Supply Chain Management

Deme Roland

2002. július 1.

Tartalomjegyzék

Kivonat

Manapság már kezdjük megszokni a nyugati típusú piacgazdaság előnyeit és hátrányait. A boltokban semmiben sincs hiány. Mindent megkaphatunk, amit csak szeretnénk. Olyan szolgáltatások közül választhatunk, melyek 10-15 éve még elképzelhetetlenek voltak. Szinte magától értetődő, hogy minél előbb, minél jobb, és minél olcsóbb termékeket szeretnénk vásárolni. Az a témakör, amit e dolgozatban vizsgálok, és melynek neve: Supply Chain Management, SCM (beszerzési lánc kezelése), már eddig is igen nagymértékben segítette elő a gazdaság ezirányú fejlődését. A logisztikának ez a speciális ága a vállalatok rendszereivel foglalkozik, végig kíséri a termékek előállítását a nyersanyagtól egészen a fogyasztókig négy fontos szintet érintve:

- gyártó
- disztribútor
- nagykereskedő
- kiskereskedő

Az SCM-en belül igen fontos terültet az információ fontosságának vizsgálata. Tudjuk manapság már nem a pénz, nem a természeti erőforrások a legdrágábbak, hanem az **információ**. Fontos, hogy a rendelkezésünkre álló tudást hogyan hasznosítjuk, mennyit osztunk meg másokkal, mivel ezzel csökkentjük annak értékét. Tehát a dolgozat első felében e témakört boncolgatom.

Ezután pedig rátérek napjaink egyik legégetőbb kérdésére:

A globális vállalatoknak versenyelőnyt jelentenek-e a multinacionális hálózataik?

A kérdés megválaszolására nincs szükség matematikai képletekre: azon cégek, melyek képesek erőforrásaikat úgy mozgatni a különböző országok, födrészek között, hogy azzal relatív profithoz jussanak, sokkal kedvezőbb pozícióban vannak, mint azok a kis helyi vállalatok, melyek csak egy adott régiót képesek lefedni. Az viszont, hogy milyen természetű ez az előny, már csak pontos matematikai modellek segítségével adható meg.

A mai kutatások inkább az utóbbi területen intenzívek, köszöntető ez

annak, hogy az információ fontosságát az elmúlt 30 évben már több oldalról körbejárták, ezzel szemben a globális vállalatok témaköre, csak az utóbbi néhány évben került a figyelem középpontjába.

1. Az információ fontossága

1.1. Bevezetés

Ebben a fejezetben a láncon belüli információhiányból származó problémákat vizsgálom. Segítségemre lesz az irodalomjegyzékben szereplő első hat cikk. A most vizsgálandó jelenséget – melyet az alábbiakban vázolok – Forrester[7] már 1961-ben felfedezte, de matematikai modellezése csak a 1980-as évek gyümölcse. Sterman[8] 1989-es modellje – amely egy 4 szereplős láncot vizsgál – matematikailag még nem precíz, de már ezen is látszik, hogy az egyes szinteken a rendelések varianciája meghaladja a keresletét.
Más közgazdászok (Holt[9], Blinder[10], Blanchard[11]) eredményei viszont pont a fenti következtetés ellenkezőjét fejtegetik. Szerintük a készletfelhalmozás a keresletváltozás kiküszöbölésére szolgál, segítségével a termelés hatékonyabbá válik.
Ezen elentmondásosságot az 1980-as évek közepén Calpin[12] és Blinder[13] oldotta fel, amikor is bebizonyították, hogy az order-up-to-S statégia[1] optimális, ha a vállalati környezet ideális minden szempontból[2]. Bizonyításukból kiderült, hogy a rendelések varianciája a nagyobb.
A fentiek miatt – az egész rendszert vizsgálva – a következő észrevétel triviálissá válik:
Ahogy haladunk felfelé a láncon, a varianciák egyre nagyobb mértékben nőnek, így a fentebbi szinteken elvész, de legalábbis átalakul a fogyasztók tényleges keresleti függvénye. Ezt a dolgot bullwhip–effektusnak nevezi a szakirodalom.
Kezdetnek álljon itt három modell, melyek vizsgálata előrevetíti az effektust kiváltó okokat. Mindháromban egy gyártó, és egy kiskereskedő van. Ezen modellek, és a velük kapcsolatos eredmények, melyeket itt megemlítek, [4]-ben találhatók.

[1]Ez az elv módosítása a jól ismert (s, S) készletgazdálkodási eljárásnak – mely a készlet s szint alá esése esetén az S szintre való feltöltést jelent – méghozzá úgy, hogy a készleteket a lehető legközelebb tartjuk az S szinthez.

[2]Bővebben lásd a következő alfejezetben.

1. Az első a tradícionális modell, melyben a szállító semmit sem tud a vevő előrejelzési módszeréről, illetve a fogyasztói keresletről.
2. Ebben a modellben a gyártó tudja, hogy a kiskereskedő order-up-to-S elvet követ, illetve megkapja a fogyasztási adatokat is. Ezen raktározási elv optimalitását, és a módszerbeli optimális készletszint idő szerinti monoton növekedését Gavirneni[14] bizonyította.
3. Az utolsó, legerősebb modellben a gyártó naponta megkapja a kiskereskedő készleteire és a fogyasztói keresletre vonatkozó adatokat. Mivel ez az előző modell speciális esete, így minden ottani megállapítás itt is igaz.

A fenti modellekre Gavirneriék[4] elvégeztek egy elemzést, melyet az alábbiakban ismertetek: Összesen 1300 lehetőséget vizsgáltak. A független, azonos eloszlású fogyasztói keresletek eloszlását kilenc függvénnyel becsülték:

- $N(20,20)$; $N(20,10)$; $N(20,5)$;
- $U(0,40)$; $U(10,30)$; $U(15,25)$;
- $Exp(20)$;
- $Erlang(2,10)$; $Erlang(4,5)$[3].

A raktározási költség: $c = 14$ darabonként. A hiányból adódó büntetés $h = 1$ és $h = 5$ közötti értékeket vehet fel (1-es lépésköz). A kapacitások $C = 25$ és $C = 65$ között változnak (10-es lépésköz). A maximális, és a minimális készletszintek különbsége $\Delta = 50$ és $\Delta = 300$ között változik (50-es lépésköz). Az elemzésből kiderült, hogy a teljes költség monoton növekszik h-ban, és a varianciában; illetve csökken C-ben. A három modell összehasonlítására a megtakarítások elemzése volt alkalmas, melyből kiderült, hogy a 3. modell kissebb összköltséget eredményez a másodiknál, az pedig az elsőnél. Tehát az információ mindig hasznos.
Meg kell még jegyezni azt az eredményt, amely szerint a legjobb megtakarítások a normális, a legrosszabbak az egyenletes eloszlás esetén léptek fel. Például a C szerinti információhasznosság monoton növekedő volt: normális eloszlásra az egyes modellről a kettesre való áttérés $C = 25$-re 10%-os,

[3]Az n. rendű, λ paraméterű Gamma eloszlás másik neve.

