

Eötvös Loránd Tudományegyetem
Természettudományi Kar



Budapesti Corvinus Egyetem
Közgazdaságtudományi Kar



Idősödés és nyugdíjba vonulás vizsgálata európai országokban általánosított lineáris modellel

Készítette: Nagy Eszter
Biztosítási és pénzügyi matematika mesterszak
Aktuárius specializáció
2018

Szakszemináriumvezető: Dr. Kovács Erzsébet

NYILATKOZAT

Név:

ELTE Természettudományi Kar, szak:

NEPTUN azonosító:

Szakedolgozat címe:

A **szakedolgozat** szerzőjeként fegyelmi felelősségem tudatában kijelentem, hogy a dolgozatom önálló munkám eredménye, saját szellemi termékem, abban a hivatkozások és idézések standard szabályait következetesen alkalmaztam, mások által írt részeket a megfelelő idézés nélkül nem használtam fel.

Budapest, 20

a hallgató aláírása

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés	1
2. Korai és késői nyugdíjba vonulás az európai országokban	4
2.1. Korai nyugdíjba vonulás	4
2.2. Késői nyugdíjba vonulás.....	7
2.3. Az effektív nyugdíjba vonulási időpontok eltérései a hivatalos nyugdíjkorhatártól.....	9
3. A mikro- és a makroadatokat bemutatása.....	10
4. Idősődéssel és nyugdíjjal kapcsolatos mutatószámok az európai országokban.....	13
5. Klaszterelemzés a makroadatokat felhasználásával	18
5.1. A vizsgált európai országok csoportosítása	18
5.2. Az országcsoportok összehasonlítása M-esztimátorok segítségével.....	21
6. A GLM matematikai háttere és alkalmazása a SHARE mikroadatokra	24
6.1. Az adatok előkészítése	24
6.2. Az „egyszempontos” elemzés	28
6.3. A klasszikus lineáris modellek és a GLM összehasonlítása	31
6.4. A GLM szerkezete.....	39
6.5. A GLM független változóinak szignifikanciájának tesztelése	41
6.6. GLM illesztése az adatokra.....	44
6.7. A GLM megbízhatóságának tesztelése.....	49
6.8. A Magyarországot tartalmazó klaszter vizsgálata.....	54
7. Összefoglalás és kitekintés.....	56
8. Felhasznált irodalom	59
9. Mellékletek	62
1. melléklet	62
2. melléklet	63
3. melléklet	64
4. melléklet	66
5. melléklet	69
6. melléklet	70

1. Bevezetés

A szakdolgozatomban a hosszú élet kockázatával és egyes európai országokra vonatkozó nyugdíjba vonulási életkorokkal fogok foglalkozni. Az előbb említett kockázat azt takarja, hogy az emberek átlagos élettartama nő, és mindez érinti az állami nyugdíjrendszereket és a nyugdíjakat. Az utóbbi évtizedekben a növekvő várható élettartam és a csökkenő születésszám jelentős problémát jelentett az európai országokban. 1950-ben még több, mint hét munkaképes korú személy jutott egy nyugdíjas személyre, de D'Addio és Von Nordheim (2014) elemzése alapján 2050-re várhatóan kevesebb, mint kettő fog csak jutni. Az idősödésen kívül további gondot okoznak az egyre korábbi effektív nyugdíjba vonulási korok (amikor a személyek ténylegesen nyugdíjba mennek), mely az OECD országokban (OECD, 2017) körülbelül 5 évvel csökkent férfiak és nők esetében is 1970-től 2015-ig. Ez a trend veszélyezteti a nyugdíjrendszerek pénzügyi stabilitását, azonban a hivatalos nyugdíjkorhatár utáni továbbdolgozás motiválása enyhítheti a problémát.

A szakdolgozatom célja az effektív nyugdíjba vonulási időpontok és a hivatalos nyugdíjkorhatárok közötti eltérés mértékét és lehetséges magyarázatait vizsgálni bizonyos európai országokban¹ általánosított lineáris modellel (generalized linear model, GLM). A problémát egy másik nézőpontból is elemezni fogom, melyhez csoportosítom ezeket az országokat néhány lényeges, nyugdíjhoz kapcsolódó mutatószám szempontjából. Az így kapott eredményeket össze fogom kapcsolni az eredeti céllal, és az effektív és a hivatalos nyugdíjba vonulási korok különbségét külön is vizsgálom majd az egyes klaszterekben.

A kutatásomhoz kétféle adattípust gyűjtöttem: egyrészt az OECD és az Eurostat adatbázisokból származó makroadatokból dolgoztam, másrészt az úgynevezett SHARE (Survey of Health, Ageing and Retirement in Europe)² felmérésből kapott mikroadatokat használtam. A mikroadat egyik nagyon hasznos előnye, hogy nem jár azzal az információvesztéssel, mintha az eredményeket csak aggregált szinten ismernénk az egyes országokban, ezért ez kiválóan alkalmas a változók közötti összefüggések feltárására. A vizsgált európai országok csoportosításához hierarchikus,

¹ Ausztria, Belgium, Cseh Köztársaság, Dánia, Észtország, Franciaország, Görögország, Hollandia, Írország, Lengyelország, Luxemburg, Magyarország, Németország, Olaszország, Portugália, Spanyolország, Svédország, Szlovénia

² <http://www.share-project.org/>

illetve k -középpontú klaszterelemzést fogok végezni a makroadatok alapján, majd az így kapott országcsoportokat összehasonlítom a mikroadatokból kiszámolt effektív és a hivatalos nyugdíjba vonulási korok eltérése szerint M-esztimátorok használatával. A Magyarországot is tartalmazó országcsoportot külön fogom modellezni GLM segítségével.

A téma azért lényeges, mert a jövőbeli nyugdíjellátás kérdése kivétel nélkül minden generációt érint, nem csak az idősebbeket, hiszen mindenkinek fontos, hogy megfelelő anyagi forrás álljon rendelkezésére az életpálya utolsó szakaszán. A European Commission (2012) beszámolója alapján az Európai Unióban vannak a világ egyik legátfogóbb és legnagyobb lékűbb nyugdíjazási megállapodásai, melyek az előbb említett elemzés szerint többek között arról is gondoskodnak, hogy a 65 év feletti személyek jövedelme megegyezzen az összes korosztály átlagos jövedelmének 94 százalékával.

A látszat ellenére a nyugdíjat nem egyszerűen csak magunknak fizetjük az előtakarékoskodáson keresztül: a nyugdíjasok mindig függenek az éppen aktív korosztálytól, és a felosztó-kirovó rendszerben valójában az aktívak finanszírozzák a nyugdíjat az arra jogosultaknak. Ezzel szemben a tőkefedezeti rendszerben a munkavállaló nyugdíjpénztárhoz fizetett járuléka kerül tőkésítésre, és az így felhalmozott tőke és annak hozama biztosítja a nyugdíjjáradékot. Azonban ez utóbbi rendszerben sem tudjuk teljesen befolyásolni a jövőbeli nyugdíj összegét, hiszen a nyugdíjalapokban lévő eszközök értéke függ a gazdaság helyzetétől is az adott időpontban.

Nem csak a növekvő várható élettartam és az alacsony születésszám okozhat problémát, hanem az idős korú népesség számának és arányának növekedése is: az Európai Aktuárius Szövetség (Actuarial Association of Europe, 2016) előrejelzése szerint a következő évtizedekben a 80 év feletti népesség sokkal gyorsabb ütemben fog növekedni, mint a 65 évesnél idősebb népesség az európai uniós tagállamokban: a becslés szerint 25,9 millióról (a népesség 5,1 százaléka) 61,7 millióra (a népesség 11,8 százaléka) fog emelkedni a 80 évet megélték száma 2060-ra.

Mindebből az következik, hogy a nyugdíjrendszerek fenntarthatóságának szempontjából kulcsfontosságú feladat az effektív és a hivatalos nyugdíjba vonulási korok eltéréseit vizsgálni, hiszen jelentős társadalmi-gazdasági következményekkel

járhat, hogy a nagy számú és arányú időskorú népesség a tervezett időponthoz képest mikor vonul ténylegesen nyugdíjba.

Köszönet illeti a témavezetőmet, Dr. Kovács Erzsébetet, aki mindvégig nagyon figyelmesen átnézte a dolgozatomat, és nagyon sok új ötletet és építő jellegű tanácsot adott. Köszönöm szépen a konzultációkon nyújtott segítséget és a megértő türelmet.

2. Korai és késői nyugdíjba vonulás az európai országokban

2.1. Korai nyugdíjba vonulás

A mikroökonómia elmélete hagyományosan főleg azzal az esettel foglalkozik, amikor a nyugdíjba vonulás a dolgozó személy aktív és előre eltervezett döntése, azonban az elmúlt néhány évben a szakirodalom (például Desmet et al., 2005) nagy hangsúlyt fektetett a „szándékos” és a „nem szándékos” nyugdíjba vonulás megkülönböztetésére. A „szándékos” nyugdíjba menetel ugyan a munkavállaló racionális döntésének számít, de a külső korlátokat is figyelembe kell venni (például a foglalkoztatást). Dorn & Sousa-Poza (2007) empirikus elemzése szerint a „nem szándékos” nyugdíjba vonulás fontos jelenség Európában: néhány országban (például Németországban és Portugáliában) a korai nyugdíjba vonulók több, mint fele azt állította, hogy nem saját elhatározásukból választották ezt a lehetőséget. Ez utóbbi tanulmány arra is rávilágított, hogy egy adott országban minél magasabb a munkanélküliségi ráta, annál nagyobb a „nem szándékosan” idő előtt nyugdíjba vonulók aránya; egy másik eredmény az volt, hogy a korai nyugdíjba vonulási ösztönzők (például a magas nyugdíjhelyettesítési ráta) nem csak a „szándékosan”, hanem a „nem szándékosan” nyugdíjba vonulók számát és arányát is növeli. Hakola & Uusitalo (2005) szerint ennek az egyik lehetséges magyarázata az, hogy a kedvező korai nyugdíjba vonulási feltételek arra ösztönzik a cégeket, hogy csökkentsék a munkaerőt.

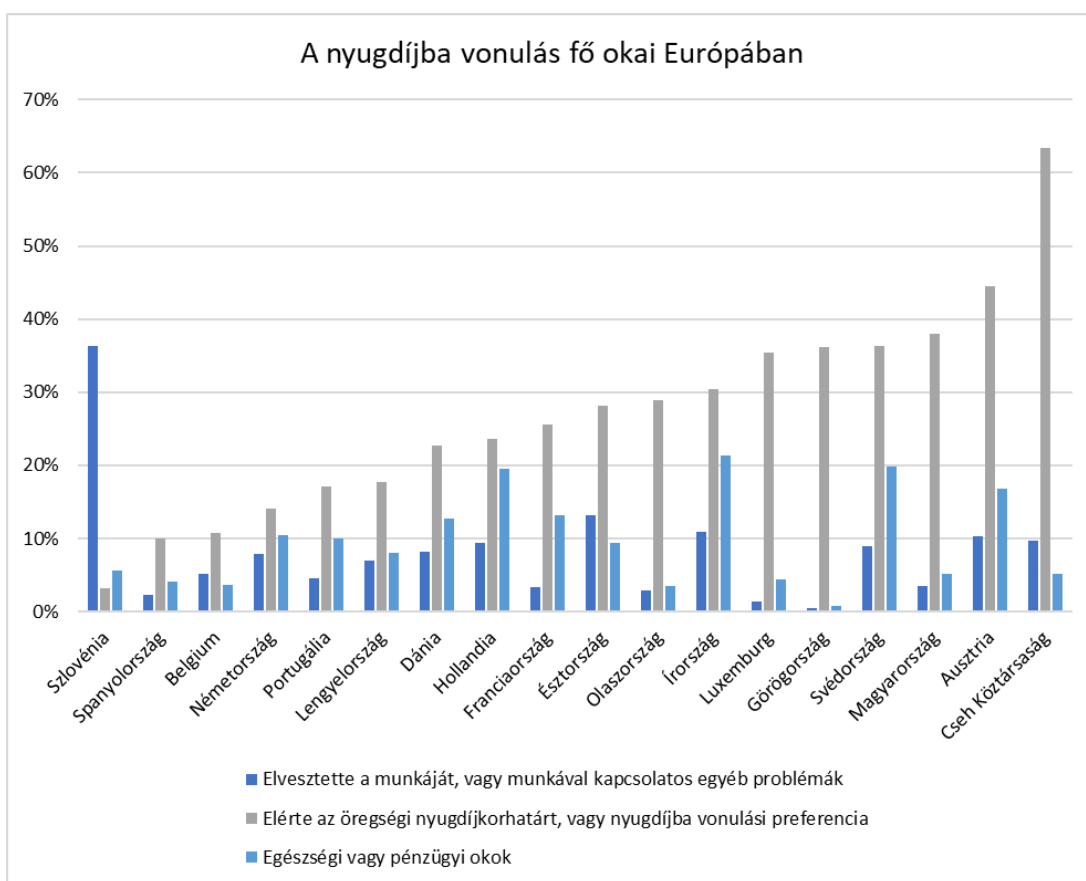
Casey (1997) hat tényezőt azonosít, mely a munkapiacról való korai kivonulást eredményezheti:

- egészség
- kötelező nyugdíjszabályozások
- jövedelemszabályozások
- a nyugdíjon kívüli alternatív jövedelemszerzési lehetőségek
- a nyugdíjtervek aktuáriusi méltányossága
- társadalmi normák.

Az Európai Unión belül nem minden országban van lehetőség a korai nyugdíjba vonulásra (OECD, 2017): például Írországban, Hollandiában és az Egyesült Királyságban egyáltalán nem engedélyezett állami nyugdíjat igényelni a hivatalos nyugdíjkorhatár előtt. Más tagállamokban ezt különböző feltételekhez kötik: ez

sokszor függ a megszerzett jogosultsági idő mennyiségétől, a szakmától, esetleg a munkaképtelenségtől vagy a munka elvesztésétől (az utóbbi például Luxemburgban). Magyarországon a 2011-ben bevezetett Nők40 program keretében is lehetőség van nyugdíjba vonulni. Giuiglano (2017) hangsúlyozta, hogy az 1970-80-as években sok kormány vezetett be korai nyugdíjba vonulási terveket azzal a szándékkal, hogy több fiatalot vigyenek be a munkaerőpiacra. Ennek viszont az lett az eredménye, hogy az átlagos munkaerőpiacról való kilépési kor ma még mindig alacsonyabb, mint négy évtizede, amikor még jóval kevesebb volt az emberek várható élettartama. Ezért szigorítani kellett a korai nyugdíjba vonulási szabályokat és emelni a kötelező nyugdíjkorhatárt, viszont ez kevesebb rugalmasságot enged meg a dolgozóknak.

Az Eurostat (2014) adatai alapján a korai nyugdíjba vonulás okai az alábbiak (1. ábra):



1. ábra

Forrás: Eurostat (2014). Saját számítás.

Ezeket az okokat az (idő előtt vagy a törvényes korhatár betöltése után) nyugdíjba vonult, illetve a tartósan beteg vagy munkaképtelen lakosság arányában fejeztem ki, de nyilván az 1. ábrán felsorolt három okon kívül más is lehet a háttérben, ezért nem teszük ki a 100 százalékot. Sajnos a második kategória magában foglalja azokat a

személyeket is, akik elérték a nyugdíjkorhatárt, és azokat is, akik úgy döntöttek, hogy nem szeretnék továbbdolgozni, ezért nem meglepő, hogy - Szlovénián kívül - ez szerepel a legmagasabb arányban mindegyik országban (ezért is rendeztem eszerint sorrendbe az országokat az 1. ábrán). Szlovénia kiemelkedett azzal, hogy nagy százalékban említették a munkával kapcsolatos problémákat, illetve a munka elvesztését (ami hasonlóan lejárolt hazánkban is a rendszerváltás idején, a 90-es években). Ez valószínűleg amiatt van, hogy hatalmas a szakadék a kevésbé képzett és a képzett munkaerő között, és szinte teljes mértékben az utóbbiak határozzák meg a foglalkoztatottságot és a bérezést. Az OECD Economic Surveys (2017) alapján azok, akik nem találtak a képességeiknek megfelelő munkát, inkább a korai nyugdíjba vonulást választották, mint azt, hogy szakmát váltsanak vagy tovább képezzék magukat.

2.2. Késői nyugdíjba vonulás

D'Addio & Von Nordheim (2014) felmérése szerint 10-ből 6 európai állampolgár elutasítja azt az ötletet, hogy 2030-ra növekednie kell a nyugdíjkorhatárnak, azonban majdnem kétharmaduk szerint engedélyezni kellene a nyugdíjas kor utáni továbbdolgozást. A kötelező korhatárnál későbbi nyugdíjba vonulást motiválhatják magasabb nyugdíjjal is, amire jó példa Magyarország: nálunk a korhatár felett minden munkában töltött hónap után (ha az illető fizet járulékot is), az egyébként járó nyugdíj 0,5 százalékat bónuszként megkapja az illető. Ez évi 6 százalékkal több nyugdíjat jelent.

D'Addio & Von Nordheim (2014) felhívják a figyelmet arra is, hogy bár *ceteris paribus* azt remélnénk, hogy azok az egyének, akik alacsonyabb összegű nyugdíjat halmoztak fel, később vonulnak nyugdíjba, a helyzet nem ilyen egyszerű. Ugyan minden évnvi továbbdolgozás a hivatalos korhatár után növeli a nyugdíjjogosultságot, de egyben csökkenti a nyugdíjban töltött évek várható számát is. Ugyanezen szerzők szerint egy másik kulcsfontosságú kérdés a jövedelem adókötelességének mértéke: azokban az országokban jellemzőbb a késői nyugdíjba vonulás, ahol alacsonyabbak ezek az adók.

Azonban az idősebb korú munkavállalók gyakran problémákat jelenthetnek a munkáltatóknak. Casey (1997) a következőképpen foglalja össze ezeket a lehetséges problémákat:

- költségesebbek a fiatal munkavállalóknál
- a fiatalabb munkavállalókhöz képest az idősebbek kevésbé produktívak (például rossz egészségi állapot miatt gyakrabban hiányoznak)
- kevésbé akarnak vagy tudnak új képességeket elsajátítani
- várhatóan kevés ideig fognak a cégnél maradni, ezért kevésbé éri meg befektetni a képzésükbe.

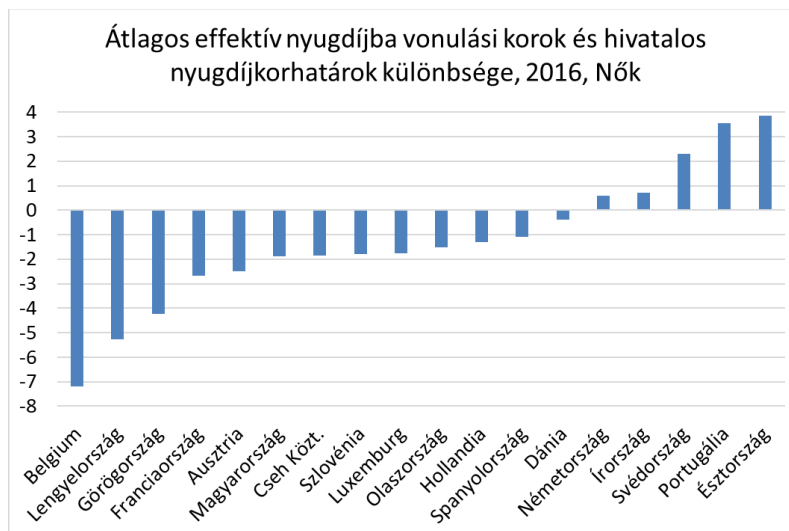
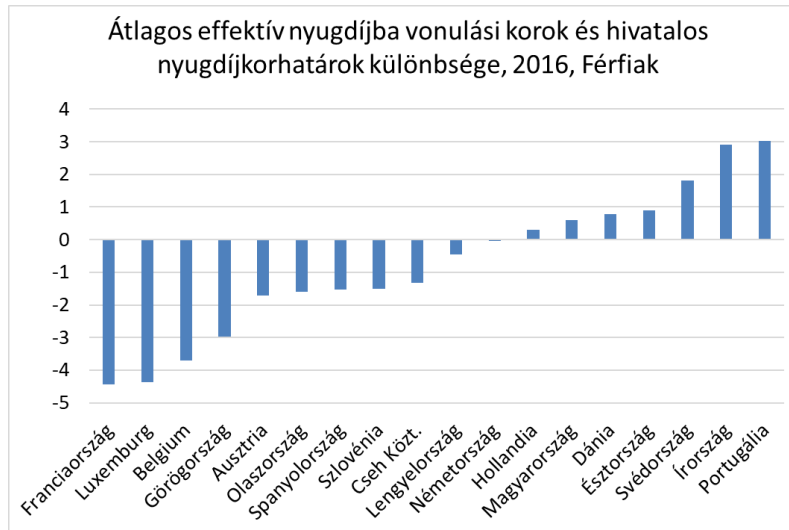
Más tanulmányok azonban rámutatnak arra, hogy a fent felsoroltak nem minden esetben helytállóak. Például Levine & Mitchell (1988) kutatási eredményei alapján az idősebb munkavállalók alkalmazása sem előnyösebb, sem hátrányosabb nem lesz a cégnek költség szempontjából, mint a fiatalabbak alkalmazása. Másrészt Lazear (1979) bevezette az „implicit szerződés elméletet”, mely szerint az idősebb korú munkavállalók bére egy idő után meg fogja haladni azt a szintet, melyet a

produktivitásuk szempontjából érdemelnének. Erre a bérek csökkentése az egyik lehetséges megoldás, azonban ez a gyakorlatban nehezen kivitelezhető (például a szakszervezetek miatt).

A magyar szerzők közül például Simonovits (2001) tanulmányozta a nyugdíjárulékot és a szolgálati időt bizonyos egyszerűsítő feltételezések mellett, és egy optimalizálási modellt állított fel ezekre. Simonovits munkái alapján a témát tovább elemezte Banyár (2011), aki egy egész függvénycsaládot mutatott be, amely megfelel a Simonovits által felsorolt optimális járadékfüggvény feltételeinek. Banyár hangsúlyozta, hogy a biztosításmatematikailag korrekt járadékfüggvény összességében kevesebb nyugdíjat ad a késői, mint a korai nyugdíjba vonulóknak. Véleménye szerint nem a korhatár utáni továbbdolgozást kellene ösztönözni, hanem megszüntetni az ezzel szembeni ellenőztönzést, azaz csak korrektebbé tehetjük „a nyugdíjrendszert azokkal szemben, akik maguktól is továbbdolgoznának”.

