

EÖTVÖS LORÁND TUDOMÁNYEGYETEM
BUDAPESTI CORVINUS EGYETEM

Zsámboki Bettina

**A PIACI ÉS HITELEZÉSI KOCKÁZAT
SZÁMÍTÁSÁNAK VÁLTOZÁSA
A SZABÁLYOZÁSBAN, KÜLÖNÖS
TEKINTETTEL A CVA KOCKÁZATRA**

MSc Szakdolgozat

Témavezető:

Dömötör Barbara Mária

Befektetések és Vállalati Pénzügy Tanszék



Budapest, 2019

Tartalomjegyzék

Bevezetés	5
1. A Bázeli Bankfelügyeleti Bizottság és a szabályozás változása	7
1.1. Az első ajánlás	8
1.2. Az második bázeli ajánlások	11
1.3. A Bazel III ajánlás, avagy a CRR	12
1.4. A negyedik bázeli ajánlás és az FRTB	13
2. A piaci és hitelezési kockázat	16
2.1. A piaci kockázat számításának változása a szabályozásban	16
2.2. A hitelezési kockázat számításának változása a szabályozásban	22
3. CVA a szabályozásban	24
3.1. A fejlett módszer	25
3.2. A standard módszer	26
3.3. A büntetőszorzós módszer	27
4. A CVA képletek háttere	28
4.1. A fejlett módszer	28
4.2. A standard módszer	30
5. A CVA modellek tulajdonságai	32
5.1. A standard képlet fedezet nélküli esetben	32
5.2. A fejlett módszer	39

6. A derivatív ügyletek tőkekövetelményének változása	53
7. Összegzés	61
A. függelék	62
B. függelék	65
C. függelék	74
Felhasznált irodalom	92

Köszönetnyilvánítás

Köszönöm témavezetőmnek, Dömötör Barbarának, hogy a konzulensi teendőket elvállalta. Köszönöm a Ramasoft Adatszolgáltató és Informatikai Zrt. vezérigazgatójának, Dr. Radnai Mártonnak a rengeteg szakmai segítséget és ötletet, amelyek nélkül e dolgozat nem készült volna el.

Hálával tartozom a Páromnak, családomnak és barátaimnak is, akik végig bíztattak, inspiráltak az írásban.

Bevezetés

A szakdolgozatom keretét a Bázeli Bizottság által kiadott kockázatkezelési ajánlások adják. A közgazdaságtani megközelítésen túl a szabályozások matematikai hátterével, az implementáció nehézségeivel foglalkoztam.

Az első fejezetben a Bázeli Bizottságot és az általuk kiadott ajánlásokat mutatom be. Az első szabályozás eredeti, 1988-as változatának egyszerűségét és kezdetlegességét nagyon jól mutatja, hogy csak a hitelezési kockázatra tért ki, az emiatt képzendő tőkekövetelményt pedig a kockázattal súlyozott kitettséérték (angolul Risk Weighted Assets, röviden RWA) 8%-ában rögzítette. Az egyetlen csavar az volt, amire figyelni kellett, hogy a kötelezően tartandó tőke legalább felének alapvető tőkeelemekből kellett előállnia.

Az első ajánlások 1998-ban kiegészített változata már tartalmazta a piaci kockázat számításának szabályait és elvárásait, amely lényegében megegyezik a 2004-ben elfogadott és bevezetett "Basel II" ajánlásban szereplőkkel. Azonban a "Basel II" implementálásával a már felsoroltakon túl a működési kockázatokat is figyelembe kellett venni, további tőkét kellett ezekre képezni, illetve ekkor jelent meg az IRB módszertan is.

A jelenleg irányadó "Basel III", illetve a jövőben implementálásra kerülő ajánlások ("Basel IV", amelynek része a kereskedési könyv felülvizsgálata, azaz a Fundamental Review of Trading Book, röviden FRTB) még alaposabbak, még több kockázatot figyelembe vesznek elődjeiknél, hiszen rengeteg hiányosságra fény derült a 2008-as válság, illetve az azt követő események kapcsán.

A második fejezetben a piaci és hitelezési kockázatok számításának változását mutatom be röviden a Banki tőke megfelelési kézikönyvek segítségével.

A harmadik fejezetben szakdolgozatom egyik fő témáját, a hitelértékelési korrekciós kockázat szabályozását részletezem. Kifejtem, hogy a jelenleg hatályban lévő 575/2013 EU rendelet (angolul Capital Requirement Regulation, röviden CRR néven ismert) megfelelő cikkei alapján mely ügyletekre kell kiszámítani, illetve a használható 3 módszert (fejlett, standard, büntetősorozós) is bemutatom a jogszabályban olvasható információk alapján.

A negyedik fejezetben a bonyolultabb, standard és fejlett modellek képleteit vezetem le matematikai, közgazdasági érveléssel. Véleményem szerint a könnyen követhető levezetések sokkal érthetőbbé teszik a képleteket, illetve egyben rámutatnak a modellek hibáira, hiányosságaira is.

Az ötödik fejezetben először ezeket a hibákat, hiányosságokat járom körül részletesen. A standard módszer esetén szerintem a legnagyobb hiba, hogy törvényes keretek között, a portfólió lényeges változtatása nélkül lehet csökkenteni a CVA kockázat tőkekövetelményét. Ezt szimuláció segítségével szemléltetem is. A fejlett módszerrel is vannak hibák, például a túlélési valószínűség leegyszerűsítése, ott azonban a modellezés nehézségeit szemléltetem, szintén szimuláció felhasználásával.

A hatodik fejezetben egy egyszerű portfólión keresztül mutatom be a tőkekövetelmény *ceteris paribus* változását az egyes szabályozások érvényessége idején, a jelenleg érvényben lévő Bazel III-ig bezárólag. Végül pedig az utolsó, hetedik fejezetben összegzem az eredményeket, illetve néhány modellezési hibára javítást ajánlok. A számításokhoz, szimulációkhoz felhasznált R programkódok a szakdolgozat végén, a függelékben találhatóak meg. A nem saját kódokat külön jelöltem.

1. fejezet

A Bázeli Bankfelügyeleti Bizottság és a szabályozás változása

A Bázeli Bankfelügyeleti Bizottságot (angolul Basel Committee on Banking Supervision, röviden BCBS) 1974-ben alapította tíz ország (vagy más néven a G10 országok) központi bankjának vezetője, többek között a Bankhaus Herstatt német bank csődje miatt (Basel Committee on Banking Supervision, 2009). Ahogyan a honlapjukon is olvasható, „az alapítás célja az volt, hogy világszerte megerősítsék a pénzügyi stabilitást a javuló banki felügyelet által, valamint hogy teret biztosítsanak az együttműködő intézményeknek a bankfelügyelettel kapcsolatos tapasztalataik megosztására” (Basel Committee on Banking Supervision, 2018).

A Bizottságnak ma már 45 intézmény a tagja, köztük az Európai Központi Bank (angolul European Central Bank, röviden ECB) is, ezáltal az Európai Unióban, és így Magyarországon is a bázeli ajánlások az irányadóak a kapcsolódó törvények, jogszabályok megalkotásakor. A szakdolgozatom tartalmi keretét a Bázeli Bankfelügyeleti Bizottság által kiadott ajánlások alkotják, amelyek közül a hitelértékelési korrekcióra (angolul Credit Value Adjustment, röviden CVA) vonatkozó előírásokat közgazdaságtani és matematikai szempontból is elemeztem.

1.1. Az első ajánlás

Az első bázeli ajánlás tervezete 1987 decemberében jelent meg, amelynek végső formáját a Bizottság tagjainak konzultációja után 1988 júliusában publikálták „International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards” (Basel Committee on Banking Supervision, 1988) címmel, röviden Bazel I irányelvként vagy Bázeli Tőkeegyezményként hivatkoznak erre.

A kezdeményezés célja a bankrendszer stabilitásának és alaposágának biztosítása, valamint az országok által alkalmazott bankfelügyeleti keretrendszerek közti konzisztencia megteremtése volt. Első körben a Bizottság tagjai fogadták el és alkalmazták az új szabályokat.

Az ajánlásnak két alappillére volt: egyrészt a tőke összetételének szabályozása, másrészt pedig a hitelkockázatokból eredő veszteségek miatt képzendő minimális tőkekövetelmény számszerűsítése. Az alkotók tisztában voltak a megjelenéskor is a szabályozás hiányosságaival (például a piaci és működési kockázatokat nem vették figyelembe), amit az alkalmazás hatásának megfigyelése utánra ígérték, hogy pótolják. Az előírásnak megfelelően a tőkeelemeket két csoportra kellett osztani, alapvető és járulékos tőkeelemekre, illetve ezen túl néhány korlátozásnak is meg kellett felelni a tőke összetételét illetően.

A hitelkockázatok számszerűsítésénél elsődlegesen a partnerkockázatra fókuszált a szabályozás. Minden típusú kitettségre egységesen igaz volt, hogy a partner kitettségi osztályának megfelelő kockázati súllyal (és esetleges plusz tényezők miatti konstanssal) szorzott eszközértéket kellett kiszámítani, illetve a miattuk képzendő minimális szavatolótőkét – a fokozatosság elvének megfelelően – 1990 végére a kockázattal súlyozott eszközérték 7,25%-ában, míg 1992 végére ugyanezen érték 8%-ában állapították meg.

Ezen belül is voltak még megkötések: a minimálisan tartandó szavatolótőke legalább felét alapvető tőkeelemeknek kellett alkotniuk, amely 1990 végére a kockázattal súlyozott eszközérték 3,625%-át, 1992 végére pedig szintén ennek az értéknek a 4%-át jelentette.

A szabályozás külön tárgyalta a mérlegen belüli és mérlegen kívüli kitétségekre vonatkozó előírásokat. A mérlegen belüli tételek osztályozásánál definiálta, hogy az egyes kitétségtípusokhoz milyen kockázati súlyt (angolul Risk Weight, röviden RW) kellett rendelni. A mérlegen kívüli kitétségeknél is ezeket a kockázati súlyokat kellett alkalmazni, illetve ezen felül még a terméknek megfelelő hitelkonverziós faktort (angolul Credit Conversion Factor, röviden CCF) is. A devizától és kamattól függő termékek speciális összetétele miatt ezen típusú termékekre, illetve a nettózhatóságra is külön kitért az ajánlás.

Véleményem szerint a szabályozás a megjelenésekor első olvasatra biztosan sokak számára elég bonyolultnak tűnt, azonban a 4. mellékletében szereplő, a dolgozatban 1.1 számú táblázat egyszerűen és átláthatóan összefoglalja a főbb elvárásokat.

	Kezdetben	1990 végén	1992 végén
1. Minimum követelmény	1987 végén érvényben lévő	7,25%	8%
2. Összetétel	Alapvető tőkeelemek plusz 100%	Alapvető tőkeelemek plusz 100% (3,625% + 3,625%)	Alapvető tőkeelemek plusz 100% (4% + 4%)
3. Alapvető tőkeelemekbe beszámított pótlólagos tőkeelemek	Maximum a tőkeelemek 25%-a	Maximum a tőkeelemek 10%-a (azaz 0,36%)	-
4. Általános hitelkockázati tartalék limitje a kiegészítő tőkeelemekben	Nincs limit	1,5 százalékpont, kivételes esetben maximum 2 százalékpont	1,25 százalékpont, kivételes esetben átmenetileg maximum 2 százalékpont
5. Alárendelt hitelek limitje a kiegészítő tőkeelemekben	Nincs limit (belátás szerint)	Nincs limit (belátás szerint)	Maximum az 1. pilléres tőkeelemek 50%-a
6. Levonások a cégértékhez	Az 1. pilléres tőkeelemekből (belátás szerint)	Az 1. pilléres tőkeelemekből (belátás szerint)	Az 1. pilléres tőkeelemekből

1.1. táblázat. Forrás: saját szerkesztés a következő alapján: Basel Committee on Banking Supervision, 1988, 28. oldal

Matematikai szempontból nézve a minimális szavatolótőke meghatározásához használt kockázati súlyok megválasztása konzisztens. Például a készpénzhez tartozó 0%-os kockázati súly teljesen jogos, az ugyanis hitelkockázatot nem hordoz magában (az már más kérdés, hogy a keresztárfolyamok miatt piaci kockázatot, egészen pontosan devizakockázatot jelenhet a tulajdonosa számára, a Bazel I irányelv azonban csak hitelkockázattal foglalkozik).

Szintén logikus a központi kormányzatok és központi bankok 0%-os kockázati súlya, ugyanis csődvalószínűségük rendkívül alacsony a többi intézményhez, kitettségi osztályhoz képest. A más partnerekhez, kitettségi osztályokhoz rendelt kockázati súlyok konzisztenciája pedig abból adódik, hogy a megfigyelések alapján várhatóan nagyobb csődvalószínűséggel rendelkező partnerhez vagy kockázatosabb kitettséghez magasabb kockázati súly társul.

Ezen konstansokkal való beszorzás is matematikailag korrekt, megalapozott művelet, ugyanis ha úgy tekintünk rájuk, mint az egyes partnerek standardizált, avagy csoportba sorolt csődvalószínűségei, akkor az eszközértékek kockázati súllyal vett szorzatainak összege megadja a portfóliónk várható veszteségét. Azonban matematikai szempontból nem feltétlenül indokolt ekkora értékű szavatolótőke tartása a nettószhatóság miatti kiegyenlítődő pozíciók, illetve a várható értékre teljesülő Minkowski-egyenlőtlenség miatt ($p = 1$ paraméter mellett $\mathbb{E}(|X + Y|) \leq \mathbb{E}(|X|) + \mathbb{E}(|Y|)$). Másrészt közgazdaságtani szempontból nézve nehezen lenne kivitelezhető, illetve a bankok, hitelintézetek működését is ellehetetlenítené.

A minimális tőkekövetelmény megállapításához ezen okokból vezethették be a Cooke-rátaként is elhíresült 8%-os szorzót, amelynek pontos eredete máig tisztázatlan. A 89/647/EEC direktíva szerint ezt a konstanszt „survey” (túlélési) statisztikák eredményei alapján határozták meg (The Council of the European Communities, 1989). Egyes források alapján ezzel a számmal akarták két pólusra osztani a banki szférát: a követelményeknek megfelelő, ezáltal biztonságosnak titulált európai és észak-amerikai részre, illetve az elvárásoknak nem megfelelő, ezáltal bizonytalanak vélt fejlődő országok alkotta csoportra (Radnai – Vonnák, 2010).

1.2. Az második bázeli ajánlások

Az „International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards – A Revised Framework” címet viselő Bazel II irányelv 2004 júniusában jelent meg (Basel Committee on Banking Supervision, 2004). Az első ajánlásokhoz képest számos módosítást és újítást tartalmazott, amelyek közül néhány matematikai és közgazdaságtani szempontból is fontos tényezővel fogok foglalkozni.

A legjelentősebb változást véleményem szerint az hozta az 1988-as ajánlásokhoz képest, hogy a piaci és működési kockázatokkal is kellett foglalkozni az ajánlások alapján – megjegyzendő ugyanakkor, hogy a piaci kockázatok számítására már a 93/6/EGK irányelv megjelenése óta szükség van. Ezen felül kiemelendő még a hitelkockázatok számításánál az IRB módszertan megjelenése, amely a Bazel I irányelvnél már megjelent sztenderd módszertan alternatívája. Továbbá ezen ajánlástól kezdve lehet kiszámítani a kockázatosított értéket (angolul Value at Risk, röviden VaR) és utótesztet (angolul backtesting) végezni is.

A sztenderd módszernél a kitettségi osztályba besorolás alapján történő kockázati súly meghatározás az első bázeli ajánlások logikáját használta fel. Jelentős változás azonban, hogy a kockázati súly függ a külső minősítéstől is, továbbá új kitettségi osztályok is megjelentek.

A kitettségi osztályba sorolás az IRB módszertannál is megjelenik, azonban a kockázati súlyt egy függvény segítségével kell meghatározni a következő paraméterek felhasználásával: csődvalószínűség (angolul Probability of Default, röviden PD), nemteljesítéskori veszteségráta (angolul Loss Given Default, röviden LGD), kitettségérték (angolul exposure, röviden E), lejárat (angolul maturity, röviden M). Ez a függvény elsőre kaotikusnak tűnhet, azonban levezethető, hogy egy logikusan felépített modelltől ered a képlet.

A kockázatosított érték (VaR) a kockázati mértékek egy típusa. A jövőbeli veszteségeket jellemző X valószínűségi változóhoz és α szignifikanciaszinthez tartozó kockázatosított érték a $VaR_\alpha(X) = \inf\{x | Pr(X \leq x) \geq \alpha\}$ formulával számítható ki. Tehát a $VaR_\alpha(X)$ a veszteségek eloszlásának α . percentilise, vagy általánosabban az

a maximális veszteség, amit adott időtávon, adott szignifikanciaszint mellett, normál körülmények között elszenvedhetünk (J. P. Morgan, 1994).

A veszteségek eloszlását többféleképpen is modellezhetjük: múltbeli adatok alapján (ekkor historikus VaR-ról beszélünk), egy meghatározott eloszlás alapján (elterjedtebb nevén ez a parametrikus VaR) vagy akár Monte Carlo szimulációval (ez a Monte Carlo VaR). A kockázatotott érték legfőbb hátránya az, hogy nem minden esetben teljesül a koherens kockázati mértékek négy axiómája (Csóka, 2003).

Egy ρ kockázati mérték ugyanis akkor koherens, ha a következő tulajdonságok mindegyike teljesül tetszőleges X és Y valószínűségi változók esetén:

- szubadditív, azaz $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$
- monoton, azaz ha $X \geq Y$ majdnem mindenütt, akkor $\rho(X) \geq \rho(Y)$
- lineáris értelemben homogén, azaz minden $\lambda \geq 0$ valós konstansra
 $\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$
- sallangmentes, azaz minden α konstansra $\rho(X + \alpha) = \rho(X) + \alpha$

A felsorolt tulajdonságok közül a szubadditivitás bizonyos esetekben teljesülhet a kockázatotott értékre, azonban ez nem mindig van így. Egy egyszerű szimulációval ez jól szemléltethető. Viszont attól eltekintve, hogy a VaR nem koherens kockázati mérték, utóteszteléshez jól használható.

1.3. A Bázis III ajánlás, avagy a CRR

A jelenleg érvényben lévő Bázis III irányelv (eredeti címén Basel III: A global regulatory framework for more resilient banks and banking systems) létrejöttét jelentősen megsűrgette a 2008-ban kirobbant gazdasági válság (Basel Committee on Banking Supervision, 2011). Hiába tűnt teljeskörű kockázatkezelési szabályozásnak a második bázis ajánlás, maradtak „kiskapuk”, azaz olyan kockázati faktorok, amikre nem tért ki.

A jelenlegi szabályozással kapcsolatban matematikai és közgazdaságtani szempontból is érdekesek az újonnan bevezetett értékelési korrekciók (CVA, DVA, FVA, KVA, MVA, XVA), az egyre nagyobb jelentőségű „cyber” kockázat, a rendszerszinten jelentős intézmények (angolul Systemically Important Financial Institutions, röviden SIFI-k) elmélete és az úgynevezett stressz tesztek is. A dolgozatom egyik fő témáját a CVA kockázat alkotja, azonban a többi témakör is igen érdekes.

A "cyber" kockázat, habár informatikai jellegű rizikónak számít, a megoldást matematikai, egészen pontosan kriptográfiai módszerekkel lehet megoldani. Megfelelő bonyolultságú titkosítás esetén ugyanis ezek a kockázatok is minimalizálhatóak, ám teljesen nem megszüntethetőek, a jövőbeli értékük becslése is nehézkes.

A SIFI-k megjelenése és azonosítása egyértelműen a 2008-as gazdasági válsághoz köthető. Az intézmények a veszteségeik modellezésénél feltételezték, hogy a partnereik egymástól függetlenül csődölnek be és okoznak veszteséget ezzel. Azonban ma már tudjuk, hogy a világszerte jelenlévő, nagyméretű vállalatok csődje között összefüggés van.

A stressz tesztek készítését hazánkban az Európai Bankhatóság (angolul European Banking Authority, röviden EBA) és a Magyar Nemzeti Bank (röviden MNB) szabályozza. A feladat lényege az, hogy megvizsgálják egyes, rendszerszinten jelentős intézmények portfóliójának értékváltozását különböző sokkhatásokat reprezentáló scenáriók (például hozamgörbe eltolódás vagy nemteljesítéskori veszteségráta megváltozása) esetén. Véleményem szerint azért érdekes ez a témakör, mert a pénzügyi válságokat, sokkhatásokat bonyolult előre megjósolni, modellezni.

1.4. A negyedik bázeli ajánlás és az FRTB

A jövőben várhatóan bevezetésre kerülő szabályozások, a Bazel IV irányelv és a kereskedési könyv felülvizsgálatával kapcsolatos ajánlás (angolul Fundamental Review of Trading Book, röviden FRTB) (Basel Committee on Banking Supervision, 2013) már megjelentek és elérhetőek bárki számára, jelenlegi állás szerint azonban a beve-

zetésükre csak 2022-ben kerülhet sor. Az FRTB kapcsán a két legnagyobb változást a VaR helyett bevezetésre kerülő feltételes kockázatotott érték, vagy ismertebb néven a várható alsóági veszteség (angolul Expected Shortfall, röviden ES), illetve a sztenderd módszer gyökeres megváltoztatása fogja hozni.

A várható alsóági veszteség adott időtávon, normál körülmények között az (adott szignifikanciaszintenek megfelelő) esetek meghatározott legrosszabb hányadában elszenvedhető veszteség várható értéke. Ez szemléletesen a kockázatotott értéken túli veszteségek várható értéke folytonos veszteségeloszlás esetén. Ezek alapján a következő formulával számítható ki az értéke általános esetben: $ES_{\alpha,t}(X) = -\frac{1}{\alpha} \int_0^\alpha P_t^{-1}(q) dq$, ahol P_t a veszteségek rendelkezésre álló adatok alapján becsült eloszlását meghatározó eloszlásfüggvény (Acerbi – Székely, 2014). Folytonos esetben a képlet némileg egyszerűsödik erre az alakra: $ES_{\alpha,t}(X) = -\mathbb{E}(X_{\alpha,t} | X_{\alpha,t} + VaR_{\alpha,t} < 0)$, ahol $VaR_{\alpha,t} = P_t^{-1}(\alpha)$.