$C = 65$-re 30%-os megtakarítást eredményezett; ugyanez az adat a kettes és a hármas modell viszonyában pedig 3% és 25% volt; a többi eloszlásra is hasonló eredmények születtek. Ez várható is volt, de c szerinti vizsgálatnál érdekes dolog derült ki: az utóbbi modellek megtakarításainak aránya a kis szórású normális, és az egyenletes eloszlásokra növekedett ezen faktorban, szemben a nagy szórású normális, és a Erlang eloszlásokkal, amelyekre éppen ellenkezőleg: csökket c-ben.
Megvizsgálták még az optimális készletszintet az 1. modellre, Exp(20), és $h = 5$ raktározási költségekre, a $C = 25, 45, 65$ teljes kapacitásokra. Mindhárom kapacitásra $t = 2, 3$-ig az optimális készletszint 0 közeli, majd hirtelen 55 körülire ugrott, innen lassan emelkedett 80-ig. Ebből az alábbi következtetést vonták le, melyet Gavirneni [14] be is bizonyított.

tétel 1.. *Kapacitáskorlátok nélkül, ha az i. pillanatban a gyártó optimális készletszintjét S_i jelöli, és a kiskereskedő (s, S) elvet követ, igazak az alábbiak:*

1. $S_i = 0, \forall\ i < i^*$
2. $S_{i^*} \geq \Delta$, *ahol* $\Delta = S - s$
3. $S_k \leq \Delta + \gamma\ k \geq i^*$

ahol $i^* = \min\{i | p_i > h/(h+c)\}$, *és* $\gamma = \inf\{y | \Psi(y) \geq c/(h+c)\}$.
Itt $p_i = P(\sum_{j=1}^{i+1} d_j \geq \Delta \big| \sum_{j=1}^{i} d_j < \Delta)$, d_j *a fogyasztói kereslet a j. pillanatban, és* $\Psi(\cdot)$ *a végtermék keresletének eloszlásfüggvénye.*

1.2. Mik lehetnek a kiváltó okok?

Az előző részben megemlítettem az ideális környezetet, ez az alábbi szempontok szerinti vizsgálatot jelenti. Tehát, ha midegyik pontban az IDEÁLIS eset áll fenn, akkor az (s,S) eljárás optimális lesz. Négy fontos területet kell megvizsgáli, melyek a következők:

1. Hogyan becsüljük a keresletet?

   PROBLÉMA

   A keresletet az eddigi összes kereslet segítségével becsüljük.

IDEÁLIS

A régi adatokat nem használjuk előrejelzésre, csak a legújabbat.

2. Mennyi áll rendelkezésre a beszerzendő termékből?

   PROBLÉMA

   A beszerzendő termék szűkössége.

   IDEÁLIS

   Korlátlan mennyiséget rendelhetünk, és azt meg is kapjuk.

3. Van-e fix rendelési költség?

   PROBLÉMA

   A fixköltség miatt a rendelés darabolása.

   IDEÁLIS

   Nincs fixköltség, így nincs szükség a rendelés darabolására.

4. Hogyan alakul az ár az időben?

   PROBLÉMA

   Az ár nem stacionárius idősort alkot.

   IDEÁLIS

   A termék ára stacionárius az időben.

Az első és a harmadik pontok összefüggenek, mivel mindkettőben a cél a saját készletoptimum elérése. Ezzel szemben a másik két pontban az a kérdés: hogyan követi a vállalat a piac dinamikáját.

1.3. Elemzés

1.3.1. Előrejelzés a régi keresletekkel

Most szorítkozzunk az egyszerűség kedvéért egy olyan egytermékes beszerzési láncra, mely egy gyártóból és egy kiskereskedőböl áll, habár az alábbi elemzés elmondható a disztribútor—nagykereskedő viszonyára is. Legyen a modellünk egy időben nemstacionárius keresletű, többperiódusú készletezési modell, melyben a kereslet-előrejelzést minden egyes periódusban újraszámolják a meglévő adatok tükrében (Heyman és Sobel[15]). Ilyen esetben az

order-up-to készletszint is nemstacionárius. Tegyük fel például, hogy a kiskereskedő egy igen erős keresletemelkedést észlel az egyik periódusban. Ezt úgy értelmezi, hogy egyre nagyobb kereslettel kell szembenéznie, így az újragondolt előrejelzés következtében egy igen magas rendelést ad le. Ilyen, és ehhez hasonló esetekben használatos ú.n. Bayesiánus–modellek Azoury[16], Kahn[17], és Miller[18] műveiben találhatók.
Most a modell felépítésénél használt fogalmakat definiálom, és jelölöm el. Ezután adom meg azt a sztochasztikus programot, amely megoldása az optimális elvhez vezet.

S_t : az optimális order-up-to készletszint a t. időpillanatban, melyet az $S_t = S_{t-1} + \Delta_t$ egyenlettel kapunk, ahol Δ_t az előrejelzés módosításának hatása. Az S_t-ben benne van a raktáron lévő készlet, és a már leadott rendelés is.

L : a rendelés leadása és a termék megérkezése közötti csúszásidő. Az egyszerűség kedvéért feltesszük, hogy a felesleges készlet ingyen visszaküldhető (Kahn).

q_t : A rendelési mennyiség a t. periódusban, melyet mindig a periódus elején kell leadni, a periódus ú.n. döntési pontjában. Ezután érkezik meg a L-lel ezelőtt rendelt mennyiség, majd ezután kell a t-ben fellépő keresletet kielégíteni. A ki nem elégített kereslet hátralék lesz.

h, p, c : A termék raktározási-, hiány miatti büntetési-, illetve rendelési költségei.

β : A periódusonkénti diszkontálási tényező.

x^+ : Az x pozitív része, azaz: $x^+ = max(x, 0)$.

D_t : A kereslet a t. periódusban, melyet a $D_t = d + \varrho D_{t-1} + u_t$ képlet alapján számolunk, itt $-1 < \varrho < 1$ konstans, ami a korrelációt jelzi; az u_t pedig független azonos eloszlású valószínűségi változók $N(0, \sigma)$ közös eloszlásfüggvénnyel. Feltétel, hogy $d \gg \sigma$, mivel így $P(D_t > 0) = 1$ elérhető.

Ezen jelölések mellett a következő sztochasztikus program írható fel:

$$\min_{(S_t)} \left[\sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} E_1 \left[cq_t + \beta^L g \left(S_t, \sum_{i=t}^{t+L} D_i \right) \right] \right]$$

ahol

$$g\left(S_t, \sum_{i=t}^{t+L} D_i\right) = h \cdot \left(S_t - \sum_{i=t}^{t+L} D_i\right)^+ + p \cdot \left(\sum_{i=t}^{t+L} D_i - S_t\right)^+ .$$

Ez lehet például a diszkontált készletezési és a hiányból adódó büntetési költség L periódussal később [15]. Az E_1 az 1. periódusbeli várható értékét jelöli, ahol csak a $D_i,\ i = 0, -1, -2$ keresletek ismertek.

tétel 2.. *A fenti jelölésekkel az alábbi két állítás igaz:*

(a) Ha $0 < \varrho < 1$, akkor a kiskereskedő rendeléseinek szórásnégyzete szigorúan nagyobb az általa észlelt kereslet varianciájánál.
Azaz $Var(q_t) > Var(D_t)$.

(b) Ha $0 < \varrho < 1$, akkor minél nagyobb a csúszásidő, annál nagyobb a rendlések varianciája.
Azaz $Var(q_t)$ szigorúan monoton növekszik $L-$ben.