2.3. Az effektív nyugdíjba vonulási időpontok eltérései a hivatalos nyugdíjkorhatártól

A 2. ábrán láthatók az effektív nyugdíjba vonulási időpontok eltérései a hivatalos nyugdíjkorhatártól, melyeket az 1. melléklet (OECD, 2016) alapján készítettem. Ha az adott országban negatív az eltérés, az azt jelenti, hogy ott átlagosan a törvényes nyugdíjkorhatárnál hamarabb vonulnak nyugdíjba, míg ahol pozitív az eltérés, ott átlagosan ennyi évvel továbbdolgoznak.



2. ábra

Forrás: OECD (2016). Saját számítás.

Magyarországon a férfiak átlagosan 0,6 évvel (7,2 hónappal) dolgoznak tovább a hivatalos nyugdíjkorhatárnál, a nők viszont átlagosan 1,9 évvel ezen időpont előtt vonulnak nyugdíjba. Egyébként a vizsgált országokban a férfiak átlagosan 0,7 évvel, a nők 1,2 évvel a hivatalos korhatár előtt mennek nyugdíjba.

3. A mikro- és a makroadatok bemutatása

A bevezetésben kitűzött célhoz felhasználandó adatok egyik része aggregált adat az egyes európai országok nyugdíjjal kapcsolatos jellemzőiről, melyek az OECD és az Eurostat oldaláról származnak.

Az adataim másik része mikroadat, vagyis az egyes - adott európai országokban élő - személyekre vonatkozóan tartalmaz információkat. A személyes adatokkal való visszaélés kockázata miatt a mikroadatokhoz általában nehezebb hozzájutni, viszont az egyik nagy előnyük az aggregált adatokkal szemben az, hogy nagyobb információtartalomhoz jutunk. Emiatt az egyes egyénekre vonatkozó mikroadatok alkalmasabbak például arra, hogy egy-egy változó közötti összefüggést vizsgáljunk. A nyugdíjba vonulási kérdéseket és ezek kapcsolatát más változókkal a SHARE kutatás eredményei segítségével fogom vizsgálni. Ezek a mikroadatok regisztrációt követően ingyenesen hozzáférhetők a bevezetésben szereplő 2. lábjegyzetben található linken (az 1. oldalon).

A SHARE egy több területre kiterjedő, nemzetek közötti összehasonlításra alkalmas panel adatbázis mikroadatokkal az egészségről, a társadalmi-gazdasági helyzetről és a családi hálózatokról. Ez több, mint 120000 ötven éves vagy idősebb egyén adatait tartalmazza (több, mint 288000 interjú készült) főleg európai országból, köztük Magyarországról. Az interjúkat az úgynevezett CAPI („computer-assisted personal interviewing”) használatával végezték el, vagyis személyesen keresték fel az interjúalanyokat, és egy hordozható számítógép segítségével rögzítették a válaszokat.

A SHARE kutatást 6 hullámban („wave”) végezték el, néhány év eltéréssel, melyeket az 1. táblázatban egy keresztábra segítségével szemléltetek (a 2. mellékletben megtalálható a keresztábra év és ország bontásban is). Az első hullámban még minden 50 éves vagy idősebb egyén választható volt interjúra, de a második hullámtól kezdve háztartásonként csak egy, legalább 50 éves személyt kérdeztek meg. Egyébként minden hullámban a háztartás további tagjait is megkérdezték, de ebben a szakdolgozatban a már nyugdíjba vonult személyeket szeretném vizsgálni.

Interjú éve * Hullám keresztábra								
		Hullám						Összesen
		1	2	3	4	5	6	
Interjú éve	2004	22221	0	0	0	0	0	22221
	2005	6502	0	0	0	0	0	6502
	2006	1711	7922	0	0	0	0	9633
	2007	0	26805	0	0	0	0	26805
	2008	0	0	6667	0	0	0	6667
	2009	0	876	20978	0	0	0	21854
	2010	0	1571	821	1628	0	0	4020
	2011	0	0	26	54752	0	0	54778
	2012	0	0	0	1804	0	0	1804
	2013	0	0	0	0	66221	0	66221
2015	0	0	0	0	0	68231	68231	
Összesen		30434	37174	28492	58184	66221	68231	288736

1. táblázat.

Forrás: SHARE. Saját számítás.

A 2. táblázatban azt láthatjuk, hogy az adott hullámban melyik országban hányan vettek részt a SHARE kutatásban:

Ország * Hullám keresztábra								
		Hullám						Összesen
		1	2	3	4	5	6	
Ország	Ausztria	1569	1200	999	5255	4382	3402	16807
	Németország	2997	2628	1921	1621	5752	4412	19331
	Svédország	3049	2796	1961	1969	4556	3906	18237
	Hollandia	2968	2683	2258	2789	4168	0	14866
	Spanyolország	2316	2427	2271	3728	6708	5636	23086
	Olaszország	2553	2986	2528	3595	4750	5313	21725
	Franciaország	3122	2989	2500	5851	4506	3948	22916
	Dánia	1706	2630	2144	2287	4146	3733	16646
	Görögország	2897	3412	3092	0	0	4937	14338
	Svájc	997	1498	1324	3788	3051	2806	13464
	Belgium	3810	3227	2865	5324	5640	5823	26689
	Izrael	2450	2447	0	0	2599	2035	9531
	Cseh Köztársaság	0	2750	1835	5539	5643	4858	20625
	Lengyelország	0	2466	1939	1733	0	1826	7964
	Írország	0	1035	855	0	0	0	1890
	Luxemburg	0	0	0	0	1610	1564	3174
	Magyarország	0	0	0	3072	0	0	3072
	Portugália	0	0	0	2020	0	1676	3696
Szlovénia	0	0	0	2749	2958	4224	9931	
Észtország	0	0	0	6864	5752	5638	18254	
Horvátország	0	0	0	0	0	2494	2494	
Összesen		30434	37174	28492	58184	66221	68231	288736

2. táblázat.

Forrás: SHARE. Saját számítás.

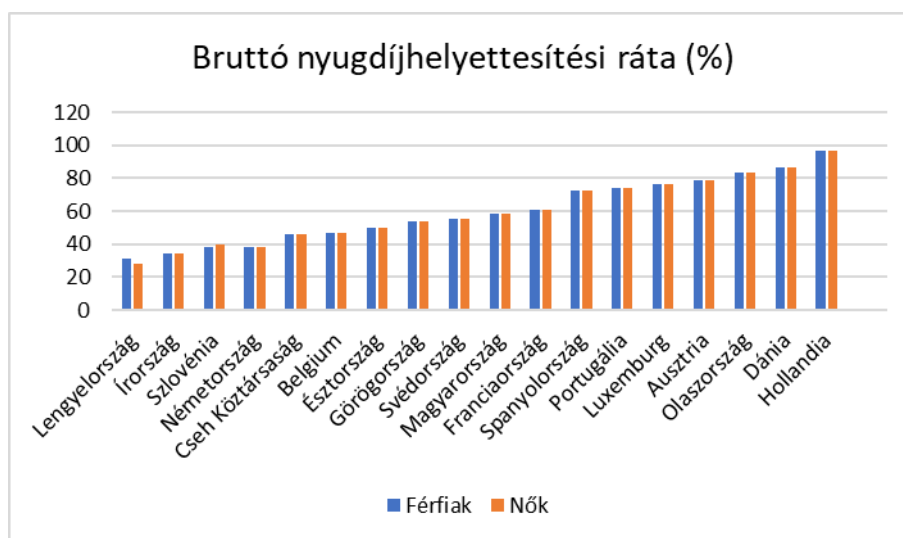
A szakdolgozatomban azokat az országokat fogom vizsgálni, melyek a SHARE kutatásban is szerepeltek – Izraelt nem veszem bele az elemzésbe, mivel nem európai ország; Horvátországot sem, mert nem OECD tagállam; és Svájcot sem, mivel nem tagja az Európai Uniónak. Magyarország csak a 4. hullámban vett részt, ezért erre a hullámra fogok összpontosítani, de más hullámból származó adatokat is fel fogok használni a többi országról.

Ebben a fejezetben végül szeretnék néhány érdekes következtetésről írni, amit a SHARE adatokból a nyugdíjba vonulással kapcsolatban már korábban megállapítottak. Az egyik ilyen eredmény, hogy a jó számítógépes ismeretekkel rendelkező idősebb dolgozók általában elégedettebbek a munkájukkal, és később terveznek nyugdíjba vonulni – feltéve, hogy olyan helyen dolgoznak, ahol számítógépet kell használniuk (Cavapozzi et al., 2015). Ezen kívül a SHARE adatok arra is rávilágítanak, hogy a foglalkoztatás minősége (ami szoros kapcsolatban van a jóléttel és az életminőséggel) ösztönzi a későbbi nyugdíjba vonulást, azonban ez nagyon különböző az egyes európai országokban (Von dem Knesebeck et al., 2005). Szintén különbözőek a korai nyugdíjba vonulási szabályok: azokban az országokban, ahol ilyen téren megengedőbb a szabályozás (főleg a déli országokban, de Ausztriában és Franciaországban is), igen magas a korai nyugdíjba vonulók száma, ami kihasználatlan munkaerőkapacitást eredményez. Ez utóbbi további vizsgálatot igényel.

4. Idősödéssel és nyugdíjjal kapcsolatos mutatószámok az európai országokban

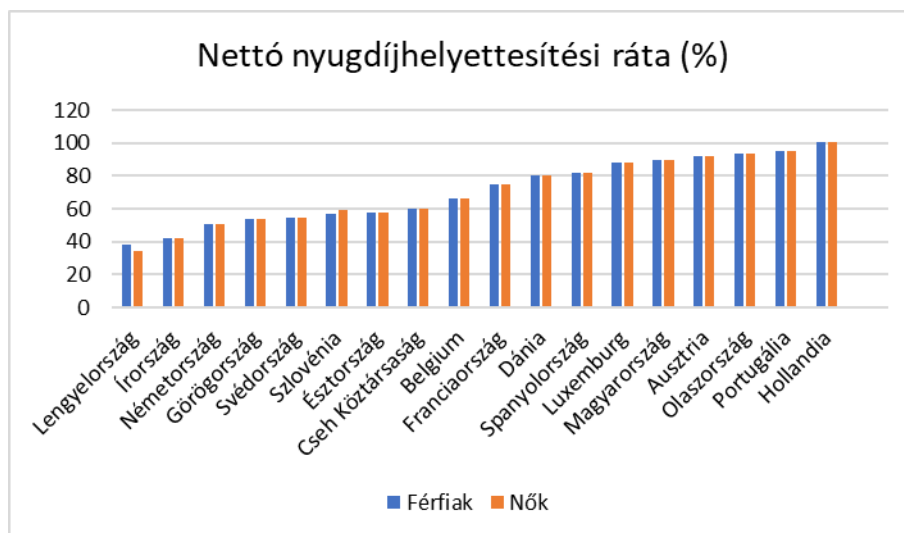
Az OECD (2017) adatbázisában található, 2016. évre vonatkozó adatokat felhasználva vizsgálom a bruttó és a nettó nyugdíjhelyettesítési rátát, a bruttó és nettó nyugdíjvagyont, az időskori függőségi rátát, és a várható nyugdíjban töltött évek számát. Arra keresek választ, hogy a vizsgált európai országok hogyan viszonyulnak egymáshoz az idősödés és a nyugdíjjal kapcsolatos kérdések szempontjából.

Kezdem a bruttó nyugdíjhelyettesítési rátával, melynek definíciója: a bruttó nyugdíjjogosultság osztva a nyugdíjazás előtti bruttó jövedelemmel. Ez a mutató azt méri, hogy egy adott nyugdíjrendszer milyen hatékonyan tud biztosítani nyugdíjat, hogy a kieső, nyugdíjazás előtti legfőbb jövedelmet helyettesítse. A nettó nyugdíjhelyettesítési ráta definíciója pedig az előzővel analóg módon a nettó nyugdíjjogosultság osztva a nyugdíjazás előtti nettó jövedelemmel. Nézzük meg ezeket az értékeket a vizsgált európai országokra (3-4. ábra):



3. ábra

Forrás: OECD (2017). Saját számítás.

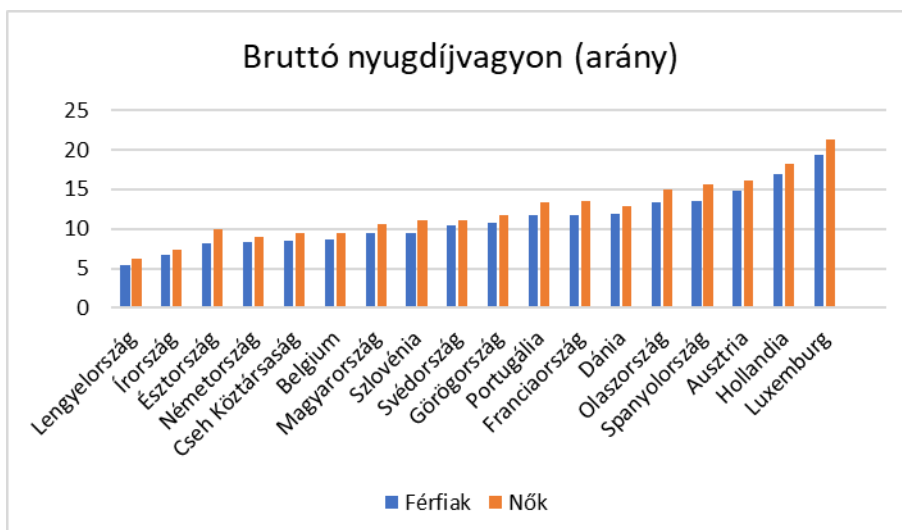


4. ábra

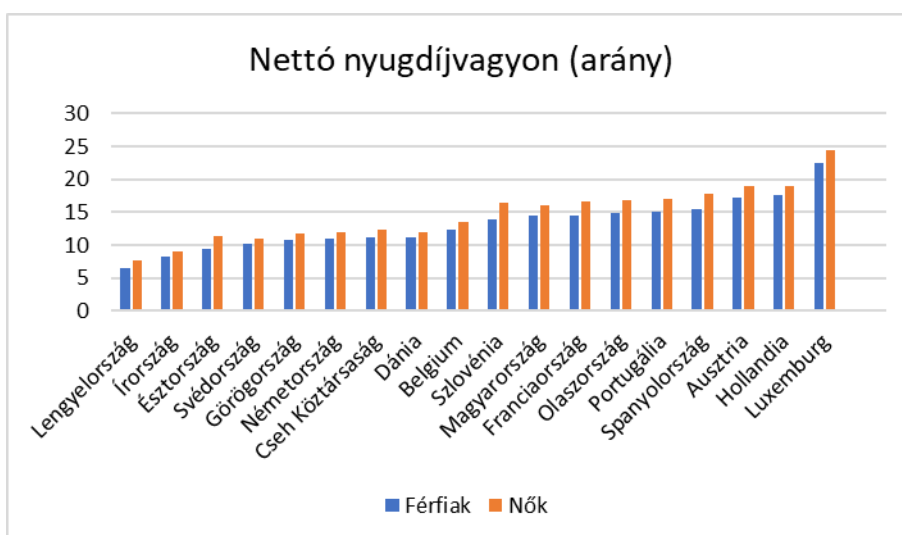
Forrás: OECD (2017). Saját számítás.

A 3-4. ábrán látható, hogy a bruttó és a nettó nyugdíjhelyettesítési ráta esetén is szinte minden országra ugyanolyan értékeket mutatnak az adatok férfiakra és nőkre, kivéve Szlovéniában és Lengyelországban. Magyarország esetén fontos kiemelni, hogy nálunk a nyugdíj nem adózik. Nálunk a bruttó nyugdíjhelyettesítési ráta csak 0,3 százalékkal volt alacsonyabb az itt látható országok értékeinek az átlagánál, a nettó nyugdíjhelyettesítési ráta azonban nálunk az 5. legmagasabb. Hollandiában a legnagyobb a bruttó és a nettó nyugdíjhelyettesítési ráta is: itt is problémát jelent az egyre növekvő várható élettartam, mely nyomást helyez nyugdíjrendszer pénzügyi fenntarthatóságára. Ennek ellensúlyozására - más OECD tagállamokhoz hasonlóan - Hollandia megemelte és a jövőben tovább fogja emelni a hivatalos nyugdíjkorhatárt: a 2017-es 65,75 évről várhatóan 67 évre fog emelkedni a nyugdíjkorhatár 2021-ben, mely után a várható élettartam alakulása szerint fog tovább emelkedni (OECD, 2017).

Most áttérek a nyugdíjvagon vizsgálatára. A bruttó nyugdíjvagon azt az átalányt mutatja meg, hogy az évi bruttó jövedelem hányszorosát lenne szükséges kifizetni, ha az adott ország szabályozása szerint járó kötelező nyugdíjak folyósítását biztosítani szeretnénk. A nettó nyugdíjvagon pedig a nyugdíjfolyósítások jelenértéke, figyelembe véve az adókat és a szociális hozzájárulásokat, amiket a nyugdíjasoknak kell fizetniük a nyugdíjuk után. Ez is egy arányt fejez ki, ugyanúgy, mint a bruttó nyugdíjvagon. Ezek a következőképpen alakultak 2016-ban (5-6. ábra):



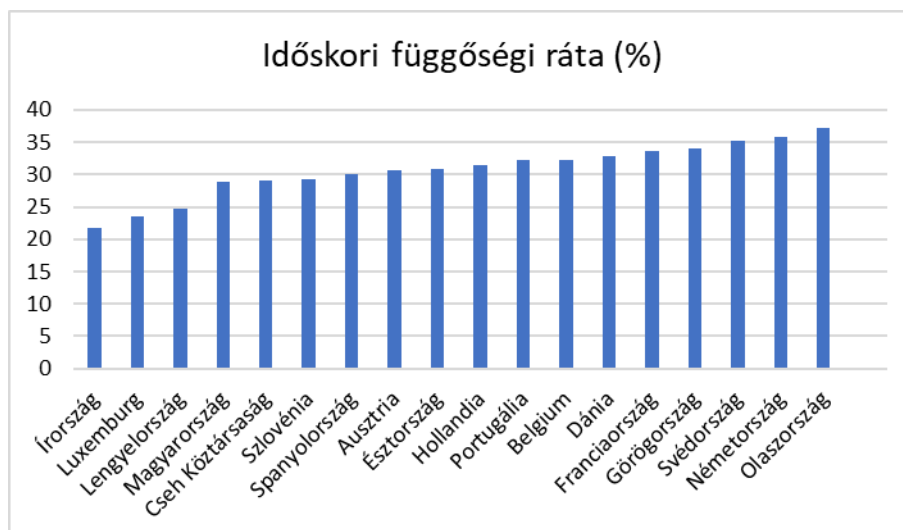
5. ábra
Forrás: OECD (2017). Saját számítás.



6. ábra
Forrás: OECD (2017). Saját számítás.

Az 5. és 6. ábrán már látható a különbség a férfiak és a nők között mindegyik ország esetén: a bruttó nyugdíjvagyon értéke átlagosan 11,54 százalékkal, a nettó nyugdíjvagyon értéke átlagosan 11,63 százalékkal magasabb a nők javára, hiszen nekik magasabb a várható élettartamuk, és emiatt várhatóan tovább kell nekik folyósítani a nyugdíjat. Magyarországon a nyugdíjvagyon az átlagos érték környékén van.

Az időskori függőségi ráta a 64 évesnél idősebbek aránya a munkaképes, 15-64 éves lakosság között. Ezeket az adatokat a 7. ábra szemlélteti.

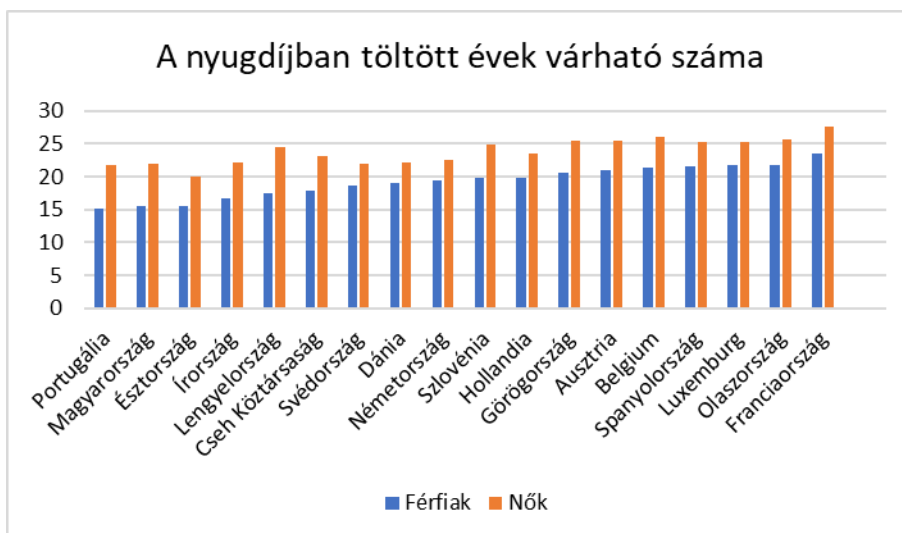


7. ábra

Forrás: OECD (2017). Saját számítás.

A legmagasabb arányt Olaszországnál látjuk: ennek az okai lehetnek az OECD átlaghoz képest magas várható élettartam és alacsony születésszám, illetve alacsony effektív nyugdíjba vonulási életkor. Magyarország az időskori függőségi ráta most még valamivel az átlag (30,8 százalék) alatt van: nálunk 28,9 százalék ez az arány, de ez Bajkó et al. (2015) elemzése alapján 2035-ig monoton növekedni fog, és várhatóan alulról megközelíti a 39 százalékot. A szerzők hangsúlyozzák, hogy „a népességszám várhatóan jelentős csökkenése és ezzel párhuzamosan az időskori függőségi ráta szintén intenzív emelkedése súlyos aggodalmakra ad okot a magyar nyugdíjrendszer fenntarthatóságával kapcsolatban”.

Végül azt vizsgálom, hogy az egyes országokban várhatóan hány évet töltenek az idősek nyugdíjban (8. ábra):



8. ábra
 Forrás: OECD (2017). Saját számítás.

Franciaországra a legmagasabb ez az érték férfiak és nők esetén is, mivel ott hamar vonulnak nyugdíjba az emberek. Az elemzésben szereplő európai országokban a férfiak átlagosan 19,3 évet (Magyarországon 15,6 évet), a nők pedig átlagosan 23,9 évet (Magyarországon 21,9 évet) töltenek nyugdíjban. Ez nagyon fontos mutató, hiszen várhatóan egyre több évet töltünk el nyugdíjban, mivel a nyugdíjasok halandósága javuló tendenciát mutat. Emellett Magyarországon a Molnár & Hollósné (2015) által vizsgált években (2004, 2010, 2012) az öregségi nyugdíjasok halandósága a magyar néphalandósághoz képest kedvezőbbnek bizonyult.