A várható alsóági veszteség a kockázatotott értékkel ellentétben koherens mérték, ugyanis teljesíti a koherens mértékektől elvárt 4 axiómát. Szintén előnyös tulajdonsága még, hogy a vastag szélű eloszlásokat jobban tudja kezelni, hiszen míg a VaR adott α szignifikanciaszinthez csak egy percentilis értéket mutat meg a veszteségeloszlásból, az ES ugyanezen percentilis érték feletti veszteségek várható értékét adja meg.

Az Expected Shortfall és a Value at Risk közötti lényeges különbség még, hogy míg az utóbbi teljesíti az „elicitability” tulajdonságot, addig a jövőben bevezetésre kerülő ES nem. Az „elicitability” tulajdonság akkor teljesül egy kockázati mértékre, ha létezik hozzá egy olyan „scoring” (tehát osztályozó) függvény, amely által különböző modelleket lehet összehasonlítani. Másképp megfogalmazva egy Y valószínűségi változóhoz készített $\psi(Y)$ statisztika teljesíti az „elicitability” tulajdonságot, ha létezik olyan S „scoring” függvény, amelynek várható értékét minimalizálja a $\psi(Y)$, azaz $\psi(Y) = \arg \min_x \mathbb{E}(S(x, Y))$ (Acerbi – Székely, 2014).

Sokáig az a tévhit élt a köztudatban, hogy egy kockázati mérték csak akkor utótesztelhető, ha teljesíti az „elicitability” tulajdonságot, azonban hamar kiderült,

hogy a már említett tulajdonság a modellszelekciónál játszik fontos szerepet, de a modellek tesztelhetőségét nem befolyásolja (Acerbi – Székely, 2014).

2. fejezet

A piaci és hitelezési kockázat

A bázeli ajánlások az elmúlt 30 évben számos javításon, bővülésen mentek keresztül, amelyeket az idő múlása, illetve a technikai fejlődésen túl nagyobb cégek, bankok csődjei (pl. Barings Bankház esete) és a 2008-as gazdasági válság is előremozdított. A változásokat pusztán a kiadott jogszabályokból véleményem szerint elég nehéz követni, azonban a Radnai Márton és Vonnák Dzsamila által írt Banki tőkemegfelelési kézikönyv (Radnai – Vonnák, 2010), illetve a könyv második kötete (Radnai et al., 2019) átláthatóan, példákkal illusztrálva mutatja be ezeket, így sokkal érthetőbbé, világosabbá válnak az újítások.

Ebben a fejezetben a piaci és hitelkockázatot érintő változásokat mutatom be a fent említett könyvek segítségével.

2.1. A piaci kockázat számításának változása a szabályozásban

A piaci kockázatokat – ahogyan az 1. fejezetben is említettem – a 93/6/EGK irányelv megjelenése óta kell számszerűsíteni, lényegében úgy, mint ahogyan a Bazel II előírja. Ennek alapján a következőekben a második és harmadik bázeli ajánlásokat fogom bemutatni, összehasonlítani.

A piaci kockázat a második bázeli ajánlás alapján négy kockázattípusból állt elő: a pozíciókockázatból (amelyen belül jogilag elkülönül az opciós kockázat, közgazdaságtanilag viszont a részét képezi), az árukockázatból, a devizakockázatból és a nagykockázatból. A Bázel III óta bővült a piaci kockázatok köre a CVA kockázattal.

A pozíciókockázat

Pozíciókockázat alatt azt a kockázatot értjük, ami a kereskedési könyvben lévő pozíciók értékének egy értékpapír árfolyamváltozása okozta csökkenéséből adódik. A számítás módja az értékpapír típusától függően változó. Azonban az áru- és devizakockázatot leszámítva mindnél közös, hogy meg kell különböztetni általános és egyedi pozíciókockázatot (áru- és devizakockázat esetén csak általános pozíciókockázatról beszélhetünk). Az általános pozíciókockázat a piac általános, a portfóliót alkotó értékpapíroktól független, portfóliót érintő változását hivatott felmérni, míg az egyedi pozíciókockázat a portfóliót alkotó értékpapírok egyedi, árfolyamuk változásából adódó kockázatakat mutatja meg.

Részvények esetén az általános kockázatok miatt képzendő tőke alapját a portfóliót alkotó pozíciók előjeles összege adja, amelyre a tőkekövetelmény az alap 8%-a (nem jól diverzifikált portfólió esetén többletkövetelmény is lehetséges). Ezzel szemben az egyedi kockázatokra a tőkekövetelmény a portfóliót alkotó pozíciók abszolút értékei összegének 4%-a (jól diverzifikált portfólió esetén 4% helyett 2% is elegendő).

Ez a módszertan alig változott a Bázel III-ban az elődjéhez képest: az egyedi kockázat innentől kezdve a portfóliót alkotó pozíciók abszolút értékei összegének 8%-a, illetve megszűnt a nem jól diverzifikált portfóliók többlet követelménye az általános kockázatok tekintetében. További kedvezmény még, hogy az EBA által publikált tőzsdeindexeket teljesen követő határidős indexügyletekre egyedi kockázatot nem kell számolni.

A kötvények egyedi pozíciókockázatát a kötvény értékének, valamint a kötvény kibocsátójának kockázati súlya és lejáratig hátralévő futamideje alapján, jogszabályban meghatározott kockázati súly szorzata adja – a tőkekövetelmény ennek az

értéknek a 8%-a.

Az általános kockázat meghatározására a futamidő és lejárat alapú megközelítések közül lehet választani. Mindkét esetben lehetőség van a kötvények pénzáramlásokra (cash flow-kra) bontására is, de egyben is kezelhetők, illetve szintén mindkét esetben a tőkekövetelmény a kiszámított kockázat 8%-a.

A futamidő alapú módszer esetében a kockázat a kötvény értékének, módosított átlagos hátralévő futamidejének (módosított átlagidejének) és a jogszabályban a módosított átlagidő alapján meghatározott, feltételezett kamatlábváltozásának szorzata adja. A lejárat alapú módszer esetén csak a lejáratig (vagy lebegő kamatozású kötvények esetén a következő kamatigazításig) hátralévő időre és a kötvény kamatára van szükség: ezen információk alapján a jogszabályban rögzített felügyeleti súly és a kötvény értékének szorzata adja az általános kockázatot, amely kevesebb is lehet, ha a lejárat alapján zónákba sorolt pozíciók között kiegyenlíthető rövid és hosszú pozíció van.

A magyar szabályozás annyiban változtatott a fent részletezett módszertanon, hogy az EU-s szabályokhoz igazodva a kötvényeket ezentúl egyben kell kezelni az általános kockázatuk meghatározásához, tehát nem lehet pénzáramlásokra bontani őket.

A kollektív befektetési formák (vagy röviden KBF-ek) pozíciókockázatát 4 módon számíthatjuk. Kezelhető egyrészt önálló termékként – ekkor kockázati súlya 32%. Ez azonban csökkenthető, ha ismerjük a pontos összetételét, ugyanis ekkor felbonthatjuk az alaptermékeire. Ha a pontos összetétel nem ismert, de indexkövető a KBF, akkor indexpozícióra bontható. Ha egyik előbb felsorolt feltétel sem teljesül, akkor is lebontható egy bonyolult algoritmus segítségével fiktív portfólióra. Bármelyik utat is választjuk, a tőkekövetelmény a (kockázati súly figyelembevételével) kiszámított pozíciókockázat 8%-a.

A jelenleg érvényben lévő szabályozás annyiban tér el, hogy önálló termékként kezelve a KBF-eket, feltételezni kell, hogy devizakockázatot is hordoznak magukban, ezért ebben az esetben a kockázati súlyuk a korábbi 32% helyett 40%.

A származtatott ügyletek pozíciókockázatának meghatározásához a Bazel II két alternatívát kínál fel. Az egyik a belső modell, amely az opciók teljes kockázatát elemzi (általában scenárióelemzéssel) – ezen módszer használatához viszont a felügyelet engedélye szükséges. A másik az úgynevezett delta-plusz módszer, amelynek lényege a következő: az opciót delta darab alaptermékre lebontva kell meghatározni azok pozíciókockázatát (az alaptermék típusának megfelelően) – ezzel fedezhető az alaptermék árának megváltozásából adódó kockázat.

Azonban mivel az opció ára nem lineáris függvénye az alaptermék árának, ezért további kockázatokat is figyelembe kell venni: ez a gamma kockázat (az opció árának megváltozásából adódó kockázat) és a vega kockázat (az alaptermék volatilitásának megváltozásából adódó kockázat). Pontos értékük az opció árának az alaptermék aktuális ára körüli Taylor-sorba fejtéséből vezethető le. A levezetés megtalálható a Banki tőke megfelelési könyv (Radnai – Vonnák, 2010) 2.3.4. részében.

A Bazel III több újdonságot is hozott a derivatív ügyletek pozíciókockázatának számítása tekintetében. Az egyik változás az, hogy ezentúl a forward és futures ügyletek delta értéke azonosan 1-nek tekintendő (a futures ügyletek deltáját azelőtt lehetett a határidős ár és a jelenlegi ár hányadosaként meghatározni). A másik változás pedig az, hogy a pozíciókockázatot két újabb módszer segítségével is meg lehet határozni a már meglévő alternatívák mellett: az egyszerű és a scenárióalapú módszerrel.

Az egyszerű módszer hasonlít a delta-plusz módszerhez: az opciót delta darab alaptermékre lebontva kell meghatározni az opció delta kockázatát, amely a delta darab alaptermék ára szorozva 16%-kal. Ha ez az érték nagyobb, mint az opció jelenlegi értéke, akkor nem delta (azaz gamma és vega) kockázattal nem kell számolni ennél a módszernél. Ellenkező esetben viszont igen: az opció értékéből a delta kockázat értékét levonva kapható meg a nem delta kockázatok együttes értéke.

A scenárióalapú módszernél a delta kockázatot az egyszerű módszernél részletezett módon kell megállapítani, a nem delta kockázatok értékét pedig az opció $3 \cdot 7 = 21$ scenárión történő újraértékelése alapján (innen ered a neve is), ahol a

szcenáriókat az alaptermék árának és volatilitásának feltételezett megváltozása adja. Minden forgatókönyvre ki kell számolni az új körülmények között az opció árát, majd a legnagyobb veszteségű vagy legkisebb nyereségű esetbeli értékből kivonva a delta kockázatokat megkapjuk a nem delta kockázatok együttes értékét. Ha ez az érték negatív lenne, akkor természetesen nem kell nem delta kockázattal számolni.

Az árukockázat

Az árukockázat az áruk értékének megváltozásából eredő kockázat, amelyet a Bázeli II alapján kétféleképpen lehet számszerűsíteni. Az egyik módszer a lejárat szerinti lépcsőzetes megközelítés, amelynek lényege, hogy a pozíciókat lejárat szerinti sávba sorolva, majd áruajtánként a hosszú és rövid pozíciókat kiegyenlítve (először lejárat sávon belül, utána azon kívül is) meghatározhatók az egyes pozíciók kockázati súlya, amellyel beszorozva a pozíció értékét, megkapható a pozíciókockázat.

A második módszer ennél lényegesen egyszerűbb: az egyszerű módszernél ugyanis a nettó áruhoz 15%-ának és a bruttó áruhoz 3%-ának összege adja a teljes árukockázatot. A harmadik bázeli ajánlásban nincs eltérés az árukockázat számítási módjában.

A devizakockázat

A devizakockázat a deviza keresztárfolyamok változásából adódó kockázatok összessége. A kiszámításához először a teljes nyitott devizapozíciót kell meghatározni, ami a forintba átszámolt, devizanemenkénti nettó hosszú devizapozíciók összege és nettó rövid devizapozíciók abszolút értékeinek összege közül a nagyobb. 8%-os tőkekövetelményt akkor kell számolni a teljes nyitott devizapozícióra, ha a teljes nyitott devizapozíció meghaladja a szavatoló tőke 2%-át.

A Bázeli III az elődjéhez képest csökkenti a 8%-os tőkekövetelményt 4%-ra a beszámoló pénznemével nagymértékben korreláló pénznemek esetére, amelyek pontos listáját időközönként frissíti és újra kiadja az Európai Unió Hivatalos Lapjában.

A nagykockázat

Ha egy ügyféllel vagy ügyfélcsoporttal szemben a szavatoló tőke 10%-át meghaladó kitettség van a portfólióban, akkor az nagykockázatnak minősül. A nagykockázatok vállalására különböző limiteket határoz meg a szabályozás, amely a Banki tőkemegfelelési kézikönyv (Radnai – Vonnák, 2010) 2.6. részében is megtalálható. Az esetleges túllépéseket vagy a szavatoló tőkéből kell levonni, vagy a szavatoló tőke 25%-át meghaladó részre pótlólagos tőkét kell képezni, ha kereskedési könyvben keletkezik a többlet.

A Bázeli III ezzel szemben már nem engedélyezi a tőkével fedezést, csak a pótlólagos tőke képzését ugyanazon körülmények között.

A CVA kockázat

A CVA kockázat a Bázeli III új kockázattípusa, amelynek jelentősége a 2008-as gazdasági válság során mutatkozott meg. Azt a kockázatot hivatott modellezni, ami a tőzsdén kívüli derivatív ügyletek értékének csökkenéséhez vezet a szerződő fél kedvezőtlen hitelkockázat változásából adódóan. Tehát a CVA kockázat gyakorlatilag a derivatív ügyletek kockázatmentes partnert feltételező értékének és a derivatív ügyletek kockázatos partnert feltételező értékének a különbsége. A kockázattípus ugyan a piaci kockázatok közé lett sorolva, ám érezhetően van köze a hitelkockázatokhoz is.

Véleményem szerint matematikai és közgazdaságtani szempontból is érdekesek a szabályozásban megjelenő CVA modellek, amelyek első olvasatra érthetetlennek tűnhetnek, ám a képletek levezetésével értelmet nyernek. Több modellezési hibát, hibalehetőséget és hiányosságot is felvetnek. Érdekesnek tartottam ezzel a kockázattípussal többet foglalkozni, így a CVA modellekről bővebben írok a 3., 4. és 5. fejezetekben.

2.2. A hitelezési kockázat számításának változása a szabályozásban

A hitelkockázattal már a Bázeli I óta foglalkozik a Bázeli Bizottság. Az első ajánlást részletesen bemutattam az 1.1 alfejezetben, ezért itt csak a Bázeli II és Bázeli III ajánlásokat mutatom be röviden.

A hitelezési kockázat tőkekövetelményének meghatározására a Bázeli II óta három lehetőség is rendelkezésre áll: a sztenderd, az IRB alap és IRB fejlett módszer. Mindben közös, hogy a tőkekövetelmény a korrigált (fedezeteket figyelembe vett, csökkentett) kitettségérték kockázati súllyal és a Cooke-rátával (8%-kal) súlyozott értéke.

A sztenderd módszer tulajdonképpen az első ajánlásban megjelent modell továbbfejlesztése: az ügyletek egyértelmű kitettségi osztályba sorolásából, illetve a szerződő fél országának vagy saját külső minősítése alapján kapott CQS (Credit Quality Step) értékéből jogszabályban rögzített kockázati súly határozható meg minden ügylethez, amelyek közül a második legrosszabb alkalmazandó. A Bázeli III ezt a logikát meghagyta, csak a kitettségi osztályok körét bővítette.

Az IRB módszerek a Bázeli II óta vannak jelen a szabályozásban. A sztenderd módszerhez képest több modellezési lehetőséget biztosítanak – feltéve, hogy a felügyelet engedélyt ad a használatra –, ezáltal pedig "kifinomultabb kockázatmérést tesznek lehetővé" (Radnai – Vonnák, 2010). A módszer annyiban hasonlít a sztenderd változathoz, hogy az ügyleteket kitettségi osztályokba kell sorolni, a kockázati súlyukat viszont kitettségi osztályonként különböző súlyfüggvénnyel lehet megadni. Nagy különbség azonban a sztenderd módszerhez képest, hogy az IRB módszereknél csak a nem várt veszteségekre kell szavatoló tőkét képezni.

A súlyfüggvény kiértékeléséhez szükség van a szerződő fél csődvalószínűségére (PD), nemteljesítéskori veszteségrátájára (LGD), a kitettség értékére (E) és a lejáratra (M). A fejlett IRB módszernél minden modellezhető paramétert saját becslés alapján kell meghatározni, míg az alap IRB módszer esetén néhány esetben jogsza-

bályban rögzített paramétereket kell alkalmazni.

A Bazel III a korábbi módszertanhoz képest a súlyfüggvényben szereplő korreláció (R) számítási módján, illetve néhány kvalitatív szabályon változtatott.

3. fejezet

CVA a szabályozásban

A Credit Valuation Adjustment (röviden CVA) kifejezés a második bázeli ajánlásban volt olvasható először, a Magyarországon hatályos jogszabályok közül pedig az 575/2013 EU rendelet (azaz a CRR) definiálta elsőként a hitelértékelési korrekciót a következőképpen: "kiigazítás a partnerrel szemben fennálló ügyletek portfóliójának piaci középértékéhez képest" (Basel Committee on Banking Supervision, 2004, 256. oldal).

Az ezt követő magyarázat szerint "Ez a korrekció tükrözi az intézmény partnerrel szemben fennálló hitelkockázatának aktuális piaci értékét, nem tükrözi viszont a partner intézménnyel szemben fennálló hitelkockázatának aktuális piaci értékét" (Basel Committee on Banking Supervision, 2004), tehát ez egy aszimmetrikus mérőszám a szerződő felek szempontjából.

A kockázattípus és a hozzá kapcsolódó minimális tőkekövetelmény jelentőségét mutatja, hogy az intézmények adatszolgáltatását előíró végrehajtás-technikai standardok (angolul Implemented Technical Standards, röviden ITS), azaz a 680/2014 EU rendelet (Európai Bizottság, 2014) alapján külön riportot kell készíteni a CVA kockázatokról, a C 25.00 kódszámú COREP riportot.

A CRR harmadik részének VI. címe, azaz a 381.–386. cikkek foglalkoznak a hitelértékelési korrekciós kockázattal. A 382. cikk alapján általánosságban elmondható, hogy tőzsdén kívüli (angolul Over the Counter, röviden OTC) származtatott ügyle-

tek esetén, partnerenként kell kiszámítani és figyelembe venni (Európai Parlament és a Tanács, 2013).

A CVA számítás alól mentesülnek a (3) és (4) bekezdések alapján a központi szerződő féllel szembeni, a nem pénzügyi szerződő felekkel kötött, a csoporton belüli, illetve az EU-tagállambeli központi kormánnyal és központi bankkal létesített ügyletek, valamint a kockázattal súlyozott kitettséértéket csökkentő hitelderivatívák. Az előírtak alapján a CVA kockázat és a hozzá kapcsolódó tőkekövetelmény számszerűsítése három különböző módszerrel történhet: a fejlett módszer, a standard módszer és az úgynevezett büntetőszorzós módszer segítségével.

3.1. A fejlett módszer

Azok az intézmények, amelyek engedélyt kapnak a 363. cikk (1) bekezdésének d) pontjában részletezett belső modell alkalmazására a hitelviszonyt megtestesítő értékpapírok egyedi kockázatát illetően, a fejlett módszernek megfelelően kell a CVA kockázatuk tőkekövetelményét kiszámítani (Európai Parlament és a Tanács, 2013). Ezt a következő képlet alkalmazásával kell megtenni partnerenként:

$$LGD_{MKT} \cdot \sum_{i=1}^T \max \left\{ 0, e^{-\frac{s_{i-1} \cdot t_{i-1}}{LGD_{MKT}}} - e^{-\frac{s_i \cdot t_i}{LGD_{MKT}}} \right\} \cdot \frac{EE_{i-1} \cdot D_{i-1} + EE_i \cdot D_i}{2} \quad (3.1)$$

A képletben szereplő változók a következők:

- LGD_{MKT} a partner nemteljesítéskori veszteségrátája, amelyet valamely piaci instrumentumának felára alapján szükséges megbecsülni
- t_i az i . újraértékelési időpont ($t_0 = 0$, t_T a leghosszabb szerződés lejáratá)
- s_i a t_i lejáratához tartozó, CVA számításhoz használt hitelkockázati felár
- EE_i a t_i időpontban várható kitettséérték a nettósítások elvégzése után
- D_i a t_i időponthoz tartozó diszkontfaktor ($D_0 = 1$)

3.2. A standard módszer

Azok az intézmények, amelyek nem a 383. cikkben részletezett fejlett módszer alapján számítják ki a CVA kockázatukat, a standard módszert kell alkalmazniuk, amely alapján a CVA kockázat tőkekövetelménye partnerenként a következő:

$$K = 2,33 \cdot \sqrt{h} \cdot \left(\left(\sum_i 0,5 \cdot w_i \cdot \left(M_i \cdot EAD_i^{total} - M_i^{hedge} \cdot B_i \right) - \sum_{ind} w_{ind} \cdot M_{ind} \cdot B_{ind} \right)^2 + \sum_i 0,75 \cdot w_i^2 \cdot \left(M_i \cdot EAD_i^{total} - M_i^{hedge} \cdot B_i \right)^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.2)$$

A képletben szereplő változók a következők:

- h az egyéves kockázati horizont ($h = 1$)
- w_i az "i" partner súlya (külső hitelminősítés vagy hitelkockázat számítás alapján hozzárendelve)
- w_{ind} az index alapú fedezetekre használandó súly
- M_i az "i" partnerrel kötött ügyletek közül a legkésőbb lejáró ügylet tényleges hátralévő futamideje ($M_i \geq 1$)
- M_{ind} az index alapú fedezet lejáratára
- M_i^{hedge} a B_i névértékű, fedezésre használt ügylet lejáratára
- B_i az egy alaptermésű, CVA kockázat fedezésére tartott CDS ügylet névértéke
- B_{ind} az index alaptermésű, CVA kockázat fedezésére tartott CDS ügylet névértéke
- EAD_i^{total} az "i" partner teljes partnerkockázati kitétséértéke nettósítva

A felsorolt paraméterek közül a B_i , B_{ind} és EAD_i^{total} névértékeket a CVA kockázathoz kapcsolódó tőkekövetelmény kiszámításához be kell még szorozni a $\frac{1-e^{-0,05 \cdot M}}{0,05 \cdot M}$ diszkonttényezővel, ahol M helyére rendre az M_i^{hedge} , M_{ind} és M_i helyettesítendő be.