Bizonyítás. Ahogyan azt Heyman és Sobel 1984-ben bebizonyította a fenti program megoldható a következő probléma megoldásával:

$$\min_{S_t} \sum_{t=1}^{\infty} \beta^{t-1} G(S_t),\ \textit{ahol } G(S) = c(1-\beta)S + \beta^L E_1[g(S, \sum_{i=1}^{L+1} D_i)].$$

Azt is megmutatták, hogy az $S_1^* = Q_{L+1}^{-1}\left[\frac{p-c(1-\beta)/\beta^L}{h+p}\right]$, ahol Q_{L+1} a $\sum_{i=1}^{L+1} D_i$ első döntési pontbeli valószínűségi változó eloszlásfüggvénye, ami $N(M, \Sigma^2)$ eloszlás.

$$(\textit{Itt } M = d\sum_{k=1}^{L+1} \frac{1-\varrho^k}{1-\varrho} + \frac{\varrho(1-\varrho^{L+1})}{1-\varrho} D_0,\ \Sigma^2 = \sum_{k=1}^{L+1}\sum_{i=1}^{k} \varrho^{2(k-i)}\sigma^2.)$$

$$D_k = d + \varrho D_{k-1} + u_k = d(1+\varrho) + \varrho^2 D_{k-2} + (\varrho u_{k-1} + u_k) = \cdots =$$

$$= d\frac{1-\varrho^k}{1-\varrho} + \varrho^k D_0 + \sum_{i=1}^{k} \varrho^{k-i} u_i, \text{minden } k \geq 1.$$

$$S_1^* = d\sum_{k=1}^{L+1} \frac{1-\varrho^k}{1-\varrho} + \frac{\varrho(1-\varrho^{L+1})}{1-\varrho} D_0 + K^*\sigma\sqrt{\sum_{k=1}^{L+1}\sum_{i=1}^{k} \varrho^{2(k-1)}}, \text{ ahol}$$

$K^* = \Phi^{-1}\left[\frac{p-c(1-\beta)/\beta^L}{h+p}\right]$, itt Φ: standard normális eloszlásfüggvény.

Az optimális rendelés: $q_1^* = S_1^* - S_0^* + D_0 = \dfrac{\varrho(1-\varrho^{L+1})}{1-\varrho}(D_0 - D_{-1}) + D_0,$

$$Var(q_1^*) = Var(D_0) + \left(\frac{\varrho(1-\varrho^{L+1})}{1-\varrho}\right)^2 Var(D_0 - D_{-1}) +$$
$$+2\frac{\varrho(1-\varrho^{L+1})}{1-\varrho} cov(D_0 - D_{-1}, D_0)$$

Mivel D_{-1} és u_0 függetlenek, ezért: $Var(D_0) = Var(D_{-1}) = \sigma^2/(1-\varrho^2),$

$$Var(D_0 - D_{-1}) = 2\sigma^2/(1+\varrho), cov(D_0 - D_{-1}, D_0) = \sigma^2/(1+\varrho).$$

Tehát: $Var(q_1^*) = Var(D_0) + \dfrac{2\varrho(1-\varrho^{L+1})(1-\varrho^{L+2})}{(1+\varrho)(1-\varrho)^2}\sigma^2 > Var(D_0).$

Ezzel az (a) részt bebizonyítottuk, a (b) az utolsó egyenletből szintén látszik.

□

megjegyzés 1.. *Felhívom a figyelmet a következőkre:*

- *A tételből jól látszik, hogy a variancianövekedés akkor következik be, amikor a kiskereskedő elfogadja az új előrejelzést az optimális készletszintre. A tétel kimondja, hogy a szórásnégyzet növekszik L-ben, de vizsgáljuk meg a speciális $L = 0$ esetet.*
  Ekkor $Var(q_1) = Var(D_0) + 2\varrho\sigma^2$, azaz még akkor is van variancianövekedés, ha azonnal megkapjuk a rendelést.
  Tehát lászik, hogy ebben a modellben a felsőbb szinteken lévő vállalatok csak a tőlük rendelt mennyiségekből tudnak a fogyasztók keresletére következtetni. Tehát ők elvesztik a kereslet valódi mintáját, ami igen nagy készletezési problémákhoz vezethet. Triviális a probléma feloldása: a felsőbb szintekre információt kell szolgáltatni.

- *A láncon felfelé haladva egyre nagyobb mértékű ez a torzulás, ezért is kapta a karikásostor nevet.*
- *A lánc tagjai hajlamosak megfeledkezni a már leadott, de még meg nem érkezett rendelésekről, így egyre többet, és többet rendelnek.*

- *Mivel $q_1^* = E_1[D_{L+1}] + \frac{1-\varrho^{L+1}}{1-\varrho}u_0$, így az elején tett feltevés ($d \gg \sigma$) következtében $q_1^* > 0$.*

Egy modell teljes elemzése. Az alábbiakban [2], és [3] alapján közlök néhány észrevételt. Vizsgálatom tárgya egy két szintes beszerzési lánc, melyben minden t. időpillanatban először a kereskedő megkapja a $(t-L)$-edik pillanatbeli rendelését, majd felméri a készleteit, és leadja az új rendelését, végül pedig megpróbálja kielégíteni a fellépő fogyasztói keresletet. Feltehető, hogy order-up-to-S készletezési elvet használ, mivel az optimális az alábbi esetben[4]. Minden ki nem elégített kereslet elnapolódik. Van egy fix csúszásidő, mely a termék megérkezési, és a rendelés–leadás idejének különbsége. A jelölések a következők:

q_t : a rendelési mennyiség a t. időpillanatban.

D_t : a fogyasztói kereslet, melyet a következő összefüggés ad meg:

$$D_t = d + \varrho D_{t-1} + \varepsilon_t$$

$$E(D_t) = \frac{d}{1-\varrho},\ \sigma^2_{D_t} = \frac{\sigma^2}{1-\varrho^2},\ \text{és, ha } \varrho = 0:\ D_t \sim N(d,\sigma)$$

d : nemnegatív konstans

ϱ : a korreláció paramétere, $|\varrho| < 1$

ε_t : független, azonos – $N(0,\sigma)$ – eloszlású valószínűségi változó

y_t : az optimális készletszint becslése: $y_t = \widehat{D}_t^L + z\widehat{\sigma}_{e_t}^L$

$\widehat{D}_t^L$: az L periódusú csúszás alatti várható összkereslet becslése, melyet p-edrendű mozgóátlaggal számolunk,az alábbi egyenlőség szerint:

$$\widehat{D}_t^L = L \cdot \frac{\sum_{i=1}^p D_{t-i}}{p},\ \widehat{\sigma}_{e_t}^L = C_{L,\varrho,p} \cdot \left[\frac{\sum_{i=1}^p (e_{t-i})^2}{p}\right]^{\frac{1}{2}}$$

e_t : az előrejelzés hibája, ha $L=1$ $(e_t = D_t - \widehat{D}_t^1)$

$C_{L,\varrho,p}$: a csúszástól, a kovarianciától, és a mozgóátlag rendjétől függő konstans

z : konstans, melyet úgy választunk, hogy a kívánatos forgalmat elérjük

[4] Az elv optimalitását erre a modellre nem igazolom, a dolgozat további modelljei közül azonban néhányra belátom.