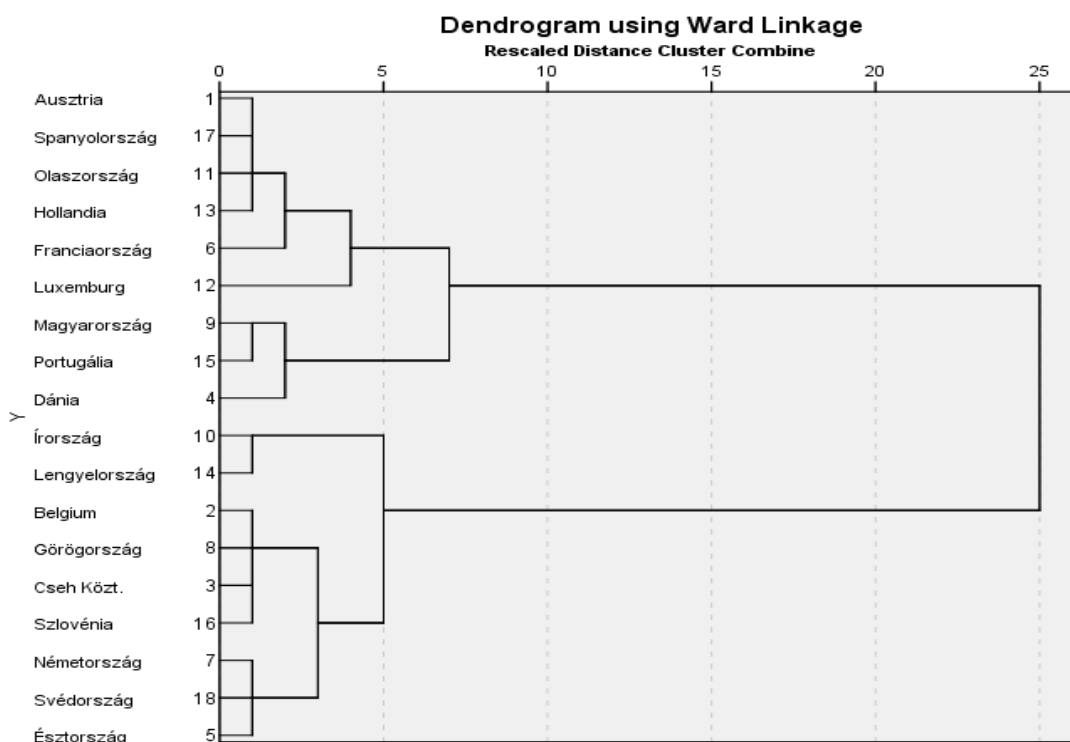
Hogy átfogóbb képet kapjunk ezekről a különbségekről és hogy az ebben a fejezetben felsorolt adatokat jobban tudjuk értelmezni, a következő lépésként klaszterelemzést fogok végezni a nyugdíjjal kapcsolatos főbb mutatószámok felhasználásával.

5. Klaszterelemzés a makroadatok felhasználásával

5.1. A vizsgált európai országok csoportosítása

Az elemzésben részt vevő európai országokat fogom csoportosítani a következő változók alapján: bruttó és nettó nyugdíjhelyettesítési ráta, bruttó és nettó nyugdíjvagyon, az időskori függőségi ráta és a nyugdíjban töltött évek várható száma. A belső eltérést és a hasonló országokat kerestem.

Ehhez hierarchikus klaszterelemzést végeztem először, hiszen nem tudtam előre a csoportok számát. Mivel a változókat különböző mértékegységekben mértem, ezeket sztenderdizáltam. A Ward módszert használtam, mely a variáciát minimalizálja. A távolság méréséhez az euklideszi távolságot választottam. A következő dendrogramot kaptam (9. ábra):



9. ábra

Forrás: OECD (2017). Saját számítás.

Ez alapján legalább két-három klaszterrel érdemes dolgozni a k -középpontos klaszterelemzésnél. Ha két klaszterrel dolgozom, akkor az alábbi csoportokat kapom:

1. csoport: Ausztria, Dánia, Franciaország, Hollandia, Olaszország, Luxemburg, Portugália, Spanyolország
2. csoport: Belgium, Cseh Köztársaság, Észtország, Görögország, Írország, Lengyelország, **Magyarország**, Németország, Svédország, Szlovénia.

Az első klaszterben a magasabbak az értékek mindegyik változó szerint: a nettó és a bruttó helyettesítési ráta, a bruttó és a nettó nyugdíjvagyon szerint is, illetve a nyugdíjazás utáni várható élettartam szempontjából is kedvezőbb ez a klaszter mindkét nem esetén – ugyanekkor az időskori függőségi ráta is magasabb az első klaszter esetén. Tehát az első klaszterben a jogosultak az eddigi jövedelmük arányában magasabb nyugdíjat kapnak. Magyarország a második klaszterbe került. Számomra meglepő eredmény volt, hogy Portugália az első, míg Belgium és Németország a második klaszterben vannak.

Megpróbáltam úgy is vizsgálni ezeket az országokat, hogy három klasztert készítek, és ekkor a következő klaszterközepeket kaptam (3. táblázat):

Klaszterközepek			
Változó neve	Klaszter		
	1	2	3
Bruttó nyugdíjhelyettesítési ráta férfiakra	1,22229	,63566	-,83120
Bruttó nyugdíjhelyettesítési ráta nőkre	1,21415	,63371	-,82719
Nettó nyugdíjhelyettesítési ráta férfiakra	1,15303	,75273	-,88616
Nettó nyugdíjhelyettesítési ráta nőkre	1,13774	,74467	-,87569
Bruttó nyugdíjvagyon férfiakra	1,67274	,25099	-,72491
Bruttó nyugdíjvagyon nőkre	1,61958	,29800	-,73853
Nettó nyugdíjvagyon férfiakra	1,56743	,28778	-,71433
Nettó nyugdíjvagyon nőkre	1,47486	,33085	-,71218
Időskori függőségi ráta	-,53163	,41081	-,09666
Nyugdíjban töltött évek várható száma férfiakra	,65151	,07745	-,26880
Nyugdíjban töltött évek várható száma nőkre	,44640	,10107	-,21618

3. táblázat

Forrás: OECD (2017). Saját számítás.

Az egyes országok pedig így kerültek be a klaszterekbe:

1. csoport: Ausztria, Hollandia, Luxemburg
2. csoport: Dánia, Franciaország, **Magyarország**, Olaszország, Portugália, Spanyolország
3. csoport: Belgium, Cseh Köztársaság, Észtország, Görögország, Írország, Lengyelország, Németország, Svédország, Szlovénia

A 3. táblázatban található értékek azért érdekesek, mert a klaszterek általában nem rangsorolhatók, de itt igen: egyetlen kivétellel minden nyugdíjjal kapcsolatos mutatószám értéke az első klaszterben a legmagasabb és a harmadikban a legalacsonyabb (a második klaszterben található értékek e kettő között vannak). Az említett kivétel az időskori függőségi ráta, ami az első klaszterben a legkisebb és a másodikban a legnagyobb. Mivel ez utóbbi értéke minél kisebb, annál jobb, ezért

elmondható, hogy az első klaszter mindegyik szempontból a legelőnyösebb, a harmadik klaszter pedig az az időskori függőségi ráta kivételével a leghátrányosabb.

Magyarország a második, „köztes” klaszterbe került, ahol átlagosan a legtöbb időskorú személy jut a munkaképes korosztályra. Az ebben a klaszterben szereplő országokat párhuzamba állíthatjuk a Citi 2016-os jelentésével (Barnato, 2016) is, mely szerint Európában a jelentős állami nyugdíjrendszerrel rendelkező országoknak vannak leginkább problémái a nyugdíjakkal kapcsolatban: Németországban, Franciaországban, Olaszországban, az Egyesült Királyságban, Portugáliában és Spanyolországban a becsült állami nyugdíjkötelezettségek meghaladták a GDP 300 százalékát (ezen országok közül a saját elemzésemben csak Németország került mégis másik klaszterbe). Érdekes, hogy a második klaszter Dániát is tartalmazza: az ottani nyugdíjrendszerben problémát jelent például a nemi diszkrimináció (a szülési szabadság alatt a nők nem kapnak nyugdíjpontokat), a magas adók (egy becslés szerint a marginális adókulcs a nyugdíjmegtakarításokon tipikusan 55 százalék körül van), a nyugdíjrendszer összetettsége és a társadalmi osztályok közötti magas és egyre növekvő egyenlőtlenségek az egészségi állapotban és várható élettartamban (Andersen, 2016).

5.2. Az országcsoportok összehasonlítása M-esztimátorok segítségével

A klaszterelemzés során kapott eredményeket (három klasztert feltételezve) összekapcsolom a SHARE mikrodatokkal is: utóbbiakból személyenként kiszámolhatók az effektív nyugdíjba vonulási korok, ezeknek a hivatalos nyugdíjkorhatártól mért eléréseit fogom összehasonlítani az egyes klaszterekben. Az összehasonlításhoz az átlag helyett az M-esztimátorokat fogom vizsgálni, hiszen azok ellenállóbbak az „outlier” (azaz extrém, vagy kiugró) egyénekekkel szemben. Mivel a makroadatok 2016-ból származnak, a SHARE felmérésből célszerű az utolsó, azaz 6. hullám adatait választani (melyeket 2015-ben gyűjtöttek), mert ez van a legközelebb hozzá időben; azonban Hollandia, Írország és Magyarország esetén kénytelen voltam régebbi SHARE hullám adatot használni, hiszen ezek az országok nem vettek részt a legutóbbi SHARE felmérésben.

Az M-esztimátorok (Kovács, 2014) segítségével súlyozhatjuk a centrumtól távoli eltéréseket, azaz a kiugró értékek elhagyása helyett lehetőség van ezen értékeknek csökkenő súlyokat adni: ezeket az u_i reziduálisok ω súlyfüggvényeként fejezzük ki.

Az u_i reziduálisokat a következőképpen adjuk meg:

$$(1) \quad u_i = \frac{x_i - T}{s} = \frac{x_i - \text{Medián}(x)}{\text{Medián}|x_i - \text{Medián}(x)|}$$

ahol x_i a minta i . elemét jelöli, $\text{Medián}(x)$ a minta mediánját, s a minta szórását és T a helyzeti közepet, mely utóbbit az alábbi egyenlet megoldásával kapjuk:

$$(2) \quad \sum_{i=1}^k f_i \cdot \Psi\left(\frac{x_i - T}{s}\right) = 0,$$

ahol f_i a gyakoriság és Ψ páratlan függvény.

Az SPSS programban használt súlyok a kidolgozóikról kapták a nevüket. Ezek a következők:

1. Huber esztimátora:

$$(3) \quad \omega(u_i) = \begin{cases} 1, & \text{ha } |u_i| \leq 1,339 \\ \frac{1,339}{u_i} \text{sgn}(u_i), & \text{ha } |u_i| > 1,339 \end{cases}$$

2. Turkey két súlyt használó M-esztimátora:

$$(4) \quad \omega(u_i) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{u_i}{4,685}\right)^2, & \text{ha } |u_i| \leq 4,685 \\ 0 & \text{különben} \end{cases}$$

3. Hampel esztimátora:

$$(5) \quad \omega(u_i) = \begin{cases} 1, & \text{ha } |u_i| \leq 1,7 \\ \frac{1,7}{u_i} \cdot \text{sgn}(u_i), & \text{ha } 1,7 < |u_i| \leq 3,4 \\ \frac{1,7}{u_i} \cdot \frac{8,5 - |u_i|}{8,5 - 3,4} \cdot \text{sgn}(u_i), & \text{ha } 3,4 < |u_i| \leq 8,5 \\ 0, & \text{ha } |u_i| > 8,5 \end{cases}$$

4. Andrews esztimátora:

$$(6) \quad \omega(u_i) = \frac{1,34 \cdot \pi}{\pi \cdot u_i} \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot u_i}{1,34 \cdot \pi}\right), \text{ ha } |u_i| \leq 1,34 \cdot \pi.$$

A 4. táblázatban összefoglaltam, hogy az egyes klaszterekben hogyan alakultak az effektív és a hivatalos nyugdíjba vonulási korok különbségei az M-esztimátorok alapján.

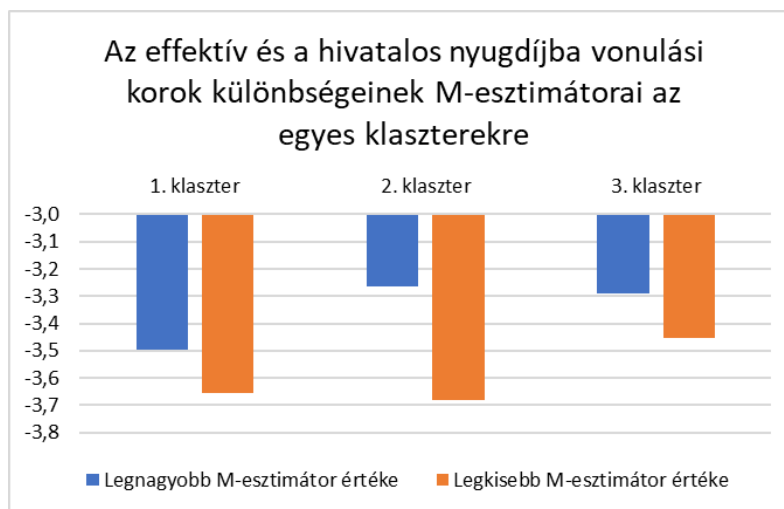
M-esztimátorok az effektív és a hivatalos nyugdíjba vonulási korok különbségére				
	Huber esztimátora	Turkey kétsúlyos esztimátora	Hampel esztimátora	Andrews esztimátora
1. klaszter	-3,6147	-3,5005	-3,6550	-3,4982
2. klaszter	-3,6832	-3,2709	-3,6099	-3,2642
3. klaszter	-3,4373	-3,2952	-3,4551	-3,2921

4. táblázat

Forrás: SHARE. Saját számítás.

Ez azt jelenti, hogy mindegyik klaszterben átlagosan 3-4 évvel a törvényes nyugdíjkorhatár előtt mennek nyugdíjba az emberek, ha az „outlier” megfigyeléseket megfelelően súlyozzuk.

A könnyebb átláthatóság kedvéért a 10. ábra szemlélteti ezeket az eredményeket, ahol az M-esztimátorok minimumát és maximumát ábrázoltam a különböző országcsoportokra.



10. ábra

Forrás: SHARE. Saját számítás.

A legkisebb esztimátor értéke az első két klaszterben szinte megegyezik. A legnagyobb esztimátor viszont a második - azaz a hazánkat is tartalmazó - csoportban a legmagasabb. Továbbá látszik, hogy ebben a klaszterben a legnagyobb az eltérés a kiszámított M-esztimátorok minimuma és maximuma között, vagyis az általam becsült változó értéke itt a legérzékenyebb arra, hogy az „outlier” megfigyeléseket hogyan súlyozzuk.

Átlagosan az első klaszterben a legnagyobb az effektív és a hivatalos nyugdíjba vonulási korok különbségének abszolút értéke, azaz a törvényes korhatárhoz képest itt vonulnak átlagosan leghamarabb nyugdíjba az emberek. Ez azért érdekes eredmény, mert az ebben a klaszterben szereplő három ország közül az egyikben (Hollandiában) nem igényelhető állami nyugdíj szolgáltatás a törvényes nyugdíjkorhatár előtt (OECD, 2017), azonban átlagosan mégis ebben az országcsoportban a legnagyobb az idő előtti nyugdíjba vonulás mértéke. Az effektív nyugdíjba vonulási időpontok eltérése a hivatalos nyugdíjkorhatártól átlagosan a harmadik klaszterben a legkisebb. Azt mondhatjuk, hogy a Magyarországot magában foglaló második klaszter ismét a „köztes” kategóriába esett, a 3. táblázatban szereplő klaszterközepek eredményeihez hasonló módon.

6. A GLM matematikai háttere és alkalmazása a SHARE mikroadatokra

A GLM matematikai hátterét elsősorban Anderson et al. (2007), Clark & Thayer (2004), Horton (1978), Gray & Kovács (2001), Kovács (2008) és Hardin & Carroll (2003) munkái alapján foglalom össze, és alkalmazom ezt a modellt az általam gyűjtött adatokra. A GLM alkalmas arra, hogy explicit feltételezéseket tegyünk a célváltozó (amelynek ebben a szakdolgozatban az effektív és a hivatalos nyugdíjba vonulási kor különbségét választom majd) viselkedéséről, illetve annak kapcsolatáról a magyarázó változókkal. A modellillesztést követően különböző tesztstatisztikákat is kiszámíthatunk, melyek segíthetnek kiszűrni a nem szignifikáns változókat a modellben. A GLM megbízhatóságát tesztelhetjük például a reziduálisok elemzésével, illetve a kiugró megfigyeléseket azonosíthatjuk modelldiagnosztikák segítségével (a dolgozatomban a „leverage” értékeket és a Cook távolságokat használok majd).

6.1. Az adatok előkészítése

Mivel a SHARE felmérésben csak a 4. hullám tartalmazza Magyarországot, ezért kizárólag ezeket az adatokat vizsgáltam³, és ezeket is csak a már nyugdíjba vonult személyekre. Az „Employment and Pensions” modul tartalmazza a foglalkoztatással és nyugdíjjal kapcsolatos kérdéseket, de még belevettem az elemzésbe a „Demographics and Networks” modulból a nemet, az oktatásban eltöltött évek számát és a legmagasabb iskolai végzettséget is. Azért ezeket választottam, mert ezek a jellemzők (a nyugdíjba vonult személyek esetén legalábbis) már kialakultak és egyértelműen jellemzik a vizsgált személyt, míg például a házassági státusz vagy a jövedelem többször is változhatott az emberek élete során, így a nyugdíjaskori állapot nem feltétlenül tükrözi jól az egész életpályát.

A „Demographics and Network” modulban megtalálható még a születési év, az „Employment and Pensions” modulban pedig a nyugdíjba vonulás éve, így ezek segítségével személyenként ki tudtam számolni, hogy hány éves korukban vonultak nyugdíjba. Ezen életkorok eltérését fogom vizsgálni az adott országbeli hivatalos nyugdíjkorhatártól.

³ Innentől Görögország, Írország és Luxemburg nem szerepel az elemzésemben. A 6.8. fejezetben külön elemzem a Magyarországot magában foglaló klasztert GLM alkalmazásával, és három klaszter esetén ezek az országok nem ebbe a csoportba tartoznak.

Az effektív és a hivatalos nyugdíjba vonulási korok különbségét választottam célváltozónak (az effektív nyugdíjba vonulási korból vontam ki a hivatalos nyugdíjkorhatárt). Ezen célváltozó azt fejezi ki, hogy az adott illető a normál nyugdíjkorhatár elérés előtt vagy után ment-e nyugdíjba (ha negatív az értéke, akkor előtte), és hány évvel.

Mielőtt továbbmennék, ellenőriztem a választott függő változó eloszlását. A Shapiro-Wilk teszten a szignifikanciára 0,052 értéket kaptam, ezért az eloszlás normálisnak tekinthető (5%-os szinten nem vethető el az a nullhipotézis, hogy az adatok normális eloszlásból származnak).

Ezt az eredményváltozót (neve: effektív mínusz hivatalos nyugdíjba vonulási korok) megvizsgáltam átlag, ferdeség és csúcsosság szempontjából:

- Az átlag negatív, vagyis az elemzésben szereplő országokban megkérdezett személyek átlagosan 4,24 évvel a törvényes nyugdíjkorhatár előtt vonultak nyugdíjba (a sztenderd hiba 0,35 év).
- A ferdeség is negatív (-1,78), ami azt jelenti, hogy az eloszlás széle balra elnyúlik.
- A csúcsosság 8,19, ezért a standard normális eloszláshoz képest vastagabbak az eloszlás szélei, azaz több 'outlier' van jelen. A módusz 0, mint várható is volt.

Persze ezen célváltozó előállításakor néhány dologra ügyelnem kellett: az egyik, hogy a hivatalos nyugdíjkorhatárból azon év adatát használjam, mint a SHARE megfelelő hullámának éve (itt a 4. hullám, ahol az interjúk nagyrészt 2011-ben készültek, mint ahogy az 1. táblázat mutatja). A másik kérdés, hogy egyes európai országokban különbözik a törvényes nyugdíjkorhatár attól a korhatártól, amelytől az illető - bizonyos feltételek teljesülése esetén - ugyanazokat az előnyöket élvezheti, mint a nyugdíjasok, ha úgy dönt, hogy korábban nyugdíjba vonul. Ilyen esetben például az OECD adatállományában is az alacsonyabb korhatár szerepel, de az én elemzésem szempontjából érdekesebb a magasabb, kötelező nyugdíjkorhatárral dolgozni. Ezen kívül a 2. fejezetben leírtak alapján azt is figyelembe kell venni, hogy milyen az adott ország nyugdíjszabályozása: van-e lehetőség egyáltalán idő előtt nyugdíjba vonulni (és amennyiben igen, milyen feltételekkel), illetve, hogy milyen előnyökkel jár az, ha valaki a hivatalos nyugdíjkorhatárnál továbbdolgozik.

A SHARE adatokban az „Employment and Pensions” modulhoz hozzávettem néhány változót a „Demographics and Networks” modulból. Kihagytam az összes olyan változót, amelyeknél az adatok legalább 50 százaléka hiányzott.

A következő lépésben az egyes változókhoz tartozó adatok szórását ellenőriztem, és azokat a változókat is kivettem az elemzésből, ahol a szórás 0 volt. Ezután kiszűrtem azokat az eseteket, ahol az interjúalany megtagadta a válaszadást vagy nem tudta a választ, és azokat az eseteket is, ahol nem kaptam értelmes eredményt (például negatív effektív nyugdíjba vonulási kor adódott volna, ez valószínűleg hibás válasz miatt volt). Így összesen 29491 megfigyelésem maradt, ebből 17572 „teljes” megfigyelés volt, ahol egy adat sem hiányzott.

Az 5. táblázatban látható magyarázó változókat használtam a GLM elemzéshez. A többségük nominális típusú, mivel a SHARE felmérésben található változók nagy része ilyen volt (az intervallum változóknál szinte minden esetben az adatok több, mint fele hiányzó adat volt).