3.3. A büntetőszorzós módszer

A felsorolt lehetőségek közül kétségkívül a büntetőszorzós változat igényli a legkevesebb számítást, azonban cserébe magas elvárás elé állítja a felhasználóját.

A 385. cikk alapján az eredeti kitettség módszert használó intézmény dönthet úgy, hogy a CVA kockázat számításának standard módszere helyett az eredetileg kiszámított partnerkockázat tőkekövetelményének 10-szeresét veszi figyelembe a CVA kockázat tőkekövetelményeként (Európai Parlament és a Tanács, 2013).

4. fejezet

A CVA képletek háttere

A standard és fejlett módszerek mögött komoly matematikai, közgazdaságtani modellek, illetve feltevések állnak – ezeket mutatom be ebben a fejezetben. Véleményem szerint a képletek levezetésük elolvasása, értelmezése után sokkal érthetőbbé válnak. Jó ötletnek tartom, hogy a standard módszert választó intézményeknek csak a jövőbeli várható kitettségértéküket kell tudni modellezni (az is elég sok problémát okozhat, amiről bővebben az (5.2) alfejezetben írok), azonban a fejlett módszer esetén szerintem hátrány, hogy a csődvalószínűség nem modellezhető egyénileg, csak az eloszlásának paramétere.

4.1. A fejlett módszer

A fejlett módszer képletének bizonyításával rengeteg tanulmány foglalkozik. A lényeg minden esetben ugyanaz: egy partnerrel szemben a CVA kockázat értéke felírható úgy, mint a partnerrel szemben fennálló követelések csőd esetén vissza nem kapható részének várható értéke diszkontálva, majd a partner csődvalószínűség-mértéke szerint integrálva, amelyet néhány feltétel mellett diszkrétizálva megkapható a szabályozásban (CRR-ben) szereplő formula. A következőekben Dan Rosen és David Saunders cikke (Rosen – Saunders, 2012) alapján mutatom be a levezetést.

Tegyük fel, hogy egy intézmény ki szeretné számolni egy partnerével szembeni CVA kockázatát. Ehhez első lépésben meg kell határozni az intézményt érő veszteséget, ami a partner τ időpontban bekövetkezett csődje okozna. Ha feltesszük, hogy a partnerrel kötött ügyletek legkésőbb T időpontban járnak le, a partnerrel szembeni kitettségérték diszkontált értéke τ időpontban $V^+(\tau) = \max(0, V(\tau))$ (csak a partnerrel szembeni követelések jelenthetnek veszteségek, a kötelezettségek nem) és csőd esetén ennek az RR hányadát ki tudja fizetni az intézménynek, akkor a τ időpontbeli veszteséget a (4.1) képlettel lehet meghatározni.

$$\mathbb{1}_{\{\tau \leq T\}} \cdot (1 - RR) \cdot V^+(\tau) \quad (4.1)$$

Második lépésben már definiálható az egyoldali CVA kockázat a (4.1) formulában szereplő veszteségek partner (PD változóval jelölt) csődvalószínűsége szerinti feltételes várható értékeként a jelen, azaz 0 és a legkésőbbi vele szerződött ügylet lejáratá, azaz T között.

$$CVA = (1 - RR) \cdot \int_0^T \mathbb{E}(V^+(t)|t = \tau) dPD(t) \quad (4.2)$$

Ha feltételezzük, hogy a partner csődvalószínűsége és a kitettségérték függetlenek, akkor a feltételes várható érték feltétel nélküli várható értékévé egyszerűsödik, ezáltal pedig a harmadik lépésben könnyen diszkretizálható a (4.2) integrál. A $[0, T]$ időintervallumot K diszjunkt részre felbontva a $\{t_k, k \in \{0, 1, \dots, K\}\}$ pontrendszer segítségével a (4.3) közelítést kapjuk a CVA kockázatra.

$$CVA \approx (1 - RR) \cdot \sum_{k=0}^K \overline{EE^+}(t_{k-1}, t_k) \cdot (PD(t_k) - PD(t_{k-1})) \quad (4.3)$$

A (4.3) közelítésben szereplő $PD(t_k)$ annak a valószínűsége, hogy a partner (a jelen-től számítva) a t_k időpontig csődbe megy. Következésképpen a $(PD(t_k) - PD(t_{k-1}))$ annak a valószínűsége, hogy a partner a (t_{k-1}, t_k) időintervallumban csődbe megy. Ha feltételezzük, hogy a csődesemény exponenciális eloszlású λ paraméterrel, akkor $PD(t_k) - PD(t_{k-1}) = (1 - e^{-\lambda t_k}) - (1 - e^{-\lambda t_{k-1}}) = e^{-\lambda t_{k-1}} - e^{-\lambda t_k}$. A valószínűség nemnegativitása miatt $PD(t_k) - PD(t_{k-1})$ átírható $\max(0, e^{-\lambda t_{k-1}} - e^{-\lambda t_k})$ alakra.

Az $\overline{EE^+}(t_{k-1}, t_k)$ a diszkontált kitétséérték várható értékét jelöli a (t_{k-1}, t_k) időintervallumban, amely a trapéz formula alkalmazásával közelítőleg a t_{k-1} és t_k időpontokban számolt diszkontált kitétségek számtani átlaga, azaz

$$\overline{EE^+}(t_{k-1}, t_k) \approx \frac{\mathbb{E}(V^+(t_{k-1})) + \mathbb{E}(V^+(t_k))}{2}.$$

Az eddigi eredményeket felhasználva a CVA kockázat a (4.4) képlettel közelíthető.

$$CVA \approx (1 - RR) \cdot \sum_{k=0}^K \frac{\mathbb{E}(V^+(t_{k-1})) + \mathbb{E}(V^+(t_k))}{2} \cdot \max(0, e^{-\lambda \cdot t_{k-1}} - e^{-\lambda \cdot t_k}) \quad (4.4)$$

A becslésben szereplő változók konzisztens behelyettesítéseivel ($\{t_k\}$ pontrendszer helyett $\{t_i\}$, $\mathbb{E}(V^+(t_k))$ diszkontált várható kitétséérték helyett $EE_i \cdot D_i$, λ exponenciális eloszlás paramétere helyett $\forall t_i$ időpontra $\frac{s_i}{LGD_{MKT}}$) megkapható a szabályozásban szereplő (3.1) képlet.

4.2. A standard módszer

A standard képlet levezetéséhez Rohan Douglas és Dmitry Pugachevsky cikkét (Douglas – Pugachevsky, 2012) használtam fel, akik egy közgazdaságtani modellt adtak magyarázatul.

Tegyük fel, hogy adottak az $N_i \sim \mathcal{N}(0, \sigma_i)$ fedezett derivatív termékek és az $N_{ind} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_{ind})$ fedezésre használható index, ahol $\sigma_i = w_i \cdot (M_i \cdot EAD_i^{total} - M_i^{hedg} \cdot B_i)$ és $\sigma_{ind} = w_{ind} \cdot M_{ind} \cdot B_i$. Továbbá $\forall i \neq j$ esetén legyen $\rho = \text{corr}(N_i, N_j) = 0.25$ és $\forall i$ esetén $\rho_{ind} = \text{corr}(N_i, N_{ind}) = 0.5$.

Készítsünk ezekből a termékekből egy Y portfóliót úgy, hogy a fedezett derivatív termékekből long, a fedezésre használható indexből short pozíciót veszünk fel, azaz legyen $Y = \sum_i N_i - N_{ind}$. Ennek a portfóliónak az 1 éves, 99%-os szignifikanciaszinthez tartozó kockázatosított értéke, azaz VaR-ja a portfólió szórásának $N^{-1}(0, 99) \approx 2,33$ -szorososa, azaz

$$VaR(Y, 365nap, 99\%) = N^{-1}(0, 99) \cdot \sigma_Y \approx 2,33 \cdot \sigma_Y \quad (4.5)$$

Felhasználva a portfólióban szereplő termékek normális eloszlását, valamint a hozzá kapcsolódó paramétereket, a portfólió szórására a (4.6) összefüggés adódik.

$$\sigma_Y = \sqrt{\sum_i \sigma_i^2 + 2 \cdot \rho \cdot \sum_i \sum_{j < i} \sigma_i \cdot \sigma_j - 2 \cdot \rho_{ind} \cdot \sigma_{ind} \cdot \sum_i \sigma_i + \sigma_{ind}^2} \quad (4.6)$$

Bóta Nikolett, Radnai Márton és Vonnák Dzsamila által írt Banki tőkemegfelelési kézikönyvben (Radnai et al., 2019) megtalálható levezetés alapján egyszerűsíthető a (4.6) formula – a következőekben az említett levezetés alapján egyszerűsíték. A $\sum_i \sigma_i^2$ kifejezést két részre szedve, a korrelációkat pedig bevéve az összegzésbe, majd értéküket behelyettesítve a (4.7) formula jön ki.

$$\begin{aligned} \sigma_Y &= \sqrt{0,25 \cdot \sum_i \sigma_i^2 + 2 \cdot \sum_i \sum_{j < i} \rho \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j - 2 \cdot \sigma_{ind} \cdot \sum_i \rho_{ind} \cdot \sigma_i + \sigma_{ind}^2 + 0,75 \cdot \sum_i \sigma_i^2} = \\ &= \sqrt{\sum_i (0,5 \cdot \sigma_i)^2 + 2 \cdot \sum_i \sum_{j < i} 0,25 \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j - 2 \cdot \sigma_{ind} \cdot \sum_i 0,5 \cdot \sigma_i + \sigma_{ind}^2 + 0,75 \cdot \sum_i \sigma_i^2} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Szintén a normális eloszlás tulajdonságait kihasználva a (4.7) gyök alatti képletében szereplő első két tag összege a $0,5 \cdot N_i$ változók összegének szórásnégyzete, ezért ezeket össze lehet vonni.

$$\sigma_Y = \sqrt{\left(\sum_i 0,5 \cdot \sigma_i \right)^2 - 2 \cdot \sigma_{ind} \cdot \sum_i 0,5 \cdot \sigma_i + \sigma_{ind}^2 + 0,75 \cdot \sum_i \sigma_i^2} \quad (4.8)$$

Észrevehető, hogy a (4.8) gyök alatti formulájának első három tagja teljes négyzetet alkot, így megkapható a szórás legegyszerűbb alakja.

$$\sigma_Y = \sqrt{\left(\sum_i 0,5 \cdot \sigma_i - \sigma_{ind} \right)^2 + 0,75 \cdot \sum_i \sigma_i^2} \quad (4.9)$$

Behelyettesítve a megfelelő σ_i és σ_{ind} értékeket, megkapjuk az Y portfólió 1 éves, 99%-os szignifikanciaszinthez tartozó kockázatosított értékét, amely éppen a standard CVA követelménye is. A levezetésből tehát azt kaptuk, hogy a standard CVA modell a derivatív ügyletek fedezetlen részének veszteségét normális eloszlású valószínűségi változónak tekinti, amelynek várható értéke 0, szórása pedig a CQS-hez tartozó w_i súllyal arányos.

5. fejezet

A CVA modellek tulajdonságai

Az előző fejezetben bemutattam részletesen a standard és fejlett modellek levezetéseit. Véleményem szerint ezek első ránézésre matematikai és közgazdaságtani szempontból is korrektnek és egyszerűnek tűnnek, azonban szerepeltek olyan állítások és feltevések, amelyek bővebb magyarázatra, javításra, illetve pontosításra szorulnak.

Ebben a fejezetben a modellek tulajdonságaira, továbbá az előbb említett hiányosságokra, hibákra, nehézségekre fogok rámutatni. A standard módszer esetén a modellezési problémák kijavítására nincs lehetőség, ezzel ellentétben a fejlett módszernél néhány változónál elkerülhető, a hiba minimalizálható.

5.1. A standard képlet fedezet nélküli esetben

Fedezet figyelembevétel nélkül a standard CVA követelmény képlete rendkívül egyszerű alakú:

$$\begin{aligned} & 2,33 \cdot \sqrt{h} \cdot \sqrt{\left(\sum_i 0,5 \cdot w_i \cdot M_i \cdot EAD_i^{total} \right)^2 + \sum_i 0,75 \cdot w_i^2 \cdot \left(M_i \cdot EAD_i^{total} \right)^2} = \\ & = 2,33 \cdot \sqrt{h} \cdot \sqrt{0,25 \cdot \left(\sum_i w_i \cdot M_i \cdot EAD_i^{total} \right)^2 + 0,75 \cdot \sum_i \left(w_i \cdot M_i \cdot EAD_i^{total} \right)^2} \end{aligned} \tag{5.1}$$

A képlet egyszerűsége miatt könnyen implementálható, amely által a tulajdonságai számítógéppel gyorsan és sokoldalúan vizsgálhatóak. Az általam leprogramozott függvény (*cva_kock_kov_hedge_nelkul*) az A. függelékben olvasható.

A függvény paraméterként várja az ügylet partnerének külső hitelminősítésen alapuló CQS értékét (CQS), az ügylet lejáratát (M), az összes partnerrel szembeni teljes kitettség névértékét (EAD), a partnerek számát, akivel ugyanezen típusú ügyletet megkötöttük (partnerek) és az egyes partnerekre eső névértékek arányait a teljes kitettség névértékéhez képest (sulyok), de ez utóbbi nem kötelező paraméter. Néhány kiküszöbölhető hiba (1 évnél kisebb lejárat, hibás vagy hiányzó partnerszám, súlyozás) javítását beleépítettem a függvénybe, de hibás CQS érték feladásakor a függvény hibüzenettel tér vissza.

Általában az adottnak tekinthető, hogy egy intézmény mekkora időtávra és mennyi pénzt szeretne befektetni, azonban egy ilyen ügyletnek a CVA kockázata jelentősen eltérhet az ügylet partnerre vonatkozó paraméterei (CQS, partnerek száma) alapján, ezért ezen változók mentén vizsgáltam meg a standard CVA képletet, fedezetet nem feltételezve az egyes ügyletekhez.

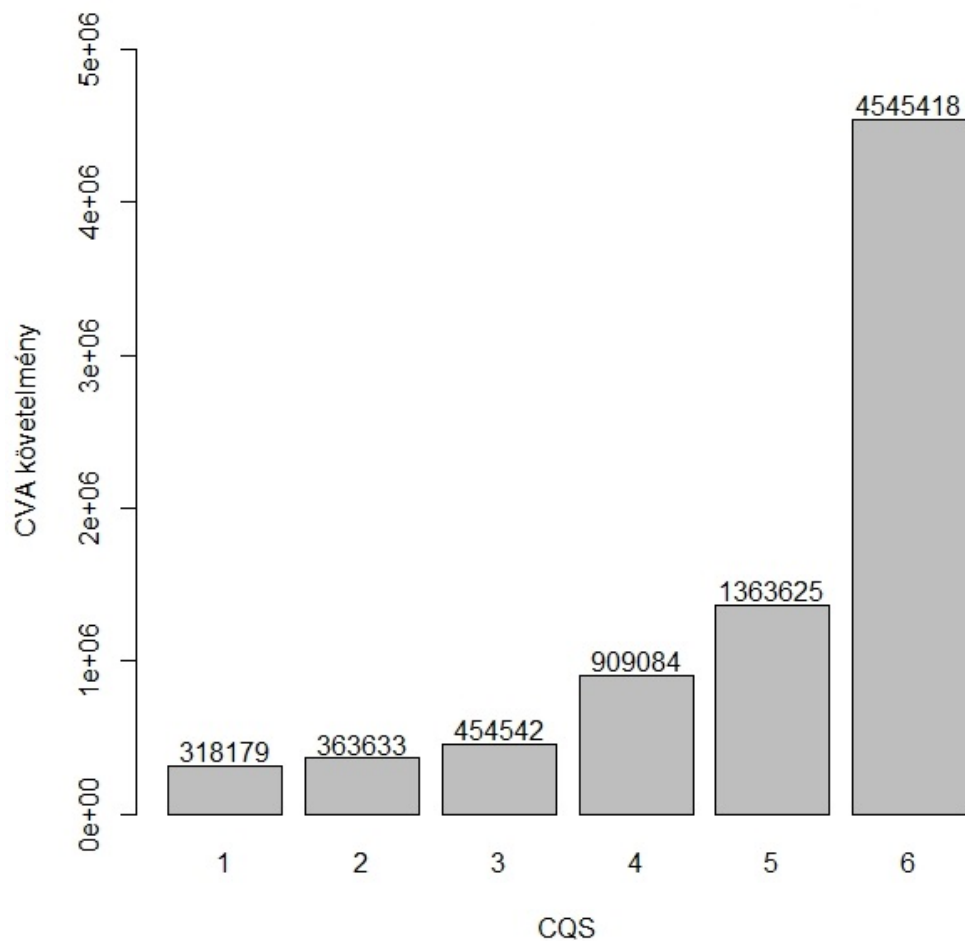
Első lépésben a CQS függvényében vizsgáltam meg a változást a többi paraméter fixálása mellett ($M = 0.5$, $EAD = 20000000$, $partnerek = 1$, $sulyok = NULL$).

A pontos eredményeket grafikus formátumban szemléltetem a lenti, 5.1 ábrán.

Azt tapasztaltam, ami első ránézésre egyértelműen látszik a függvényből és a jogszabályból: az egyre nagyobb CQS értékekhez (azaz egyre rosszabb külső hitelminősítéshez) egyre nagyobb w_i súly társul, a CVA követelmény függvénye pedig monoton növekvő a w_i paraméter függvényében, így a CVA követelmény is egyre nagyobb. Az viszont kevésbé látszik a függvényről, hogy a CVA követelmény aránya a legrosszabb, 6-os CQS és a legjobb, 1-es CQS esetén három tizedesjegy pontossággal megegyezik a w_i -k arányával (különböző partnerszám és lejárat esetén is).

Az eredmény alapján elmondható, hogy ha lehetőség van különböző külső hitelminősítésű partnerrel megkötni ugyanazt az ügyletet, akkor a CVA kockázat tőkekövetelményének minimalizálása szempontjából érdemes a legjobb minősítésű ügyféllel

megkötni.



5.1. ábra. Standard CVA követelmény a CQS függvényében, forrás: saját számolás alapján

Pálosi-Németh Balázs cikke nyomán (Pálosi-Németh, 2012) második lépésben a partnerek számának függvényében vizsgáltam meg a CVA követelmény változását a többi paraméter fixálása mellett ($CQS = 4$, $M = 0.5$, $EAD = 20000000$), egyenlő súlyozást feltételezve (N partner esetén minden partnerre a teljes kitettség $\frac{1}{N}$ -ed része esik). A nem egyenlő súlyozású esetet később részletezem.

A cikk alapján a partnerszám, azaz N növelésével a CVA követelmény csökken, ugyanis a képlet N partner feltételezése esetén átírható a következő alakra:

$$K = 2,33 \cdot \sqrt{0,25 \cdot \left(\sum_{j=1}^N w_j \cdot M_j \cdot \frac{EAD_j^{total}}{N} \right)^2 + 0,75 \cdot \sum_{j=1}^N \left(w_j \cdot M_j \cdot \frac{EAD_j^{total}}{N} \right)^2} \quad (5.2)$$

Kihasználva a marginális vizsgálat elején tett feltételezést, ami szerint $\forall j$ esetén a w_j , M_j és EAD_j^{total} értékek egyenlők (az egyszerűség kedvéért helyettesítsük őket ezentúl rendre a következő változókkal: w , M , EAD^{total}), a képlet tovább egyszerűsíthető:

$$\begin{aligned} K &= 2,33 \cdot \sqrt{0,25 \cdot \left(N \cdot w \cdot M \cdot \frac{EAD^{total}}{N} \right)^2 + 0,75 \cdot N \cdot \left(w \cdot M \cdot \frac{EAD^{total}}{N} \right)^2} = \\ &= 2,33 \cdot \sqrt{0,25 \cdot \left(w \cdot M \cdot EAD^{total} \right)^2 + 0,75 \cdot \frac{1}{N} \cdot \left(w \cdot M \cdot EAD^{total} \right)^2} \quad (5.3) \end{aligned}$$

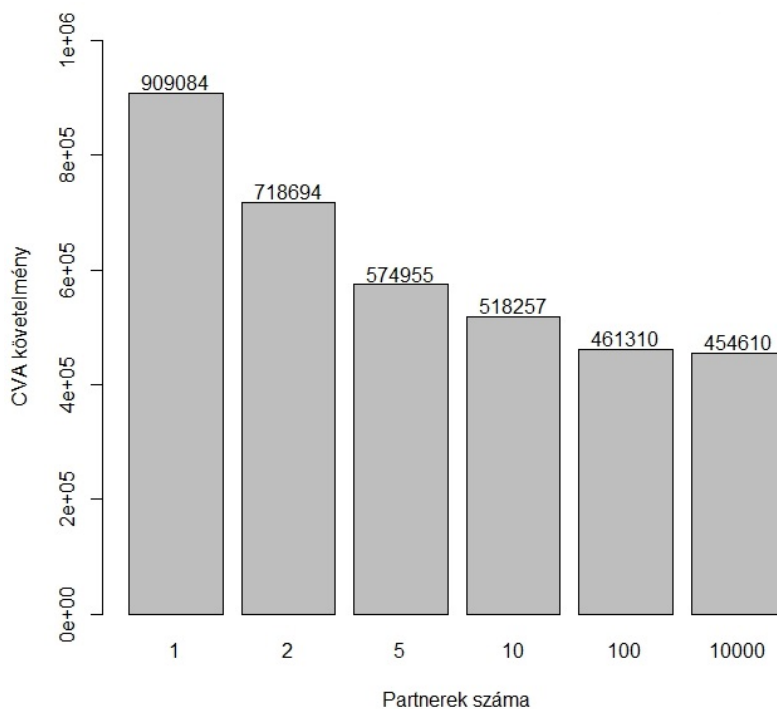
Az egyszerűsített képletből már egyértelműen látható, hogy a gyök alatti összeg első tagja a partnerek számától független értékű, azonban a második tag $N \rightarrow \infty$ esetén 0-hoz tart, így a teljes CVA követelmény határértéke $N \rightarrow \infty$ esetén

$$\begin{aligned} \lim_{N \rightarrow \infty} K &= \lim_{N \rightarrow \infty} 2,33 \cdot \sqrt{0,25 \cdot \left(w \cdot M \cdot EAD^{total} \right)^2 + 0,75 \cdot \frac{1}{N} \cdot \left(w \cdot M \cdot EAD^{total} \right)^2} = \\ &= 2,33 \cdot 0,5 \cdot w \cdot M \cdot EAD^{total} \quad (5.4) \end{aligned}$$

A ténynek közgazdaságtani tartalma is van: ha lehetőség van több leányvállalat által minél több partnerre szétosztani a teljes kitettséget, azaz minél jobban diverzifikálni a portfóliót, akkor annál kisebb lesz a CVA kockázat tőkekövetelménye. Ez egy úgynevezett szabályozói arbitrázs, tehát jogilag megengedett (nem szabályozott) gazdasági lépésekkel (jelen esetben a portfólió diverzifikációjával) csökkenthető

a tőkekövetelmény úgy, hogy a portfólió főbb tulajdonságai (jelen esetben a teljes kitettséértéke) nem változnak.