Tehát az $q_t = y_t - y_{t-1} + D_{t-1}$ összefüggés adja a rendelést, ha ez negatív, díjmentesen visszaküldünk az áruból.

$$q_t = y_t - y_{t-1} + D_{t-1} = \widehat{D}_t^L - \widehat{D}_{t-1}^L + z(\widehat{\sigma}_{e_t}^L - \widehat{\sigma}_{e_{t-1}}^L) + D_{t-1} =$$

$$= L\left(\frac{D_{t-1} - D_{t-p-1}}{p}\right) + D_{t-1} + z(\widehat{\sigma}_{e_t}^L - \widehat{\sigma}_{e_{t-1}}^L) =$$

$$= (1 + L/p)D_{t-1} - (L/p)D_{t-p-1} + z(\widehat{\sigma}_{e_t}^L - \widehat{\sigma}_{e_{t-1}}^L),$$

$$Var(q_t) = \left(1 + \frac{L}{p}\right)^2 Var(D_{t-1}) - 2\frac{L}{p}(1 + L/p)Cov(D_{t-1}, D_{t-p-1}) +$$

$$+\frac{L^2}{p^2}Var(D_{t-p-1}) + z^2 Var(\widehat{\sigma}_{e_t}^L - \widehat{\sigma}_{e_{t-1}}^L) + 2z\left(1 + \frac{2L}{p}\right)Cov(D_{t-1}, \widehat{\sigma}_{e_t}^L) =$$

$$= \left(1 + \frac{2L}{p} + \frac{2L^2}{p^2}\right)Var(D) - \left(\frac{2L}{p} + \frac{2L^2}{p^2}\right)\varrho^p Var(D) +$$

$$+2z(1 + 2L/p)Cov(D_{t-1}, \widehat{\sigma}_{e_t}^L) + z^2 Var(\widehat{\sigma}_{e_t}^L - \widehat{\sigma}_{e_{t-1}}^L) =$$

$$= \left[1 + \frac{2L}{p}\left(1 + \frac{L}{p}\right)(1 - \varrho^p)\right]Var(D) + 2z(1 + \frac{2L}{p})Cov(D_{t-1}, \widehat{\sigma}_{e_t}^L) +$$

$$+z^2 Var(\widehat{\sigma}_{e_t}^L - \widehat{\sigma}_{e_{t-1}}^L).$$

Itt a második egyenlőségnél a következőt használtam fel:

$$Cov(D_{t-1}, D_{t-p-1}) = [\varrho^p/(1 - \varrho^2)]\sigma^2,\ Var(D_t) = \sigma^2/(1 - \varrho^2).$$

lemma 1.. *A fogyasztói kereslet kielégíti a fenti feltételeket, és a cég a megadott becslésekkel jelzi előre a fogyasztók keresletét. Ekkor fennállnak a következők:*

$$Cov(D_{t-i}, \widehat{\sigma}_{e_t}^L) = 0, \forall\ i = 1, \ldots, p.$$

Az fenti lemmát felhasználva – mely bizonyítása megtalálható Ryan[22] ill. Chen[23] műveiben – a fenti képletből az alábbi tételt kapjuk:

tétel 3.. *A fenti modellben – a jelölések mellett – a következő alsó korlát áll fenn, ha p-edrendű előrejelzést használunk:*

$$\frac{Var(q)}{Var(D)} \geq 1 + \left(\frac{2L}{p} + \frac{2L^2}{p^2}\right)(1 - \varrho^p).$$

megjegyzés 2.. *Bevezetve a* $q_t^+ = \max\{q_t, 0\}$ *jelölést előállíthatjuk azt a modellt, amikor nem lehet visszaküldeni a felesleget. Ebben az esetben, alacsony L-re, z-re, p-re és néhány pozitív* ϱ*-ra megvizsgálható, hogy a* $\frac{Var(q_t^+)}{\sigma^2}$*, és a* $\frac{Var(q_t)}{\sigma^2}$ *görbék igen közel futnak egymáshoz. Tehát a visszaküldhetőségnek igen jelentéktelen a hatása. Igaz negatív korreláció esetén az utóbbi jóval nagyobb lehet. Speciálisan, tehát a variancianövekedés 3 paraméter függvénye:*

- *p-ben monoton csökkenő*
- *L-ben monoton növekedő*
- ϱ*-ra speciális a helyzet:*
  1. $\varrho = 0$ *esetén egyszerűsödik az alsó korlát:* $1 + \frac{2L}{p} + \frac{2L^2}{p^2}$
  2. $\varrho \geq 0$ *esetén monoton csökken benne*
  3. $\varrho < 0$ *esetén*
     páratlan *p-re növekszik*
     páros *p-re csökken*

Most vizsgáljuk azt az esetet, amikor az ún. központosított keresleti információ elérhető az összes lánctag számára. Tegyük tehát fel, hogy mindenki megkapja az összes keresleti adatot, és ugyanazt az előrejelzést használják: p-edrendű mozgóátlagot, azaz $\widehat{D}_t = \sum_{i=1}^{p} D_{t-i}/p$. Mivel ebben az esetben az order-up-to-S raktározás optimális, így feltehető, hogy mindenki eszerint cselekszik. A k. szinten tehát a készletezési pont becslése: $y_t^k = L_k\widehat{D}_t + z_k\widehat{\sigma}_{e_t}^{L_k}$, itt L_k a csúszás a k. és a $k+1$. szint között, $\widehat{\sigma}_{e_t}^{L_k} = C_{L_k,\varrho}\sqrt{\sum_{i=1}^{p}(e_{t-i})^2/p}$, és z_k konstans. Ryan és Chen megmutatták, hogy még ebben az esetben sem tűnik el a bullwhip hatás:

tétel 4.. *A most bevezetett modellben – a jelölések mellett – a k. szint* (q^k) *rendeléseinek varianciájára:*

$$\frac{Var(q^k)}{Var(D)} \geq 1 + \frac{2\sum_{i=1}^{k} L_i}{p}\left(1 + \frac{\sum_{i=1}^{k} L_i}{p}\right)(1 - \varrho^p),\ \forall\ k.$$

Ez a korlát éles, ha $\forall\ i = 1, \ldots, k:\ z_i = 0$.

Mennyire erős a központosítás hatása? Ennek kimutatására hasonlítsuk össze modellünket azzal a módosított modellel, melyben a k. szinten a t. időpillanatban csak a $(k-1)$-edik szint rendeléseit $(q_{t-j}^{k-1},\ j = 0, \ldots, t)$ ismerik. Ezen változtatáson kívül minden más azonos a két modellben. Az alábbi eredmények szintén megtalálhatók Ryan és Chen műveiben.

tétel 5.. *A módosított modell k. szintjén a kereslet becslésére, $z = 0$ esetén a következő adódik:* $\widehat{D}_t^{(1)} = \frac{\sum_{i=1}^{p} D_{t-i}}{p}$, $\widehat{D}_t^{(k)} = \frac{\sum_{j=0}^{p-1} q_{t-j}^{k-1}}{p}$, $k \geq 2$, *és ebben az esetben az alsó korlát:*

$$\frac{Var(q^k)}{Var(D)} \geq \prod_{i=1}^{k} \left(1 + \frac{2L_i}{p} + \frac{2L_i^2}{p^2}\right), \forall\ k.$$

Jól látszik, hogy amíg a centralizált modellben a csúszásnak csak lineárisan és kvadratikusan additív tagjai vannak, addig a módosított modellben ezek már multiplikatívan jelennek meg, tehát a központosítás igen jelentős hatással van a variancia csökkenésére.
Annak, aki jobban szeretné megvizsgálni ezt a témakört, figyelmébe ajánlom Lee[3] – 2000-ben megjelent – cikkét, mely részletesen elemzi a kétlépcsős lánc központosításából adódó raktározási, és kiadási költségek csökkenését.