Változó leírása	Változó neve a számításokban
Nem (nominális) 1.: Férfi 2.: Nő	Nem
Ország (nominális) 1.: Ausztria 2.: Németország 3.: Svédország 4.: Hollandia 5.: Spanyolország 6.: Olaszország 7.: Franciaország 8.: Dánia 9.: Belgium 10.: Cseh Köztársaság 11.: Lengyelország 12.: Portugália 13.: Szlovénia 14.: Észtország 15.: Magyarország	Ország
Oktatásban eltöltött évek száma (intervallum)	Oktatás
Legutóbb alkalmazott vagy önálló munkavállaló volt-e (nominális) 1.: Alkalmazott 2.: Köztisztviselő 3.: Önálló munkavállaló	Alkalmazott
Beosztás az előző munkahelyen (nominális) 1.: Jogalkotó, vezető tisztviselő vagy felsővezető 2.: Szakértő 3.: Technikus vagy szakértő munkatárs 4.: Hivatalnok 5.: Szolgáltatásban dolgozó, bolti eladó vagy piaci árus 6.: Szakképzett mezőgazdasági vagy halászati dolgozó 7.: Kézműves, kisiparos és hasonló munkaerő 8.: Berendezések és gépek kezelője vagy összeszerelő 9.: Alapfokú foglalkozás 10.: Fegyveres erők	Beosztás

<p>Az előző munkahelyén milyen iparágban dolgozott (nominális)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.: Mezőgazdaság, vadászat, erdőgazdaság, halászat 2.: Bányászat és kőfejtés 3.: Gyáripar 4.: Villamosenergia-ipar, gáz- és vízellátás 5.: Építkezés 6.: Nagy-és kiskereskedelem; gépjárművek, motorkerékpárok és háztartási cikkek javítása 7.: Szállodák és éttermek 8.: Szállítás, raktározás, posta, távközlés 9.: Pénzügyi közvetítés 10.: Ingatlanügylek, bérbeadás és gazdasági szolgáltatás 11.: Közszektor és védelem; kötelező társadalombiztosítás 12.: Oktatás 13.: Egészségügy és szociális munka 14.: Egyéb közösségi, szociális és személyi szolgáltatások 	Iparág
<p>Nyugdíjba vonulás oka (nominális)</p> <ol style="list-style-type: none"> 1.: Jogosulttá vált foglalkoztatói magánnyugdíjra 2.: Jogosulttá vált magánnyugdíjra 3.: Korai nyugdíjba vonulási lehetőséget ajánlottak neki (speciális ösztönzők vagy juttatások által) 4.: Elbocsátották a munkahelyéről 5.: Saját egészségi problémák 6.: Rokon vagy barát egészségi problémái 7.: A házastárral vagy partnerrel egy időben történő nyugdíjba vonulás 8.: Több idő töltése a családdal 9.: Többféle ok, a 11. okot nem beleértve 10.: Többféle ok, a 11. okot beleértve 11.: Jogosulttá vált állami nyugdíjra 	Nyugdíj_ok
65 évesen várható hátralévő élettartam (2011-ben) (intervallum)	Élettartam_65

5. táblázat

Forrás: SHARE és OECD (2018). Saját kidolgozás.

Az utolsó változó (a 65 évesen várható hátralévő élettartam 2011-ben) az OECD (2018) adatbázisából származik, ezeket a mikrodatokban az egyes személyekhez az országuk alapján rendelttem hozzá. Azonban ezt a változót óvatosan kezelem, mivel az egyes országokon belül nincs szórás.

Fontos, hogy az SPSS programban minden kategorikus prediktor változón belül a legnagyobb sorszámúnak választott kategória lesz a referencia, amihez majd a többi kategóriát viszonyítjuk a β együtthatók segítségével. Ezen utolsó kategóriához tartozó együttható értéke automatikusan 0 lesz, mivel mindegyik egyén besorolható valahova, ezért az utolsó kategória hatása a modellben redundáns. Az országok közül az utolsó helyre tettem Magyarországot, hogy a többi országot ehhez tudjam majd hasonlítani a GLM elemzés során.

6.2. Az „egyszempontos” elemzés

Régebben az aktuáriusok jelentős mértékben használták az „egyszempontos” elemzést az árazásra és a teljesítmény nyomon követésére, azonban ennek a módszernek több hátránya is van. Az egyik hátránya az, hogy az eredményt torzíthatja, ha az intervallum típusú magyarázó változók között korreláció van; a másik pedig, hogy nem veszi figyelembe a faktorok, azaz a kategorikus magyarázó változók egymástól való függését (interakcióját). Ezeket a problémákat küszöbölik ki a többváltozós módszerek, amilyen a GLM is.

Először egyszempontos elemzést végeztem (amely a 3. mellékletben található) olyan módon, hogy mindegyik faktorra külön-külön megvizsgáltam az effektív és a hivatalos nyugdíjba vonulási kor különbségének átlagát és sztenderd hibáját. Ami rögtön látszott, hogy ez az átlag minden esetben negatív volt, vagyis a korai nyugdíjba vonulás mértéke átlagosan nagyobb a korhatár utáni továbbdolgozás mértékénél. Férfiak és nők között nem találtam jelentős különbséget, átlagosan mindegyikük körülbelül 4 évvel a hivatalos korhatár előtt vonult nyugdíjba. Az országok közül Szlovéniában volt a legnagyobb a korai nyugdíjba vonulás mértéke (Magyarországon a harmadik legnagyobb), Észtországbban pedig a legkisebb (átlagosan 2,61 év). A köztisztviselők átlagosan 5,35 évvel, míg az önálló munkavállalók átlagosan csak 2,86 évvel mennek hamarabb nyugdíjba. A fegyveres erőkbén dolgozók átlagosan már 9,19 évvel a hivatalos korhatár előtt nyugdíjba vonulnak, viszont akiknek szakértői beosztásuk volt, csak 3,08 évvel korábban. Iparág szempontjából a bányászoknál és a kőfejtőknel a legnagyobb az eltérés a hivatalos nyugdíjkorhatár és az effektív nyugdíjba vonulási időpont között (átlagosan 8,12 év), és az ingatlanügyekkel, bérbeadással és gazdasági szolgáltatással foglalkozó iparágban dolgozóknál a legkisebb (átlagosan 2,63 év). Az egészségi problémákkal küzdők között szintén nagy volt e két időpont közötti eltérés (átlagosan 9,45 év), míg akik jogosulttá váltak az állami nyugdíjra és emellett egyéb kiváltó oka is volt a korai nyugdíjba vonulásuknak, átlagosan csak 2,59 évvel a hivatalos korhatár előtt mentek nyugdíjba.

A továbblépéshez indokolt megvizsgálni, hogy vajon van-e szignifikáns összefüggés a választott célváltozóm (effektív mínusz törvényes nyugdíjba vonulási kor) és lehetséges magyarázó változók között. Egy ilyen tesztelésre alkalmas lehet az intervallum skálán mért változók esetén a Pearson-korreláció elemzés, a kategorikus változók esetén pedig a varianciaanalízis (analysis of variance, ANOVA), azonban

ezek a tesztek még nem bírnak teljes információtartalommal (például a Pearson korreláció csak lineáris és páronkénti kapcsolatot képes mérni a változók között).

A 6. táblázatban látható, hogy az effektív és a hivatalos nyugdíjba vonulási korok különbsége (az eredményváltozó) és a két intervallum skálán mért magyarázó változó között szignifikáns a korreláció: az eredményváltozó és az oktatásban eltöltött évek száma között már 0,01 szinten is szignifikáns, míg az eredményváltozó és a 65 éves korban várható hátralévő élettartam között 0,05 szinten.

Pearson korrelációk		Oktatásban eltöltött évek száma	65 évesen várható hátralévő élettartam (2011-ben)	Effektív mínusz hivatalos nyugdíjba vonulási korok
Oktatásban eltöltött évek száma	Pearson korreláció	1	-0,118	0,109
	Kétoldali szignifikancia		0,000	0,000
	Elemzészám	17688	17688	17688
65 évesen várható hátralévő élettartam (2011-ben)	Pearson korreláció	-0,118	1	0,014
	Kétoldali szignifikancia	0,000		0,019
	Elemzészám	17688	29491	29491
Effektív mínusz hivatalos nyugdíjba vonulási korok	Pearson korreláció	0,109	0,014	1
	Kétoldali szignifikancia	0,000	0,019	
	Elemzészám	17688	29491	29491

6. táblázat

Forrás: SHARE és OECD (2018). Saját kidolgozás.

A negatív korreláció a 65 évesen várható hátralévő élettartam és az oktatásban eltöltött évek száma között ellentmondásosnak tűnik, de ennek az oka valószínűleg az előbbi változó makroadatokból való hozzárendelése a mikroadatokhoz. Ez az eredmény valószínűleg csak az általam vizsgált egyénekre igaz, mert ennek ellentmondó adatot olvastam a Statisztikai Szemlében (Marosi & Molnár, 2018) Magyarországról: eszerint 2015-ben a nyugdíjkorhatár elérése után nyugdíjazottak halandósága 23 százalékkal volt alacsonyabb, mint a nyugdíjkorhatár elérése előtt nyugdíjazottaké. Ezen kívül Hablicsek & Kovács (2007) az 1986-2005-ös időszakot vizsgálták, és ők is hasonló eredményre jutottak, mégpedig, hogy „minden ötéves periódusban a harmincéves korban várható élettartam kilenc-tíz évvel magasabb volt a legmagasabb iskolai végzettségűek körében, mint a legalacsonyabb végzettségűeknél”.

Az eredményváltozó és a kategorikus magyarázó változók közti összefüggés vizsgálatára varianciaanalízist (ANOVA) alkalmaztam. Az ANOVA segítségével azt ellenőrizzük, hogy van-e statisztikai szempontból szignifikáns eltérés egymástól

független csoportok átlagai között. A nullhipotézis az, hogy a csoportátlagok megegyeznek, azaz:

$$(7) \quad H_0: \mu_1 = \mu_2 = \dots = \mu_k,$$

ahol μ jelöli az adott csoport átlagát, és k a csoportok számát. Az ellenhipotézis pedig az, hogy legalább két csoport átlaga szignifikánsan különbözik egymástól. Fontos azonban megjegyezni, hogy az ANOVA nem alkalmas arra, hogy megmondja, mely csoportok átlaga különbözik szignifikánsan.

Ahhoz, hogy ezt a módszert használhassam, az alábbi feltételnek kell teljesülnie:

1. A független változó kettő vagy több független, kategorikus csoport legyen.
2. A függő változó intervallum- vagy arányskálán legyen értelmezett.
3. A függő változó megközelítőleg normális eloszlású legyen a független változó minden kategóriája szerint.
4. A varianciák megegyezősege (homogenitása) az egyes adatcsoportokban, azaz homoszkedaszticitás.

Az első feltételben valószínűleg nem teljesült volna, ha az összes SHARE adatállományt felhasználnom, hiszen a felmérésben eredetileg az 50 éves egyének és az ő háztartásuk is szerepeltek, de én a velük egy háztartásban élő személyeket nem vettem figyelembe, hogy független megfigyeléseket kapjak.

Már csak a negyedik feltételt kellett ellenőriznem (a többi teljesül): azt találtam, hogy a varianciák homogenitásának tesztelésénél nem vethető el az a nullhipotézis, miszerint a varianciák megegyeznek a csoportokban.

Az elvégzett varianciaelemzés eredménye szerint az összes képezhető csoport között az effektív és a törvényes nyugdíjba vonulási kor eltéréseinek átlaga szignifikánsan különbözik (7. táblázat):

ANOVA - Csoportok közötti eltérések vizsgálata az effektív mínusz hivatalos nyugdíjba vonulási korokra					
	Négyzetösszeg	Szabadságfok	Négyzetes középérték	F statisztika	Szignifikancia
Nyugdíj ok	83543,111	10	8354,311	223,166	0,000
Ország	57117,373	14	4079,812	108,011	0,000
Alkalmazott	5631,636	2	2815,818	64,732	0,000
Beosztás	11070,008	9	1230,001	28,466	0,000
Iparág	12611,927	13	970,148	22,493	0,000
Nem	286,733	1	286,733	7,226	0,007

7. táblázat

Forrás: SHARE. Saját számítás.

6.3. A klasszikus lineáris modellek és a GLM összehasonlítása

A GLM megalkotói John Nelder és Robert Wedderburn voltak, akik ezzel a modellel a klasszikus lineáris modelleknek terjesztették ki. Vizsgáljuk meg, hogy miben hasonlít és miben tér el a GLM ezektől a hagyományos modellektől.

A lineáris modellek és a GLM célja ugyanaz: kifejezni a kapcsolatot egy megfigyelt válaszváltozó (másképpen függő változó, ami az Y_i megfigyelésekből álló \underline{Y} n -dimenziós oszlopvektor, ahol n a megfigyelések számát jelenti) és p darab⁴ magyarázó változó (\underline{X}_i n -dimenziós oszlopvektorok) között. Az utóbbiakat független vagy prediktor változóknak is hívjuk (vagy faktornak, ha minőségi kategóriákra utalnak), és felírhatók mátrix alakban is, melynek jelölése: $\mathbf{X}_{n,p}$, vagy röviden \mathbf{X} . Ezen mátrix elemeit X_{ij} -vel fogom jelölni, amely az i . megfigyelésben a j . magyarázó változó értékére utal. Mindkét modellben az Y_i megfigyelésekre úgy tekintünk, mintha azok egy elméleti valószínűségi változó felvett értékei lennének.

A lineáris modellekben az \underline{Y} válaszváltozót az alábbi összegként fejezzük ki:

$$(8) \quad \underline{Y} = \underline{\mu} + \underline{\varepsilon},$$

ahol $\underline{\mu}$ n -dimenziós oszlopvektor az \underline{Y} változó várható értéke, és $\underline{\varepsilon}$ (amit hibatagnak nevezünk) egy véletlen valószínűségi változókból álló, szintén n -dimenziós oszlopvektor. Továbbá az alábbi feltételezéseket tesszük (Kovács, 2008):

1. A $\underline{\mu}$ várható érték vektor felírható a magyarázó változók lineáris kombinációjaként⁵, azaz
$$(9) \quad E(\underline{Y}) = \underline{\mu} = \mathbf{X}\underline{\beta}$$
ahol $\underline{\beta}$ az ismeretlen paraméterekből álló p -dimenziós oszlopvektor.
2. A magyarázó változók egymástól lineárisan függetlenek (lineáris összefüggés esetén a modell nem lenne egyértelműen meghatározott).
3. Az $\underline{\varepsilon}$ hibatag elemei normális eloszlást követnek, 0 várható értékkel és konstans σ^2 szórásnégyzettel: $\underline{\varepsilon} \sim \mathcal{N}(0; \sigma^2)$.
4. A hibatagok nem autokorreláltak.

⁴ Ha a konstans tagot is beépítjük a modellbe, akkor $(p+1)$ darab magyarázó változó adódik.

⁵ Ha a magyarázó változók k -ad fokú polinomját vagy interakcióját vennénk, akkor is lineáris modellt kapnánk (Kovács, 2008).

A 2. feltétel jelentését jól szemlélteti az, hogy a modellben az egyes faktorokon belül adódhat egy redundáns kategória, amely felírható a többi kategória lineáris kombinációjaként. Például az általam használandó magyarázó változók közül a „Nem” változó esetén elegendő csak a férfiakra (vagy a nőkre) becsülni a $\underline{\beta}$ együtthatókat, és ezzel ugyanolyan jó modellt kapunk, mintha mindkét nemre kiszámoltuk volna ezeket (utóbbi esetben azonban a modell nem lenne egyértelműen meghatározott).

A megfigyeléseinket legjobban magyarázó $\underline{\beta}$ paramétereket a hibatagok négyzetösszegének (SSE, sum of squared errors of prediction) minimalizálásával kapjuk meg.

A klasszikus lineáris modell feltevéseit McGullagh és Nelder (1989) a következőképpen foglalta össze:

1. *Random elem:*

\underline{Y} minden eleme független és normális eloszlású. Az egyes elemek várható értékei (μ_i) eltérhetnek egymástól, de minden i megfigyelésre közös σ^2 szórásnégyzettel rendelkeznek.

2. *Szisztematikus elem:*

A p darab magyarázó változó lineáris kombinációja az úgynevezett lineáris prediktornak ($\underline{\eta}$):

$$(10) \quad \underline{\eta} = \mathbf{X} \cdot \underline{\beta}.$$

3. *„Link” függvény:*

A random és a szisztematikus elem közötti kapcsolatot a „link” függvény határozza meg. A lineáris modellben a „link” függvény megegyezik az identitásfüggvénnyel, azaz

$$(11) \quad E(\underline{Y}) = \underline{\mu} = \underline{\eta} = \mathbf{X} \cdot \underline{\beta}.$$

Anderson et al. (2007) felhívják a figyelmet arra, hogy a lineáris modell feltételezései egyben ezen modell korlátait is jelentik. Az egyik ilyen gyengepont, hogy normalitást és állandó szórásnégyzetet feltételezünk a válaszváltozóra, holott a gyakorlatban ez egyáltalán nem biztos, hogy teljesül. Ezért gyakran bizonyos transzformációkat hajtunk végre az adatokon: például, ha \underline{Y} nem teljesíti a feltételeket, lehet, hogy $\ln(\underline{Y})$ már igen. Valójában csak azért szükséges ilyen átalakításokat végezni, hogy a modell feltételezései teljesüljenek.

A második és harmadik feltételben szereplő megkötések sem teljesülnek minden gyakorlati alkalmazásban, mivel az egyes hatások nem mindig additívak. Előfordulhat például, hogy a független változók szorzatát érdemesebb beépíteni a modellbe, mint az összegüket.

Az általánosított lineáris modell a hagyományos lineáris modell normalitási és additivitási korlátait oldja fel, és az állandó szórásnégyzetet sem szükséges megkövetelnünk. Az 1. és a 3. feltétel módosul, a 2. marad ugyanaz. A random elemre vonatkozó új feltétel az, hogy \underline{Y} minden eleme független, és eloszlása az úgynevezett exponenciális eloszláscsaládból származik. A „link” függvényről (g) most azt tesszük fel, hogy monoton és differenciálható legyen, és az alábbi módon határozza meg a random és a szisztematikus elem közti kapcsolatot:

$$(12) \quad E(\underline{Y}) = \underline{\mu} = g^{-1}(\underline{\eta}) = g^{-1}(\mathbf{X} \cdot \underline{\beta}).$$

Ezen kívül a GLM lehetőséget ad arra is, hogy egyszerre szerepeltessünk a modellben kategorikus és intervallum mérési szintű független változókat (Kovács, 2008; a saját elemzésemben is kétféle magyarázó változót használtam), emellett a válaszváltozó lehet kategorikus is.

A harmadik feltételben szereplő „link” függvény elméletileg lehetne más minden i megfigyelésre, azaz

$$(13) \quad \mu_i = g^{-1}(\eta_i),$$

de a gyakorlatban általában ugyanazt a függvényt használjuk minden i -re (Anderson et al., 2007). Néhány tipikus „link” függvényt mutat be a 8. táblázat.

„Link” függvény	Melyik eloszlás esetén használatos a kanonikus „link” függvény	$g(x)$	$g^{-1}(x)$
Identitás	Normális	x	x
Log-link	Poisson	$\ln(x)$	e^x
Logit	Binomiális	$\ln\left(\frac{x}{1-x}\right)$	$\frac{e^x}{1+e^x}$
Inverz	Gamma	$\frac{1}{x}$	$\frac{1}{x}$

8. táblázat

Forrás: Anderson et al. (2007).

Biztosítási alkalmazásokban például elterjedt a log-link függvényt használni kárgyakoriság vagy kárdarabszám modellezésére (Poisson eloszlás esetén), illetve a logit-linket valamilyen (például törlési) valószínűség becslésére (binomiális eloszlás esetén; Watson Wyatt Worldwide, 2007).

A kanonikus „link” azt a függvényt jelenti, mely esetén teljesül a (14) összefüggés:

$$(14) \quad \underline{\theta} = (b')^{-1} \left(g^{-1}(\underline{\eta}) \right) = \underline{\eta}.$$

A kanonikus „link” előnye régebben első sorban a könnyű és gyors alkalmazhatósága volt, de ma már különböző programok segítségével bármilyen „link” függvényt kapcsolhatunk bármilyen exponenciális eloszláscsaládból származó eloszláshoz.

Az exponenciális eloszláscsalád (Clark & Thayer, 2004) általános alakjában a sűrűségfüggvény (folytonos eloszlás esetén), illetve az eloszlásfüggvény (diszkrét eloszlás esetén) a következőképpen írató fel:

$$(15) \quad f_i(y_i; \theta_i) = \exp\{d(\theta_i) \cdot e(y_i) + g(\theta_i) + h(y_i)\},$$

ahol d , e , g és h ismert függvények. A GLM-hez a fentiek egy speciális változatát alkalmazzuk, melyet az exponenciális eloszláscsalád természetes alakjának nevezünk (innen fogva ezt fogom exponenciális eloszláscsaládnak hívni), ahol $d(\theta_i) = \theta_i$ és $e(y_i) = y_i$, illetve McGullagh és Nelder (1989) javaslatára tartalmaz egy úgynevezett skála- vagy más néven diszperziós paramétert is. Ekkor egy i megfigyelésre a sűrűségfüggvény nem lesz más, mint:

$$(16) \quad f_i(y_i; \theta_i, \phi) = \exp\left\{\frac{y_i \theta_i - b(\theta_i)}{a_i(\phi)} + c(y_i, \phi)\right\},$$

ahol $a_i(\phi)$, $b(\theta_i)$ és $c(y_i, \phi)$ előre meghatározott függvények (ezek közül $c(y_i, \phi)$ az úgynevezett normalizáló tényező, amely független θ_i értékétől és biztosítja, hogy a sűrűségfüggvény integrálja 1 legyen); θ_i a várható értékhez kapcsolódó kanonikus paraméter (ennek különböző megfigyelések esetén lehet különböző az értéke); és ϕ a varianciához kapcsolódó skála- vagy diszperziós paraméter (ennek minden i megfigyelésre azonos az értéke). Fontos, hogy az exponenciális eloszláscsaládból származó eloszlások rendelkeznek az alábbi két tulajdonsággal:

1. Az eloszlás teljes mértékben meghatározható a várható értéke és a varianciája által.

2. Y_i varianciája a várható értékének függvénye.

A fenti két feltételben szereplő várható érték és variancia a következőképpen fejezhető ki:

$$(17) \quad E(Y_i) = \mu_i = b'(\theta_i)$$

$$(18) \quad Var(Y_i) = a(\phi) \cdot b''(\theta_i) = a(\phi)V(\mu_i) = \frac{\phi \cdot V(\mu_i)}{\omega_i},$$

ahol $V(x)$ varianciafüggvény egy előre meghatározott függvény ($V(\mu_i) = b''(\theta_i)$); ϕ továbbra is a skálaparaméter (itt látjuk, hogy miért a varianciához kapcsolódik); ω_i prior súlyok pedig konstansok, melyek minden i megfigyeléshez egy bizonyos súlyt rendelnek. Továbbá használtam azt az összefüggést, hogy $a(\phi) = \frac{\phi}{\omega_i}$. A 9. táblázatban foglaltam össze az exponenciális eloszláscsaládból származó egyes eloszlásokhoz tartozó θ , ϕ , $a(\phi)$, $b(\theta)$, $c(y, \phi)$, $\mu(\theta)$, $V(\mu)$, és $Var(y)$ értékeit, illetve a kanonikus „link” függvényeket:

Eloszlás	Jelölés	θ	ϕ	$a(\phi)$	$b(\theta)$	$c(y, \phi)$
Normális	$N(\mu, \sigma^2)$	$\frac{\mu}{\omega}$	σ^2	$\frac{\phi}{\omega}$	$\frac{\theta^2 \omega}{2}$	$-\frac{1}{2} \left(\frac{y^2}{\phi} + \log(2\pi\phi) \right)$
Binomiális	$B(m, \pi)$	$\frac{1}{\omega} \log \frac{\pi}{1-\pi}$	1	$\frac{\phi}{\omega}$	$\frac{m}{\omega} \log(1 + e^{\theta\omega})$	$\log \binom{m}{y}$
Poisson	$P(\lambda)$	$\frac{\log(\lambda)}{\omega}$	1	$\frac{\phi}{\omega}$	$\frac{e^{\theta\omega}}{\omega}$	$-\log(y!)$
Gamma	$G(k, \nu)$	$-\frac{1}{\omega} \cdot \frac{1}{k \cdot \nu}$	$\frac{1}{k}$	$\frac{\phi}{\omega}$	$-\frac{\log(-k\theta\omega)}{\omega}$	$\frac{1}{\phi} \log(y) - \log(y) - \log \left(\Gamma \left(\frac{1}{\phi} \right) \right)$

Eloszlás	$\mu(\theta)$	$V(\mu)$	$Var(y)$	Kanonikus „link”
Normális	$\theta\omega$	ω	σ^2	Identitás (μ)
Binomiális	$m \frac{e^{\theta\omega}}{1 + e^{\theta\omega}}$	$\mu(1 - \pi)\omega$	$m\pi(1 - \pi)$	Logit $\left(\log \frac{\pi}{1-\pi} \right)$
Poisson	$e^{\theta\omega}$	$\mu\omega$	λ	Log-link ($\log(\lambda)$)
Gamma	$-\frac{1}{\theta\omega}$	$\mu^2\omega$	$k\nu^2$	Inverz $\left(\frac{1}{\mu} \right)$

9. táblázat

Források: Anderson et al. (2007), Clark & Thayer (2004), Horton (1978), Gray & Kovács (2001), Hardin & Carroll (2003) és Kovács (2008).