A lenti, 5.2. ábrán a már felsorolt paraméterek melletti szimuláció eredményei láthatóak, amely szerint egyenlő súlyozás mellett a partnerek számának növelésével a standard CVA követelmény csökken. A (4.3) egyenletbe $N = 1$ értéket behelyettesítve látható, hogy ha az ügyletet csak egy partnerrel kötjük meg, akkor a tőkekövetelmény $w \cdot M \cdot EAD^{total}$, tehát diverzifikációval legfeljebb a felére csökkenthető, 0-ra nem redukálható. A szimuláció eredményéből is ez az eredmény látható, az esetlegesen fellépő tranzakciós költségeket figyelmen kívül hagyva. Ha a különböző díjakat is figyelembe vesszük és az észszerűség keretein belül szeretnénk maradni, akkor véleményem szerint 5–10 partnerre érheti meg szétosztani az eredeti ügyletet, ugyanis ekkor már a tőkekövetelmény kevesebb, mint az eredeti $\frac{2}{3}$ része.



5.2. ábra. Standard CVA követelmény a partnerek számának függvényében, forrás: saját számolás alapján

Az említett cikk (Pálosi-Németh, 2012) azonban nem tér ki azon eset vizsgálatára, amikor egy ügyletet ugyan több ugyanolyan külső hitelminősítésű partnerrel kötnek meg, de nem egyenlő kitétséérték elosztással. Ebben az esetben a standard CVA követelmény képlete

$$2,33 \cdot \sqrt{0,25 \cdot \left(\sum_{j=1}^N s_j \cdot w_j \cdot M_j \cdot EAD_j^{total} \right)^2 + 0,75 \cdot \sum_{j=1}^N \left(s_j \cdot w_j \cdot M_j \cdot EAD_j^{total} \right)^2}, \quad (5.5)$$

ahol s_j a j -edik partnerre jutó kitétséérték aránya a teljes kitétséértékhez képest viszonyítva.

Kihasználva az azonos külső hitelminősítést és ügylet paramétereiket (lejárat és teljes kitétséérték) a képlet egyszerűsíthető (ekkor w_j , M_j és EAD_j^{total} helyett használható rendre w , M és EAD^{total}):

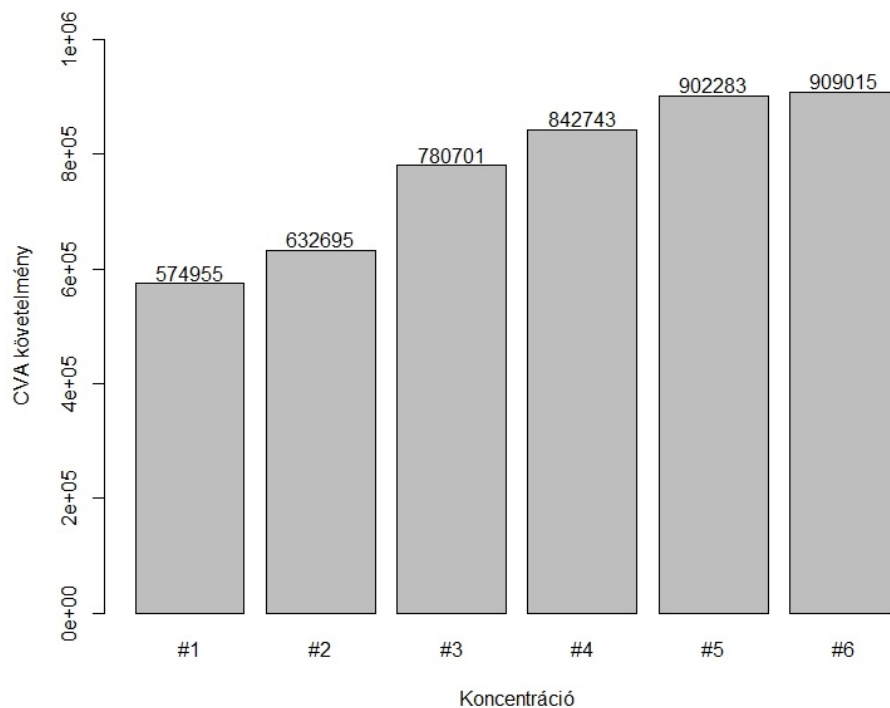
$$\begin{aligned} & 2,33 \cdot \sqrt{0,25 \cdot \left(\sum_{j=1}^N s_j \cdot w \cdot M \cdot EAD^{total} \right)^2 + 0,75 \cdot \sum_{j=1}^N \left(s_j \cdot w \cdot M \cdot EAD^{total} \right)^2} = \\ & = 2,33 \cdot \sqrt{0,25 \cdot \left(w \cdot M \cdot EAD^{total} \right)^2 + 0,75 \cdot \left(w \cdot M \cdot EAD^{total} \right)^2 \cdot \sum_{j=1}^N s_j^2} \end{aligned} \quad (5.6)$$

A gyök alatti összeg első tagja az egyenlő súlyozást feltételező esethez hasonló módon állandó minden s_j súlyozás esetén, végeredményképp a teljes diszkontált kitétséérték w és M tényezőkkel szorzott értékének négyzetét kapjuk meg 0,25-tel beszorozva. A gyök alatti összeg második tagjából kiemelhető az összegzés elé a $\left(w \cdot M \cdot EAD^{total} \right)^2$ tényező, mivel az összeadandó tagok mindegyikében szerepel.

Így összességében azt kaptuk, hogy a CVA követelmény minimalizálásához az s_j súlyok négyzetösszegét kell minimalizálni. A Cauchy–Schwarz-egyenlőtlenség $((\sum x_i \cdot y_i)^2 \leq (\sum x_i)^2 \cdot (\sum y_i)^2)$ miatt ez az összeg pedig akkor minimális, ha $\forall j$ -re $s_j = \frac{1}{N}$. Ez látható az 5.3 ábrán is, ahol 5 partner esetén vizsgáltam a standard CVA követelményt különböző kitétséérték elosztásokat feltételezve (a vizsgált elosztások: #1 = (20%, 20%, 20%, 20%, 20%), #2 = (50%, 12.5%, 12.5%, 12.5%, 12.5%),

#3 = (80%, 5%, 5%, 5%, 5%), #4 = (90%, 2.5%, 2.5%, 2.5%, 2.5%), #5 = (99%, 0.25%, 0.25%, 0.25%, 0.25%), #6 = (99.9%, 0.025%, 0.025%, 0.025%, 0.025%).

Az 5.3. ábrán az is tökéletesen látható, hogy hiába kötjük meg az ügyletet 1 helyett 5 partnerrel, ha közülük az egyikre a kitétséérték nagy része esik (például a #6 leosztásban 99.9%), akkor a standard CVA kockázat szempontjából olyan, mintha csak 1 partnerrel kötöttünk volna üzletet. A szimuláció tanulsága tehát az, hogy ha diverzifikációval szeretnénk elérni a CVA követelmény csökkenését, akkor a kitétséértékek arányára is figyelni kell.



5.3. ábra. Standard CVA követelmény 5 partner és különböző koncentráció esetén, forrás: saját számolás alapján

Az egyes termékek közötti fix 0,5-ös korreláció feltételezése is gyengésége a standard CVA modellnek. Egy olyan portfólió esetében, ahol a benne szereplő termékek árai közötti korreláció 1-hez közeli, a CVA kockázatot (és így a tartandó tőkét is) alulbecsüli, míg ellenkező esetben, közel korrelálatlan áruk esetén felülbecsüli.

5.2. A fejlett módszer

A 3.1 alfejezetben olvasható bizonyításból kiderül, hogy a fejlett modellt négy modellezhető paraméter befolyásolja: a csődvalószínűség (PD), a nemteljesítéskori veszteségráta (LGD), a kitettséérték (EE) és a diszkontfaktorok (D).

A felsoroltak közül a csődvalószínűség egyedi becslésére egyelőre nincs lehetőség, mindenképpen exponenciális eloszlású túlélési rátát kell használni, csak a paramétert befolyásolhatjuk. Pedig ez a modell még javítható lenne a pénzügyi válságok sokszerű megjelenését és a sztochasztikus jelenségeket is figyelembe véve – erre mutat egy lehetőséget Yaqin Feng (Feng, 2017).

A hozamgörbe modellezéséhez, amelyből az egyes diszkontfaktorok kiszámíthatók, rengeteg szakirodalom található, amelyek közös pontja az, hogy érdemes spline görbét illeszteni a diszkrét időpontokban megbecsült hozamgörbepontokra. Ezen felül több országban (például Magyarországon) is elérhetők szakértők által becslt hozamgörbék (hozamgörbepontok) – ingyenesen és adatszolgáltatás keretében vagy pénzügyi szoftverben díjfizetés ellenében is –, amelyek felhasználhatóak a kockázatkezelési számításokhoz.

A nemteljesítéskori veszteségráták esetében szintén van lehetőség megvásárolni a becslt adatokat külső cégektől, de jogszabályban meghatározott kereteken belül egyénileg is modellezhetők. Mariya Benjelloun cikke (Benjelloun, 2019) alapján, a pontosabb becslés érdekében, érdemes sztochasztikus modellel és idősorokkal dolgozni.

A kitettséértékek becslése is elkészíthető kockázatkezelési szoftverek segítségével vagy belső modellel is. Az utóbbi lehetőség választása esetén érdemes figyelembe venni több módszert is és a legrobustusabbat alkalmazni. Ebben az alfejezetben ezt a modellezési nehézséget mutatom be egy terméken keresztül egy, a Quantitative Finance folyóiratban megjelent cikk (Simaitis et al., 2016) alapján. Ahogyan a cikkben olvasható, az árfolyam és a volatilitás modellezéséből többféle, akár nagyon torz eredmény is születhet.

A következőekben azt fogom prezentálni, hogy miért nem elég csak az alaptermék dinamikáját ismerni egy opció jövőbeli árának megbecsüléséhez, illetve hogy miért is fontos a volatilitás-felület, azaz a volatilitás értéke a kötési árfolyam és a lejárat függvényében.

Az említett cikk (Simaitis et al., 2016) alapötletéhez hasonlóan két modell eredményét vettem össze: az egyikben Black–Scholes-modellbeli dinamikát (Black – Scholes, 1973), ezáltal pedig konstans volatilitást feltételeztem az alaptermékre, a másikban Heston-modellbeli sztochasztikus volatilitással (Heston, 1993). A forrástól szintén eltérve európai opció viselkedését vizsgáltam, illetve feltételeztem, hogy a portfóliót csak lejáratkor kell újraértékelni – így a CVA képlet csak egy tagból áll.

Abban is eltértem még, hogy az alaptermékem az OTP részvény volt, a hozamgörbe modellezése helyett az Államadósság Kezelő Központ Zrt. által publikált spot zérókupon hozamgörbét használtam a diszkontfaktorok megállapításához (Államadósság Kezelő Központ Zrt., 2019). Feltételeztem továbbá, hogy az ügylet az OTP Bankkal kötött, így az öt éves hitelkockázati felárat a Bloomberg terminálon elérhető adatbázisból vettem át (213 bázispont), a nemteljesítéskori veszteségrátát pedig a hitelkockázati felár és a Bloomberg terminálon elérhető egy éves csődvalószínűség (1,1%) alapján, exponenciális csődvalószínűség-eloszlás feltételezése mellett 20%-nak választottam.

Az első modell, a Black–Scholes-modell alapvető feltételezése az, hogy az alaptermék, amelyre szóló opció árát ki akarjuk számolni, geometriai Brown-mozgást követ, ezért először ezt definiálom, illetve loghozamának az eloszlását.

5.2.1. Definíció. *Egy S_t folyamatot geometriai Brown-mozgásnak nevezünk, ha a folyamat időbeli fejlődését a következő sztochasztikus differenciálegyenlet írja le:*

$$dS_t = \mu \cdot S_t dt + \sigma \cdot S_t dW_t, \quad (5.7)$$

ahol a μ a folyamat driftjét, a σ a volatilitását jelöli, a W_t pedig a standard Wiener-folyamatot.

5.2.2. Állítás. Az S_t geometriai Brown-mozgás

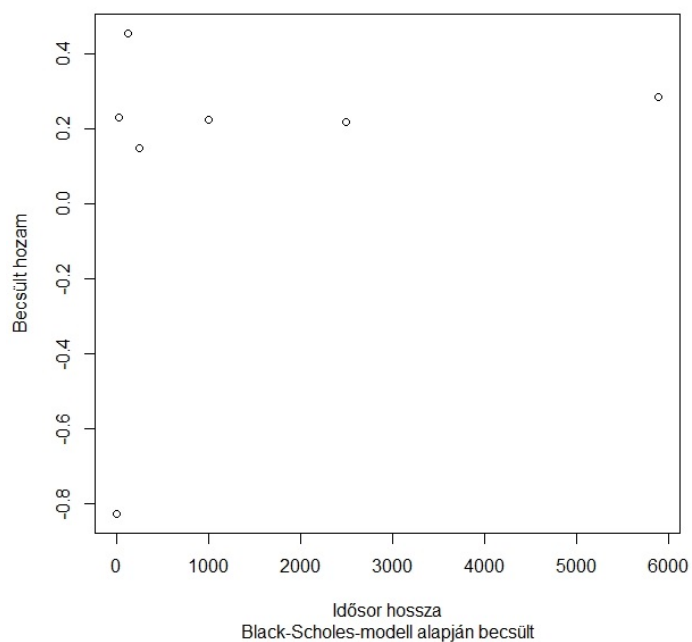
$$X_{t_i} = \ln\left(\frac{S_{t_i}}{S_{t_{i-1}}}\right) \quad (5.8)$$

képlettel definiált, (t_{i-1}, t_i) időszakra számított loghozama az Ito-lemma alapján normális eloszlású, pontosabban $\forall t_i - re X_{t_i} \sim \mathcal{N}\left((\mu - \frac{\sigma^2}{2})\Delta t, \sigma^2 \Delta t\right)$, ahol $\Delta t = t_i - t_{i-1}$.

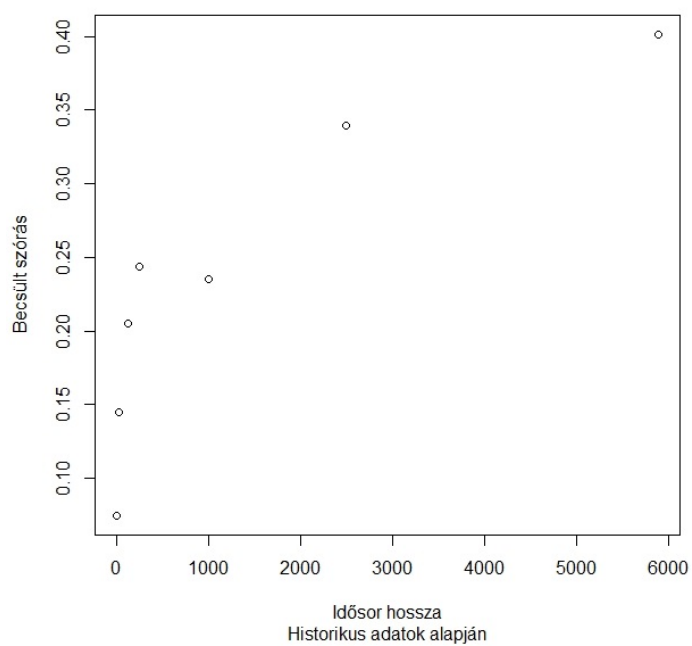
A geometriai Brown-mozgást definiáló (5.7) képletből látható, hogy a drift és a volatilitás időben állandó paraméterek, amelyek az időszakonkénti loghozam normális eloszlásának paramétereit befolyásolják. Ezeket historikus adatok alapján, maximum likelihood-beccsléssel könnyen meg lehet állapítani. A számításhoz Lorella Fatone, Francesca Mariani, Maria Cristina Recchioni és Francesco Zirilli cikke (Fatone et al., 2012) alapján készítettem a `BS_param_becs` nevű függvényt, amely a B függelékben található.

A paraméterek becslését több, pénzügyi számításoknál gyakran használatos időszak adatai alapján is elkészítettem: az elmúlt 5 nap, 20 nap, 125 nap, 250 nap, 1000 nap, 2500 nap, illetve a teljes idősor alapján (1 évnek általában 250 munkanapot szokás venni, árjegyzések ugyanis akkor történnek). A drift, azaz a μ paraméter becslésére nagyjából minden időszakban 20% körüli értéket kaptam. Ezzel szemben a volatilitás, azaz a σ paraméternél különböző értékeket kaptam a vizsgált időszakokra nézve – hasonló értékek jöttek ki, mint az árak adatsorának historikus szórása.

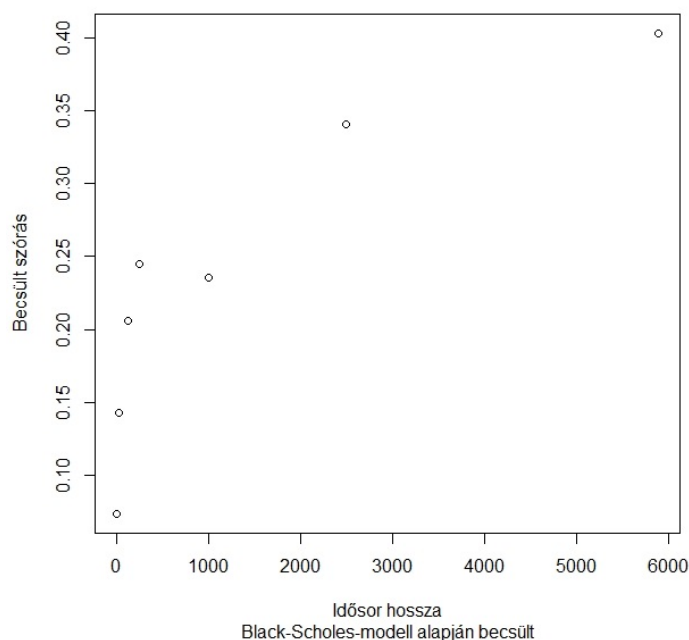
Az eredmények az 5.4., 5.5. és 5.6. ábrákon láthatók.



5.4. ábra. Black–Scholes-modellbeli hozamok az idősor hosszának függvényében, forrás: saját szerkesztés



5.5. ábra. Historikus szórások az idősor hosszának függvényében, forrás: saját szerkesztés



5.6. ábra. Black–Scholes-modellbeli szórások az idősor hosszának függvényében, forrás: saját szerkesztés

A becsült hozam-szórás párok alapján először megvizsgáltam a Black–Scholes-formula felhasználásával, hogy a becslések mennyire jól tükrözik a piacon megfigyelhető opciós árakat. Az opciók árának meghatározásához a B függelékben található *BS_call* és *BS_put* függvényeket használtam.

Az 5.7. ábrán látható táblázatban a 2019.április 29-én a Bloomberg adatbázisából vett, OTP részvényre szóló, 2019. május 21-én lejáró vanilla call és put opciók elméleti (Black–Scholes-modellbeli) árai, piaci árai és az alaptermék becsült szórásai láthatók. Az 5.8. és 5.9. ábrákon pedig a korábban hivatkozott ML-becsléssel különböző időtávokra kiszámított hozam-szórás párok és az ÁKK által publikált hozamgörbe pontok (Államadósság Kezelő Központ Zrt., 2019) közül a 21 napos lejáratra becsült kockázatmentes hozam ($-0,04\%$), valamint az 5 éves hitelkockázati felár (213 bázispont) alapján a Black–Scholes-moddellel becsült elméleti vanilla call és put opció árak, hozam-szórás páronként oszlopokba rendezett táblázatai láthatók.