1.3.2. A rendelendő termék szűkössége

Képzeljünk el egy terméket, melynek kereslete rendre meghaladja a termelt mennyiségét, vagy a termelés korlátozása, vagy rendszertelensége miatt. A kiskereskedő, hogy minél több terméket kapjon, jóval a tényleges szükségletei feletti rendelést ad le. A következőkben egy egyperiódusú modellt írunk le – az újságárus probléma kiterjesztését – N darab kiskereskedővel. A gyártó egy termékkel látja el az N kiskereskedőt, melyek először megvizsgálják a kereslteiket – melyek eloszlásfüggvénye Φ –, majd leadják a rendeléseiket (q_i, $i = 1, \ldots, N$) a 0 időpillanatban, és ezután a gyártó a $t = 1$-ben leszállítja a temékeket. A gyártó termelése: μ egy $\mathrm{F}(\cdot)$ eloszlásfüggvényű valószínűségi változó. A teljes kereslet $Q = \sum_{n=1}^{N} q_n$, ha ez túllépi a μ-t, akkor a gyártó a rendelések arányaiban osztja szét a termelést. Így az i-edik kereskedő $q_i\mu/Q$ mennyiséget kap. Jelölje $C_i(q_1,\ldots,q_i,\ldots,q_N)$ az i. kiskereskedő várható költségeit, ha ő q_i-t rendel, $i=1,2,\ldots,N$.

definíció 1.. *A $(q_1^*,\ldots,q_i^*,\ldots,q_N^*)$ pont **Nash-féle egyensúlyi pont**, ha minden $i=1,2,\ldots,N$ esetén*

$$q_i^* = \arg\min_{q_i} C_i(q_1^*,\ldots,q_{i-1}^*,q_i,q_{i+1}^*,\ldots,q_N^*).$$

Ahhoz, hogy az egyensúly fennálljon, differenciálható függvények esetén

$$\frac{dC_i}{dq_i}(q_1^*,\ldots,q_{i-1}^*,q_i,q_{i+1}^*,\ldots,q_N^*)\bigg|_{q_i=q_i^*} = 0.$$

Mivel minden kereskedő azonosnak tekinthető, így az fog teljesülni, hogy:

$$\frac{dC_i}{dq_i}(q^*,\ldots,q^*,q_i,q^*,\ldots,q^*)\bigg|_{q_i=q^*} = 0.$$

*Ez a **Nash–féle szimmetrikus egyensúlyi pont** definíciója.*

Vizsgáljuk az i. kiskereskedő szemszögéből a problémát, akinek a többi vállalat optimális $q_j^*,\ j\neq i$ rendelés-szintjeinek ismeretében kell meghatároznia a saját optimális rendelését, melyre C_i minimális.

$$C_i = \int_{\mu=0}^{Q}\left[p\int_{\mu q_i/Q}^{\infty}\left(\xi-\frac{\mu q_i}{Q}\right)d\Phi(\xi)+h\int_0^{\mu q_i/Q}\left(\frac{\mu q_i}{Q}-\xi\right)d\Phi(\xi)\right]dF(\mu)+$$
$$+(1-F(Q))\left[p\int_{q_i}^{\infty}(\xi-q_i)d\Phi(\xi)+h\int_0^{q_i}(q_i-\xi)d\Phi(\xi)\right].$$

Itt $Q=\sum_{j\neq i}q_j^*+q_i$. Meg kell jegyezni, hogy a q_i meghatározása μ realizációja előtt kell, hogy történjen. Két eset lehetséges: μ vagy meghaladja Q-t vagy nem. A fenti átalakítás e szerint történik. Az elsőrendű feltétel:

$$\frac{dC_i}{dq_i} = \int_{\mu=0}^{Q}\left[-p+(p+h)\Phi\left(\frac{\mu q_i}{Q}\right)\right]\mu\left(\frac{1}{Q}-\frac{q_i}{Q^2}\right)dF(\mu)+$$
$$+[1-F(Q)][-p+(p+h)\Phi(q_i)]=0.$$

Itt Leibnitz–szabályt alkalmaztunk, és $dQ/dq_i=1$.

A C_i konvexitásához legyenek $q_i^0,\ i=1,\ldots,N$, melyekre teljesül az elsőrendű feltétel. Triviális, hogy $-p + (p+h)\Phi(q_i^0) \geq 0$. Tegyük ugyanis fel, hogy minden $\mu \leq Q$ esetén $-p + (p+h)\Phi(\frac{\mu q_i^0}{Q}) < 0$. Ez azonban a $\frac{dC_i}{dq_i} < 0$ egyenlőtlenséget eredményezi, annak ellenére, hogy ez nemnegatív. Most a konvexitás feltétele a 2. deriváltra:

$$\frac{d^2C_i}{dq_i^2} = [-p + (p+h)\Phi(q_i^0)]f(Q) + [1 - F(Q)](p+h)\Phi(q_i^0) \geq 0.$$

Ez maga után vonja C_i konvexitását, amiből az elsőrendű feltételek megoldásai (q_i^0, $i = 1, \dots, N$) optimális rendelések. A szimmetrikus egyensúly feltétele:

$$\int_0^{N\cdot q^*} \left[-p + (p+h)\Phi\left(\frac{\mu}{N}\right)\right] \mu \left(\frac{1}{N\cdot q^*} - \frac{1}{N^2\cdot q^{*2}}\right) dF(\mu) +$$

$$+[1 - F(q^*\cdot N)][-p + (p+h)\Phi(q^*)] = 0.$$

tétel 6.. *A fenti jelölések mellett: $q' \leq q^*$, ahol q' az újságárus probléma megoldása*[5]*. Speciálisan, ha $\Phi(\cdot)$, és $F(\cdot)$ szigorúan növekszik, akkor az egyenlőtlenség éles.*

megjegyzés 3.. *[1] rávilágít az alábbiakra:*

- *A tétel szerint a kiskereskedő optimális rendelése a szűkös esetben meghaladja a tradicionális újságárusprobléma optimumát. Elemzések azt is bebizonyították, hogy alacsony kereslet esetén a két optimum igen közeli egymáshoz, de erős keresletnél jóval nagyobb az általunk vizsgált megoldás.*
- *Abban az esetben, amikor a szűkösség mellett fellép a kereslet–előrejelzésből származó probléma is: a két hatás erősíti egymást. Az ok az lehet, hogy a résztvevők tudják, hogy versenytársaik is tisztában vannak a termék szűkösségével, tehát ők is többet rendelnek, mint amennyire ténylegesen szükségük van. Azaz ahhoz, hogy mi is megfelelő mennyiséghez jussunk, annyira nagy rendelést kell leadnunk, ami már teljesen irreális.*

[5] Az újságárusprobléma kielégíti a $-p + (p+h)\Phi(q') = 0$ egyenlőséget.

1.3.3. Rendelések darabolása

Tegyük fel, hogy a keresleti függvényünk stacionárius, és periodikusan változó, méghozzá R periódusidővel. Az előző pontok alapján ekkor is optimális az order-up-to-S elv, tehát az N kiskereskedő mindegyike minden periódusban annyit rendel, amennyi a kereslete volt az előzőben. Jelölje a j. kereskedő keresletét a k. időpillanatban $\xi_{j,k}$, $j = 1, \ldots, N$ $k = 1, \ldots,$ melyek független azonos eloszlásúak m várható értékkel, és σ szórással. Vezessük be a teljes rendelésre a t. pillanatban a következő jelölét:

$$q_t^i = \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=t-R}^{t-1} \xi_{j,k}, \ i \in \{r, c, b\}$$

Attól függően, hogy a kiskereskedők rendelési periódusai függetlenek, vagy nem három esetet különböztethetünk meg:

Első eset: véletlen rendelési idők esete

n : egy véletlenszerűen választott időpontban ennyi kereskedő rendel.
Ez binomiális eloszlású, N és $1/R$ paraméterekkel.
Tehát $E(n) = N/R$ és $Var(n) = N(1 - 1/R)/R$.

q_t^r : a teljes rendelési mennyiség a t. időpillanatban, melyre fennáll:

$$E(q_t^r) = E[E(q_t^r \,|\, n)] = E[nRm] = Nm,$$
$$Var(q_t^r) = E[Var(q_t^r \,|\, n)] + Var[E(q_t^r \,|\, n)] = E[nR\sigma^2] +$$
$$+Var[nRm] = N\sigma^2 + R^2 m^2 \frac{N}{R}\left(1 - \frac{1}{R}\right) = N\sigma^2 + m^2 N(R-1) \geq N\sigma^2.$$

Ebből látszik, hogy $R = 1$ esetén a gyártó keresletének varianciája – ami voltaképp a kereskedő rendelésének a szórásnégyzete – azonos a valódi kereslet szóródásával. Ahogy R növekszik, úgy növekszik a gyártó keresletének varianciája. Ezenkívül $Var(q_t^r)$ monoton növekszik N-ben.