A prior súlyok lehetőséget nyújtanak arra, hogy a modellbe beépített megfigyelések ismert megbízhatóságát is szerepeltessük (így a kevésbé megbízható adatokhoz alacsonyabb megbízhatóságot tudunk rendelni). Biztosítási alkalmazásokban a prior

súly a kárhányad modellezésénél általában a megfigyelés kitettségével⁶ egyezik meg, a kárdarabszám modellezésél 1 szokott lenni, míg az átlagos kárnagyság modellezésél rendszerint a megfigyelt kárdarabszám (Watson Wyatt Worldwide, 2007). Az elemzésemben nem fogok használni prior súlyokat, mivel az általam gyűjtött adatokban minden megfigyelés azonos megbízhatóságú.

A skálaparaméter bizonyos esetekben (például Poisson eloszlás esetén) azonosan 1, azonban általában az exponenciális eloszláscsalád többi tagjára nem ismert előre ϕ értéke, ezért ezt az adatokból kell becsülnünk. Ez a becslés nem kifejezetten a β paraméterek meghatározásához szükséges, hanem a GLM egyes statisztikáinak kiszámításához (mint például a sztenderd hiba, amiről a 6.7. fejezetben fogok írni). A skálaparamétert becsülhetjük maximum likelihood módszerrel, viszont ennek az a hátránya, hogy nem tudjuk belőle kifejezni közvetlenül ϕ értékét, ezen kívül időigényes is. Az alternatív lehetőségek a skálaparaméter becslésére a következők:

1. *Momentumbecslés:*

$$(19) \quad \hat{\phi} = \frac{1}{n-p} \sum_i \frac{\omega_i(Y_i - \mu_i)^2}{V(\mu_i)}$$

2. *Teljes deviancia becslés:*

$$(20) \quad \hat{\phi} = \frac{D}{n-p},$$

ahol D a teljes deviancia (ennek pontos meghatározása a (38) képletben szerepel), és n a megfigyelések száma.

Több ismert diszkrét és folytonos eloszlás is az exponenciális eloszláscsalád tagja, például az alábbiak (a hozzájuk tartozó eloszlás-, illetve sűrűségfüggvénnyel):

- Normális eloszlás: $Y \sim \mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$; $\mu \in \mathbb{R}$; $\sigma^2 \geq 0$

$$(21) \quad f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

- Binomiális eloszlás: $Y \sim B(m, \pi)$; $m \in \mathbb{N}$; $\pi \in [0; 1]$

$$(22) \quad P(Y = k) = \binom{m}{k} \pi^k (1 - \pi)^{m-k} \quad k \in \{0, \dots, n\}$$

- Poisson eloszlás: $Y \sim P(\lambda)$; $\lambda > 0$ valós

$$(23) \quad P(Y = k) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} \quad k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$$

⁶ Az az időtartam, amely alatt biztosítási kockázatban áll a biztosított a biztosítóval.

- Gamma eloszlás: $Y \sim G(k, \nu)$; $k > 0$ valós; $\nu > 0$ valós

$$(24) \quad f_Y(y) = \frac{\nu^k}{\Gamma(k)} y^{k-1} e^{-\nu y}.$$

Mivel az elemzésben szereplő eredményváltozóról feltehető, hogy normális eloszlásból származik, ellenőriztem, hogy ez az eloszlás valóban az exponenciális eloszláscsalád tagja. Legyen $Y \sim \mathcal{N}(\mu; \sigma^2)$. Ekkor a (21) képletben található sűrűségfüggvény átírható a (16) képletnek megfelelő alakban, az alábbi módon:

$$(25) \quad f_Y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{\frac{y\mu - \mu^2/2 - y^2/2}{\sigma^2}\right\} = \frac{\exp(-\frac{y^2}{2\sigma^2})}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left\{\frac{y\mu - \mu^2/2}{\sigma^2}\right\} = \exp\left\{\frac{y\mu - \mu^2/2}{\sigma^2} - \frac{y^2}{2\sigma^2} - \frac{1}{2}\log(2\pi\sigma^2)\right\}.$$

Tehát valóban az exponenciális eloszláscsalád tagja. Látszik, hogy $\theta = \mu$; ϕ skálaparaméter értéke σ^2 ; $a(\phi) = \phi = \sigma^2$; $b(\theta) = \frac{\theta^2}{2} = \frac{\mu^2}{2}$; és $c(y, \phi) = -\frac{1}{2}\left(\frac{y^2}{\phi} + \log(2\pi\phi)\right)$, mint ahogy a 9. táblázatban szerepel.

Még egy formai dolog hiányzik ahhoz, hogy a GLM általános szerkezetét felírhassuk, ez pedig az úgynevezett „offset” változó ($\underline{\xi}$). Ezt akkor használjuk, ha egy magyarázó változó hatása előre ismert⁷, ezért nem szükséges hozzá a $\underline{\beta}$ paraméter értékét becsülni (ezt azonosan 1-nek tekintjük). Így az $\underline{\eta}$ lineáris prediktor a következőképpen módosul:

$$(26) \quad \underline{\eta} = \mathbf{X} \cdot \underline{\beta} + \underline{\xi},$$

melyből következik, hogy \underline{Y} várható értékét az alábbi módon fejezhetjük ki:

$$(27) \quad E(\underline{Y}) = \underline{\mu} = g^{-1}(\underline{\eta}) = g^{-1}(\mathbf{X} \cdot \underline{\beta} + \underline{\xi}).$$

Az egyik tipikus példa (Anderson et al., 2007) az „offset” változó használatára a kárdarabszám modellezése, ahol minden megfigyelt kárdarabszám különböző kitétségeknek (jelölése: e_i) felelhet meg: például, ha csak egy hónap a kitétség, akkor ceteris paribus kevesebb a várható kárdarabszám is, mint egy év kitétség esetén. Hogy a GLM illesztésekor megfelelően tudjuk modellezni ezt az összefüggést, a $\underline{\xi}$ „offset”

⁷ Az én adataimban nincs szükség „offset” változó alkalmazására, hiszen egyik változónak sincs előre ismert hatása.

változót választhatjuk az adott megfigyeléshez tartozó kitétség természetes alapú logaritmusának, így log-link használatával az alábbi egyenlőséget kapjuk:

$$(28) \quad \mu_i = E[Y_i] = g^{-1}(\sum_j X_{ij}\beta_j + \xi_i) = \exp(\sum_j X_{ij}\beta_j + \ln(e_i)) = \exp(\sum_j X_{ij}\beta_j) \cdot e_i.$$

6.4. A GLM szerkezete

Most már minden információ a rendelkezésünkre áll ahhoz, hogy a GLM általános szerkezetét felírjuk, és hogy alkalmazzuk ezt a modellt az adatokra. A GLM felépítése nem más, mint:

$$(29) \quad \mu_i = E[Y_i] = g^{-1}(\sum_j X_{ij}\beta_j + \xi_i)$$

$$(30) \quad Var[Y_i] = \frac{\phi \cdot V(\mu_i)}{\omega_i}$$

- ahol Y_i a függő válaszváltozó vektor i . megfigyelt eleme
- $g(x)$ a „link” függvény, amely összekapcsolja a magyarázó változók lineáris kombinációját a függő változó várható értékével
- X_{ij} a magyarázó változókból álló mátrix elemei (i . megfigyelés, j . magyarázó változó)
- β_j a GLM paramétereit tartalmazó vektor j . becslendő eleme
- ξ_i az előre ismert, úgynevezett „offset” változók vektorának az i . eleme
- ϕ egy konstans, neve: skálaparaméter
- $V(x)$ a varianciafüggvény
- ω_i az i . megfigyeléshez tartozó prior súly, mellyel az adott megfigyelést a megbízhatósága szerint súlyozhatjuk.

A fentiek közül Y_i , X_{ij} , ω_i és ξ_i változók értékét a modellezés során használt adatok határozzák meg. A függő változó feltételezett eloszlásától függ a ϕ skálaparaméter becslése, illetve a $V(x)$ varianciafüggvény. Az eredményváltozó eloszlásán (amelyről a 6.1. fejezetben beláttuk, hogy normális) kívül döntenünk még kell a „link” függvényről is, amely a modell alakját adja meg. A β_j paramétereket becsülhetjük maximum likelihood módszerrel (Hardin & Carroll, 2003). A (16) képletet felidézve az exponenciális eloszláscsaládból származó egy darab i megfigyelésre a sűrűségfüggvény az alábbi:

$$(31) \quad f_i(y_i; \theta_i, \phi) = \exp\left\{\frac{y_i\theta_i - b(\theta_i)}{a_i(\phi)} + c(y_i, \phi)\right\},$$

ezért az együttes sűrűségfüggvény n darab független megfigyelés esetén az egyéni kimenetek sűrűségfüggvényének a szorzata lesz:

$$(32) \quad f_i(y_1, \dots, y_n; \theta_i, \phi) = \prod_{i=1}^n \exp\left\{\frac{y_i\theta_i - b(\theta_i)}{a_i(\phi)} + c(y_i, \phi)\right\}.$$

Az együttes sűrűségfüggvény megegyezik a likelihooddal ($L(\theta, \phi|y_1, \dots, y_n)$), ezért a loglikelihood ($l(\theta, \phi|y_1, \dots, y_n)$) a következő:

$$(33) \quad l(\theta, \phi|y_1, \dots, y_n) = \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{y_i \theta_i - b(\theta_i)}{a_i(\phi)} + c(y_i, \phi) \right\}.$$

A célunk, hogy θ paraméterre maximum likelihood becslést kapjunk, ezért a loglikelihoodot θ szerint parciálisan deriválva, illetve kihasználva a (17) összefüggést, miszerint $b'(\theta) = \mu$, azt kapjuk, hogy:

$$(34) \quad \frac{\partial l}{\partial \theta} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i - b'(\theta)}{a(\phi)} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i - \mu_i}{a(\phi)}.$$

Mivel a $\underline{\beta}$ együtthatókat becsüljük a GLM illesztése során, ezért a $\underline{\mu}$ várható értéket felírjuk a független változók lineáris kombinációjaként, és a láncszabályt alkalmazva:

$$(35) \quad \frac{\partial l}{\partial \beta_j} = \left(\frac{\partial l}{\partial \theta} \right) \left(\frac{\partial \theta}{\partial \mu} \right) \left(\frac{\partial \mu}{\partial \eta} \right) \left(\frac{\partial \eta}{\partial \beta_j} \right) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - b'(\theta_i)}{a(\phi)} \right) \left(\frac{1}{V(\mu_i)} \right) \left(\frac{\partial \mu}{\partial \eta} \right)_i (x_{ji}) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \mu_i}{a(\phi)V(\mu_i)} \right) \left(\frac{\partial \mu}{\partial \eta} \right)_i (x_{ji}).$$

A gyakorlatban azonban kevésbé használjuk a maximum likelihood módszert a GLM paraméterbecslések során: ennél elterjedtebb a Newton-Raphson algoritmus (Anderson et al., 2007) alkalmazása a számítógépes szoftverek segítségével. Ez egy iterációs eljárás, melynek képlete az alábbi:

$$(36) \quad \underline{\beta}_{k+1} = \underline{\beta}_k - \mathbf{H}^{-1} \cdot \underline{s}$$

- ahol $\underline{\beta}_k$ a $\underline{\beta}$ paramétervektor (egy p -dimenziós oszlopvektor) becslt értéke a k . iterációban
- \underline{s} p -dimenziós oszlopvektor, amely a log-likelihood függvény β_j szerinti első deriváltjait tartalmazza
- \mathbf{H} egy $p \times p$ méretű mátrix (Hesse mátrix), amely a log-likelihood függvény második deriváltjait tartalmazza.

A vizsgálatomban szintén a Newton-Raphson algoritmust választottam a paraméterbecslésekhez.

6.5. A GLM független változóinak szignifikanciájának tesztelése

Az GLM illesztése során fontos megvizsgálni az abban szereplő magyarázó változók szignifikanciáját. Ezt többféle tesztstatisztika segítségével is elemezhetjük, a dolgozatomban az SPSS által is kiszámított I. és III. típusú devianciatesztek fogom használni elsősorban Anderson et al. (2007) és Gray & Kovács (2001) által írt szakirodalom felhasználásával.

A devianciatesztek annak a mérésére szolgálnak, hogy az illesztett értékek mennyire térnek el a megfigyelt értékektől. Ezen kívül a deviancia nagysága használható arra, hogy egy bizonyos magyarázó változó elméleti jelentőségét megállapítsuk. Tekintsük a $d(Y_i; \mu_i)$ devianciafüggvényt (melyre úgy is gondolhatunk, mint a négyzetes hiba általánosított formájára), aminek definíciója a következő:

$$(37) \quad d(Y_i; \mu_i) = 2\omega_i \int_{\mu_i}^{Y_i} \frac{(Y_i - \zeta)}{V(\zeta)} d\zeta.$$

Feltéve, hogy $V(x)$ varianciafüggvény szigorúan pozitív, $d(Y_i; \mu_i)$ is szigorúan pozitív, és kielégíti a távolságfüggvényre vonatkozó feltételeket (akként is kell tekintenünk rá). Ha veszünk egy Y_i megfigyelést, melyre a GLM a μ_i becslést adja, akkor $d(Y_i; \mu_i)$ fejezi ki a különbséget az illesztett modell és a tényleges megfigyelés között. Látszik, hogy ezt a különbséget nagyobb súllyal veszi figyelembe a $d(Y_i; \mu_i)$ függvény, ha $V(x)$ értéke kicsi. Ez azt is jelenti, hogy ha Y_i olyan elméleti eloszlásból származik, aminek kicsi a varianciája, akkor nagyobb hangsúlyt fog kapni minden eltérés Y_i és μ_i között.

Ha összeadjuk a devianciafüggvények értékét minden i megfigyelésre (összesen n darab megfigyelésünk van), akkor megkapjuk a teljes deviancia (D) értékét, azaz:

$$(38) \quad D = \sum_{i=1}^n 2\omega_i \int_{\mu_i}^{Y_i} \frac{(Y_i - \zeta)}{V(\zeta)} d\zeta.$$

Ezt leosztva a skálaparaméterrel kiszámíthatjuk a skálázott devianciát (D^*):

$$(39) \quad D^* = \sum_{i=1}^n 2 \frac{\omega_i}{\phi} \int_{\mu_i}^{Y_i} \frac{(Y_i - \zeta)}{V(\zeta)} d\zeta.$$

Megmutatható, hogy az exponenciális eloszláscsaládból származó eloszlások esetén a skálázott deviancia értéke megegyezik a maximálisan elérhető log-likelihood (a telített modell log-likelihoodja, ahol az illesztett értékek minden esetben megegyeznek a megfigyelt értékekkel; jelölése: l_S) és a modell log-likelihoodja (l_M) különbségének kétszeresével (Gray & Kovács, 2001). Ezt a (40) összefüggéssel fejezhetjük ki formálisan:

$$(40) \quad D^* = 2 \cdot (l_S - l_M).$$

A saját elemzésemben a teljes deviancia értékére 623462 adódott, a skálázott deviancia értékére pedig 17659. Más „link” függvényt választva ezek az értékek a többszörösükre nőttek volna, így ez alapján valóban az identitás „link” függvény a megfelelő választás.

Sokféle statisztikai tesztet végezhetünk a deviancia felhasználásával, melyek közül az egyik leghasznosabb teszt a likelihood arányt veszi figyelembe két egymásba ágyazott modellben (ahol az egyik modellben lévő magyarázó változók részhalmazát képezik a másik modellben található magyarázó változóknak). Elég nagy minta esetén két egymásba ágyazott modell skálázott devianciájának különbsége (amely a likelihood arányt jelenti) tekinthető egy χ^2 eloszlásból származó mintának, amelynek szabadságfoka egyenlő a két modell szabadságfoka közti különbséggel (ahol a szabadságfokot úgy definiáljuk, hogy a megfigyelések számából levonjuk a paraméterek számát, azaz $(n - p)$):

$$(41) \quad D_1^* - D_2^* \sim \chi_{d_{f_1} - d_{f_2}}^2.$$

Ezáltal lehetőségünk van tesztelni azon paraméterek szignifikanciáját, amelyek nem azonosak a két modellben (azon a nullhipotézis mellett, hogy az extra paraméterek hozzáadása nem javítja szignifikánsan a szűkebb modellt). Általában igaz, hogy ha bármilyen új független változót építünk be a modellbe, akkor javítjuk annak illeszkedését az adatokra - azonban a kérdés az, hogy szignifikáns-e ez a javulás vagy nem. Az előbb említett teszttel tulajdonképpen azt mérjük, hogy egy magyarázó változó hozzáadása javítja-e a modellt eléggé (azaz csökkenti-e a skálázott devianciát szignifikánsan) ahhoz, hogy érdemes legyen beépíteni a modellbe ezt az extra paramétert. Ez utóbbira III. típusú tesztként szoktak utalni, és ha a független változó szignifikáns (vagyis a p -érték 5 százalék alatt van), akkor nem hagyható el, mivel ekkor D^* szignifikánsan növekedne. Az I. típusú teszt ezzel szemben úgy veszi figyelembe a magyarázó változók szignifikanciáját, ahogy egyesével beépítjük azokat a nullmodellbe (azaz abba a modellbe, amelyik csak a konstans tartalmazza).

Az általam elemzett SHARE mikroadatokra GLM-et illesztve az I. és III. típusú próba eredményei a 10. táblázatban találhatóak. Mindkét próba megerősíti azt, hogy a GLM elemzés során használt összes magyarázó változó szignifikáns. Ezek közül a legmagasabb értékű tesztstatisztikával rendelkező magyarázó változó (nyilván a

konstans leszámítva) a „Nyugdíj_ok”, és ezt követi az „Ország”, vagyis ezeknek van statisztikailag a legszignifikánsabb hatása az effektív és a hivatalos nyugdíjba vonulási kor különbségére, mint eredményváltozóra.

Modellhatások tesztelése						
Változó neve	I. típusú próba			III. típusú próba		
	Wald kvégyzet statisztika	Szabadság-fok	Szignifikancia	Wald kvégyzet statisztika	Szabadság-fok	Szignifikancia
(Konstans)	11722,003	1	0,000	66,621	1	0,000
Nyugdíj_ok	2047,150	10	0,000	2042,952	10	0,000
Ország	1470,486	14	0,000	1208,262	14	0,000
Iparág	396,275	13	0,000	386,084	13	0,000
Alkalmazott	193,749	2	0,000	262,953	2	0,000
Beosztás	366,192	9	0,000	145,048	9	0,000
Élettartam_65	4,858	1	0,028	117,667	1	0,000
Nem	116,761	1	0,000	85,653	1	0,000
Oktatás	54,001	1	0,000	54,001	1	0,000

10. táblázat

Forrás: SHARE és OECD (2018). Saját kidolgozás.

A konstansra kapott tesztstatisztikák értékeit összehasonlítva is látható a különbség az I. és a III. típusú próba megközelítései között. Az I. típusú próba a nullmodellből indul ki, és az egyes magyarázó változókra kapott tesztstatisztikák azt fejezik ki, hogy mennyire szignifikánsan javulna a modell, ha ezeket a változókat még hozzávennénk a konstanshoz. Ellenben a III. típusú próba kezdetben az összes magyarázó változót beépíti a modellbe, és a tesztstatisztikák jelentése itt az, hogy egyik magyarázó változó sem hagyható el a modellből anélkül, hogy a skálázott deviancia szignifikánsan növekedne (még a konstans sem, de itt értelemszerűen sokkal kisebb az erre adódó tesztstatisztika értéke, mint az I. típusú próba esetén).

6.6. GLM illesztése az adatokra

A GLM segítségével elemeztem az effektív és a hivatalos nyugdíjba vonulási kor különbségét az 5. táblázatban szereplő magyarázó változók felhasználásával. Mivel az általam vizsgált folytonos célváltozó negatív értékeket is tartalmaz, a GLM elemzésben az SPSS program által felajánlott exponenciális eloszláscsaládból származó eloszlások (binomiális, gamma, inverz Gauss, multinomiális, negatív binomiális, normális, Poisson) közül csak a normális eloszlás felel meg a követelményeknek. A 8-9. táblázat szerint az ehhez az eloszláshoz tartozó identitás kanonikus „link” függvényt használtam (ettől különböző „link” függvényt használva a GLM illesztésekor azt tapasztaltam, hogy a (38)-(39) képletekben definiált teljes deviancia és skálázott deviancia értéke a többszörösére nőtt volna). Normális célváltozó és identitás „link” függvény mellett az általam használt GLM tulajdonképpen ekvivalens az általános (nem általánosított) lineáris modellel.

A 4. melléklet tartalmazza a becsléseket az összes β együtthatókra, melyeket az 5. mellékletben ábrázoltam 95 százalékos konfidenciaintervallummal együtt. Ez a konfidenciaintervallum mindkét irányban a sztenderd hibák kétszeresének megfelelő távolságot jelenti (a sztenderd hibák a $-H^{-1}$ kovarianciamátrix diagonális elemei, ahol H a (36) képletben definiált Hesse-mátrix), amelynek segítségével lehetséges becslést adni a bizonytalanság mértékére.