Call				Put			
Kötési árfolyam	Ár (elméleti, Bloomberg)	Ár (piaci, Bloomberg)	Volatilitás (%)	Kötési árfolyam	Ár (elméleti, Bloomberg)	Ár (piaci, Bloomberg)	Volatilitás (%)
11600	1219.3997	1214.48	19.327	11600	3.7752	3.69	19.295
11700	1121.8037	1116.93	19.327	11700	6.1486	6.01	19.295
11750	1073.4333	1068.58	19.327	11750	7.7612	7.59	19.295
11800	1025.4125	1020.6	19.327	11800	9.7288	9.52	19.295
11850	977.8055	973.03	19.327	11850	12.1055	11.86	19.295
11900	930.674	925.95	19.327	11900	14.9566	14.66	19.295
11950	884.0847	879.41	19.327	11950	18.4831	17.99	19.327
12000	837.9237	833.5	19.295	12000	22.3202	21.94	19.295
12100	748.0959	743.87	19.295	12100	32.4874	31.96	19.295
12150	704.429	700.31	19.295	12150	38.818	38.21	19.295
12350	540.058	536.47	19.295	12350	74.4369	73.41	19.295
12450	465.2098	461.92	19.295	12450	99.5837	98.3	19.295
12500	429.8788	426.75	19.295	12500	114.2503	112.83	19.295
12600	363.7183	360.93	19.295	12600	148.0847	146.37	19.295
12650	332.9768	330.36	19.295	12650	167.3407	165.47	19.295
12700	303.8471	301.4	19.295	12700	188.2085	186.18	19.295
12750	276.3435	274.06	19.295	12750	210.7024	208.51	19.295
12800	250.8938	248.37	19.327	12800	235.2502	232.49	19.327
12850	238	224.32	20.228	12850	217	258.1	15.825
12900	204.0776	206.02	19.327	12900	288.429	285.34	19.327
12950	183.0877	184.87	19.327	12950	317.4366	314.2	19.327
13000	163.6691	165.3	19.327	13000	348.0155	344.62	19.327
13100	129.3712	130.72	19.327	13100	413.7125	410.04	19.327
13200	100.7564	101.85	19.327	13200	485.0927	481.17	19.327
13250	88.4182	89.4	19.327	13250	522.752	518.71	19.327

5.7. ábra. Vanilla opciók adatai, forrás: Bloomberg

Vanilla call opciók árak (r=-0.0004%)							
Kötési árfolyam	#1 pár	#2 pár	#3 pár	#4 pár	#5 pár	#6 pár	#7 pár
11600	1209.59	1211.31	1225.97	1244.46	1239.57	1315.75	1374.69
11700	1109.59	1112.67	1132.38	1154.65	1148.88	1234.46	1297.78
11750	1059.59	1063.65	1086.29	1110.57	1104.34	1194.70	1260.16
11800	1009.59	1014.90	1040.73	1067.10	1060.40	1155.54	1223.11
11850	959.60	966.48	995.76	1024.26	1017.09	1117.00	1186.65
11900	909.61	918.43	951.43	982.10	974.44	1079.11	1150.77
11950	859.64	870.84	907.78	940.66	932.52	1041.88	1115.50
12000	809.69	823.79	864.87	899.97	891.35	1005.33	1080.83
12100	709.98	731.65	781.50	820.99	811.42	934.29	1013.37
12150	660.31	686.74	741.13	782.77	772.74	899.84	980.58
12350	465.11	517.34	589.61	639.08	627.41	769.40	855.88
12450	372.32	440.23	520.43	573.12	560.78	708.72	797.46
12500	328.16	403.92	487.61	541.69	529.06	679.53	769.24
12600	246.16	336.21	425.65	481.98	468.89	623.49	714.78
12650	209.07	304.93	396.55	453.73	440.46	596.63	688.55
12700	175.05	275.43	368.72	426.55	413.15	570.56	662.97
12750	144.35	247.76	342.17	400.46	386.96	545.26	638.05
12800	117.12	221.91	316.90	375.44	361.89	520.73	613.79
12850	93.43	197.90	292.90	351.49	337.93	496.98	590.18
12900	73.22	175.71	270.17	328.61	315.07	473.99	567.22
12950	56.33	155.30	248.69	306.79	293.31	451.75	544.90
13000	42.52	136.63	228.44	286.00	272.64	430.28	523.22
13100	22.83	104.29	191.54	247.50	234.46	389.55	481.75
13200	11.29	78.10	159.25	212.95	200.36	351.72	442.76
13250	7.69	67.09	144.74	197.10	184.78	333.87	424.17

5.8. ábra. Vanilla call opciók adatai, forrás: saját számítások alapján

Vanilla put opció árak (r=-0.0004%)							
Kötési árfolyam	#1 pár	#2 pár	#3 pár	#4 pár	#5 pár	#6 pár	#7 pár
11600	0.0002	1.72	16.38	34.87	29.97	106.16	165.10
11700	0.0011	3.08	22.79	45.06	39.29	124.88	188.19
11750	0.0026	4.07	26.70	50.99	44.76	135.11	200.58
11800	0.0061	5.32	31.15	57.51	50.81	145.95	213.53
11850	0.0134	6.89	36.18	64.68	57.50	157.42	227.06
11900	0.0284	8.85	41.85	72.52	64.86	169.53	241.19
11950	0.0583	11.27	48.20	81.08	72.94	182.30	255.92
12000	0.1156	14.22	55.30	90.39	81.77	195.75	271.25
12100	0.4100	22.07	71.92	111.41	101.84	224.72	303.79
12150	0.7346	27.17	81.55	123.19	113.17	240.27	321.01
12350	5.5398	57.77	130.04	179.51	167.84	309.84	396.32
12450	12.7632	80.67	160.86	213.56	201.22	349.16	437.90
12500	18.6005	94.36	178.05	232.13	219.50	369.97	459.68
12600	36.5987	126.65	216.09	272.42	259.33	413.93	505.22
12650	49.5170	145.37	237.00	294.17	280.91	437.08	528.99
12700	65.4973	165.88	259.17	317.00	303.60	461.00	553.42
12750	84.7943	188.21	282.62	340.90	327.41	485.71	578.50
12800	107.5703	212.36	307.35	365.89	352.34	511.18	604.24
12850	133.8812	238.35	333.35	391.94	378.38	537.43	630.63
12900	163.6729	266.16	360.62	419.06	405.53	564.44	657.67
12950	196.7872	295.75	389.14	447.24	433.77	592.21	685.36
13000	232.9772	327.09	418.89	476.46	463.09	620.73	713.68
13100	313.2882	394.75	482.00	537.96	524.92	680.01	772.21
13200	401.7521	468.56	549.71	603.42	590.83	742.18	833.22
13250	448.1557	507.56	585.20	637.57	625.25	774.33	864.64

5.9. ábra. Vanilla put opciók adatai, forrás: saját számítások alapján

Összevetve a piacon megfigyelt és a Black–Scholes-moddal számított árakat, az értékelés napját megelőző 20 és 125 nap alapján becsült hozam-szórás párokkal kalkulált opciós árak alkotják a legkisebb négyzetes hibájú becsléseket. Általában az ITM opciók árában kisebb az eltérés a becsült és a piaci adatok között, az OTM opciók árában viszont több helyen is óriási hiba tapasztalható.

A kiinduló alaptermék árfolyamból és a becsült hozam-szórás párokból Monte Carlo-szimuláció segítségével megbecsülhető az alaptermék árfolyamának az opció lejáratkor várható értéke. Ebből a CVA értékek is meghatározhatók a (4.4) képlet felhasználásával, ahol a képletben szereplő összeg egyetlen tagra redukálódik az egyetlen, lejáratkori újraértékelés feltételezése miatt. Ezen számításokhoz használt *GBM_MC*, *BS_CVA_call* és *BS_CVA_put* függvények a B függelékben találhatóak, az eredmények pedig az alábbi táblázatokban, hozam-szórás páronként oszlopokba rendezve.

Vanilla call opciók CVA kockázata (r=-0.0004%)							
Kötési árfolyam	#1 pár	#2 pár	#3 pár	#4 pár	#5 pár	#6 pár	#7 pár
11600	119.66	154.70	162.45	153.00	156.58	161.99	172.59
11700	106.86	142.20	152.50	142.21	144.55	151.87	158.47
11750	101.21	136.36	146.98	138.03	138.44	146.47	153.24
11800	95.61	130.77	140.29	131.01	133.70	140.63	147.52
11850	89.60	124.03	133.71	124.98	127.78	136.42	144.73
11900	84.14	118.33	127.65	120.95	123.74	131.55	140.03
11950	77.96	112.13	122.15	115.95	117.04	126.53	134.88
12000	72.54	108.24	116.21	109.80	110.27	122.15	132.06
12100	61.59	95.82	106.71	101.55	100.30	112.09	121.76
12150	56.05	89.32	101.54	95.35	97.43	107.33	118.06
12350	36.60	66.86	79.28	75.21	78.18	90.59	100.98
12450	28.17	57.28	70.33	66.17	66.98	83.17	92.72
12500	24.36	52.24	65.28	63.72	63.91	77.29	89.78
12600	17.20	42.09	57.95	54.63	54.62	71.46	80.14
12650	14.20	38.86	53.47	50.50	49.92	66.22	75.31
12700	11.51	35.49	47.87	47.56	46.96	62.29	73.71
12750	9.19	30.86	45.18	44.48	44.62	60.36	70.29
12800	7.21	27.21	40.92	40.17	40.33	56.54	68.21
12850	5.67	23.24	37.56	36.95	37.87	55.21	63.12
12900	4.41	20.96	36.07	34.34	33.89	50.25	59.35
12950	3.39	18.12	32.21	32.39	31.79	46.96	58.26
13000	2.55	15.81	29.21	29.09	30.16	43.94	55.25
13100	1.37	11.49	23.94	25.07	23.95	40.31	50.19
13200	0.67	8.66	20.10	20.94	21.21	36.20	45.31
13250	0.46	7.35	17.77	19.94	18.79	32.72	43.14

5.10. ábra. Vanilla call opciók CVA kockázata, forrás: saját számítások alapján

Vanilla put opciók CVA kockázata (r=-0.0004%)							
Kötési árfolyam	#1 pár	#2 pár	#3 pár	#4 pár	#5 pár	#6 pár	#7 pár
11600	0.08	0.11	1.04	2.64	2.14	8.07	12.72
11700	0.22	0.18	1.39	3.15	2.83	9.80	14.63
11750	0.31	0.27	1.66	3.81	3.29	10.46	16.04
11800	0.54	0.34	1.98	4.11	3.71	11.52	16.98
11850	0.68	0.43	2.37	5.23	4.20	12.26	18.13
11900	1.13	0.54	2.71	5.65	4.66	13.09	19.91
11950	1.24	0.73	3.08	6.09	5.25	15.01	20.41
12000	1.80	0.92	3.60	7.08	6.03	15.71	21.91
12100	3.02	1.50	4.74	8.65	7.59	18.24	24.88
12150	3.40	1.78	5.55	9.91	8.69	19.75	27.45
12350	8.40	4.08	9.09	14.79	13.42	25.95	33.52
12450	11.83	5.91	11.53	17.35	16.66	30.92	37.90
12500	14.04	7.03	12.98	19.49	18.49	32.55	40.10
12600	19.13	9.92	16.05	24.53	22.07	37.70	46.30
12650	22.18	11.57	17.60	25.78	24.11	39.49	47.04
12700	25.66	13.21	20.04	28.54	26.36	42.59	49.99
12750	29.73	14.98	22.91	32.12	29.97	45.06	52.87
12800	33.73	17.81	24.38	34.33	31.87	47.46	55.00
12850	37.77	20.76	27.10	37.18	35.18	50.71	59.34
12900	42.85	23.51	30.15	40.86	38.09	52.87	61.64
12950	47.73	27.56	33.50	42.97	41.02	57.25	64.69
13000	53.00	30.95	37.20	48.14	44.39	60.37	68.76
13100	63.64	38.77	44.10	54.78	52.67	67.93	75.82
13200	74.81	46.68	51.65	62.70	59.92	76.15	83.56
13250	81.10	52.94	55.68	66.29	64.58	79.96	88.39

5.11. ábra. Vanilla put opciók CVA kockázata, forrás: saját számítások alapján

Látható, hogy az opciós árak becsléséből adódó hibák halmozottan kihatnak a CVA kockázat becslési hibájára is, ugyanis például a 11600 forint kötési árfolyamú, ITM vanilla call opció esetén körülbelül 119,66 és 172,59 forint közé esik a becslt CVA érték, azaz a legmagasabb érték a legalacsonyabb érték körülbelül 1,5-szerese.

Még látványosabb az eltérés az OTM opciók esetén, például ugyanezen kötési árfolyamú, OTM vanilla put opció esetén. Ott ugyanis a becslt CVA körülbelül 0,08 és 12,72 forint közé esik, tehát a legmagasabb érték a legalacsonyabb érték körülbelül 160-szorosa.

A második modell, a Heston-modell azt feltételezi, hogy az alaptermék dinamikája sztochasztikusan változó volatilitással rendelkezik.

5.2.3. Definíció. *Egy S_t folyamat időbeli fejlődését a Heston-modellben a következő sztochasztikus differenciálegyenlet-rendszer írja le:*

$$\begin{aligned} dS_t &= \mu \cdot S_t dt + \sqrt{V_t} \cdot S_t dW_{1,t} \\ dV_t &= \kappa \cdot (\theta - V_t) dt + \sigma \cdot \sqrt{V_t} dW_{2,t} \\ dW_{1,t} dW_{2,t} &= \rho dt, \end{aligned} \tag{5.9}$$

ahol μ az alaptermék driftje, V_t az alaptermék szórása, κ az átlaghoz húzás paramétere, θ az alaptermékár hosszú távú átlagos varianciája, a σ a volatilitás volatilitása, a ρ pedig a $W_{1,t}$ és $W_{2,t}$ standard Wiener-folyamatok korrelációja.

A (5.9) rendszer sokkal reálisabban modellezi az alaptermék alakulását az időben változó volatilitás által, azonban ez még nem elegendő ahhoz, hogy az opciós árakat jobban megbecsülje. Ennek szemléltetésére megismételtem a Black–Scholes-modellnél végzett számításokat: megbecsültem a volatilitás és a többi paraméter időbeli alakulását a rendelkezésre álló részvényárak alapján, illetve a lejáratkori várható értéküket, valamint a várható CVA kockázatot.

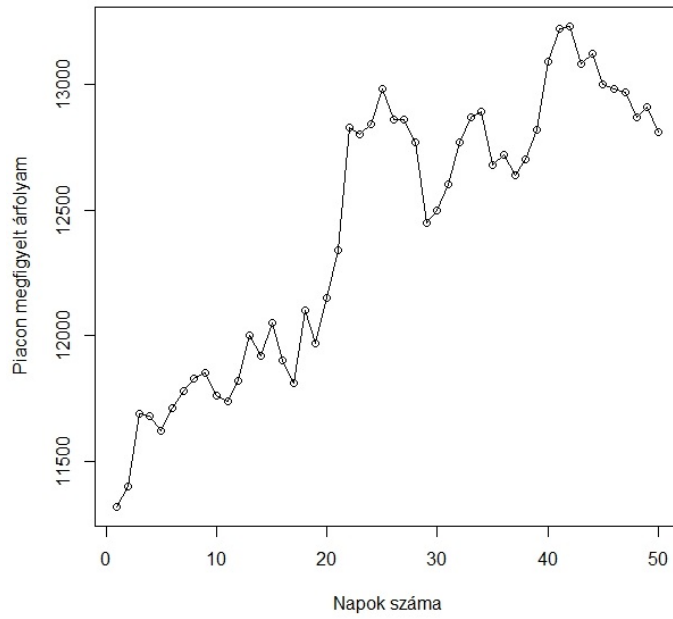
A modellezést nehezíti, hogy a piacon közvetlenül csak az árfolyam adatok érhetők el, a volatilitás látens, azaz nem megfigyelhető változó, viszont a jövőbeli árfolyam és volatilitás értékek becsléséhez mindkettő adatsorra (és persze a paramé-

terek idősorára is) szükség van. A probléma áthidalásában segíthet a Kálmán-szűrő – erre mutat egy lehetséges utat Wang és társai cikke (Wang et al., 2018).

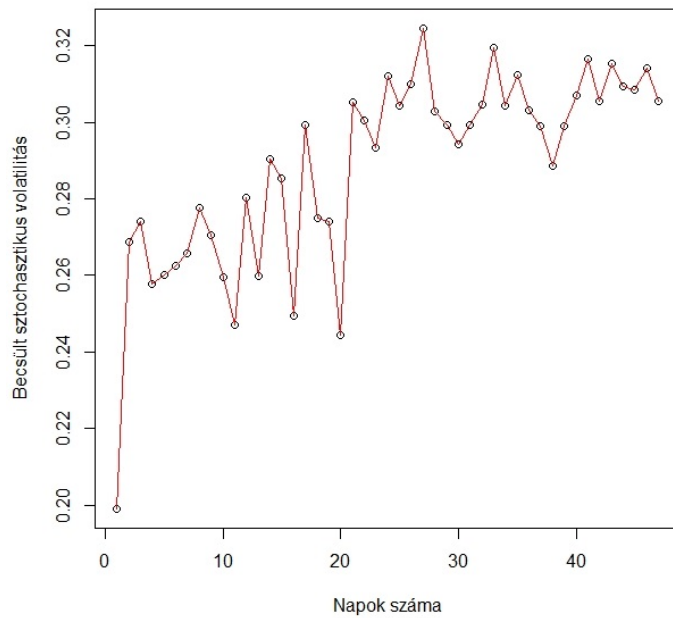
A cikk ötlete alapján hasonló metódust használtam a volatilitás időbeli fejlődésének becslésére: első lépésben meghatároztam a Black–Scholes-modellnél részletezett, GBM-et feltételező volatilitást historikus adatok alapján, amelyből maximum likelihood becsléssel meghatározhatóak voltak a kezdeti Heston-modellbeli paraméterek (Dunn et al.), innentől pedig rekurzív módon, a Kálmán-szűrő alkalmazásával igazítottam a volatilitás és a paraméterek értékén, majd újra ML becslést végeztem.

A megvalósításhoz a Kálmán-szűrő lépését egy Matlab kód alapján (Geier, 2015) írtam át R kóddá, az ML becslést pedig a már hivatkozott cikkbeli képlet alapján programoztam le. A számításokat nehezítette, hogy az R programozási nyelv korlátozza az egyszerre végezhető szimbolikus számítások mennyiségét, ezért csak 50 napra visszamenőlegesen tudtam becsülni mindent. A felhasznált programkódok a C függelékben találhatóak hivatkozással együtt.

Ennél az időtávnál első ránézésre úgy látszik, hogy sikerült modellezni az alaptermék volatilitásának dinamikáját, ugyanis az látható a következő ábrákból, hogy a hirtelen relatíve nagy mértékű árváltozás rögtön meglátszik a volatilitás ugrásszerű változásában is, illetve ha hosszabb ideig relatíve kis ugrások vannak az árfolyamban, akkor a becsült volatilitás is csökkenni kezd. Kisebb időtávokra nem volt sikeres az eljárás, így azokat az eredményeket itt nem részletezem.



5.12. ábra. Az alaptermék árának időbeli alakulása, forrás: Bloomberg



5.13. ábra. A szórás időbeli alakulása, forrás: saját számítások alapján

Azonban az, hogy az opciós árak modellezéséhez ez kevés, csak a következőekben derül ki – ugyanis attól, hogy az alaptermék és szórásának dinamikáját feltehetően jól tudtuk modellezni, még nem jelenti azt, hogy az opciós árak is jól megbecsülhetőek.

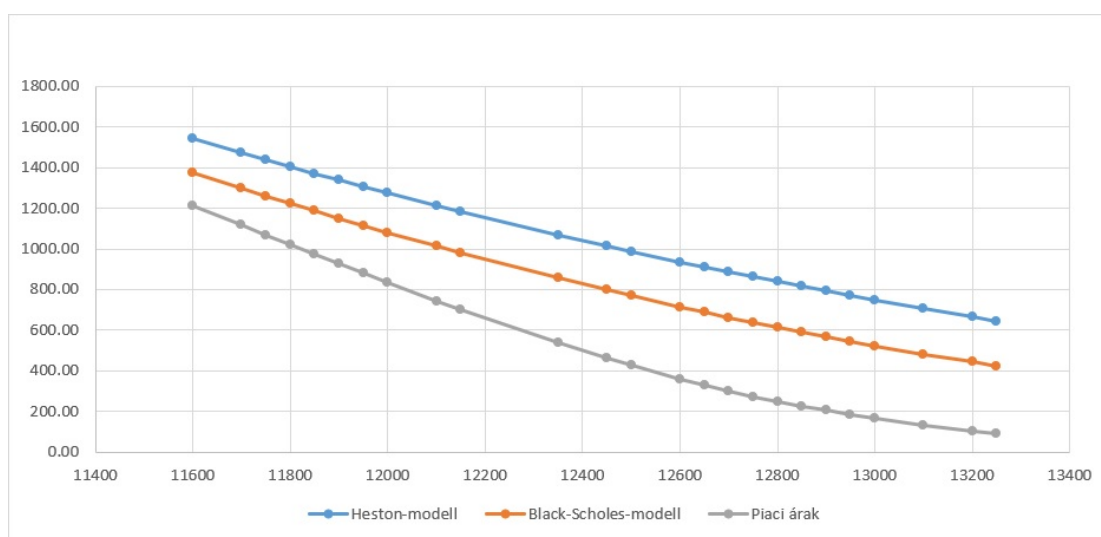
Ezt szemlélteti a következő, 5.14. ábrán látható táblázat is, amelyben a vanilla call és put opciók árai találhatóak, valamint a CVA kockázataik. Látható, hogy ezzel a modellel becsült opciós árak még a legnagyobb négyzetes hibájú Black–Scholes-modellbeli áraknál is nagyobb négyzetes hibájúak a valódi piaci árakhoz képest, tehát a legrosszabb Black–Scholes-modell alapján készült becslésnél is rosszabbak, minden esetben felülbecsüli az árakat.

Az opciók lejáratkori árának meghatározásához ebben az esetben is Monte Carlo szimulációt használtam, amelynek kódját mástól átvettem és módosítottam (Roberts, 2014). Ez a módosított változat, illetve annak forrása található meg a C függelékben. Szintén más forrásból származó árazó függvényt használtam (némi módosítással) az opciók induláskori árának meghatározásához – ez is megtalálható a C függelékben (Roberts, 2014).