Második eset: pozitívan korrelált rendelési idők esete

Ebben az esetben azt a specialitást vizsgáljuk, amikor mindenki ugyanabban a pillanatban rendel minden periódusban. (Például, ha R

egy hét, akkor mindenki pl. hétfőn rendel.) Legyen q_t^c a teljes rendelési mennyiség, ekkor:

$$P(n=i)=\begin{cases} 1-1/R & \text{ha i=0} \\ 1/R & \text{ha i=N} \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$$

$$E(n)=N/R, \qquad Var(n)=N^2(1-1/R)/R.$$

$$E(q_t^c)=E[E(q_t^c|\,n)]=E[nRm]=Nm,$$

$$Var(q_t^c)=N\sigma^2+R^2m^2\frac{N^2}{R}\left(1-\frac{1}{R}\right)=N\sigma^2+m^2N^2(R-1)\geq N\sigma^2.$$

Harmadik eset: kiegyensúlyozott rendelési idők esete

Most azt az esetet nézzük, amikor a rendelési idők eloszlanak a perióduson belül. Legyen $N=MR+k$, ahol $0\leq k<R$, és $M,\ k$ egészek. Osszuk be az N darab kiskereskedőt R darab csoportba: legyen k darab $M+1$ elemű, és a maradék $R-k$ darab pedig M elemű. Minden csoportra igaz, hogy tagjai a periódus ugyanazon időpillanatában rendelnek. Bármely két csoport különböző időpontban rendel.

Egy példa: a periódus egy hét munkanapjai ($R=5$), és 23 kereskedőből áll a piac. Ekkor $(N,M,R,k)=(23,4,5,3)$, tehát 5 csoport van, 3 db 5 elemű és 2 db 4 elemű. Tegyük fel, hogy az 5 elemű csoportok rendre hétfőn, kedden és szerdán rendelnek; míg a 4 eleműek csütörtökön és pénteken. Ebben az esetben a rendelést q_t^b jelöli.

$$P(n=i)=\begin{cases} 1-k/R & \text{ha } i=M \\ k/R & \text{ha } i=M+1 \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$$

$$E(n)=M(1-k/R)+(M+1)k/R=N/R,$$

$$Var(n)=\left(1-\frac{k}{R}\right)M^2+(M+1)^2\frac{k}{R}-\left(\frac{N}{R}\right)^2=\frac{k}{R}\left(1-\frac{k}{R}\right)$$

$$E(q_t^b)=E[E(q_t^b|\,n)]=E[nRm]=Nm,$$

$$Var(q_t^b)=N\sigma^2+R^2m^2\frac{k}{R}\left(1-\frac{k}{R}\right)=N\sigma^2+m^2k(R-k).$$

Mivel $k(R-k) \leq N(R-1)$, minden $k = 1, 2, \ldots, R$ esetén, így a következő tételt kapjuk, melyben az előző három esetet hasonlítom össze:

tétel 7.. *A fenti jelölések mellett a következőkét állítás igaz:*

$$(a)\ E(q_t^r) = E(q_t^c) = E(q_t^b) = Nm$$

$$(b)\ Var(q_t^c) \geq Var(q_t^r) \geq Var(q_t^b) \geq N\sigma^2.$$

megjegyzés 4.. *Az eddigiekkel kapcsolatban fontos, hogy:*

- *A fenti tétel megmutatta, hogy a háromféle esetben a gyártó keresletének — azaz a kereskedő rendelésének — várható értékei azonosak, de a varianciái eltérhetnek. Közülük a véletlenszerűé a legnagyobb, és a kiegyensúlyozotté a legkissebb; de mindegyik nagyobb a kiskereskedő keresleténél, ami bizonyítja a bullwhip–effektus létezését.*
- *Abban a speciális esetben, amikor $N = mR + 0$, ún. "tökéletesen kiegyensúlyozott rendelésről" beszélhetünk. Egyedül ebben az esetben egyenlő a gyártó és a kiskereskedő által tapasztalt kereslet, a bullwhip effektus eltűnik.*
- *Sajnos a pozitívan korrelált eset a leggyakoribb, mivel a vállalatok egyhavi periódusban gondolkodnak, és ugyanazt, vagy közel azonos szoftvert – MRP ill. DRP rendszereket – használnak. Másrészről a kerskedők hajlamosak a rendeléseiket addig halogatni, amíg csak lehet, abból a célból, hogy minél jobban tisztában legyenek a tényleges kereslettel. Ezeknek következtében igen gyakoriak az azonos időbeli rendelések, ami igen nagy probléma elé állítja a gyártókat, akiknek pl. a keresletük 70% -ával az utolsó héten kell szembenézniük. Ezzel kapcsolatban az olvasónak [1]-et ajánlom.*

1.3.4. Áringadozás hatása

Egy kiskereskedő kereslete független, azonos eloszlású, $\Phi(\cdot)$ eloszlásfüggvényű valószínűségi változó. Az általa vásárolt áru ára két eset között ingadozik: c^L, c^H, ahol $c^L < c^H$. Előbbi q, utóbbi $1-q$ valószínűséggel következik be. Most tehát a kiskereskedő készletezési problémája a következő módon fogható meg:

$V^i(\cdot)$**:** egy adott készletszinthez tartozó minimális várható diszkontált költségeket jelenti, melyek a végtelen horizonton felmerülhetnek, ha a mostani ár c^i, $(i = L,\ H)$.

$L(\cdot)$**:** az egyperióduson belüli készletezési és hiány miatti költségek összege, egy adott készletszint mellett, azaz:

$$L(y) = p\int_y^\infty (\xi - y)\Phi(\xi)d\xi + h\int_0^y (y-\xi)\Phi(\xi)d\xi.$$

S^i**:** az optimális készletszint a c^i, $i = L,\ H$ ár mellett, $S^L < S^H$.

Ezen jelölésekkel:
$V^i(x) =$

$$= \min_{y\geq x}\left[c^i(y-x) + L(y) + \beta\int_0^\infty qV^L(y-\xi) + (1-q)V^H(y-\xi)\Phi(\xi)d\xi\right].$$

A következőkben leírt egy–egy definíció illetve példa, és két tétel bővebben [1]-ben található.

tétel 8.. *A következő készletezési eljárás optimális a fenti modellre: a* c^i, $i = H, L$ *áron a készletrendelés – amit* q *jelöl – legyen akkora, hogy* $|S^i - R - q|$, $i = H, L$ *minimális, ahol* R *a rendelkezésre álló készletszint.*

Az alábbiakban egy rövid példán szemléltetem az eljárast, de előtte:

definíció 2.. *Az időhorizont egy* $t_1, \ldots, t_2, \ldots, t_3$ *szakaszát* ***regeneratív ciklusnak*** *nevezzük, ha* $c_{t_1-1} = c^H$, $c_{t_3+1} = c^L$,

$$c_{t_1} = c_{t_1+1} = \cdots = c_{t_2-1} = c^L,\ c_{t_2} = c_{t_2+1} = \cdots = c_{t_3} = c^H.$$

A táblázat egy vállalat analitikus készlet–nyilvántartását mutatja. Itt $S^L = 100$, $S^H = 30$, és kezdetben 28 termék van raktáron.

