezt a folyamatot. A kérdésre tehát a válasz, hogy lehetséges a megelőzés vagy a kialakulás esélyének csökkentése a modellekben. Ezek alapján elfogadjuk a nullhipotézist is, hogy kiküszöbölhető ez a probléma.

A kutatási kérdés megválaszolása után nézzük részletesebben a választ. A megelőzés és bankroham esélyének csökkentésére három módszer vizsgáltam részletesen.

Az első ilyen a betétesek kifizetésének felfüggesztése. Már az alapmodell során hamar arra a következtetésre jutunk, hogy ez az intézkedés stabilan csökkenti a kockázatokat és a bankroham megelőzését eredményezheti, hiszen a betéteseknek nem éri meg sorban állniuk, úgysem jutnak a felfüggesztés ideje alatt pénzükhöz.

A második ilyen a betétbiztosítás intézkedése volt. Ha a betétesek biztosítva vannak afelől, hogy mindenképp megkapják pénzüket akkor, amikor arra tényleg szükségük van, akkor nyilvánvalóan nem kell attól tartaniuk, hogy likviditáshiány alakul ki, mert abban az esetben is megkapják kifizetéseiket. Ez az intézkedés tehát szintén egy válasz lehet a bankrohamok megelőzésére. Kallóné (2018) tanulmányából viszont az is hamar kiderül, hogy ennek az intézkedésnek a pozitív, bankroham megelőző hatása mellett, negatív kockázati hatása is van, az erkölcsi kockázat megjelenésével.

A harmadik vizsgált terület nem olyan könnyen megfogható, mint az előző kettő intézkedés. A bankok és betétesek közötti hálózati rendszerek fontos szerepet játszanak a bankroham megelőzésében vagy esélyének csökkentésében. Ez nem egy intézkedés, mint a kifizetések felfüggesztése, és nem is egy biztosítási fajta, mégis a bankroham megelőzésében és befolyásolásában releváns szerepet játszhat.

Két fontos cikket emeltünk ki a témában, melyek közül az első Csercsik - Kiss (2018) tanulmány. Ez a tanulmány a szakdolgozat kérdésének szempontjából azért fontos, mert kiemeli a hálózati rendszerek szerepének fontosságát. Megmutatják, hogy modelljük szempontjából az egyik fontos tényező, ami befolyásolja a bankroham esélyének kialakulását az a bank optimális ajánlata az egyes betéteseknek. Ezzel valamilyen szinten szabályozni lehet a kialakulás valószínűségét. Másik ilyen fontos befolyásoló tényezőnek pedig a betétesek kapcsolatszámának növelése, ami a modell szempontjából könnyen, de a valóságban kissé nehezebben mozgatható változónak tűnik.

Ha a hálózatok témájában arról beszélünk, hogy hogyan segíti ez előre a bankrohamok kialakulásának csökkentését, akkor egy másik fontos cikket is megemlítettünk ez pedig Kiss, Rodriguez-Lara, és Rosa-García (2014) tanulmánya, amiben felmerül az a kérdés, hogy a szociális hálózatok elősegítik, vagy megelőzik a bankrohamok kialakulását. Itt a témával kapcsolatban azt a fontos következtetést kaptuk, hogy kapcsolatrendszer azért fontos a bankroham megelőzésének szempontjából, mert minél jobban meg tudják figyelni egymás döntéseit a betétesek, annál inkább ösztönözve lesznek arra, hogy akkor vegyék ki pénzüket a bankból, mikor arra ténylegesen szükségük is van.

Összegezve az következtetéseket, dolgozatomban a bankrohamok megelőzésének fontosságára szeretnék rámutatni. Ez egy olyan napjainkat is érintő téma lehet, ami akár valós vagy valótlan, de akár hiányos információk alapján is nagyon rövid időn belül hatalmas káoszt, annál is több csődöt és veszteséget okozhat a gazdaságnak. Fontos tehát a felkészültség és a megelőzés, valamint a kockázatok csökkentése, melyre első sorban a szabályozó rendszernek és a bankrendszernek kell figyelnie. Ezek mellett további releváns kérdés lehet az is, hogy ha a megelőzés nem sikerült, akkor a bankroham kialakulása esetére hogyan, milyen eszközökkel van felkészülve a rendszer, a lehetséges fertőzések elkerülésére.