Kötési árfolyam	Opció árak (t=0)		CVA kockázat	
	call	put	call	put
11600	1540.72	331.12	187.65	40.65
11700	1471.59	362.00	177.00	43.09
11750	1437.72	378.13	168.43	47.59
11800	1404.33	394.74	169.54	48.17
11850	1371.41	411.82	164.09	50.89
11900	1338.96	429.38	162.55	52.28
11950	1307.00	429.38	160.53	53.84
12000	1275.51	465.93	151.61	55.91
12100	1214.00	504.42	147.14	61.00
12150	1183.97	524.40	143.51	62.32
12350	1068.75	609.18	130.68	71.61
12450	1014.08	654.51	124.87	80.42
12500	987.47	677.91	119.19	86.91
12600	935.73	726.17	110.10	88.85
12650	910.58	751.02	110.65	91.48
12700	885.92	776.36	103.64	96.97
12750	861.74	802.18	100.27	99.16
12800	838.04	828.48	106.56	100.54
12850	814.81	792.05	94.91	102.61
12900	792.05	882.50	93.75	107.45
12950	769.77	910.22	92.29	114.57
13000	747.95	938.40	87.67	115.82
13100	705.70	996.16	88.00	117.88
13200	665.29	1055.73	80.99	124.39
13250	645.73	1086.19	75.16	131.34

5.14. ábra. Vanilla opciók árai és CVA kockázatuk, forrás: saját számítások alapján

Összegezve azt kaptam, hogy bár az alapterméket egy bonyolultabb és életszerűbb rendszerrel igyekeztem modellezni, ami látszólag sikerült is, de az opciók árát ennyiből nem lehet jól megbecsülni és így a CVA kockázatukat sem. Szemléltetésképp készítettem egy olyan ábrát is, amelyen látható, hogy mekkora az eltérés a vanilla call opciók piaci áraihoz képest a legnagyobb négyzetes hibájú Black–Scholes- és a Heston-modell esetén.



5.15. ábra. Vanilla call opciók becsült és tényleges árai a kötési ár függvényében, forrás: saját számítások alapján

A modellezési hiba részben a rövid kalibrálásra használt idősor miatt is lehetséges, azonban ezen nem tudnék javítani, mert ahhoz az R programozási nyelv forráskódját kellene módosítanom. Azzal viszont biztosan javulás érhető el a jelenlegi eredményekhez képest, ha nem az alapterméket próbáljuk modellezni a bemutatott módszer alapján, hanem az opciók árait lejáratonként és kötési árfolyamonként – így visszakapnánk a volatilitás mosolyokat, vagy összességében a volatilitás felületet, amely nagyon pontos számolást tesz lehetővé.

A jobb modellel nem csak a kitettséértéket lehetne pontosabban meghatározni, de több, különböző kockázatot is, többek között a CVA kockázatot is, illetve feltehetően a pontosabb értékek következtében a tőkekövetelmény is csökkenne.

Tehát több szempontból is megéri minél többet és jobban modellezni, azonban ha erre nincs lehetőség (például szakértők vagy adatforrás hiánya miatt), akkor érdekesebb inkább a standard modelleknél maradni.

6. fejezet

A derivatív ügyletek tőkekövetelményének változása

Ebben a fejezetben 1000 db, azaz 5 kontraktusnyi OTP részvényre szóló, az OTP Bankkal kötött OTC (azaz tőzsdén kívüli) opció tőkekövetelményének *ceteris paribus* változását mutatom be.

A számításokhoz használt adatokat a 6.1. ábrán látható táblázat tartalmazza.

A "görög betűket" (azaz az opció deltáját, gammáját és vegáját) definíció szerint, közelítő derivált számításokkal határoztam meg, a kalibrált Black–Scholes-modellek közül pedig a legnagyobb szórásút választottam ki – ezt hasonlítottam össze az alaptermékre kalibrált Heston-modellel.

Az OTP Bankra vonatkozó hitelkockázati paramétereket a Bloomberg terminálon elérhető adatbázisból vettem át, illetve a Banki tőkemegfelelési kézikönyv alapján határoztam meg (például a kitettségi osztályokat és az IRB módszernél használt kockázati súlyt). Az ügyletekről feltételeztem, hogy nem nagykockázatos tételek, így tehát a nagykockázatok miatt képzendő pótlólagos tőkét figyelmen kívül hagytam – a számítások során a hitelezési, pozíció- és CVA kockázatokra összpontosítottam.

A kivitelezéshez Excel táblázatot és a korábban megírt call opciót árazó függvényeket használtam fel, továbbá a 2. fejezetben és a Banki tőkemegfelelési kézikönyvben leírtakat.

S	12 810	Standard kitettségi osztály - Bázis I	-
T (évben)	0.0873	Standard kitettségi osztály - Bázis II	hitelintézet
K	13 250.00	Standard kitettségi osztály - Bázis III	minősített intézmény
Piaci ár	89.40	IRB kitettségi osztály - Bázis II	hitelintézet
Black-Scholes ár	424.17	IRB kitettségi osztály - Bázis III	hitelintézet
Heston ár	645.73	Standard kockázati súly - Bázis I	20%
Black-Scholes CVA	43.14	Standard kockázati súly - Bázis II	20%
Heston CVA	75.16	Standard kockázati súly - Bázis III	20%
Black-Scholes volatilitás	40.27%	IRB kockázati súly - Bázis II	48.63%
Black-Scholes delta	0.4278	IRB kockázati súly - Bázis III	48.63%
Black-Scholes gamma	0.0003	CQS (2018.09.24.)	3
Black-Scholes vega	1 472.51	PD (1 éves)	1.1%
Heston volatilitás	30.54%	LGD	20%
Heston delta	0.4626	R (korreláció az IRB módszernél)	0.1892
Heston gamma	0.0002	b (lejárat tényező az IRB módszernél)	0.1336
Heston vega	1 357.77	Hitelkockázati felár	213 bázispont

6.1. ábra. Számításokhoz felhasznált adatok

A Bázis I szerinti tőkekövetelményt nem számoltam ki, ugyanis az ajánlás az 1988-as megjelenését követően több módosításon, kiegészítésen is átesett, az 1998-tól hatályos változata pedig már lényegileg megegyezik a Bázis II ajánlással. Így tehát a Bázis II és Bázis III szerinti tőkekövetelményeket vetem össze.

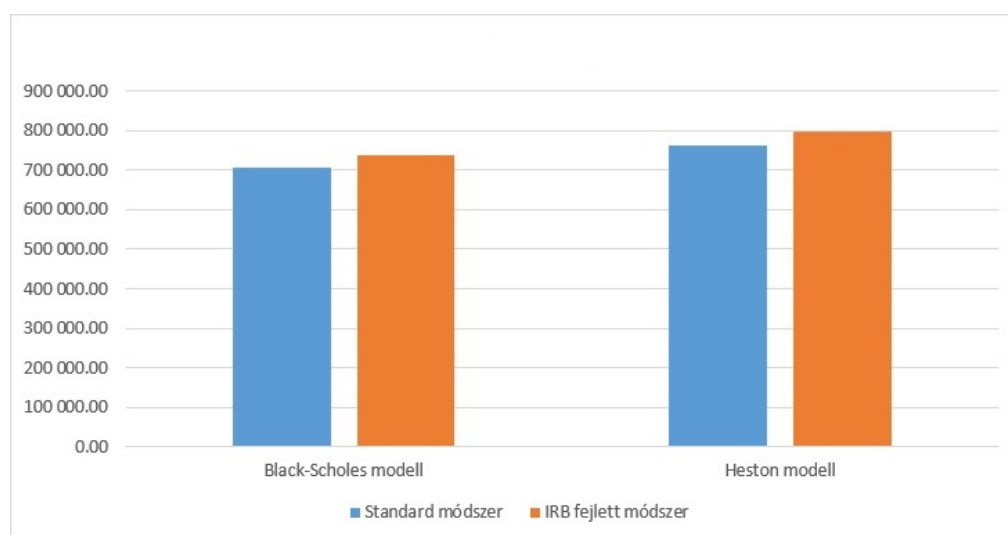
Az 1993-ban megjelent 93/6/EGK irányelv óta szükséges a hitelezési kockázatokon túl a piaci kockázatokra is tőkét képezni – ezt a második ajánlás is előírta megjelenése óta. Jelen esetben a portfólióban csak származtatott termék szerepel, amely esetén pozíciókockázat miatt kell tőkét képezni belső modell vagy a delta-plusz módszer felhasználásával. Belső modell híján az opció pozíciókockázatát a delta-plusz módszerrel határoztam meg.

Hitelezési kockázat tekintetében a sztenderd és a fejlett IRB módszer alkalmazása esetén is meghatároztam a szükséges tőkekövetelményt. A kitettség értékét a piaci árazás szerinti módszerrel határoztam meg mindkét esetben. A 6.1. ábrán látható kiinduló adatok alapján sztenderd módszer alkalmazása esetén a kitettség 20%-os kockázati súlyt kap, míg IRB módszernél 48,63%-osat – nem meglepő tehát, hogy a hitelezési kockázat miatt képzendő tőke a két módszer esetén jelentősen eltérő mértékű. A számítások pontos eredményei a 6.2. ábrán láthatóak, ahol színes háttérrel jelöltem a teljes tőkekövetelmény lehetséges minimumát és maximumát, illetve ezek arányát az opciók értékéhez viszonyítva.

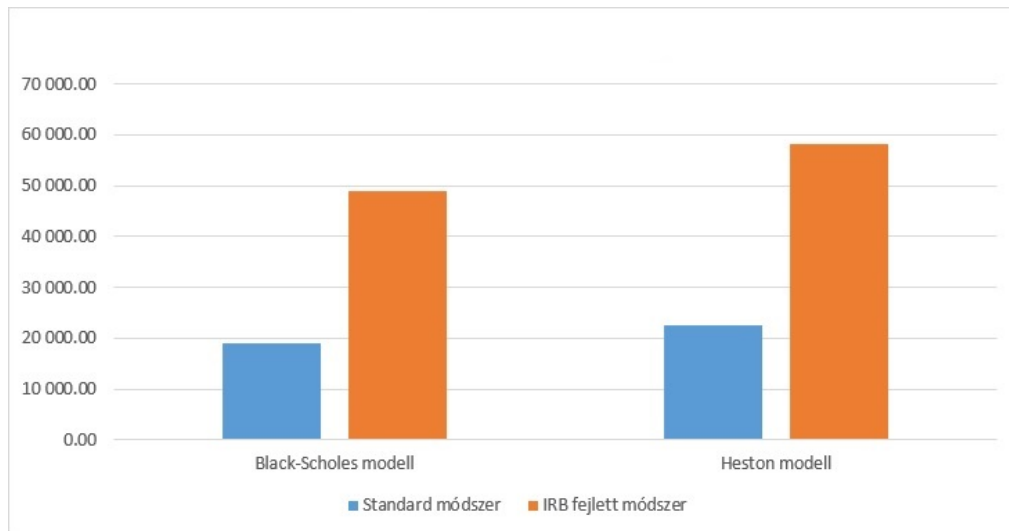
A teljes tőkekövetelmény láthatóan meghaladja az opciók értékét a pozíciókockázat tőkekövetelménye miatt, amit ugyanazon módszer segítségével számoltunk mindkét modell esetén. A hitelezési kockázatok tőkekövetelménye azonban láthatóan különbözik a két modell, illetve a sztenderd és fejlett IRB módszerek esetén.

Bázel II	Black-Scholes modell	Heston modell
Opciók értéke	424 170.00	645 730.00
Teljes tőkekövetelmény minimuma	706 140.63	760 928.89
Teljes tőkekövetelmény minimuma (%)	166.48%	117.84%
Teljes tőkekövetelmény maximuma	736 085.51	796 436.11
Teljes tőkekövetelmény maximuma (%)	173.54%	123.34%
Piaci kockázat tőkekövetelménye	687 056.31	738 299.61
Pozíciókockázat tőkekövetelménye - Delta-plusz módszer	687 056.31	738 299.61
Delta kockázat tőkekövetelménye	657 606.17	711 144.23
Gamma kockázat tőkekövetelménye	0.00	0.00
Vega kockázat tőkekövetelménye	29 450.14	27 155.38
Kitettségmenték	1 192 770.00	1 414 330.00
Pótlási költség	424 170.00	645 730.00
Lehetséges jövőbeni hitelkockázat	768 600.00	768 600.00
Hitelezési kockázat - Standard módszer	238 554.00	282 866.00
Hitelezési kockázat tőkekövetelménye - Standard módszer	19 084.32	22 629.28
Várható veszteség tőkekövetelménye - IRB fejlett módszer	2 624.09	3 111.53
Váratlan veszteség tőkekövetelménye - IRB fejlett módszer	46 405.11	55 024.98
Hitelezési kockázat tőkekövetelménye - IRB fejlett módszer	49 029.20	58 136.50

6.2. ábra. Tőkekövetelmény a Bázel II szerint számolva



6.3. ábra. Tőkekövetelmények aránya egymáshoz képest a Bázel II szerint



6.4. ábra. Hitelezési kockázat tőkekövetelményeinek aránya egymáshoz képest a Bázis II szerint

A Bázis III alapján a kitettség hitelezési kockázata miatt képzendő tőkéje nem változik (a kockázati súlyok változatlansága miatt), ezért a következőkben a piaci kockázatok tőkekövetelményét hasonlítom össze.

A pozíciókockázatot a belső modell alapú és a delta-plusz módszer mellett már a 2. fejezetben bemutatott egyszerű és scenárióalapú módszerrel is ki lehet számítani a derivatív ügyletekre. A módszerekhez kapcsolódóan fontos megjegyezni, hogy a részvények általános pozíciókockázata a nettó pozíció 8%-a lett.

Az új módszerek a delta kockázatot a delta-plusz módszerrel azonos módon számítják, azonban a nem delta kockázatok kalkulációjában véleményem szerint jelentős előrelépés történt. Ugyanis ha a delta kockázat meghaladja a származtatott termék bruttó összegét (ami az opció értékének és a delta egyenértékes tőkekövetelményének minimuma), akkor a nem delta kockázatokra nem kell további tőkét képezni.

Így tehát a deltára 1-es értéket feltételezünk, amivel tulajdonképpen felülről becsüljük a kockázatokat. Ha viszont a delta kockázat kisebb, mint a származtatott termék bruttó összege, akkor is legfeljebb a bruttó összeg és a delta kockázatok különbsége lehet a nem delta kockázatok értéke, ezért a teljes pozíciókockázat legfeljebb a bruttó összeg lehet ebben az esetben. Tehát az új módszerek alkalmazásával

elkerülhető a felesleges tőkeképzés.

Emellett a scenárióalapú módszer még több előnyt hordoz magában: a 3 különböző volatilitás és 7 különböző alaptermékár feltételezése mellett átfogóbb képet kaphatunk az ugyanazon alaptermékre szóló derivatív ügyletek lehetséges vesztesége tekintetében. Az R programkóddal készített számítások eredményei a 6.5. és 6.6. ábrán láthatóak. Pirossal jelöltem a scenáriók alapján a lehetséges legkisebb opció értéket, 5 kontraktusra számítva. A számokból az látható, hogy a veszteség a Black-Scholes-modell esetén arányaiban nézve lényegesen nagyobb, mint a Heston-modell alapján számított.

Black-Scholes modell	Volatilitás		
Alaptermék ára	30.20%	40.27%	50.34%
10760	3632	23298	65536
11444	23419	77542	157315
12127	96325	200591	320793
12810	277728	424171	573309
13493	608536	764653	921244
14176	1085512	1216835	1359325
14860	1668713	1759106	1873818

6.5. ábra. Scenárióelemzés a Black-Scholes-modellre

Heston modell	Volatilitás		
Alaptermék ára	22.91%	30.54%	38.18%
10760	53550	94801	139505
11444	136629	204480	270728
12127	291424	384991	470543
12810	537964	649029	747340
13493	884293	1000291	1102565
14176	1325083	1433650	1531352
14860	1845213	1937691	2024428

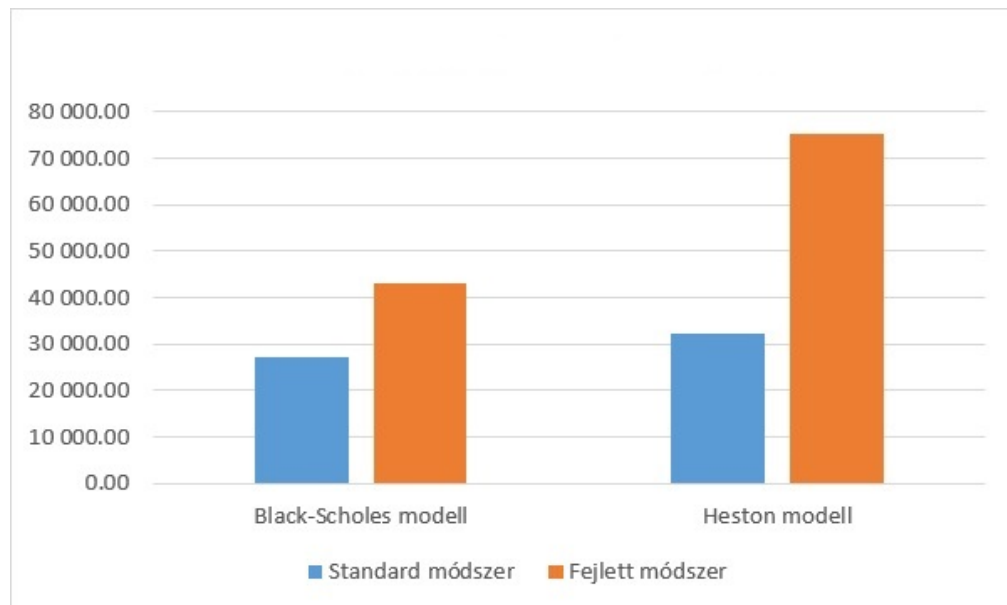
6.6. ábra. Scenárióelemzés a Heston-modellre

Szintén újdonság a piaci kockázatokat illetően, hogy a Bazel III-tól kezdődően a CVA kockázatot és tőkekövetelményét is számszerűsíteni kell. A számításának lehetséges módjait már részleteztem: a standard módszer esetén Excel táblázatban számoltam a jogszabályban rögzített függvény alapján, a fejlett módszert használó

kalkuláció megvalósításához használt R programkódok pedig a B és C függelékben találhatóak.

Mindkét modell esetén Monte Carlo szimulációval határoztam meg a lejáratkori opció árakat a megfelelő árazó függvényt használva, majd az így kapott árak várható értékeként számítottam ki a lejáratkori kitettséértéket.

A standard és fejlett módszerek esetén is a Heston-modell esetén jött ki magasabb tőkekövetelmény – ahogy írtam az 5. fejezetben, feltehetőleg a modellezési hibák miatt. Illetve mindkét modellnél a standard módszerrel számolt tőkekövetelmény az alacsonyabb, tehát megérheti az egyszerűbb, standardizált módszerek használata, ha a tőkekövetelmény csökkentése a cél.



6.7. ábra. CVA kockázat tőkekövetelménye a Black–Scholes- és Heston-modellekre

Bázel III	Black-Scholes modell	Heston modell
Opciók értéke	424 170.00	645 730.00
Teljes tőkekövetelmény minimuma	923 000.73	1 002 965.19
Teljes tőkekövetelmény minimuma (%)	217.60%	155.32%
Teljes tőkekövetelmény maximuma	998 423.23	1 108 644.19
Teljes tőkekövetelmény maximuma (%)	235.38%	171.69%
Piaci kockázatok tőkekövetelményének minimuma	903 916.41	980 335.91
Piaci kockázatok tőkekövetelményének maximuma	949 394.02	1 050 507.69
CVA kockázatok tőkekövetelményének minimuma	27 108.19	32 143.60
CVA kockázatok tőkekövetelményének maximuma	43 135.66	75 160.00
CVA kockázat tőkekövetelménye - Sztenderd módszer	27 108.19	32 143.60
CVA kockázat tőkekövetelménye - Fejlett módszer	43 135.66	75 160.00
Pozíciókockázatok tőkekövetelményének minimuma	876 808.22	948 192.31
Pozíciókockázatok tőkekövetelményének maximuma	906 258.36	975 347.69
Pozíciókockázat tőkekövetelménye - Delta-plusz módszer	906 258.36	975 347.69
Delta kockázat tőkekövetelménye	876 808.22	948 192.31
Gamma kockázat tőkekövetelménye	0.00	0.00
Vega kockázat tőkekövetelménye	29 450.14	27 155.38
Pozíciókockázat tőkekövetelménye - Egyszerű módszer	876 808.22	948 192.31
Delta kockázat tőkekövetelménye	876 808.22	948 192.31
Nem delta kockázat tőkekövetelménye	0.00	0.00
Pozíciókockázat tőkekövetelménye - Szenárióalapú módszer	876 808.22	948 192.31
Delta kockázat tőkekövetelménye	876 808.22	948 192.31
Nem delta kockázat tőkekövetelménye	0.00	0.00
Kitettségérték	1 192 770.00	1 414 330.00
Pótlási költség	424 170.00	645 730.00
Lehetséges jövőbeni hitelkockázat	768 600.00	768 600.00
Hitelezési kockázat tőkekövetelményének minimuma	19 084.32	22 629.28
Hitelezési kockázat tőkekövetelményének maximuma	49 029.20	58 136.50
Hitelezési kockázat - Standard módszer	238 554.00	282 866.00
Hitelezési kockázat tőkekövetelménye - Standard módszer	19 084.32	22 629.28
Várható veszteség tőkekövetelménye - IRB fejlett módszer	2 624.09	3 111.53
Váratlan veszteség tőkekövetelménye - IRB fejlett módszer	46 405.11	55 024.98
Hitelezési kockázat tőkekövetelménye - IRB fejlett módszer	49 029.20	58 136.50

6.8. ábra. Részletes tőkekövetelmény a Bázel III szerint számítva

A Bázel III szerinti tőkekövetelmény számításának részleteit tartalmazó táblázat a 6.8. ábrán látható, ahol színes háttérrel jelöltem a teljes tőkekövetelmény lehetséges minimumát és maximumát, illetve ezek arányát az opciók értékéhez viszonyítva. Az elsőként megjelent Bázel I szerinti elvárásokhoz képest megtöbbszöröződött ugyanazon ügylet tőkekövetelménye, amiért a már említett pozíciókockázat a felelős. A Bázel II által előírt követelményekhez hasonlítva is tapasztalható eltérés, de jelentősen kisebb mértékű: a részvények általános kockázatának számításában bevezetett változás, illetve a CVA kockázat bevezetése miatt.