Adatok	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Rendelések(q)	72	0	0	0	15	15	35	22	15	90
Eladások(D_t)	15	10	25	35	15	35	22	15	20	30
Készletek(R)	28	85	75	50	15	15	-5	8	15	10

Jól látszik, hogy a 0. periódusban – amikor alacsony az ár – a készleteket feltöltjük, majd a magas áron csak akkor rendelünk, amikor már elengedhetetlen. Amikor újra alacsonnyá válik az ár: nagy rendelés leadása. A példában még így is hiány van az 5. periódusban, át kellene gondolni az optimális készletszinteket.

tétel 9.. *A fenti jelölésekkel:* $Var(q_t) > Var(D_t)$.

1.4. Összefoglalás

1.4.1. Keresletelőrejelzés

Az alábbi három faktor említhető meg ebben a pontban :

- A felsőbb szinteken lévők nem látják a tényleges keresletet. Minél feljebb lépünk, annál erőteljesebb ez a hatás. Ez kiküszöbölhető, ha ellátjuk a magasabban álló szinteket valamiféle adattal a keresletre vonatkozóan, ami bevett gyakorlat a számítógépes nagyvállalatoknál (pl. HP, IBM, Apple).
- Minden lánctagnak saját előrejelzési modellje van, és a régi adatokkal e modellt módosítgatják. Megoldást jelenthet egy globális előrejelzés kiépítése, melyet minden lánctag használhat. Ennek a módszernek a központosított többlépcsős készletgazdálkodási módszer nevet adták (Clark és Scarf).
- A hosszú csúszásidő a legkönnyebben elkerülhető faktor, ezért erre már számos vállalati (Fisher[19]), és iparági (Hammond[20]) elemzés született.

Egy megoldás lehet az összes faktora, ha a gyártó a fogyasztóknak direktben is értékesít, így elkerülheti a bullwhip effektust.

1.4.2. Szűkösség

Most is három fő komponenst vizsgálunk:

- A terméket a rendelések arányában osztja szét a gyártó. A már említett problémák miatt e módszer helyett inkább a kereskedők eddigi piaci részesedései szerinti elosztást célszerű követni. Így tesz a General Motors, a Texas Instrument, és a Hewlett–Packard is.

- A kereskedők – mivel nincsenek tisztában a termék valódi mennyiségével – találgatnak. Ezt elkerülheti a gyártó, ha megosztja vevőivel a termelés adatait.

- Nincsenek szabályozva a rendelések, ingyen vissza lehet küldeni a felesleget. Ennek megoldása a rendelési lehetőségek leírásában, betartásában, és visszaküldési büntetésben rejlik. Egy példa: A 18 héttel előre leadott rendelés mennyiségét kétszer lehet módosítani: négy hét eltelte után 30%-kal, majd újabb négy héttel később a módosítottat 15%-kal változtathatja meg.

1.4.3. Rendelések darabolása

A mostani faktorok a következők:

- Nagyon magasak a rendelési költségek. Ezt kiküszöbölhetjük, ha lecsökkentjük őket, vagy megengedjük az úgynevezett vegyes rendeléseket, ami többféle termék egyidejű rendelését jelenti. Egy további lehetőség lehet, ha megengedjük, hogy több –egymáshoz közeli telephelyű – kereskedő egyben rendeljen.
- A ciklikusságból származóan igen nagy a rendelések ingadozása. Itt szintén úgy érhetünk célt, ha ellátjuk a gyártót a megfelelő adatokkal a készletszintekre, ill. a keresletekre vonatkozóan. Ennek következtében a gyártó képes egy olyan ütemezés kialakítására, mely megfelel a kialakult helyzetnek.
- A rendelések függetlensége és korreláltsága az egyik legnagyobb probléma, mivel ezt megszütetni szinte lehetetlen. A matematikai elemzés azonban igen nagy mértékben képes enyhíteni a prolémán.

1.4.4. Áringadozás

Ebben a pontban két faktor említhető meg:

- A termék árának ingadozása. Ennek hatása akkor csökken, ha a lehető legnagyobb mértékben lecsökkentjük az ár frekvenciáját, például diszkontok kiépítésével, ahol egy köztes áron vásárolhatnak a vevők.
- Néhány vállalat nem építi be a teljes profit analízisébe a készletek megtartásának költségét, így az előre vásárlás csapdájába esnek. Ennek elkerülésére alakították ki az ABC-t[6], mely segít az effajta hibák felfedezésében. A stratégiai vásárlás jó a kiskereskedőnek, mivel olcsóbban jut a termékekhez, de a gyártó számára sajnos igen káros a félreértelmezett fogyasztói kereslet és az extra raktározási költségek miatt. Azonban ezek nem szükségszerűen járnak együtt. A gyártó megtarthatja az alacsony–magas árakat, de jobban jár, ha helyette inkább összehangolja a vevőit a szállítási ütemezéseivel. Például mindkét fél aláír egy megállapodást, amely szerint a vevő vásárolhat egy nagyobb mennyiséget a diszkontban, de a gyártó ezt csak részekben szállítja le a jövőben. Ekkor mindketten jól járnak, mivel a gyártó hatékonyabban tervezheti meg a termelést, a vevő pedig élvezheti a stratégiai vásárlás előnyeit. Emellet mindketten spórolnak a raktározáson.

1.5. Speciális esetek

Az eddigiekben minden vállalatot egy komplex, bonthatatlan objektumként kezeltem, de a valóságban általában a cégen belül is létezik az ún. belső lánc, melyet a termék útja határoz meg. Ezzel a témakörrel foglalkozik az [5] és a [6] cikk is. E két cikk alapján írtam ezt a részt. Nevezzük a lánc elemeit osztályoknak, ezeket a osztálymenedzserek irányítják, ők döntenek a rendelés nagyságáról. A termékek tehát ezen osztályrendszer egy adott irányított útján vonulnak végig, mégpedig minden egyes osztály egy felsőbb osztálytól

[6] Az ABC egy olyan elemzési technika, mely a felhasznált terméket a felhasználások pénzben kifejezett mértéke szerint rendezi és a készletgazdálkodási döntések esetében a hangsúlyt a legfontosabb termékre helyezi.

kapott termékből egy terméket állít elő. A célok tekintetében rögtön kétféle lánc létezhet:

- csapatmunka: a lánc tagjai – habár többnyire csak lokális információkkal rendelkeznek – egy csapatként viselkednek, azaz a teljes költségek minimalizálása a céljuk. Ez a központosított lánc.
- egyéni optimalizálás: mindenki a saját költségeit minimalizálja.