A 11. táblázatban foglaltam össze az eredményváltozóra statisztikailag a legszignifikánsabb hatással rendelkező magyarázó változókat a modellben. A szabadságfok minden „dummy” változó esetén 1-gyel egyezik meg, ez nem szerepel a táblázatban.

A tíz legszignifikánsabb faktor az illesztett modellben						
Változó neve	β együttható	Sztenderd hiba	95%-os Wald konfidenciaintervallum		Wald khi-négyzet teszttaszitika	Szignifikancia
			Alsó határ	Felső határ		
Saját egészségi problémák	-6,048	0,1427	-6,328	-5,769	1796,103	0
Észtország	4,915	0,2551	4,415	5,415	371,232	0
Cseh Köztársaság	3,809	0,2347	3,349	4,269	263,459	0
Köztisztviselő	-3,502	0,2209	-3,935	-3,069	251,215	0
Korai nyugdíjba vonulási lehetőséget ajánlottak neki	-2,637	0,1812	-2,992	-2,282	211,863	0
Bányászat és kőfejtés	-4,491	0,3397	-5,157	-3,825	174,765	0
Franciaország	8,74	0,771	7,229	10,251	128,509	0
Alkalmazott	-1,962	0,1773	-2,309	-1,614	122,424	0
Spanyolország	7,471	0,7123	6,075	8,867	110,005	0
Hollandia	6,615	0,6422	5,356	7,873	106,1	0

11. táblázat

Forrás: SHARE. Saját kidolgozás.

Kétség kívül a saját egészségi problémák szerepe a legnagyobb a korai nyugdíjba vonulásban, de az is rögtön látszik, hogy a tíz legfontosabb magyarázó változó fele egy-egy országot jelöl. Az 5. mellékletben is látható, hogy az ország hatása a nyugdíjba vonulásra a legfeltűnőbb, mert itt kaptuk a legtöbb kimagasló β értéket a legnagyobb szórással. Mivel Magyarországot választottam referencia országnak, ezért ott az együtttható értéke automatikusan rögzítve lett 0-ra, és a többi országra kapott együtttható becslések Magyarországhoz viszonyítva értendők. Lengyelországot kivéve 5 százalékos szignifikancia szinten minden országban szignifikánsan különbözött hazánktól az effektív és a hivatalos nyugdíjba vonulás időpontja közti eltérés. Figyelemre méltó eredmény volt, hogy minden ország esetén pozitív együttthatót kaptam, ami azt jelenti, hogy ezen adatok alapján a hivatalos korhatárhoz viszonyítva hazánkban vonulnak az emberek átlagosan a leghamarabb nyugdíjba, és a többi országban ennél átlagosan annyival nő az effektív és a hivatalos nyugdíjba vonulási kor különbsége, mint ahogy az a 12. táblázatban összefoglalva szerepel a β együtttható oszlopában (a Wald χ^2 tesztstatisztikák szerint csökkenő sorrendben szerepelnek az országok, és a szabadságfokok értéke itt is 1 minden faktor esetén).

Az egyes országokra kapott paraméterbecslések						
Változó neve	β együtttható	Sztenderd hiba	95%-os Wald konfidenciaintervallum		Wald kí-négyzet tesztstatisztika	Szignifikancia
			Alsó határ	Felső határ		
Észtország	4,915	0,2551	4,415	5,415	371,232	0
Cseh Közt.	3,809	0,2347	3,349	4,269	263,459	0
Franciaország	8,74	0,771	7,229	10,251	128,509	0
Spanyolország	7,471	0,7123	6,075	8,867	110,005	0
Hollandia	6,615	0,6422	5,356	7,873	106,1	0
Ausztria	5,348	0,5421	4,285	6,41	97,33	0
Olaszország	5,756	0,6536	4,475	7,037	77,541	0
Portugália	4,226	0,5442	3,159	5,293	60,295	0
Belgium	3,828	0,5533	2,744	4,912	47,871	0
(Konstans)	16,523	2,6569	11,315	21,73	38,672	0
Svédország	6,834	1,113	4,653	9,016	37,706	0
Szlovénia	2,404	0,4323	1,557	3,251	30,923	0
Dánia	3,697	1,7002	0,365	7,029	4,728	0,03
Németország	4,274	2,0365	0,282	8,265	4,404	0,036
Lengyelország	1,706	1,2638	-0,771	4,183	1,822	0,177
Magyarország	0

12. táblázat

Forrás: SHARE. Saját kidolgozás.

Vagyis az országok közül Észtországnak van statisztikailag a legszignifikánsabb hatása a célváltozóra, és hazánkhoz képest Franciaországban vonulnak nyugdíjba átlagosan a legkésőbb (8,74 évvel) a törvényes korhatár után. Az Észtországra kapott eredmény azért nagyon érdekes, mert az „egyszempontos” elemzésben pontosan erre

az országra adódott átlagosan a legkisebb eltérés az effektív és a hivatalos nyugdíjba vonulási kor között.

A 12. táblázatban foglalt eredményeket összehasonlítom a 2.3. fejezetben szereplő 2. ábrával, amely a 2016. évi OECD adatokat tartalmazza az effektív nyugdíjba vonulási időpontok és a hivatalos nyugdíjkorhatárok eltéréséről. A 2. ábrán szereplő makroadatok más képet mutatnak, mint a 12. táblázatban látható mikroadatokból származó eredmények, hiszen az előbbi alapján Franciaországban a törvényes korhatár előtt a férfiak átlagosan csak 2,7 évvel hamarabb vonulnak nyugdíjba, a nők pedig átlagosan 4,4 évvel hamarabb.

Értelmezzük a többi magyarázó változóra kapott β együtthatókat is a 4. mellékletből. A „Nem” változó is jól szemlélteti az „egyszempontos” elemzés hátrányát, ott ugyanis a két nem átlagosan szinte ugyanakkor vonult nyugdíjba a hivatalos korhatárhoz képest. A GLM segítségével végzett elemzés során azonban látjuk, hogy a férfiak esetén az eredményváltozó értéke 4,51 évvel kevesebb, vagyis ők a törvényes nyugdíjkorhatárhoz képest átlagosan ennyivel hamarabb vonultak nyugdíjba, mint a nők. Mivel a nők várható élettartama átlagosan magasabb a férfiakénál, ezért ők várhatóan több időt is töltenek nyugdíjban. Ezt ellensúlyozhatná a GLM eredménye, mely alapján a vizsgált európai országokban a nők átlagosan később mennek nyugdíjba a férfiaknál, azonban ezt az eredményt a 2. ábrán látható OECD adatokkal összehasonlítva tudjuk, hogy makro szinten valójában a férfiak mennek átlagosan később nyugdíjba (Magyarországon pedig még az átlagosnál is később, az elemzett országokhoz képest).

Azt tekintve, hogy a vizsgált személy alkalmazott vagy egyéni vállalkozó volt-e az előző munkahelyén, mindegyik kategória szignifikáns lett. Azt az eredményt kaptam, hogy az önálló munkavállalóhoz képest a köztisztviselők vonulnak a leghamarabb nyugdíjba (átlagosan 3,5 évvel korábban, mint az önálló munkavállalók).

Az előző munkahelyen való beosztást elemezve szintén mindegyik kategória szignifikáns lett. Azt tapasztaltam, hogy a modell szerint a fegyveres erőkben dolgozókhöz viszonyítva (akik átlagosan a legkorábban vonulnak nyugdíjba a legutóbbi munkahelyi beosztást tekintve) a szakértők mennek a legkésőbb nyugdíjba a hivatalos korhatárhoz képest: ezen két életkor különbsége az esetükben 4,168 évvel több, mint a fegyveres erőkben dolgozóknál. A szakértőket közvetlenül követték a

jogalkotók, vezető tisztviselők és felsővezetők, náluk a két időpont közti eltérés 4,140 évvel volt magasabb a fegyveres erőkben dolgozóknál.

Az iparág szempontjából a statisztikailag legszignifikánsabb kategória a gyáripar lett 79,464-os tesztstatisztika értékkel. A referencia kategória itt az egyéb közösségi, szociális és személyi szolgáltatások voltak. Ezen iparágban dolgozókhöz képest – talán nem olyan meglepő módon – a bányászok és a kőfejtők mentek átlagosan legkorábban (4,491 évvel korábban) nyugdíjba a hivatalos korhatárhoz képest, a gyáriparban dolgozók pedig 1,574 évvel korábban. Azonban az „Iparág” változóban már több kategória nem volt szignifikáns 5 százalékos szinten: ezek a szállodák és éttermek; az ingatlanügyek, bérbeadás és gazdasági szolgáltatás; és a közszektor és védelem és kötelező társadalombiztosítás.

A nyugdíjba vonulás oka is érdekesen függ össze a nyugdíjba vonulás időpontjával. Itt azokhoz a személyekhez viszonyítunk, akik jogosulttá váltak állami nyugdíjra. Ami várható is volt, hogy hozzájuk képest azok mennek legkorábban (átlagosan 6,048 évvel) nyugdíjba, akiknek egészségi problémáik vannak. (A saját egészségi problémák az összes magyarázó változó közül is a legszignifikánsabb hatással rendelkezett a célváltozóra, mint ahogy a 11. táblázatban is szerepel.) Őket követik azok, akiknek a hozzátartozójának van egészségi problémája, azonban az ő esetükben csak 3,339 év az eltérés a két időpont között. Figyelemre méltó eredmény volt még, hogy ha csak a nyugdíj szolgáltatásra való jogosultságot tekintjük, akkor azon személyek, akik foglalkoztatói magánnyugdíjra lettek jogosultak, az állami nyugdíjra jogosultságot szerzőknél szignifikánsan korábban mentek nyugdíjba: esetükben átlagosan 1,881 évvel csökkent az effektív és a hivatalos nyugdíjkor közti különbség. A magánnyugdíjra való jogosultság szerzése ebben a modellben nem szignifikáns (5 százalékos szinten).

Az intervallum típusú változók (az oktatásban eltöltött évek száma és a 65 évesen várható hátralévő élettartam) is szignifikánsan befolyásolják a nyugdíjba vonulás időpontját a modell szerint. Ha az oktatásban eltöltött évek száma eggyel nő, akkor átlagosan 0,097 évvel emelkedik az effektív és a hivatalos nyugdíjba vonulási kor közti különbség: vagyis körülbelül egy hónapnyi továbbdolgozásnak felel meg minden oktatásban eltöltött év. A 65 éves korban várható hátralévő élettartamra meglepő eredményt kaptam (miszerint, ha egy évvel emelkedik a hátralévő élettartam 65

évesen, akkor a célváltozó átlagosan 1,277 évvel csökken, tehát ők korábban mennek nyugdíjba), de ezt a prediktor változót makroadatokból rendeltem hozzá a SHARE mikroadatokhoz, ezért ez az eredmény fenntartásokkal kezelendő.

6.7. A GLM megbízhatóságának tesztelése

Az illesztett modell teszteléséhez többféle eszköz áll rendelkezésünkre, ezek közül a (sztenderdizált) Pearson és a (sztenderdizált) deviancia reziduálisokat, illetve a modelldiagnosztikához a „leverage” értékeket és a Cook távolságot fogom vizsgálni a Lu (1994), IBM Corporation (2013), Neter et al. (1996) és (Cook & Weisberg, 1982) szakirodalmak felhasználásával.

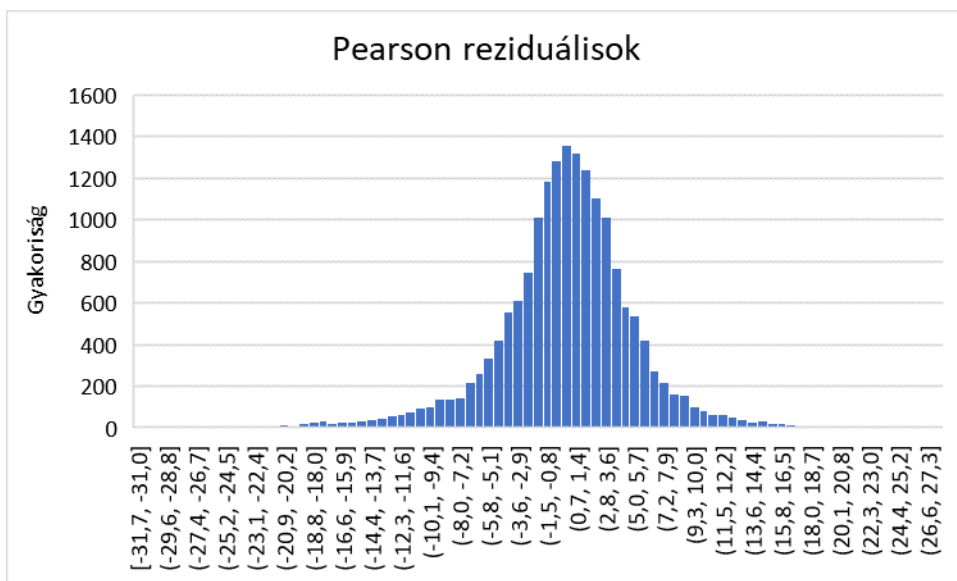
A nem sztenderdizált reziduálisok (r_i) egyszerűen a független változó felvett (Y_i) és annak a GLM illesztése során becsült ($\hat{\mu}_i$) értéke közti különbséget jelentik:

$$(42) \quad r_i = Y_i - \hat{\mu}_i.$$

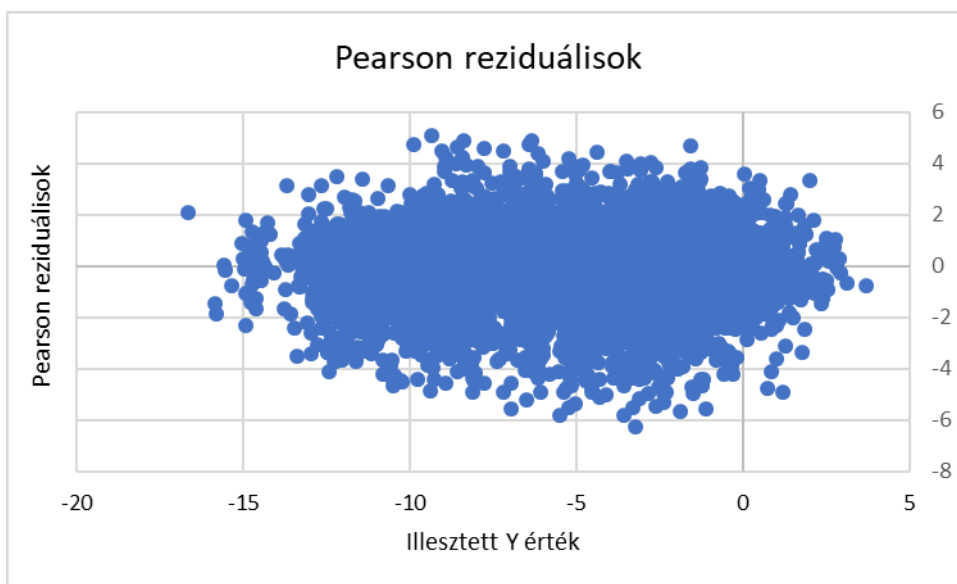
A (42) képletet leosztva \underline{Y} becsült szórásával megkapjuk a sztenderdizált reziduálisokat, más néven Pearson reziduálisokat (jelölése: r_i^P). Ennek képlete az alábbi:

$$(43) \quad r_i^P = \frac{Y_i - \hat{\mu}_i}{\sqrt{V(\hat{\mu}_i)}},$$

ahol $V(\hat{\mu}_i)$ a (18) képletben bevezetett varianciafüggvényt jelöli az eredményváltozó várható értékének i . becsült értékére. A célváltozó feltételezett eloszlásának megfelelőségének ellenőrzéséhez a Pearson reziduálisok normális eloszláshoz való közelítését és a hibatagok állandó varianciáját (vagyis homoszkedaszticitását) vizsgáltam. Az általam vizsgált adatokra illesztett GLM során adódó Pearson reziduálisok eloszlása (a hisztogramot a 11. ábra szemlélteti) valóban a normálishoz közelít 0,212 várható értékkel és 5,332 szórással, és a Shapiro-Wilk teszt alapján 5%-os szignifikancia szinten nem vethető el az a nullhipotézis, miszerint ezek az értékek normális eloszlásból származnak. A 12. ábrára ránézve látható, hogy a homoszkedaszticitás is teljesül. Ez alapján megfelelő volt az eredeti eloszlás feltételezésem, vagyis az effektív és a hivatalos nyugdíjba vonulási korok különbségének eloszlásáról valóban feltehető a normalitás.



11. ábra
 Forrás: SHARE. Saját számítás.



12. ábra
 Forrás: SHARE. Saját számítás.

A Pearson reziduálisokat is sztenderdizálhatjuk a (47) képletben definiálandó \mathbf{H} mátrix diagonális elemeit jelölő h_i „leverage” értékekkel. A sztenderdizált Pearson reziduálisok (r_i^{PS}) már a sztenderd normális eloszlást közelítik:

$$(44) \quad r_i^{PS} = \frac{Y_i - \hat{\mu}_i}{\sqrt{V(\hat{\mu}_i)(1-h_i)}}$$

A (38) képletben definiált teljes devianciára számított reziduális egy másik fontos mérőeszköze a modell megbízhatóságának. A teljes deviancia képletében látható, hogy

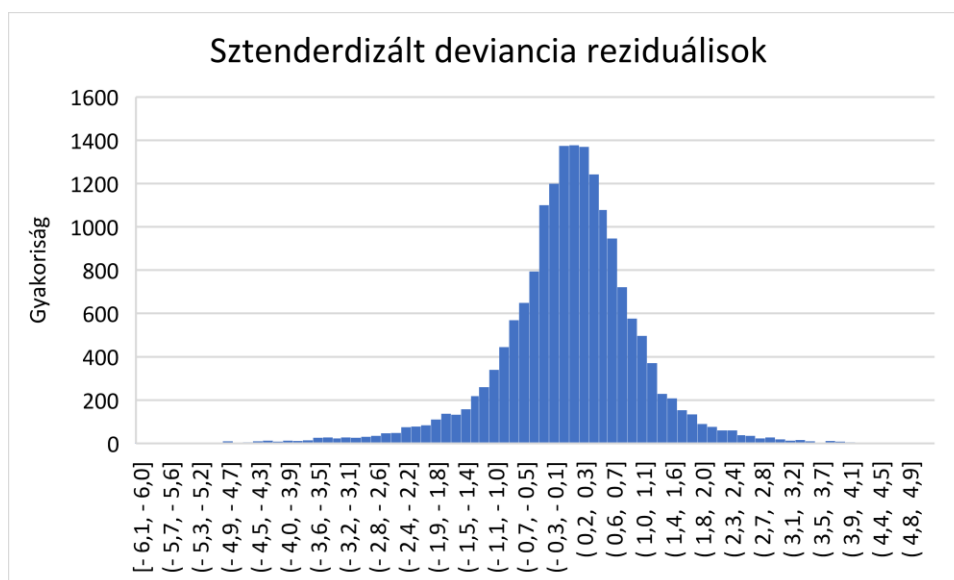
mindegyik elem Y_i és $\hat{\mu}_i$ távolságával (jelölés: $d(Y_i; \hat{\mu}_i)$) járul hozzá a teljes devianciához (D), és ezen távolságok összege megegyezik a teljes devianciával. A teljes deviancia reziduális (r_i^D) képlete az alábbi:

$$(45) \quad r_i^D = \text{sign}(Y_i - \hat{\mu}) \cdot \sqrt{d(Y_i; \hat{\mu}_i)} = \text{sign}(Y_i - \hat{\mu}_i) \cdot \sqrt{2 \cdot \omega_i \cdot \int_{\hat{\mu}_i}^{Y_i} \frac{Y_i - \zeta}{V(\zeta)} d\zeta}.$$

A (45) összefüggés helyett gyakran a sztenderdizált deviancia reziduálisokat (r_i^{DS}) számítjuk ki, melyek eloszlása közelíti a standard normális eloszlást:

$$(46) \quad r_i^{DS} = \frac{\text{sign}(Y_i - \hat{\mu}_i)}{\sqrt{\phi(1-h_i)}} \cdot \sqrt{d(Y_i; \hat{\mu}_i)} = \frac{\text{sign}(Y_i - \hat{\mu}_i)}{\sqrt{\phi(1-h_i)}} \cdot \sqrt{2 \cdot \omega_i \cdot \int_{\hat{\mu}_i}^{Y_i} \frac{Y_i - \zeta}{V(\zeta)} d\zeta}.$$

Az eloszlás szemléltetéséhez a sztenderdizált deviancia reziduálisokat hisztogramon ábrázoltam, ez a 13. ábrán látható:



13. ábra
Forrás: SHARE. Saját számítás.

A sztenderdizált deviancia reziduálisok valóban a sztenderd normális eloszlást közelítik meg: az átlaguk 0,040, a szórásuk 1,008. A normalitás teszteléséhez ismét Shapiro-Wilk próbát használtam 5 százalékos szignifikanciaszinttel, és ez alapján nem vethető el az a feltételezés, miszerint a sztenderdizált deviancia reziduálisok normális eloszlásból származnak. Fontos még ellenőrizni ezen reziduálisok homoszkedaszticitását is, mely szintén teljesül (a 12. ábrán találhatóhoz hasonló eredményt kaptam).

A reziduálisok vizsgálata után áttérek a modelldiagnosztikára, melynek során a szokatlan vagy kiugró megfigyeléseket azonosíthatjuk. Ehhez vezessünk be egy \mathbf{H} -val jelölt mátrixot (angolul: hat matrix)⁸ az alábbi módon:

$$(47) \quad \mathbf{H} = \mathbf{X}(\mathbf{X}^T \mathbf{W} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{W}^T,$$

ahol \mathbf{W} egy diagonális mátrix, melynek átlójában lévő elemek (w_i) így írhatók fel:

$$(48) \quad w_i = \frac{g'(\hat{\mu}_i)}{v(\hat{\mu}_i)},$$

ahol $g'(\hat{\mu}_i)$ a „link” függvény első deriváltját jelöli az i . becült várható értékre.

Jelölje h_{ii} a \mathbf{H} mátrix diagonális elemeit (ezeket „leverage” értékeknek hívjuk). Ezekre teljesül a (49) és (50) összefüggés, melyekben továbbra is n jelöli a megfigyelések számát és p az együtthatók számát:

$$(49) \quad 0 \leq h_{ii} \leq 1$$

$$(50) \quad \sum_{i=1}^n h_{ii} = p.$$

A „leverage” az egyéni megfigyelések relatív hatását fejezi ki a célváltozó illeszkedésére ezen megfigyelésre. Értéke szigorúan 0 és 1 közé esik. Ha 1-hez közeli a „leverage” érték, az azt jelenti, hogy ha az ehhez tartozó megfigyelést kis mértékben megváltoztatnánk, akkor az illesztett $\hat{\mu}_i$ célváltozó értéke majdnem ugyanolyan mértékben változna. Ez azt is jelenti, hogy az 1-hez közeli „leverage” értékhez tartozó megfigyelésre a reziduális értéke szokatlanul kicsi lesz (mivel a megfigyelésnek nagy hatása van a rá illesztett $\hat{\mu}_i$ értékére); ezért volt szükség a (44) és (46) képletekben az egy mínusz a „leverage” érték négyzetgyökével leosztani, hogy a reziduálisokat a megfelelő mennyiséggel felnöveljük.