A változásokat követve és a példa alapján tehát elmondható, hogy a származtatott ügyletek tőkekövetelményét nagy részben a pozíciókockázat befolyásolja, amely jelentősen függ a kitettség értékétől – ezért elengedhetetlen a derivatív termékek megfelelő modellezése, ha tőkekövetelményüket minimalizálni szeretnénk. A kalibrált Black–Scholes- és Heston-modellek tekintetében minden esetben a Heston-modellbeli tőkekövetelmény volt a magasabb, aminek az oka az, hogy az opció értékét magasabbra becsülte a Black–Scholes-modellhez képest.

A példa arra is tökéletesen szemléltető eszköz, hogy nem mindig a legbonyolultabb módszerek használatával érhető el alacsonyabb tőkekövetelmény. Ezért ahol csak lehetőség van többféleképpen kiszámítani a kockázatokat és tőkekövetelményüket, érdemes minél több esetet megvizsgálni, és utána dönteni az alkalmazandó modellről.

7. fejezet

Összegzés

A dolgozatban bemutattam a szabályozás, azon belül is a piaci és hitelezési kockázatok számításának változását az első ajánlásoktól a jelenleg érvényben lévő Bázeli III ajánlásig. Részletesen körbejártam a Bázeli III-ban megjelenő új kockázattípust, a CVA kockázat szabályozási és matematikai hátterét.

A standard módszer kapcsán bemutattam egy példán keresztül a szabályozásban szereplő képlet mögötti modell hiányosságait, hibáit, amihez kapcsolódóan rávilágítottam egy szabályozói arbitrázs lehetőségre is. A fejlett módszernél bemutattam a Black–Scholes-modell és a Heston-modell segítségével, hogy miért nem elegendő az alapterméket megfelelően modellezni a CVA kockázat kiszámításához, tehát itt is jelentősége van a volatilitásfelületnek.

A 6. fejezetben egy példa portfólión keresztül mutattam be a tőkekövetelmény ceteris paribus változását az egyes szabályozások esetén. A számítások eredményeként azt kaptam, hogy a jogszabályok egyre nagyobb teret adnak az egyre kifinomultabb modellek használatához, ezzel elősegítve a hatékonyabb kockázatkezelést. Ennek ellenére a fejlettebb modellek alkalmazásának lehetőségével véleményem és tapasztalatom szerint kizárólag akkor érdemes élni, ha rendelkezésre áll elegendő fizikai és szellemi kapacitás a kivitelezéshez. Ha a megfelelő feltételek nem biztosíthatók, akkor a standard modellek használatát javaslom – azok ugyanis elég jól definiáltak a szabályozásban, így a rossz modellezés okozta kockázatok csökkenthetők.

A. függelék

A standard CVA függvény kódja fedezet nélküli esetben

```
cva_kock_kov_hedge_nelkul<-function(CQS, M, EAD, partnerek, sulyok=NULL) {  
  #CQS: Credit Quality Step (külső hitelminősítés alapján)  
  #M: lejárat években megadva (M értéke legalább 1)  
  #EAD: Earnings at Default, azaz az ügylettípus teljes kitettséértéke  
  #partnerek: azon partnerek száma, akikkel az ügylettípust megkötöttük  
  #sulyok: az ügylettípus névértékének megoszlása az egyes partnerek között  
  
  #Hibajavítás és korrigálás a jogszabálynak megfelelően  
  if (M<1){  
    M=1  
  }  
  if (partnerek<1 || is.null(partnerek)){  
    partnerek=1  
  }  
  
  #Nem üres, de rossz súlyvektor (hibás elemszám, 1-től eltérő összsúly)  
  #megadása esetén azonos súlyokat feltételezek minden partnerhez  
  if ((length(sulyok)!=partnerek || sum(sulyok)!=1)  
      && !is.null(sulyok))
```

```

{
sulyok=rep(1/partnerek, partnerek)
}

#CQS súllyá alakítása a 384. cikk 1. táblázatának megfelelően
#és segédváltozó a jelenértékhez
w=recode(CQS, "1=0.007;2=0.008;3=0.01;4=0.02;
5=0.03;6=0.1;else='Hibás CQS!';")

c=(1-exp(-0.05*M))/(0.05*M)

#Hibás CQS esetén jelez a függvény
if (regexpr('Hibás CQS',w)==1){
return(w)
}

#A hibajavítások, korrekciók után a standard CVA követelmény
#számítása a képletnek megfelelően a következő sorokban történik
if (is.null(sulyok)){
cva_sta_req=2.33*sqrt((0.25*(w*M*EAD*c)^2)
+0.75*partnerek*(w*M*EAD*c/partnerek)^2)
} else {
d=rep(0,partnerek)
for (j in 1:partnerek) {
d[j]=w*M*EAD*c*sulyok[j]
}
cva_sta_req=2.33*sqrt((0.25*(w*M*EAD*c)^2)+0.75*sum(d^2))
}
return(cva_sta_req)
}

```

#Az ábrák elkészítéséhez használt kódok

#4.1 ábra: Standard CVA követelmény a CQS függvényében

```
cqs_vektor=c(1,2,3,4,5,6)
x=lapply(cqs_vektor,cva_kock_kov_hedge_nelkul,
M=0.5,EAD=20000000,partnerek=1,)
b<-barplot(unlist(x),names.arg=cqs_vektor,
main="Standard CVA követelmény a CQS függvényében",
ylim=c(0,5000000),ylab="CVA követelmény", xlab="CQS")
text(b, unlist(x)+100000, labels = round(unlist(x), digits = 0))
```

#4.2 ábra: Standard CVA követelmény a partnerek számának függvényében

```
partnerek_vektor=c(1,2,5,10,100,10000)
x=lapply(partnerek_vektor, cva_kock_kov_hedge_nelkul, CQS=4, M=0.5, EAD=20000000,)
b<-barplot(unlist(x),names.arg=partnerek_vektor,
main="Standard CVA követelmény a partnerek számának függvényében",
ylim=c(0,1000000),ylab="CVA követelmény", xlab="Partnerek száma")
text(b, unlist(x)+20000, labels = round(unlist(x), digits = 0))
```

#4.3 ábra: Standard CVA követelmény 5 partner és különböző koncentráció esetén

```
sulyok_vektor=list(c(0.2,0.2,0.2,0.2,0.2),c(0.5,0.125,0.125,0.125,0.125),
c(0.8,0.05,0.05,0.05,0.05),c(0.9,0.025,0.025,0.025,0.025),
c(0.99,0.0025,0.0025,0.0025,0.0025),c(0.9999,0.000025,0.000025,0.000025,0.000025))
x=lapply(sulyok_vektor, cva_kock_kov_hedge_nelkul, CQS=4, M=0.5,
EAD=20000000, partnerek=5)
b<-barplot(unlist(x), names.arg=c("#1","#2","#3","#4","#5","#6"),
main="Standard CVA követelmény 5 partner és különböző koncentráció esetén",
ylim=c(0,1000000),ylab="CVA követelmény", xlab="Koncentráció")
text(b, unlist(x)+20000, labels = round(unlist(x), digits = 0))
```


B. függelék

A Black–Scholes-modellhez felhasznált kódok

```
###  
###Geometriai Brown-mozgás paraméterbecsléséhez használt, saját írású függvény  
###  
  
BS_param_becs<-function(adatok, idotav_start=NULL, idotav_veg=NULL, delta_t=1) {  
  #adatok: a paraméterbecsléshez felhasznált teljes adatsor  
  #(feltételezem, hogy időrendben visszafelé szerepelnek az árfolyam adatok)  
  #idotav_start: az adatsor kezdőpontja, ahonnan vegyük a részmintát a becsléshez  
  #idotav_veg: az adatsor végpontja, ameddig vegyük a részmintát a becsléshez  
  #delta_t: milyen gyakoriságú paramétereket becsüljön a függvény  
  #(delta_t=1 -> napi, delta_t=5 -> heti, delta_t=20 -> havi, delta_t=250 -> évi)  
  
  #Hibajavítás, illetve hiánypótlás  
  #Ha az időtávok rosszul vannak megadva vagy nem lettek megadva,  
  #akkor a teljes adatsorra történik a paraméterbecslés  
  #Ha a delta_t nem egész, akkor egészre kerekítem, ha 1-nél kisebb,  
  #akkor 1-et vesz fel értékül  
  
  if(is.null(idotav_start) || idotav_start<1 || idotav_start>length(adatok)){
```

```

    idotav_start=1
}
if(round(idotav_start)!=idotav_start){
    idotav_start=round(idotav_start)
}

if(is.null(idotav_veg) || idotav_veg<1 || idotav_veg>length(adatok)){
    idotav_veg=length(adatok)
}

if(round(idotav_veg)!=idotav_veg){
    idotav_veg=round(idotav_veg)
}

if(delta_t<1 || delta_t>length(adatok)){
    delta_t=1
}

if(round(delta_t)!=delta_t){
    delta_t=round(delta_t)
}

#Számoláshoz használt loghozamok vektora
vektor_hossz=min(round((idotav_veg-idotav_start)/delta_t), length(adatok))
loghozamok=rep(0,vektor_hossz)
for(j in 1:(vektor_hossz)){
    loghozamok[j]=log(adatok[idotav_start+(j)*delta_t])-
    log(adatok[idotav_start+(j-1)*delta_t])
}

```

```

#ML becslés eredményei: loghozamok normális eloszlásának paraméterei
#m: várható érték, v: volatilitás
m=(1/length(loghozamok))*sum(loghozamok)
v_seged=rep(0,length(loghozamok))
for(j in 1:length(loghozamok)){
  v_seged[j]=(loghozamok[j]-m)^2
}
v=(1/length(loghozamok))*sum(v_seged)

#Loghozam normális eloszlás paramétereiből a GBM paraméterei,
#visszaadás eredményként
szigma=sqrt(v/delta_t)
mu=(m+(0.5*szigma^2))/delta_t
eredmenyek<-list("mú"=mu, "szigma"=szigma)

return(eredmenyek)
}

###
###Geometriai Brown-mozgás generálásához használt, saját írású függvény
###

GBM_MC<-function(S, T, m, szigma, MC, delta_t=1/250){
  #S: az alaptermék mai árfolyama
  #T: az időszak, amire készüljön a szimuláció (napokban megadva)
  #m: a GBM drift paramétere
  #szigma: a GBM szórás paramétere
  #MC: a Monte--Carlo-szimulációk száma
  #delta_t: a diszkrét időpontok között eltelt idő években megadva

```

(alap esetben 1 munkanap, azaz 1/250 év)

```
#Hiányos adatok és negatív t vagy szigma esetén visszatér hibaüzenettel
if(is.null(S) || is.null(T) || is.null(m) || is.null(szigma) || is.null(MC)) {
  return("Paraméter hiányzik! Pótolandó!")
}

if(T<0 || szigma<0) {
  return("Negatív paraméter! Javítandó!")
}

arfolyamok=matrix(0,nrow=MC,ncol=T+1)
for(k in 1:MC){
  arfolyamok[,1]=S
}

kiir=matrix(0,nrow=MC,ncol=T)

for(i in 1:MC){
  veletlen=rnorm(T)
  for(j in 1:T){
    arfolyamok[i,j+1]=arfolyamok[i,j]*exp(szigma*sqrt(delta_t)*veletlen[j]+
      ((m-szigma*szigma/2)*delta_t))
    kiir[i,j-1]=veletlen[j-1]*1.1
  }
}

return(arfolyamok)
}

###
```

```

###Black--Scholes-modellbeli call opció árát kiszámító függvény
###

BS_call<-function(S, K, szigma, r, t) {
  #S: az alaptermék mai árfolyama
  #K: az opció kötési árfolyama
  #szigma: az alaptermék hozamának szórása
  (tizedestörtként megadandó, nem százalékban)
  #r: diszkontáláshoz használt éves hozam
  (tizedestörtként megadandó, nem százalékban)
  #t: az opció lejáratáig hátralévő idő (években mérve, tizedestörtként)

  #Hiányos adatok vagy negatív t esetén visszatér hibüzenettel
  if(is.null(S) || is.null(K) || is.null(szigma) || is.null(r) || is.null(t)) {
    return("Paraméter hiányzik! Pótolandó!")
  }

  if(t<0) {
    return("Negatív hátralévő idő! Javítandó!")
  }

  #Eredmény visszaadása a hátralévő időtől függően
  if(t==0){
    return(max(0, S-K))
  }

  if(t>0){
    L=szigma*sqrt(t)
    Q=exp(-r*t)
    d1=(1/L)*(log(S/K)+r*t+(L*L*t/2))
    d2=d1-L
  }
}

```

```

    N_d1=pnorm(d1)
    N_d2=pnorm(d2)

    return(N_d1*S-Q*K*N_d2)
  }
}

```

```
###
```

```
###Black--Scholes-modellbeli put opció árát kiszámító függvény
```

```
###
```

```

BS_put<-function(S, K, szigma, r, t) {
  #S: az alaptermék mai árfolyama
  #K: az opció kötési árfolyama
  #szigma: az alaptermék hozamának szórása
  (tizedestörtként megadandó, nem százalékban)
  #r: diszkontáláshoz használt éves hozam
  (tizedestörtként megadandó, nem százalékban)
  #t: az opció lejáratáig hátralévő idő (években mérve, tizedestörtként)

  #Hiányos adatok vagy negatív t esetén visszatér hibaüzenettel
  if(is.null(S) || is.null(K) || is.null(szigma) || is.null(r) || is.null(t)) {
    return("Paraméter hiányzik! Pótolandó!")
  }

  if(t<0) {
    return("Negatív hátralévő idő! Javítandó!")
  }
}

```

```

#Eredmény visszaadása a hátralévő időtől függően
if(t==0){
  return(max(0, K-S))
}

if(t>0){
  L=sigma*sqrt(t)
  Q=exp(-r*t)
  d1=(1/L)*(log(S/K)+r*t+(L*L*t/2))
  d2=d1-L
  N_d1=pnorm(-d1)
  N_d2=pnorm(-d2)

  return(Q*K*N_d2-S*N_d1)
}
}

###
###Black--Scholes-modellbeli call opció CVA kockázatát kiszámító függvény
###

BS_CVA_call<-function(LGD, CS, T, r_T, S0, K, arak, becsles_start, becsles_veg, MC) {
  ##LGD: nemteljesítéskori veszteségráta (tizedestörteként megadva),
  azaz Loss Given Default
  ##CS: hitelkockázati felár (bázispontokban megadva), azaz Credit Spread
  ##T: lejárat (években mérve)
  ##r_T: lejáratához tartozó kockázatmentes hozam (tizedestörteként megadva)
  ##S0: az opció ára ma
  ##K: kötési árfolyam
  ##arak: a kiinduló paraméterek becsléséhez használt adatsor
  ##becsles_start: paraméterbecsléshez használt idősor kezdő időpontja

```

```

##becsles_veg: paraméterbecsléshez használt idősor végső időpontja
##MC: Monte Carlo-szimulációk száma

CS=CS/100
mu_becs=BS_param_becs(arak, becsles_start, becsles_veg)$mú
szigma_becs=BS_param_becs(arak, becsles_start, becsles_veg)$szigma

D_0=1
EE_0=BS_call(S0,K,szigma_becs,r_T,T)

D_T=exp(-r_T*T)
S_T_szim=GBM_MC(S0,round(T*252),mu_becs,szigma_becs,MC,1/252)
EE_T_szim=sapply(S_T_szim, BS_call, K=K, szigma=szigma_becs, r=r_T+CS,t=0)
EE_T=mean(EE_T_szim)

CVA=LGD*max(0, (exp(-CS*0/LGD)-exp(-CS*T/LGD)))*(EE_0*D_0+EE_T*D_T)/2

return(CVA)
}

###
###Black--Scholes-modellbeli put opció CVA kockázatát kiszámító függvény
###

BS_CVA_put<-function(LGD, CS, T, r_T, S0, K, alak, becsles_start, becsles_veg, MC) {
  ##LGD: nemteljesítéskori veszteségráta (tizedestörteként megadva),
  azaz Loss Given Default
  ##CS: hitelkockázati felár (bázispontokban megadva), azaz Credit Spread
  ##T: lejárat (években mérve)
  ##r_T: lejáratához tartozó kockázatmentes hozam (tizedestörteként megadva)
  ##S0: az opció ára ma

```



```

##K: kötési árfolyam
##arak: a kiinduló paraméterek becsléséhez használt adatsor
##becsles_start: paraméterbecsléshez használt idősor kezdő időpontja
##becsles_veg: paraméterbecsléshez használt idősor végső időpontja
##MC: Monte Carlo-szimulációk száma

CS=CS/100
mu_becs=BS_param_becs(arak, becsles_start, becsles_veg)$mú
szigma_becs=BS_param_becs(arak, becsles_start, becsles_veg)$szigma

D_0=1
EE_0=BS_put(S0,K,szigma_becs,r_T,T)

D_T=exp(-r_T*T)
S_T_szim=GBM_MC(S0,round(T*252),mu_becs,szigma_becs,MC,1/252)
EE_T_szim=sapply(S_T_szim, BS_put, K=K, szigma=szigma_becs, r=r_T+CS,t=0)
EE_T=mean(EE_T_szim)

CVA=LGD*max(0, (exp(-CS*0/LGD)-exp(-CS*T/LGD)))*(EE_0*D_0+EE_T*D_T)/2

return(CVA)
}

```

C. függelék

A Heston-modellhez felhasznált kódk

```
###  
###Heston-modellbeli call és put opció értékét kiszámító függvény  
###A jelölések a forrásban megtalálható képlethez igazodnak.  
###Forrás: Roberts, 2014  
###  
  
HestonCallClosedForm <-  
  function(lambda, vbar, eta, rho, v0, r, tau, S0, K) {  
PIntegrand <- function(u, lambda, vbar, eta, rho, v0, r, tau, S0, K, j) {  
  F <- S0*exp(r*tau)  
  x <- log(F/K)  
  a <- lambda * vbar  
  
  if (j == 1) {  
    b <- lambda - rho* eta  
    alpha <- - u^2/2 - u/2 * 1i + 1i * u  
    beta <- lambda - rho * eta - rho * eta * 1i * u
```

```

    } else {
      b <- lambda
      alpha <- - u^2/2 - u/2 * 1i
      beta <- lambda - rho * eta * 1i * u
    }

    gamma <- eta^2/2
    d <- sqrt(beta^2 - 4*alpha*gamma)
    rplus <- (beta + d)/(2*gamma)
    rminus <- (beta - d)/(2*gamma)
    g <- rminus / rplus

    D <- rminus * (1 - exp(-d*tau))/(1-g*exp(-d*tau))
    C <- lambda * (rminus * tau - 2/(eta^2) * log( (1-g*exp(-d*tau))/(1-g) ) )

    top <- exp(C*vbar + D*v0 + 1i*u*x)
    bottom <- (1i * u)
    Re(top/bottom)
  }

P <- function(lambda, vbar, eta, rho, v0, r, tau, S0, K, j) {
  value <- integrate(PIntegrand, lower = 0, upper = Inf,
                    lambda, vbar, eta, rho, v0, r, tau,
                    S0, K, j, subdivisions=1000)$value
  0.5 + 1/pi * value
}

A <- S0*P(lambda, vbar, eta, rho, v0, r, tau, S0, K, 1)
B <- K*exp(-r*tau)*P(lambda, vbar, eta, rho, v0, r, tau, S0, K, 0)
return(list(call=A-B, put=A-B-S0+K*exp(-r*tau)))
}

```

```

###
###Heston-modellhez tartozó Monte Carlo-szimuláció
###A jelölések a forrásban megtalálható képlethez igazodnak.
###Forrás: Roberts, 2014
###

HestonCallMonteCarlo <-
  function(lambda, vbar, eta, rho, v0, r, tau, S0, K, nSteps=2000,
    nPaths=3000, vneg=2) {

    n <- nSteps
    N <- nPaths

    dt <- tau / n

    negCount <- 0

    S <- rep(S0,N)
    v <- rep(v0,N)

    for (i in 1:n)
      {
        W1 <- rnorm(N);
        W2 <- rnorm(N);
        W2 <- rho*W1 + sqrt(1 - rho^2)*W2;

        sqvdt <- sqrt(v*dt)
        S <- S*exp((r-v/2)*dt + sqrt(v * dt) * W1)
      }
  }

```

```

if ((vneg == 3) & (2*lambda*vbar/(eta^2) <= 1)) {
  cat("Variance not guaranteed to be positive
      with choice of lambda, vbar, and eta\n")
  cat("Defaulting to Reflection + Milstein method\n")
  vneg = 2
}

if (vneg == 0){
  ## Absorbing condition
  v <- v + lambda*(vbar - v)* dt + eta * sqvdt * W2
  negCount <- negCount + length(v[v < 0])
  v[v < 0] <- 0
}

if (vneg == 1){
  ## Reflecting condition
  sqvdt <- sqrt(v*dt)
  v <- v + lambda*(vbar - v)* dt + eta * sqvdt * W2
  negCount <- negCount + length(v[v < 0])
  v <- ifelse(v<0, -v, v)
}

if (vneg == 2) {
  ## Reflecting condition + Milstein
  v <- (sqrt(v) + eta/2*sqrt(dt)*W2)^2 - lambda*(v-vbar)*dt
  - eta^2/4*dt
  negCount <- negCount + length(v[v < 0])
  v <- ifelse(v<0, -v, v)
}

if (vneg == 3) {
  ## Alfonsi - See Gatheral p.23
  v <- v -lambda*(v-vbar)*dt +eta*sqrt(v*dt)*W2 - eta^2/2*dt
}