Irodalomjegyzék

- Allen, Franklin – Gale, Douglas (2000): Financial Contagion. Journal of Political Economy, Vol. 108. No. 1. 1-33. o.
- Artzen, Ph. F. – Delbaen, F. – Eber, J.-M. – Heath, D. (1999): Coherent Measures of Risk. Mathematical Finance, 9, pp. 203-228.
- Balog Dóra – Csóka Péter – Pintér Miklós Péter – Bátyi Tamás László (2011): Tőkeallokációs módszerek és tulajdonságaik a gyakorlatban. Közgazdasági Szemle 7-8, pp. 619-632.
- Balog, D., Bátyi, T., Csóka, P., Pintér, M. (2017), Properties and comparison of risk capital allocation methods. European Journal of Operational Research, 259: (2) 614-625
- Calomiris, Charles W. – Kahn, Charles M. (1991): The Role of Demandable Debt in Structuring Optimal Banking Arrangements. The American Economic Review, Vol. 81, No. 3. 497-513.
- Chari, Varadarajan V. – Jagannathan, Ravi (1988): Banking Panics, Information, and Rational Expectations Equilibrium. Journal of Finance, Vol. 43. Issue 3. 749-761. o.
- Chen, Yeh-Ning (1999): Banking Panics: The Role of the First-come, First-served Rule and Information Externalities. Journal of Political Economy, Vol. 107. No. 5. 946-968. o.
- Csercsik Dávid– Kiss Hubert János (2018): Optimal Payments to Connected Depositors in Turbulent Times: A Markov Chain Approach, Hindawi Complexity, Volume 2018, Article ID 9434608, 14 pages.
- Csóka, P. – Herings, P. J. J. – Kóczy, L. Á. (2009): Stable Allocations of Risk. Games and Economic Behavior, 67, pp. 266-276.
- De Bandt, Oliver (1995): Competition among Financial Intermediaries and the Risk of Contagious Failures. Notes d'Etudes et de Recherches, No. 30.

- De Bandt, Oliver – Hartmann, Philipp (2000): Systemic Risk: a Survey. European Central Bank Working Paper, No. 35.
- Diamond, Douglas W. – Dybvig, Philip H. (1983): Bank Runs, Deposit Insurance and Liquidity. Journal of Political Economy, Vol. 91, No. 3. 401-419 o.
- Drehmann, M. – Tarashev, N. (2013) Measuring the systemic importance of interconnected banks. Journal of Financial Intermediation, 22, pp. 586–607.
- Forgó, F., Pintér, M., Simonovits, A., Solymosi, T. (2005): Játékelmélet (elektronikus jegyzet).
  In: https://www.mit.bme.hu/system/files/.../lab04_segedlet_forgo_-_jatekelmelet.pdf
  Letöltve: 2018.03.21. 12.15 h.
- Freixas, Xavier – Parigi, Bruno M. – Rochet, Jean-Charles (2000): Systemic Risk, Interbank Relations and Liquidity Provision by the Central Bank. Journal of Money, Credit and Banking, Vol. 32. No. 3. 611-638. o.
- Gertler, M., and Kiyotaki, N., (2013): Banking, Liquidity and Bank Runs in an Infinite Horizon Economy, American Economic Review , 105(7): 2011–2043
- Kallóné Csaba Katalin (2018): Betétbiztosítás és erkölcsi kockázat Magyarországon, Statisztikai Szemle, 96. évf. 2. sz, 137-163. o.
- Kaufman, George (1996): Bank Failures, Systemic Risk, and Bank Regulation. The Cato Journal, Vol. 16. No. 1.
- Kiss Hubert János–Ismael Rodriguez-Lara– Alfonso Rosa-García (2014): Do social networks prevent or promote bank runs?, Journal of Economic Behavior & Organization 101, 87-99
- Kiss Hubert János–Ismael Rodriguez-Lara– Alfonso Rosa-García (2015): Kognitív képességek és stratégiai bizonytalanság egy bankrohamkísérletben, Közgazdasági Szemle, LXII. évf., 1030–1047. old.

- Kiss Hubert János–Ismael Rodriguez-Lara– Alfonso Rosa-García (2016): Think Twice Before Running! Bank Runs and Cognitive Abilities, Leibniz-Informationszentrum Wirtschaft. IEHAS Discussion Papers, No. MT-DP - 2014/28 In: https://www.econstor.eu/bitstream/10419/108354/1/MTDP1428.pdf Letöltve: 2018.02.16. 16.24 h.
- Postlewaite, Andrew – Vives, Xavier: (1987): Bank Runs as an Equilibrium Phenomenon. Journal of Political Economy, Vol. 95. No. 3. 485-491. o.
- Solymosi, T. (2002): Hálózati optimalizálás (elektronikus jegyzet). In: http://gametheory.uni-corvinus.hu/Solymosi-HalozatiOptimalizalas-2012feb15.pdf, Letöltve: 2017.12.15. 17.20 h.
- Temzelides, Theodosios (1995): Evolution, Coordination and Banking Panics. Federal Reserve Bank of Philadelphia Working Papers, No. 27.
- Winston, W. L. (2003): Operációkutatás - Módszerek és alkalmazások. Aula Kiadó, Budapest.