A (47)-(50) képletek bevezetése után már definiálhatjuk a Cook távolságokat. A Cook távolság azt fejezi ki, hogy az összes egyénre vonatkozó reziduálisok hogyan változnának akkor, ha egy bizonyos egyénre vonatkozó megfigyelést kizárnánk a GLM együtthatók kiszámítása során. Ha egy megfigyelésre nagy - Cook és Weisberg (1982) hüvelykujjszabálya alapján 1-nél nagyobb - Cook távolság értéket kapunk, az azt jelzi nekünk, hogy ha kihagynánk ezt az megfigyelést a GLM illesztésekor, az

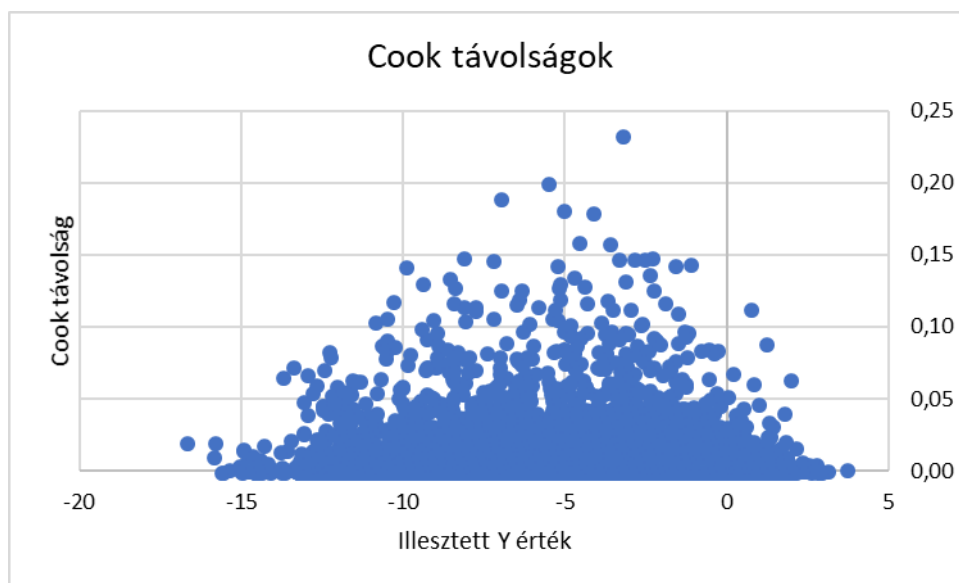
⁸ Ez nem azonos a (36) képletben szereplő Hesse mátrixszal, amit szintén \mathbf{H} -val jelöltem.

jelentősen megváltoztatná a $\underline{\beta}$ együtthatókat. A Cook távolság pontos képlete az alábbi:

$$(51) \quad D_i = w_i \frac{e_i^2}{p \cdot \hat{\phi}} \cdot \frac{h_{ii}}{(1-h_{ii})^2},$$

ahol $\hat{\phi}$ a skálaparaméter becsült értéke, e_i pedig a lineáris prediktor reziduálisa, azaz $e_i = g(Y_i) - X_i \hat{\underline{\beta}}$ (ebben az esetben g az identitás „link” függvény).

A 14. ábrán található az általam vizsgált adatokra alkalmazott GLM Cook távolságainak pontdiagramja.



14. ábra
Forrás: SHARE. Saját számítás.

A legnagyobb Cook távolságra 0,234 adódott.⁹ Egyébként látszik, hogy mindegyik Cook távolság bőven 1 alatt van, ami az egyik általánosan elfogadott hüvelykujj szabály (Cook & Weisberg, 1982) szerint megfelelő.

⁹ Az ehhez a megfigyeléshez tartozó egyén a SHARE adatok szerint már 30 éves korában nyugdíjba vonult, melynek oka elvileg az volt, hogy jogosulttá vált állami nyugdíjra Portugáliában. Azonban ez is valószínűleg hibás adat, hiszen Portugáliában általában 60 éves kortól van lehetőség korai nyugdíjba vonulásra a hivatalos 65 éves korhatárhoz képest, melynek feltétele legalább 40 év jogosultsági idő - persze a nyugdíj összege annál kevesebb, minél korábban megy nyugdíjba az illető (Perista & Baptista, 2017; OECD, 2017).

6.8. A Magyarországot tartalmazó klaszter vizsgálata

Az 5.1. fejezetben csoportosítottam klaszterekbe a kutatásomban szereplő európai országokat: Magyarországot Dániával, Franciaországgal, Olaszországgal, Portugáliával és Spanyolországgal került egy csoportba (három klaszter feltételezése esetén). Ezt a csoportot most külön fogom elemezni GLM használatával ugyanazzal az eredményváltozóval, lehetséges független változókkal és „link” függvénnyel, mint ahogy a 6.6. fejezetben tettem az összes általam vizsgált európai országot bevonva.

Ebben a klaszterben 10458 megfigyelés található, melyek a 13. táblázatnak megfelelően oszlanak meg az egyes nemek és országok között.

Ország * Nem keresztábra				
		Nem		Összesen
		Férfi	Nő	
Ország	Spanyolország	999	396	1395
	Olaszország	1088	756	1844
	Franciaország	1542	1747	3289
	Dánia	460	569	1029
	Portugália	532	458	990
	Magyarország	833	1078	1911
Összesen		5454	5004	10458

13. táblázat

Forrás: SHARE. Saját kidolgozás.

Mindegyik magyarázó változót beépítve a modellbe az I. és a III. típusú teszt alapján a „Nem” és az „Élettartam_65” nem szignifikáns 5 százalékos szinten. Megpróbáltam először az egyik, majd mindkét nem szignifikáns változót kivenni a modellből, és a legjobb modellt (például a legkisebb teljes devianciát és skálázott devianciát) mindkét változó kivételével kaptam, 5889 hiányzó adatot nem tartalmazó megfigyeléssel. Így már az összes, a GLM-ben szereplő magyarázó változó szignifikáns, melyet a 14. táblázat szemléltet. Látszik, hogy a legszignifikánsabb hatása a célváltozóra ismét a nyugdíjba vonulás okának van:

Modellhatások tesztelése a Magyarországot tartalmazó klaszterre						
Változó neve	I. típusú próba			III. típusú próba		
	Wald khi-négyzet statisztika	Szabadság-fok	Szignifikancia	Wald khi-négyzet statisztika	Szabadság-fok	Szignifikancia
(Konstans)	4821,119	1	,000	359,928	1	,000
Nyugdíj_ok	1134,080	10	,000	1136,897	10	,000
Ország	363,028	5	,000	142,708	5	,000
Alkalmazott	75,923	2	,000	57,711	2	,000
Iparág	72,854	13	,000	51,407	13	,000
Beosztás	72,173	9	,000	40,997	9	,000
Oktatás	9,713	1	,002	9,713	1	,002

14. táblázat

Forrás: SHARE. Saját kidolgozás.

Az ezen az országcsoporton elvégzett GLM elemzés becsült $\underline{\beta}$ együtthatóit a 6. melléklet tartalmazza. Ezen eredmények alapján a spanyolországi és a franciaországi nyugdíjba vonulási időpontok eltérése a hivatalostól különbözött szignifikánsan (5 százalékos szignifikancia szinten) a magyarországi adatoktól: Spanyolországban nálunk átlagosan 1,900 évvel, míg Franciaországban átlagosan 2,241 évvel később vonulnak nyugdíjba a törvényes korhatárhoz képest. Az illesztett modell diagnosztikájához ismét megvizsgáltam a reziduálisokat és a Cook távolságokat, melyek alapján megfelelő az általam alkalmazott modell.

7. Összefoglalás és kitekintés

Ebben a dolgozatban az idősödést, illetve a hivatalos nyugdíjkorhatárhoz viszonyított effektív nyugdíjba vonulás időpontját, ezen két időpont közti eltérés nagyságát és az eltérés lehetséges okait vizsgáltam. A korai és késői nyugdíjba vonulás tényezőit elemeztem az általam kiválasztott európai országokban, majd az idősödéssel és a nyugdíjjal kapcsolatos fő mutatószámok alapján csoportosítottam a kérdéses országokat. Azt az eredményt kaptam, hogy ezek az országok három klaszterbe sorolhatók: Magyarország Dániával, Franciaországgal, Olaszországgal, Portugáliával és Spanyolországgal került egy csoportba. Ebben a klaszterben az M-esztimátorok segítségével kiszámolt effektív és hivatalos nyugdíjba vonulási kor átlagos eltérése a mikrodatok alapján a másik két klaszterben szereplő értékek közé esett.

Ezt követően általánosított lineáris modellel vizsgáltam az effektív és a hivatalos nyugdíjba vonulási kor különbségének mértékét a SHARE kutatásból származó mikrodatok alapján. A modell szerint ezt az eltérést szignifikánsan befolyásolja nyugdíjba vonult személy neme, országa, oktatásban eltöltött éveinek száma, hogy alkalmazott vagy önálló munkavállaló volt-e, a beosztása az előző munkahelyén és ott milyen iparágban dolgozott, a nyugdíjba vonulás oka és az illető országában a 65 évesen várható hátralévő élettartam. Az előbbieken belül a legszignifikánsabb hatása a saját egészségi problémáknak van. Érdekes eredmény volt például, hogy ezen mikrodatok alapján Magyarországon vonulnak a leghamarabb nyugdíjba a személyek a hivatalos nyugdíjkorhatárhoz képest (de a makrodatokból látszik, hogy ez nem igaz a teljes népességre). Végül a Magyarországot tartalmazó országcsoportot is elemeztem GLM alkalmazásával: eszerint hazánkban az effektív és a hivatalos nyugdíjba vonulási kor különbsége Franciaországtól és Spanyolországtól tér el szignifikánsan (nálunk kevesebb ez az érték körülbelül 2 évvel).

Kitekintésként a nyugdíjkorhatár várható élettartamhoz való igazításáról és a fokozatos nyugdíjba vonulásról szeretnék írni, mint a probléma lehetséges enyhítésének módjairól. D'Addio & Von Nordheim (2014) említik, hogy az EU tagállamai közül elsőként Dánia vezette be a folyamatosan növekedő nyugdíjkorhatárt 2006-ban, és néhány másik tagállam (például Hollandia) követte a példáját, úgynevezett „linking” (ez a nyugdíjkorhatárok várható élettartammal való összekötésére utal) reformokat bevezetve és hasonlóra ösztönözve a többi tagállamot. Azonban a szerzők felhívják a figyelmet arra, hogy ez az innovatív megközelítés is

számos kihívással néz szembe: a „linking” reformok véghezvitele nem feltétlenül vonja maga után azt, hogy az emberek hatékonyabban fognak a nyugdíjukra előtakarékoskodni, pedig a hivatalos nyugdíjkorhatár emelkedése miatt kevesebb nyugdíjjogosultságra számíthatnak. D’Addio & Von Nordheim (2014) szerint amellet is érvelhetnénk, hogy a nyugdíjkorhatár várható élettartamhoz kötése méltánytalan, mivel ugyanúgy kezeli a különböző hivatású és karrierű dolgozókat, holott az alacsonyabb jövedelműek vagy egészségi problémákkal küzdők (akik nem tudtak eleget félretenni a nyugdíjazásuk előtt) fokozottabban érintettek.

Bajkó et al. (2015) azt az esetet tanulmányozták, ha 2022-től bevezetnének hazánkban egy olyan intézkedést, amely a nyugdíjkorhatárt a várható hátralévő élettartamhoz igazítaná olyan módon, hogy „a nyugdíjkorhatár betöltésekor várható átlagos hátralévő élettartam ne változzon”. Ezt a hipotetikus esetet 2035-ig vizsgálva a szerzők azt az eredményt kapták, hogy ebben az időszakban még várhatóan nemnegatív lenne a nyugdíjrendszer egyenlege. Ezzel párhuzamosan Simonovits (2017) a magyarországi nyugdíjrendszer megreformálásához többek között a rugalmas nyugdíjkorhatárhoz való visszatérést (betartva az aktuáriusi szabályokat) és a Nők40 eltörlését javasolja.

Egy másik lehetséges javaslat a probléma megoldására a fokozatos vagy részleges nyugdíjba vonulás (Casey & Bruche, 1983), mivel ez fokozatosabbá tenné az átmenetet a munkából a nyugdíjba vonulásig, és ezzel valószínűleg csökkentené az idő előtt nyugdíjba vonulókat és növelné a továbbdolgozók számát. Azonban ennek gyakorlati megvalósításának számos akadálya van, melyek közül Hutchens (2003) egy 950 intézményt vizsgáló felmérés eredménye alapján kiemelte például azt, hogy még ha a munkáltatók nyitottak is lennének az alkalmazottak fokozatos nyugdíjba vonulására, sokan közülük nem lennének hajlandók egészségbiztosítást nyújtani vagy a hivatalos nyugdíjkorhatár előtt nyugdíjat biztosítani nekik (ez utóbbi főleg a „defined benefit”, azaz a szolgáltatással meghatározott nyugdíjprogramok esetén fordulhat elő).

A fenti témában a Society of Actuaries (2006) is készített felmérést az Egyesült Államokban élő egyéneket vizsgálva. A szerzők szerint a fokozatos nyugdíjba vonulásnak nincs pontos definíciója: ez jelentheti például a munkaórák számának csökkentését a nyugdíj előtt, a munkakör módosítását vagy a nyugdíj utáni továbbdolgozást részmunkaidőben. Az egyik fontos eredményük az volt, hogy az amerikai megkérdezettek körében a már nyugdíjas személyek 69 százaléka, míg a

nyugdíj előtt állók 38 százaléka vonult, illetve tervezett nyugdíjba vonulni átmenet nélkül; a többi megkérdezett a fokozatos nyugdíjba vonulást választotta vagy választaná.

8. Felhasznált irodalom

Actuarial Association of Europe (2016): The ageing of the EU: Implications for pensions. Ed. Chris Daykin, Falco Valkenburg. Brussels: The Actuarial Association of Europe

Andersen, J. G. (2016). The Danish Pension System. Policy Network. Aalborg University.

Anderson, D., Feldblum, S., Modlin, C., Schirmacher, D., Schirmacher, E. and Thandi, N. (2007): A Practitioner's Guide to Generalized Linear Models. Casualty Actuary Society, Arlington, Virginia.

Bajkó, A., Maknics, A., Tóth, K., és Vékás, P. (2015): A magyar nyugdíjrendszer fenntarthatóságáról. Közgazdasági szemle, LXII . évf., 2015. december. 1229–1257.

Banyár, J. (2011): Javaslat az optimális járadékfüggvényre. Szigma, XLII., 3-4. 105-124.

Barnato (2016): Rich countries have a \$78 trillion pension problem. CNBC.

Casey, B. (1997): Incentives and Disincentives to Early and Late Retirement. Paper prepared for the joint ILO-OECD Workshop: Development and Reform of Pension Schemes. 15-17 December, Paris.

Casey, B. and Bruche, G. (1983): Work or Retirement? Labour Market and Social Policies for Older Workers in France, Great Britain, the Netherlands, Sweden and the United States. Aldershot: Gower.

Cavapozzi, Trevisan and Weber (2015): The use of PC at work and job satisfaction. In Ageing in Europe - Supporting Policies for an Inclusive Society. Ed. Börsch-Supan A., Kneip T., Litwin H., Mick M. and Weber G.. De Gruyter. Berlin. 279–288.

Clark and Thayer (2004): A primer on the exponential family of distributions. 2004 call paper program on generalized linear models.

Cook, R. D. and Weisberg, S. (1982): Residuals and Influence in Regression. New York, NY: Chapman & Hall.

D'Addio, A. C. and Von Nordheim, F. (2014): Towards an integrated agenda to deliver effective higher retirement ages: An issue note from the pension perspective. Workshop on delivering working lives and higher retirement ages. Brussels 12th-13th November 2014

Desmet, R., A. Jousten and S. Perelman (2005): The Benefits of Separating Early Retirees from the Unemployed: Simulation Results for Belgian Wage Earners. C.E.P.R. Discussion Paper No.5077.

Dorn, D., and Sousa-Poza, A. (2007): "Voluntary" and "Involuntary" Early Retirement: An International Analysis. IZA Discussion Paper No. 2714. Bonn: Institute for the Study of Labor.

European Commission (2012): Demography, Active Ageing and Pensions. Social Europe Guide, Volume 3.

Eurostat (2014): Main reasons for retirement or early retirement - by sex and main labour status just after leaving last job. Elérhető: <http://appsso.eurostat.ec.europa.eu/nui/show.do?dataset=lfso_06reasstaf&lang=en> (2018.01.12.)

Giugliano (2017): Don't penalize workers for retiring later. Bloomberg.

Gray és Kovács (2001): Az általánosított lineáris modell és biztosítási alkalmazásai. Statisztikai Szemle, 8., pp. 689-702, 2001.

Hablicsek László & Kovács Katalin (2007): Az életkilátások differenciálódása iskolázottság szerint, 1986–2005. Központi Statisztikai Hivatal Népeségtudományi Intézetének Kutatási Jelentései, 84.

Hakola, T. and R. Uusitalo (2005): Not so voluntary retirement decisions? Evidence from a pension reform. *Journal of Public Economics* 89: 2121-2136.

Hardin, J. W. and Carroll, R. J. (2003): Measurement error, GLMs, and Notational Conventions. *The Stata Journal* 3: 329-341.

Horton, R. L. (1978): *The general linear model*. McGraw-Hill, London.

Hutchens, R. (2003): *The Cornell study of employer phased retirement policies: A report on key findings*. Ithaca, NY. School of Industrial and Labor Relations. Cornell University.

IBM Corporation (2013): *IBM SPSS Advanced Statistics 22*.

Kovács, E. (2014): *Többváltozós adatelemzés*. Budapesti Corvinus Egyetem.

Kovács, J. (2008): *Általánosított lineáris modell és alkalmazása járadékos mortalitás becsléséhez*. Szakdolgozat. Budapesti Corvinus Egyetem, Biztosítási Oktató- és Kutatócsoport, Posztgraduális aktuárius szak.

Lazear, E. (1979). Why is there mandatory retirement? *Journal of Political Economy*, Vol. 87, 1261-1284.

Levine, P. and Mitchell, O. (1988). The baby boom's legacy: relative wages in the 21st century. *American Economic Review*, Vol. 78, No. 2, 66-69.

Lu, J. (1994): *The Standardized Influence Matrix and its Applications to Generalized Linear Models*. Virginia Commonwealth University.

Marosi, J. és Molnár, L. (2018): *Öregségi nyugdíjasok halandósága 2015-ben*. Statisztikai szemle, 96 évfolyam 1. szám.

McCullagh, P. and J. A. Nelder (1989): *Generalized Linear Models*, 2nd ed., Chapman & Hall/CRC.

Neter, J., M. H. Kutner, C. J. Nachtsheim, and W. Wasserman (1996): *Applied Linear Statistical Models*, Fourth Edition. Irwin, Chicago.

OECD (2016): *Average effective age of retirement versus the normal age in 2016 in OECD countries*. Elérhető: <<http://www.oecd.org/els/emp/average-effective-age-of-retirement.htm>> (2018.02.05.)

OECD (2017): Pensions at a glance. Paris, Organisation for Economic Co-operation and Development. Statisztikai adatok elérhetősége:
<<https://stats.oecd.org/Index.aspx?DataSetCode=PAG>> (2018.01.17.)

OECD (2018), Life expectancy at 65 (indicator). Elérhető:
<<https://data.oecd.org/healthstat/life-expectancy-at-65.htm>> (2018.03.17.)

OECD Economic Surveys (2017): Slovenia. Page 89. Edition 2017, Volume 2017. OECD Organisation for Economic Co-operation and Development

Perista, P. and Baptista, I. (2017): Early retirement in Portugal. ESN Flash Report 2017/25.

Simonovits, A. (2001): Szolgálati idő, szabadidő és nyugdíj – ösztönzés korlátokkal. Közgazdasági Szemle, 48(5). 393-408.

Simonovits, A. (2017): Az elkerülhetetlen nyugdíjreformról. Portfolio.hu. Elérhető:
<http://adko.hu/01_files/adotanulmanyok/2017/nyugdijreform.pdf> (2018.05.01.)

Society of Actuaries (2006). Key Finding and Issues: Phased Retirement and Planning for the Unexpected 2005 Risk and Process of Retirement Survey Report. April 2006.

Von dem Knesebeck, O., Hyde, M., Higgs, P., Kupfer, A. and Siegrist, J. (2005): Quality of life and well-being. In Börsch-Supan, A., Jürges, H., Mackenbach, J., Siegrist, J. and Weber, G. (eds), Health, Ageing and Retirement in Europe: First Results from SHARE. Mannheim Research Institute for the Economics of Aging, Mannheim, Germany. 199–203.