```

```

    }

    negCount <- negCount / (n*N);

    ## Evaluate mean call value for each path
    V <- exp(-r*tau)*(S>K)*(S - K); # Boundary condition for European call
    VP <- exp(-r*tau)*(K>S)*(K-S);
    AV <- mean(V);
    AVP=mean(VP);
    AVdev <- 2 * sd(V) / sqrt(N);

    return(list(call_value=AV, put_value=AVP,lower = AV-AVdev,
               upper = AV+AVdev, zerohits = negCount))
}

###
###Heston-modellhez tartozó volatilitás és paraméterbecslő függvény
###A jelölések részben a forrásban megtalálható képlethez igazodnak.
###Forrás: Geier, 2015
###

Heston_MLE_UKF<-function(adatok, idotav_start=NULL, idotav_veg=NULL,
                          vol_becs_idotav_start=idotav_veg+1, vol_becs_idotav_veg=length(adatok),
                          delta_t=1) {
  #adatok: a paraméterbecsléshez felhasznált teljes adatsor
  (feltételezem, hogy időrendben visszafelé szerepelnek az árfolyam adatok)
  #idotav_start: az adatsor kezdőpontja, ahonnan vegyük a részmintát a becsléshez
  #idotav_veg: az adatsor végpontja, ameddig vegyük a részmintát a becsléshez
  #vol_becs_idotav_start: volatilitás becsléséhez a kezdő időpont
  #vol_becs_idotav_veg: volatilitás becsléséhez a végső időpont
  #delta_t: milyen gyakoriságú paramétereket becsüljön a függvény

```

(delta_t=1 -> napi, delta_t=5 -> heti, delta_t=20 -> havi, delta_t=250 -> évi)

#Hibajavítás, illetve hiánypótlás

#Ha az időtávok rosszul vannak megadva vagy nem lettek megadva,
akkor a teljes adatsorra történik a paraméterbecslés

#Ha a delta_t nem egész, akkor egészre kerekítem, ha 1-nél kisebb,
akkor 1-et vesz fel értékül

```
if(is.null(idotav_start) || idotav_start<1 || idotav_start>length(adatok)){  
  idotav_start=1  
}
```

```
if(round(idotav_start)!=idotav_start){  
  idotav_start=round(idotav_start)  
}
```

```
if(is.null(idotav_veg) || idotav_veg<1 || idotav_veg>length(adatok)){  
  idotav_veg=length(adatok)  
}
```

```
if(round(idotav_veg)!=idotav_veg){  
  idotav_veg=round(idotav_veg)  
}
```

```
if(delta_t<1 || delta_t>length(adatok)){  
  delta_t=1  
}
```

```
if(round(delta_t)!=delta_t){  
  delta_t=round(delta_t)  
}
```

```
dt=1/252
```

```
#Technikai adatok meghatározása, eredményvektorok létrehozása
```

```
adatsor_hossz=min(round((idotav_veg-idotav_start)/delta_t), length(adatok))
```

```
loghozamok=rep(0,adatsor_hossz)
```

```
for(j in 1:(adatsor_hossz)){
```

```
  loghozamok[j]=log(adatok[idotav_start+(j-1)*delta_t])-
```

```
  log(adatok[idotav_start+j*delta_t])
```

```
}
```

```
loghozamok=rev(loghozamok)
```

```
#alaptermék volatilitása
```

```
vol_becs=rep(0,adatsor_hossz-2)
```

```
#alaptermék driftje
```

```
mu_becs=rep(0,adatsor_hossz-2)
```

```
#volatilitás
```

```
kappa_becs=rep(0,adatsor_hossz-2)
```

```
#
```

```
theta_becs=rep(0,adatsor_hossz-2)
```

```
#
```

```
rho_becs=rep(0,adatsor_hossz-2)
```

```
#
```

```
szigma_becs=rep(0,adatsor_hossz-2)
```

```
#Kezdeti volatilitás becslése BS paraméterbecslésből
```

```
vol_becs[1]=BS_param_becs(adatok, vol_becs_idotav_start,
```

```
vol_becs_idotav_veg, delta_t)$szigma
```

```
#Kálmán-szűrőhöz szükséges kezdeti feltételezett alaptermék-volatilitás
```

```
#Ezt fogom kalibrálni Kálmán-szűrő segítségével
```



```

vol_seged=GBM_MC(vol_becs[1], adatsor_hossz-2, 0.005, 0.05, 1, 1/252)

kappa<-Var("kappa")
theta<-Var("theta")
sigma<-Var("sigma")
rho<-Var("rho")
mu<-Var("mu")
vol_seged_i<-Var("vol_seged_i")
vol_seged_i_1<-Var("vol_seged_i_1")
loghozamok_i_1<-Var("loghozamok_i_1")

fuggveny3<-function(kappa,theta,sigma,rho,mu,loghozamok_i_1, vol_seged_i_1,
vol_seged_i) Sym("-log(",2*pi,")-log(",sigma,")-log(",vol_seged_i,")-",
0.5,"*(log(",1,"-",rho,"*",rho,))-((",loghozamok_i_1,"-",1,"-",mu,")*
(",loghozamok_i_1,"-",1,"-",mu,)))/(",2,"*",vol_seged_i,"*((",1,
"-",rho,"*",rho,)))+(",rho,"*(",loghozamok_i_1,"-",1,"-",mu,")*
(",vol_seged_i_1,"-",vol_seged_i,"-",theta,"*",kappa,"+",kappa,"*",vol_seged_i,)))/
(",vol_seged_i,"*",sigma,"*((",1,"-",rho,"*",rho,)))-
((",vol_seged_i_1,"-",vol_seged_i,"-",theta,"*",kappa,"+",kappa,"*
",vol_seged_i,")*(",vol_seged_i_1,"-",vol_seged_i,"-",theta,"*",kappa,"+",kappa
,"*",vol_seged_i,)))/(",2,"*",sigma,"*",sigma,"*",vol_seged_i,"
*(",1,"-",rho,"*",rho,))")
osszeg=0

for(i in 1:(adatsor_hossz-2)){
  osszeg=Sym(osszeg,"+",fuggveny3(kappa,theta,sigma,rho,mu,
  loghozamok[i+1], vol_seged[i+1], vol_seged[i]))
}

kappa_fv<-function(kappa, theta, sigma, rho, mu) eval(D(parse(text=osszeg),'kappa'))

```

```

theta_fv<-function(kappa, theta, sigma, rho, mu) eval(D(parse(text=osszeg),'theta'))
sigma_fv<-function(kappa, theta, sigma, rho, mu) eval(D(parse(text=osszeg),'sigma'))
rho_fv<-function(kappa, theta, sigma, rho, mu) eval(D(parse(text=osszeg),'rho'))
mu_fv<-function(kappa, theta, sigma, rho, mu) eval(D(parse(text=osszeg),'mu'))

megoldas=c(kappa, theta, sigma, rho, mu)

model<-function(megoldas) {
  kappa_mego<-kappa_fv(megoldas[1], megoldas[2], megoldas[3], megoldas[4],
megoldas[5])
  theta_mego<-theta_fv(megoldas[1], megoldas[2], megoldas[3], megoldas[4],
megoldas[5])
  sigma_mego<-sigma_fv(megoldas[1], megoldas[2], megoldas[3], megoldas[4],
megoldas[5])
  rho_mego<-rho_fv(megoldas[1], megoldas[2], megoldas[3], megoldas[4],
  megoldas[5])
  mu_mego<-mu_fv(megoldas[1], megoldas[2], megoldas[3], megoldas[4],
megoldas[5])

  c(kappa_mego=kappa_mego,theta_mego=theta_mego,sigma_mego=sigma_mego,
rho_mego=rho_mego,mu_mego=mu_mego)
}

mego=multiroot(f=model, start=c(0.01,0.01,0.01,0.01,0.01))

parameters=c(mego$f.root)
kappa_becs[1]=parameters[["kappa_mego"]]
theta_becs[1]=parameters[["theta_mego"]]
szigma_becs[1]=parameters[["sigma_mego"]]
rho_becs[1]=parameters[["rho_mego"]]
if (rho_becs[1] > 1) {

```

```

    rho_becs[1] = 0.99999
}
if (rho_becs[1] < -1) {
    rho_becs[1] = -0.99999
}
mu_becs[1]=parameters[["mu_mego"]]

n = adatsor_hossz
L = 3
alpha = 0.001
k = 3-L
beta = 2
eps = 0.00001
lambda = alpha^2*(L+k)-L

X=matrix(9999, nrow=1,ncol=7)
X_a=matrix(9999, nrow=3,ncol=7)
Y=matrix(9999, nrow=1,ncol=7)
estimates=matrix(9999999, nrow=1, ncol=n)

u=rep(0,n-1)
v=rep(0,n-1)

u[1] = 0
v[1] = 1

vol = rep(0, n-2)

estimates[1] = logS[1] + eps
estimates[2] = logS[1] + eps

```

```

x = (vol_becs[1])^2
xa=c(x,0,0)
Pa = diag(3)
Pa[1,1] = 0.1

Wm=rep(0,2*L+1)
Wm[1]=lambda/(L+lambda)
for(j in 2:(2*L+1)) {
  Wm[j]=0.5/(L+lambda)
}

Wc=Wm
Wc[1]= Wc[1] + (1-alpha^2+beta)

logS=rep(0, adatsor_hossz)
logS=loghozamok

for (t in 2:(adatsor_hossz-2)){

  Kappa = kappa_becs[t-1]
  Theta = theta_becs[t-1]
  Eta = szigma_becs[t-1]
  Rho = rho_becs[t-1]
  if (Rho > 1) {
    Rho = 0.99999
  }
  if (Rho < -1) {
    Rho = -0.99999
  }
  Mu = mu_becs[t-1]

```

```

vol[t-1] = sqrt(x)

X_a[,1]=matrix(xa)

for(i in 1:L) {
  for(j in 1:L) {
    if(i == j) {
      if(Pa[i,j] < 0.000001) {
        Pa[i,j] = 0.000001
      }
    }
    else {
      if(Pa[i,j] < 0.000001) {
        Pa[i,j] = 0
      }
    }
  }
}

while (!is.positive.definite(chol(Pa))) {
  Pa = Pa + 0.001*diag(sqrt(length(Pa)))
}

Pa_chol = chol(Pa)

for(l in 2:(L+1)) {
  for(i in 1:L) {
    X_a[i,l] = xa[i] + (sqrt(L+lambda)*Pa_chol[i,l-1])
  }
}

```

```

}

for(l in (2+L):(2*L+1)) {
  for(i in 1:L) {
    X_a[i,l] = xa[i] - (sqrt(L+lambda)*Pa_chol[i,l-L-1])
  }
}

for (l in 1:(2*L+1)) {
  if (X_a[1,l] < 0) {
    X_a[1,l] = 0.0001
  }
  X[l] = X_a[1,l]+(Kappa*Theta-(Mu*Rho*Eta)-
(Kappa-0.5*Rho*Eta)*X_a[1,l])*dt+Rho*Eta*(logS[t]-logS[t-1])
+Eta*sqrt((1-(Rho^2))*dt*X_a[1,l])*X_a[2,l]
}

x1=0
for (l in 1:(2*L+1)) {
  x1 = x1 + Wm[l]*X[l]
}

P1 = 0
for(l in 1:(2*L+1)) {
  P1 = P1 + Wc[l]*((X[l]-x1)^2)
}

yhat = 0
for(l in 1:(2*L+1)) {
  if(X[l] < 0) {
    X[l] = 0.00001
  }
}

```

```

    }
    Y[l] = logS[t] + (Mu - 0.5*X[l])*dt + sqrt(X[l]*dt)*X_a[3,1]

    yhat = yhat + Wm[l]*Y[l]
}

Pyy = 0
for(l in 1:(2*L+1)) {
    Pyy = Pyy + Wc[l]*((Y[l]-yhat)^2)
}

Pxy = 0
for(l in 1:(2*L+1)) {
    Pxy = Pxy + Wc[l]*(X[l]-x1)*(Y[l]-yhat)
}

K = Pxy/Pyy

u[t] = logS[t+1] - yhat
v[t] = Pyy
estimates[t+1] = yhat

x = x1 + K*(logS[t+1]-yhat)
P = P1 - ((K^2)*Pyy)

xa[1] = x
Pa[1,1] = P

if (x < 0) {
    x=0.0001
}

```

```

}

vol_segéd[t]=sqrt(x)

kappa<-Var("kappa")
theta<-Var("theta")
sigma<-Var("sigma")
rho<-Var("rho")
mu<-Var("mu")
vol_segéd_i<-Var("vol_segéd_i")
vol_segéd_i_1<-Var("vol_segéd_i_1")
loghozamok_i_1<-Var("loghozamok_i_1")

fuggvény3<-function(kappa,theta,sigma,rho,mu,loghozamok_i_1,
vol_segéd_i_1, vol_segéd_i) Sym("-log(",2*pi,")-log(",sigma,")-
log(",vol_segéd_i,")-",0.5,"*(log(",1,"-",rho,"*",rho,))-
(",loghozamok_i_1,"-",1,"-",mu,")*(",loghozamok_i_1,"-",
1,"-",mu,)))/(",2,"*",vol_segéd_i,"*(",1,"-",rho,"*",rho,))+
(",rho,"*(",loghozamok_i_1,"-",1,"-",mu,")*(",vol_segéd_i_1,"-",vol_segéd_i,
"-",theta,"*",kappa,"+",kappa,"*",vol_segéd_i,)))/
(",vol_segéd_i,"*",sigma,"*(",1,"-",rho,"*",rho,))-
(",vol_segéd_i_1,"-",vol_segéd_i,"-",theta,"*",kappa,
"+",kappa,"*",vol_segéd_i,")*(",vol_segéd_i_1,"-",vol_segéd_i,
"-",theta,"*",kappa,"+",kappa,"*",vol_segéd_i,)))/(",
2,"*",sigma,"*",sigma,"*",vol_segéd_i,"*(",1,"-",rho,"*",rho,))")
osszeg=0

for(i in 1:(adatsor_hossz-2)){
  osszeg=Sym(osszeg,"+",fuggvény3(kappa,theta,sigma,
rho,mu,loghozamok[i+1], vol_segéd[i+1], vol_segéd[i]))

```



```
}
```

```
kappa_fv<-function(kappa, theta, sigma, rho, mu) eval(D(parse(text=osszeg),'kappa'))  
theta_fv<-function(kappa, theta, sigma, rho, mu) eval(D(parse(text=osszeg),'theta'))  
sigma_fv<-function(kappa, theta, sigma, rho, mu) eval(D(parse(text=osszeg),'sigma'))  
rho_fv<-function(kappa, theta, sigma, rho, mu) eval(D(parse(text=osszeg),'rho'))  
mu_fv<-function(kappa, theta, sigma, rho, mu) eval(D(parse(text=osszeg),'mu'))
```

```
megoldas=c(kappa, theta, sigma, rho, mu)
```

```
model<-function(megoldas) {  
  kappa_mego<-kappa_fv(megoldas[1], megoldas[2], megoldas[3], megoldas[4],  
    megoldas[5])  
  theta_mego<-theta_fv(megoldas[1], megoldas[2], megoldas[3], megoldas[4],  
    megoldas[5])  
  sigma_mego<-sigma_fv(megoldas[1], megoldas[2], megoldas[3], megoldas[4],  
    megoldas[5])  
  rho_mego<-rho_fv(megoldas[1], megoldas[2], megoldas[3], megoldas[4],  
    megoldas[5])  
  mu_mego<-mu_fv(megoldas[1], megoldas[2], megoldas[3], megoldas[4],  
    megoldas[5])  
  
  c(kappa_mego=kappa_mego,theta_mego=theta_mego,sigma_mego=sigma_mego,  
    rho_mego=rho_mego,mu_mego=mu_mego)  
}
```

```
mego=0
```

```
mego=multroot(f=model, start=c(0.01,0.01,0.01,0.01,0.01))
```

```

parameters=0
parameters=c(mego$f.root)

kappa_becs[t]=parameters[["kappa_mego"]]
theta_becs[t]=parameters[["theta_mego"]]
szigma_becs[t]=parameters[["sigma_mego"]]
rho_becs[t]=parameters[["rho_mego"]]
if (rho_becs[t] > 1) {
  rho_becs[t] = 0.99999
}
if (rho_becs[t] < -1) {
  rho_becs[t] = -0.99999
}
mu_becs[t]=parameters[["mu_mego"]]

Pa[2,1] = 0
Pa[1,2] = 0
Pa[2,3] = 0
Pa[3,2] = 0
Pa[1,3] = 0
Pa[3,1] = 0

}
eredmeny_lista=list()
eredmeny_lista[["kappa"]]<-c(kappa_becs[1:(adatsor_hossz-2)])
eredmeny_lista[["theta"]]<-c(theta_becs[1:(adatsor_hossz-2)])
eredmeny_lista[["szigma"]]<-c(szigma_becs[1:(adatsor_hossz-2)])
eredmeny_lista[["rho"]]<-c(rho_becs[1:(adatsor_hossz-2)])
eredmeny_lista[["mu"]]<-c(mu_becs[1:(adatsor_hossz-2)])
eredmeny_lista[["vol"]]<-c(vol_seged[1:(adatsor_hossz-2)])

```

```
return(eredmeny_lista)
#return(vol_seg[1:(adatsor_hossz-2)])
}
```

Felhasznált irodalom

1. Basel Committee on Banking Supervision (1988): International Convergence of Capital Measurement and Standards. Bank for International Settlements, Bazel.
2. The Council of the European Communities (1989): COUNCIL DIRECTIVE of 18 December 1989 on a solvency ratio for credit institutions (89/647/EEC). Official Journal of the European Communities. No L 386, 18.12.1989, pp. 1.
3. Basel Committee on Banking Supervision (1998): International Convergence of Capital Measurement and Standards. Bank for International Settlements, Bazel.
4. Basel Committee on Banking Supervision (2004): International Convergence of Capital Measurement and Standards – A Revised Framework. Bank for International Settlements, Bazel.
5. Basel Committee on Banking Supervision (2009): History of the Basel Committee and its Membership. Bank for International Settlements, Bazel.
6. Basel Committee on Banking Supervision (2011): Basel III: A global regulatory framework for more resilient banks and banking systems. Bank for International Settlements, Bazel.
7. Basel Committee on Banking Supervision (2013): Fundamental review of the trading book: A revised market risk framework. Bank for International Settlements, Bazel.
8. Basel Committee on Banking Supervision (2018): The BIS: Promoting global monetary and financial stability through international cooperation. Bank for International Settlements, Bazel.

In: https://www.bis.org/about/profile_en.pdf (Utolsó letöltés: 2019.05.09.)

9. Radnai, M. – Vonnák, Dzs. (2010): Banki tőke megfelelési kézikönyv, Alinea Kiadó.
10. Radnai, M. – Vonnák, Dzs. – Bóta, N. (2019): Banki tőke megfelelési kézikönyv. Második kötet. Alinea Kiadó.
11. J. P. Morgan (1994): RiskMetrics Technical Document.
12. Csóka, P. (2003): Koherens kockázatmérés és tőkeallokáció. Közgazdasági Szemle, L. évf., 2003. október, pp. 855–880.
13. Acerbi, C. – Székely, B. (2014): Backtesting Expected Shortfall. Introducing three modelindependent, non-parametric back-test methodologies for Expected Shortfall, working paper.
14. Európai Közösségek Tanácsa (1993): 93/6/EGK irányelve a befektetési vállalkozások és hitelintézetek tőke megfeleléséről, Brüsszel.
15. Európai Parlament és a Tanács (2013): 575/2013/EU rendelete a hitelintézetekre és befektetési vállalkozásokra vonatkozó prudenciális követelményekről, Brüsszel.
16. Európai Bizottság (2014): 680/2014/EU végrehajtási rendelete az intézmények 575/2013/EU európai parlamenti és tanácsi rendelet szerinti felügyeleti adatszolgáltatása tekintetében végrehajtás-technikai standardok megállapításáról
17. Rosen, D., Saunders, D. (2012): Cva the wrong way. Journal of Risk Management in Financial Institutions, Vol. 5, pp. 252–272.
18. Douglas, R. – D. Pugachevsky (2012): Alternate Methods for Calculating CVA Capital Charges under Basel III, Quantifi, white paper.
19. Pálosi-Németh, B. (2012): Partnerkockázat – a pénzügyi piacok átalakulásának origója. Hitelintézeti Szemle, 11. évf. 6. szám, pp. 479-504.
20. Simaitis, S., de Graaf, C. S. L., Hari, N., Kandhai, D. (2016): Smile and Default: The Role of Stochastic Volatility and Interest Rates in Counterparty Credit Risk. Quantitative Finance, Vol. 16., No. 11, pp. 1725-1740.
21. Feng, Y.Q. (2017): CVA under Bates Model with Stochastic Default Intensity. Journal of Mathematical Finance, Vol. 7, pp. 682-698.
22. Benjelloun, M. (2019): Stochastic modelling of the loss given default (LGD) for

non-defaulted assets, Chappuis Halder & Co., white paper.

23. Black, F., Myron Scholes, M. (1973): The Pricing of Options and Corporate Liabilities. *Journal of Political Economy*. Vol. 81, No. 3, pp. 637–654.

24. Heston, S. L. (1993): A Closed-Form Solution for Options with Stochastic Volatility with Applications to Bond and Currency Options. *The Review of Financial Studies*. Vol. 6., No. 2, pp. 327–343.

25. Államadósság Kezelő Központ Zrt. (2019): Zérókupon-hozamgörbe.

In: [http : //akk.hu/hu/statisztika/hozamok-indexek-forgalmi-adatok/zerokupon-hozamgorbe](http://akk.hu/hu/statisztika/hozamok-indexek-forgalmi-adatok/zerokupon-hozamgorbe) (Utoljára letöltve: 2019.04.29.)

26. Geier, G. F. (2015): Kalman Filtering for the Heston model with Matlab code, Part 2.

In: [http : //gormgeier.com/blog/2015/03/kalman-filtering-for-the-heston-model-with-matlab-code-part-2/](http://gormgeier.com/blog/2015/03/kalman-filtering-for-the-heston-model-with-matlab-code-part-2/)

27. Roberts, D. (2014): heston.r.

In: [https : //github.com/daleroberts/heston/blob/master/heston.r](https://github.com/daleroberts/heston/blob/master/heston.r)