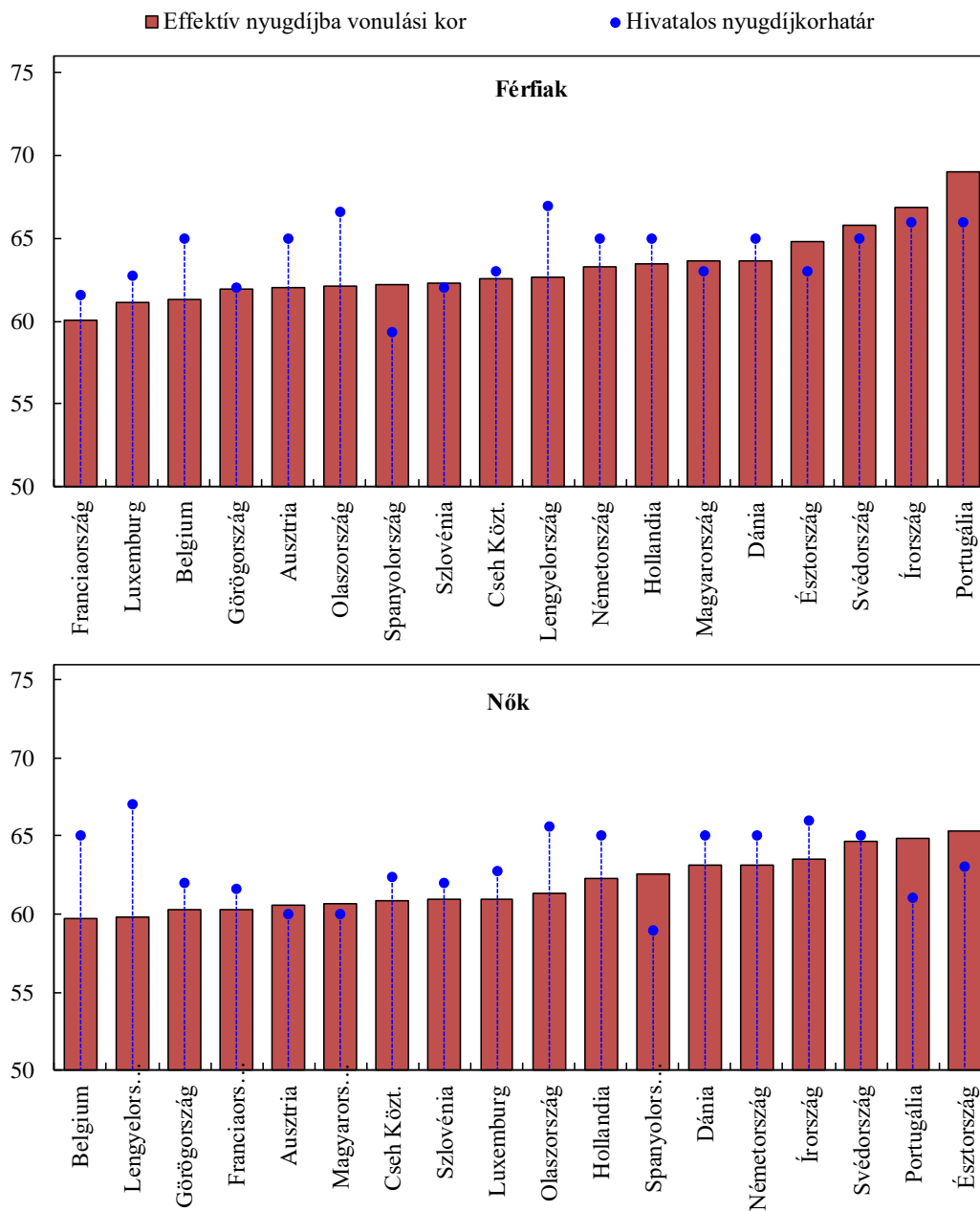
Watson Wyatt Worldwide (2007): Watson Wyatt Pretium, Main tutorial, London.

9. Mellékletek

1. melléklet

Forrás: OECD (2016).

Átlagos effektív nyugdíjba vonulási korok és hivatalos nyugdíjkorhatárok, 2016



2. melléklet

Forrás: SHARE. Saját számítás.

Ország * Interjú éve keresztábra													
	Interjú éve											Összesen	
	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2015		
Ország	Ausztria	1569	0	318	882	20	979	0	5255	0	4382	3402	16807
	Németország	2997	0	629	1999	563	1358	0	1542	79	5752	4412	19331
	Svédország	3047	2	1215	1581	154	1807	0	1969	0	4556	3906	18237
	Hollandia	2968	0	0	2683	145	2113	0	2789	0	4168	0	14866
	Spanyolország	2316	0	304	2123	1395	876	0	3728	0	6708	5636	23086
	Olaszország	2553	0	149	2837	325	2203	0	3595	0	4750	5313	21725
	Franciaország	1750	1372	2586	403	0	2500	0	5851	0	4506	3948	22916
	Dánia	1706	0	346	2284	692	1452	0	2287	0	4146	3733	16646
	Görögország	2132	765	0	3412	81	3011	0	0	0	0	4937	14338
	Svájc	997	0	421	1077	990	334	0	3788	0	3051	2806	13464
	Belgium	186	3623	652	2576	897	1968	0	5324	0	5640	5823	26689
	Izrael	0	740	1710	0	0	876	1571	0	0	2599	2035	9531
	Cseh Közt.	0	0	1014	1736	403	1432	0	5539	0	5643	4858	20625
	Lengyelország	0	0	289	2177	1002	937	0	8	1725	0	1826	7964
	Írország	0	0	0	1035	0	8	821	26	0	0	0	1890
	Luxemburg	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1610	1564	3174
	Magyarország	0	0	0	0	0	0	0	3072	0	0	0	3072
	Portugália	0	0	0	0	0	0	0	2020	0	0	1676	3696
	Szlovénia	0	0	0	0	0	0	0	2749	0	2958	4224	9931
	Észtország	0	0	0	0	0	0	1628	5236	0	5752	5638	18254
Horvátország	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2494	2494	
Összesen	22221	6502	9633	26805	6667	21854	4020	54778	1804	66221	68231	288736	

3. melléklet

Forrás: SHARE. Saját számítás.

Változó	Effektív és hivatalos nyugdíjba vonulási kor eltéréseinek átlaga	Sztenderd hiba
Nem		
1.: Férfi	-4,3245	0,04940
2.: Nő	-4,1431	0,05095
Ország		
1.: Ausztria	-4,7857	0,10835
2.: Németország	-4,1955	0,15707
3.: Svédország	-2,6420	0,14583
4.: Hollandia	-3,3509	0,15349
5.: Spanyolország	-4,2222	0,19778
6.: Olaszország	-5,4317	0,14723
7.: Franciaország	-3,2712	0,09420
8.: Dánia	-3,2993	0,16721
9.: Belgium	-5,7031	0,12379
10.: Cseh Köztársaság	-3,5870	0,09343
11.: Lengyelország	-4,7810	0,17977
12.: Portugália	-6,7384	0,26441
13.: Szlovénia	-6,8893	0,15316
14.: Észtország	-2,6104	0,11769
15.: Magyarország	-6,6447	0,13852
Alkalmazott		
1.: Alkalmazott	-4,4340	0,05604
2.: Köztisztviselő	-5,3516	0,11817
3.: Önálló munkavállaló	-2,8645	0,14827
Beosztás		
1.: Jogalkotó, vezető tisztviselő vagy felsővezető	-3,7854	0,16990
2.: Szakértő	-3,0769	0,17215
3.: Technikus vagy szakértő munkatárs	-3,7583	0,11871
4.: Hivatalnok	-4,7417	0,11896
5.: Szolgáltatásban dolgozó, bolti eladó vagy piaci árus	-4,0345	0,11609
6.: Szakképzett mezőgazdasági vagy halászati dolgozó	-4,3919	0,18157
7.: Kézműves, kisiparos és hasonló munkaerő	-4,8416	0,13530
8.: Berendezések és gépek kezelője vagy összeszerelő	-5,6380	0,18702
9.: Alapfokú foglalkozás	-4,8001	0,13521
10.: Fegyveres erők	-9,1860	0,53314
Iparág		
1.: Mezőgazdaság, vadászat, erdőgazdaság, halászat	-4,4211	0,13424
2.: Bányászat és kőfejtés	-8,1218	0,36585
3.: Gyáripar	-5,2389	0,11301
4.: Villamosenergia-ipar, gáz- és vízellátás	-4,3048	0,25166
5.: Építkezés	-4,1196	0,19102
6.: Nagy-és kiskereskedelem; gépjárművek, motorkerékpárok és háztartási cikkek javítása	-4,3500	0,15189
7.: Szállodák és éttermek	-4,1071	0,26956
8.: Szállítás, raktározás, posta, távközlés	-4,8007	0,17857
9.: Pénzügyi közvetítés	-4,1537	0,21675
10.: Ingatlanügylek, bérbeadás és gazdasági szolgáltatás	-2,6278	0,40741
11.: Közszeaktor és védelem; kötelező társadalombiztosítás	-5,1977	0,19271
12.: Oktatás	-3,4168	0,15981
13.: Egészségügy és szociális munka	-3,3475	0,18199
14.: Egyéb közösségi, szociális és személyi szolgáltatások	-3,8538	0,14101

Nyugdíj_ok		
1.: Jogosulttá vált foglalkoztatói magánnyugdíjra	-5,0120	0,26857
2.: Jogosulttá vált magánnyugdíjra	-3,5248	0,40087
3.: Korai nyugdíjba vonulási lehetőséget ajánlottak neki (speciális ösztönzők vagy juttatások által)	-6,5552	0,13478
4.: Elbocsátották a munkahelyéről	-3,2056	0,21613
5.: Saját egészségi problémák	-9,4864	0,19616
6.: Rokon vagy barát egészségi problémái	-6,0647	0,71072
7.: A házastárssal vagy partnerrel egy időben történő nyugdíjba vonulás	-4,2048	0,93434
8.: Több idő töltése a családdal	-3,9018	0,66848
9.: Többféle ok, az 1. okot nem beleértve	-5,2612	0,32520
10.: Többféle ok, a 11. okot beleértve	-2,5857	0,17845
11.: Jogosulttá vált állami nyugdíjra	-3,3022	0,04730

4. melléklet

Forrás: SHARE és OECD (2018). Saját számítás.

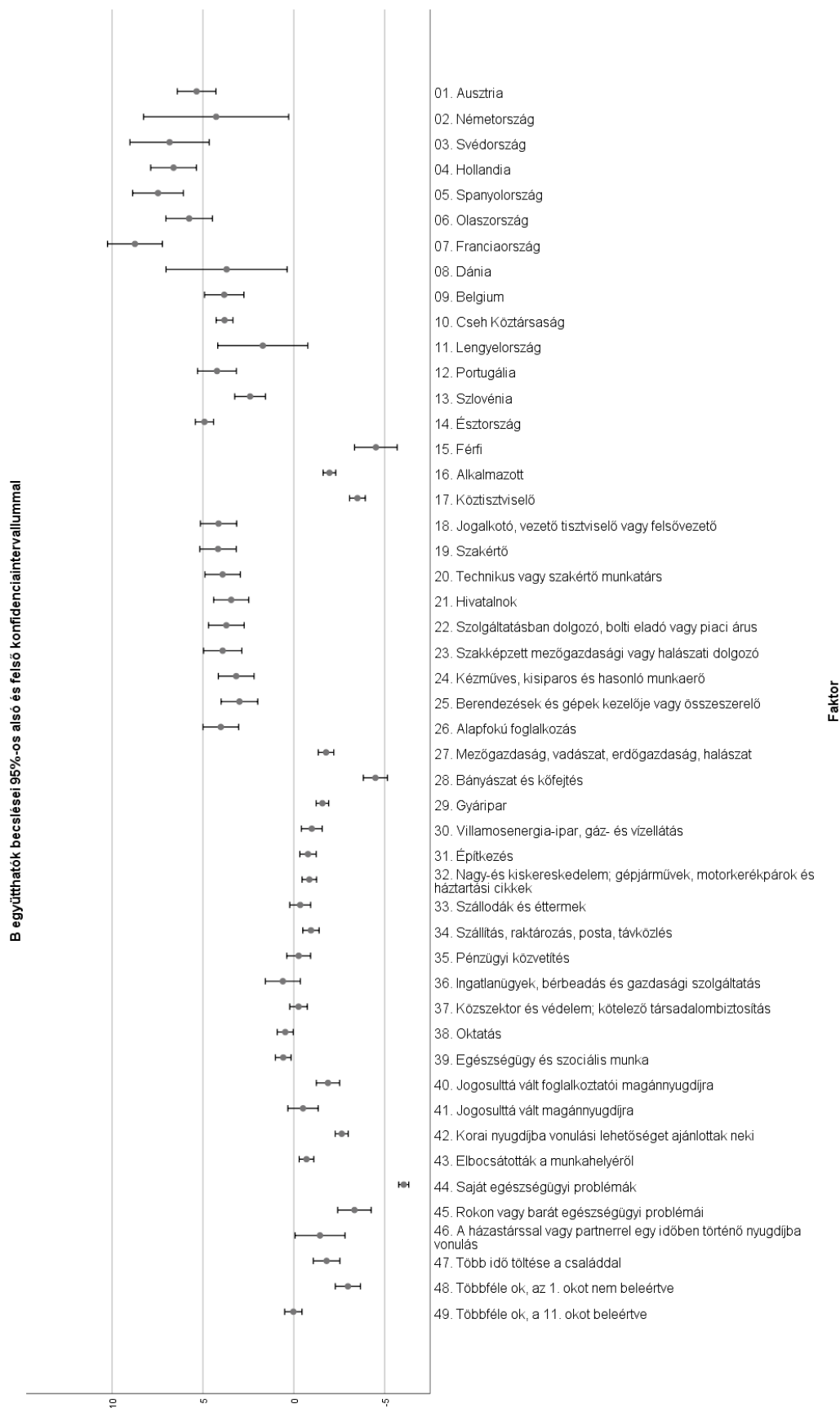
GLM paraméterbecslések							
Változó neve	β együttható	Sztenderd hiba	95%-os Wald konfidenciaintervallum		Wald khi- négyzet tesztstatisztika	Szabadság- fok	Szignifikancia
			Alsó határ	Felső határ			
(Konstans)	16,523	2,6569	11,315	21,730	38,672	1	,000
Ausztria	5,348	,5421	4,285	6,410	97,330	1	,000
Németország	4,274	2,0365	,282	8,265	4,404	1	,036
Svédország	6,834	1,1130	4,653	9,016	37,706	1	,000
Hollandia	6,615	,6422	5,356	7,873	106,100	1	,000
Spanyolország	7,471	,7123	6,075	8,867	110,005	1	,000
Olaszország	5,756	,6536	4,475	7,037	77,541	1	,000
Franciaország	8,740	,7710	7,229	10,251	128,509	1	,000
Dánia	3,697	1,7002	,365	7,029	4,728	1	,030
Belgium	3,828	,5533	2,744	4,912	47,871	1	,000
Cseh Köztársaság	3,809	,2347	3,349	4,269	263,459	1	,000
Lengyelország	1,706	1,2638	-,771	4,183	1,822	1	,177
Portugália	4,226	,5442	3,159	5,293	60,295	1	,000
Szlovénia	2,404	,4323	1,557	3,251	30,923	1	,000
Észtország	4,915	,2551	4,415	5,415	371,232	1	,000
Magyarország	0 ^a
Férfi	-4,518	,5978	-5,690	-3,346	57,117	1	,000
Nő	0 ^a
Alkalmazott	-1,962	,1773	-2,309	-1,614	122,424	1	,000
Köztisztviselő	-3,502	,2209	-3,935	-3,069	251,215	1	,000
Önálló munkavállaló	0 ^a
Jogalkotó, vezető tisztviselő vagy felsővezető	4,140	,5088	3,142	5,137	66,184	1	,000
Szakértő	4,168	,5111	3,166	5,169	66,487	1	,000
Technikus vagy szakértő munkatárs	3,915	,4971	2,940	4,889	62,020	1	,000
Hivatalnok	3,443	,4928	2,477	4,408	48,812	1	,000
Szolgáltatásban dolgozó, bolti eladó vagy piaci árús	3,711	,5011	2,729	4,693	54,837	1	,000
Szakképzett mezőgazdasági vagy halászati dolgozó	3,912	,5383	2,857	4,967	52,816	1	,000
Kézműves, kisiparos és hasonló munkaerő	3,169	,5013	2,186	4,151	39,964	1	,000
Berendezések és gépek kezelője vagy összeszerelő	2,990	,5145	1,982	3,998	33,774	1	,000
Alapfokú foglalkozás	4,014	,4996	3,035	4,993	64,555	1	,000
Fegyveres erők	0 ^a

Mezőgazdaság, vadászat, erdőgazdaság, halászat	-1,775	,2174	-2,201	-1,349	66,713	1	,000
Bányászat és kőfejtés	-4,491	,3397	-5,157	-3,825	174,765	1	,000
Gyártás	-1,574	,1766	-1,920	-1,228	79,464	1	,000
Villamosenergia- ipar, gáz- és vízellátás	-990	,2913	-1,561	-,419	11,545	1	,001
Építkezés	-,782	,2291	-1,231	-,333	11,644	1	,001
Nagy-és kiskereskedelem; gépjárművek, motorkerékpárok és háztartási cikk javítása	-855	,2028	-1,253	-,458	17,790	1	,000
Szállodák és éttermek	-,353	,2925	-,927	,220	1,460	1	,227
Szállítás, raktározás, posta, távközlés	-,946	,2284	-1,394	-,498	17,140	1	,000
Pénzügyi közvetítés	-,269	,3339	-,924	,385	,649	1	,420
Ingatlanügylek, bérbérlés és gazdasági szolgáltatás	,602	,4913	-,361	1,565	1,501	1	,221
Közszektor és védelem; kötelező társadalom- biztosítás	-,262	,2463	-,744	,221	1,127	1	,288
Oktatás	,469	,2246	,029	,909	4,363	1	,037
Egészségügy és szociális munka	,581	,2194	,151	1,011	7,005	1	,008
Egyéb közösségi, szociális és személyi szolgáltatások	0 ^a
Jogosulttá vált foglalkoztatói magánnyugdíjra	-1,881	,3270	-2,522	-1,241	33,107	1	,000
Jogosulttá vált magánnyugdíjra	-,509	,4256	-1,343	,325	1,431	1	,232
Korai nyugdíjba vonulási lehetőséget ajánlottak neki	-2,637	,1812	-2,992	-2,282	211,863	1	,000
Elbocsátották a munkahelyéről	-,698	,2048	-1,100	-,297	11,632	1	,001
Saját egészségi problémák	-6,048	,1427	-6,328	-5,769	1796,103	1	,000
Rokon vagy barát egészségi problémái	-3,339	,4691	-4,258	-2,419	50,664	1	,000
A házastársal vagy partnerrel egy időben történő nyugdíjba vonulás	-1,441	,7012	-2,816	-,067	4,225	1	,040
Több idő töltése a családdal	-1,805	,3723	-2,534	-1,075	23,496	1	,000
Többféle ok, az 1. okot nem beleértve	-2,978	,3537	-3,671	-2,285	70,873	1	,000

Többféle ok, a 11. okot beleértve	,024	,2414	-,449	,497	,010	1	,922
Jogosulttá vált állami nyugdíjra	0 ^a
Oktatásban eltöltött évek száma	,097	,0146	,068	,126	44,003	1	,000
65 évesen várható hátralévő élettartam (2011-ben)	-1,277	,1408	-1,553	-1,001	82,220	1	,000
a. Referencia kategória							

5. melléklet

Forrás: SHARE. Saját számítás.



6. melléklet

Forrás: SHARE. Saját számítás.

GLM paraméterbecslések a Magyarországot tartalmazó klaszterre							
Magyarázó változó neve	β együttható	Sztenderd hiba	95%-os Wald konfidencia-intervallum		Wald ká-négyzet teszt-statisztika	Szabadság-fok	Sznifnkancia
			Alsó határ	Felső határ			
(Konstans)	-7,065	,7915	-8,616	-5,513	79,663	1	,000
Spanyolország	1,900	,2922	1,328	2,473	42,300	1	,000
Olaszország	,479	,3059	-,120	1,079	2,456	1	,117
Franciaország	2,241	,2160	1,818	2,664	107,674	1	,000
Dánia	1,647	1,6241	-1,536	4,831	1,029	1	,310
Portugália	,335	,2717	-,197	,868	1,524	1	,217
Magyarország	0 ^a
Alkalmazott	-1,400	,2575	-1,905	-,895	29,554	1	,000
Köztisztviselő	-2,693	,3552	-3,389	-1,997	57,496	1	,000
Önálló munkavállaló	0 ^a
Jogalkotó, vezető tisztviselő vagy felsővezető	3,939	,7176	2,533	5,346	30,133	1	,000
Szakértő	4,311	,7262	2,888	5,735	35,253	1	,000
Technikus vagy szakértő munkatárs	3,986	,6814	2,651	5,322	34,221	1	,000
Hivatalnok	3,525	,6606	2,230	4,820	28,467	1	,000
Szolgáltatásban dolgozó, bolti eladó vagy piaci árus	3,850	,6865	2,504	5,195	31,448	1	,000
Szakképzett mezőgazdasági vagy halászati dolgozó	4,078	,7531	2,602	5,554	29,319	1	,000
Kézműves, kisiparos és hasonló munkaerő	3,834	,6901	2,482	5,187	30,877	1	,000
Berendezések és gépek kezelője vagy összeszerelő	3,852	,7306	2,420	5,284	27,796	1	,000
Alapfokú foglalkozás	4,071	,6754	2,747	5,395	36,329	1	,000
Fegyveres erők	0 ^a
Mezőgazdaság, vadászat, erdőgazdaság, halászat	-,489	,3716	-1,217	,240	1,730	1	,188
Bányászat és kőfejtés	-3,232	,5568	-4,323	-2,140	33,689	1	,000
Gyáripar	-1,315	,2940	-1,891	-,739	20,005	1	,000
Villamosenergia-ipar, gáz- és vízellátás	-,374	,5227	-1,399	,650	,512	1	,474
Építkezés	-,222	,3615	-,931	,486	,379	1	,538
Nagy-és kiskereskedelem; gépjárművek, motorkerékpárok és háztartási cikkek javítása	-,813	,3331	-1,466	-,161	5,964	1	,015

Szállodák és éttermek	-,072	,5093	-1,070	,926	,020	1	,887
Szállítás, raktározás, posta, távközlés	-,789	,3678	-1,510	-,068	4,598	1	,032
Pénzügyi közvetítés	-,441	,5738	-1,566	,683	,592	1	,442
Ingatlanügylek, bérbeadás és gazdasági szolgáltatás	-,680	,8876	-2,419	1,060	,586	1	,444
Közszektor és védelem; kötelező társadalombiztosítás	-,519	,4143	-1,331	,293	1,568	1	,211
Oktatás	-,372	,4010	-1,158	,414	,863	1	,353
Egészségügy és szociális munka	-,342	,3642	-1,056	,372	,881	1	,348
Egyéb közösségi, szociális és személyi szolgáltatások	0 ^a
Jogosulttá vált foglalkoztatói magánnyugdíjra	-1,713	,3613	-2,421	-1,005	22,471	1	,000
Jogosulttá vált magánnyugdíjra	-1,072	,4405	-1,935	-,208	5,919	1	,015
Korai nyugdíjba vonulási lehetőséget ajánlottak neki	-3,115	,2716	-3,647	-2,582	131,512	1	,000
Elbocsátották a munkahelyéről	-3,139	,5030	-4,125	-2,153	38,944	1	,000
Saját egészségi problémák	-7,395	,2417	-7,868	-6,921	935,789	1	,000
Rokon vagy barát egészségi problémái	-5,127	,7653	-6,627	-3,627	44,875	1	,000
A házastárssal vagy partnerrel egy időben történő nyugdíjba vonulás	-4,543	1,0217	-6,546	-2,541	19,775	1	,000
Több idő töltése a családdal	-8,310	,8090	-9,896	-6,725	105,518	1	,000
Többféle ok, az 1. okot nem beleértve	-4,082	,4935	-5,050	-3,115	68,444	1	,000
Többféle ok, a 11. okot beleértve	-,069	,3737	-,801	,664	,034	1	,854
Jogosulttá vált állami nyugdíjra	0 ^a
Oktatásban eltöltött évek száma	,082	,0262	,030	,133	9,713	1	,002
a. Referencia kategória							