A fentiekből tudjuk, hogy az utóbbi eset a rosszabb, a lánc hatékonysága jóval alatta van a központosítottént. Viszont igen nagy előszeretettel alkalmazzák az effele láncot, mivel néhány szabály bevezetésével igen könyű növelni a hatékonyságot. Az e célból kialakított szabályrendszer a **measurement scheme** nevet kapta. Meg kell azonban jegyezni, hogy mik is tartoznak egy ilyen szabályrendszerbe: elszámolási módszerek, az egyes osztályok közötti kifizetésekre vonatkozó szabályok, a menedzserek hatékonyság–mérésének alapjai, és különböző opcionális megszorítások. Az alábbiakban egy ilyen sémát írok le, és elemzek, de előtte még megemlítek három tulajdonságot, melyek egy jó szabályrendszer velejárói.

definíció 3.. *Egy measurement scheme* ***költségmegörző****, ha a szabályrendszerébe beépített elszámolási módszer olyan, hogy az összes költséget valamelyik osztályhoz rendeli, és ezzel a cég központi beavatkozásait a költségelszámolásba feleslegessé teszi.*

Ez a tulajdonság akkor válik fontossá, ha újra visszatérünk a vállalatok közti modellre, hisz ekkor az egyes cégek érdekei, hogy minél kisebb legyen a saját kiadásuk.

definíció 4.. *Az* ***ösztönzést–elősegítő*** *tulajdonság akkor áll fenn, ha a scheme teljesen kizárja azon lehetséges problémákat, melyek a globális optimum felé való törekvést gátolják, azaz a menedzsert semmi sem gátolja abban, hogy a cég egészére nézve optimális döntést hozzon.*

A következő fogalom igen érdekes, mivel az egyik legfontosabb szerepet játsza:

definíció 5.. *A measurement scheme* ***decentralizálhatósága az információ terén*** *azt jelenti, hogy a rendszer csak az osztályok információit teszi globálissá, az egyes készletszinteket nem. Tehát a különböző osztályok nem tudják, hogy a másik mennyit raktároz.*

Ilyen például a lépcsős készletezés is, mivel itt az osztályok csak a saját lépcsős készleteiket ismerik. Mivel a lépcsős készletet használó döntések nem lehetnek rosszabbak a csak osztály információt használóknál, így a vele járó előnyöket az információmegosztás megvalósításával kell összevetni. A költségek nem csak az információs rendszer költségei, de az egyes menedzserek összehangolására fordított idő, és fáradság is hozzájárul a teljes kiadásokhoz.

1.5.1. Többlépcsős beszerzési lánc, I. modell

A modellünk a végtelen horizonton legyen egy kétlépcsős készletezési modell, pozitív újratervezési késésekkel, felállítási költség nélkül, véletlen exogén vátozókkal.

A1: (Többlépcsősség) a két osztály legyen $m = 1, 2$. Miután a 2. osztály ellátja a félkész termékkel, az 1. osztály elvégzi a hátralévő munkákat, és addig raktározza, amíg el nem adják egy külső vevőnek, aki véletlenszerű, periódikus keresletű, azonos eloszlású, és független. Az egyszerűség kedvéért: a 0. osztály legyen a vevő, és a 3. osztály a vállalat beszállítója.

A2: (Csúszásidő) A csúszásidők konstansok, melyek a szállítási és gyártási késést is tartalmazzák.

A3: (Események időpontjai) Először megérkeznek a rendelt mennyiségek, majd kielégítjük a keresletet, végül leadjuk az újabb rendelést.

A4: (Költségek) A rendelési és raktározási költség az m. osztály számára c_m, és h_m, $h_1 > h_2$. A hiányból adódó büntetés csak a vevő előtti szakaszban lép fel – 1. osztály – , melyet π-vel jelölünk. A szállítandó termékek költségei mindaddig az m. osztályhoz tartoznak, amíg az $m-1$. osztály meg nem kapja.

Minden paraméter stacionárius. Vezessük be az alábbi jelöléseket:

α: a költségek diszkontálási faktora

ξ: kereslet

u_m: az éppen rendelkezésre álló készletszint

w_m: az $m+1$. és az m. osztály közötti szállítási mennyiség.

x_m: a lépcsős készletpozíció az m. osztályban.

v_m: a lépcsős készletszint az m. osztályban.

y: az 1. osztály készletpozíciója az időpillanat végén

z: a 2. osztály rendelése

$L_m(u)$: a raktározási, és hiányból adódó költségek az m. osztályon, ha a rendelkezésre álló készletszint: u.

$L_2(u) = h_2 u,\ L_1(u) = h_1 u + \pi(-u)^+$, ahol $u^+ = \max\{u, 0\}$.

Felmerül a kérdés, mi is a készletpozíció? Erre a válasz a következő: a fenti jelölésekkel: $v_2 = u_2 + x_1,\ , x_m = v_m + w_m,\ m = 1, 2$.
Most pedig jöjjön a measurement scheme, melyet $\widetilde{A}$ jelöl, és a következők igazak rá:

1. (Szállítási költségek) Minden egyes megrendelt áru után az 1. osztály c_2-t fizet a 2-nak, azaz a 2. osztály nem termel profitot. (Ha a profit be lenne építve az árba: felfújt ár, ekkor szuboptimális döntést hoz a menedzser, mely esetet az áringadozásnál tárgyaltuk. Hirschleifer[21] foglalkozott először a témával.)
2. (Raktározás) A 2. osztály a lépcsős készlet után fizet – azaz az 1. osztály és a 2. osztály készlete után – $\widetilde{h}_2 = h_2$-t darabonként, így az 1. osztálynak csak $\widetilde{h}_1 = h_1 - h_2$ kell fizetni a saját készleteiért. Mivel a 2. osztály lépcsős készletszintje a hiányból fakadó felhalmozódás nélkül: $v_2 - v_1 + (v_1)^+$. Ebből számolva a raktározási költséget: $\widetilde{h}_2[v_2 - v_1 + (v_1)^+]$. Ezt úgy lehet megmagyarázni, hogy az 1. osztály csak akkor fizet, amikor eladta az árut, tehát addig a 2. osztály ingyen bocsájtja rendelkezésére a félkész terméket.
3. (Hátralékok) Az 1. osztályban fellépő hiány – azaz $v_1 < 0$ – esetén ezen osztály menedzsere $\widetilde{h}_2$-t fizet a 2. osztálynak minden termék után. Így az m. osztály költségfüggvénye:

$$\widetilde{L}_2(v_2) = \widetilde{h}_2[v_2 - v_1 + (v_1)^+] - \widetilde{h}_2(-v_1)^+ = \widetilde{h}_2 v_2$$

$$\widetilde{L}_1(v_1) = \widetilde{h}_1(v_1)^+ + (\pi + h_2)(-v_1)^+$$

4. (Hiány kártalanítása) Amikor az 1. osztály egy y szintre akarja a lépcsős készletpozícióját felvinni, de a 2. osztálynak nincs elég készlete, kártalanítja az 1. osztályt, méghozzá $G(v_2, y)$-t fizet neki.

$$G(v_2, y) = \begin{cases} -(1-\alpha)c_1(y - v_2) + \widetilde{l}_1^2(v_2) - \widetilde{l}_1^2(y) & \text{ha } v_2 < y \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$$

Itt $\widetilde{l}_m^k(x) = \alpha^k E[\widetilde{L}_m(x - \xi^{(k)})], m = 1, 2; k = 1, 2, \ldots$, ahol $\xi^{(k)}$ a valószínűségi változó k-szoros konvolúciója.

Elfogadva a fenti jelöléseket, és feltéve, hogy a 2. osztály stratégiája $\wp_2^*$:

$$C_1^*(v_1, v_2, w_1, w_2 | \wp_2^*) = \min_{y: y \geq x_1} C_1(y | v_1, v_2, w_1, w_2, \wp_2^*), \tag{1}$$

$$C_1(y | v_1, v_2, w_1, w_2, \wp_2^*) =$$

$$= \begin{cases} \alpha E[C_1^*(v_1 + w_1 - \xi, v_2 + w_2 - \xi, y - x_1, w_2' | \wp_2^*)] + & \\ + c_1(y - x_1) + \widetilde{L}_1(v_1) & \text{ha } v_2 > y, \\ \alpha E[C_1^*(v_1 + w_1 - \xi, v_2 + w_2 - \xi, v_2 - x_1, w_2' | \wp_2^*)] + & \\ + c_1(v_2 - x_1) + \widetilde{L}_1(v_1) - G(v_2, y) & \text{különben.} \end{cases}$$

Itt w_2' a $\wp_2^*$ által meghatározott szállítási mennyiség. Ugyanez $\wp_1^*$-ra:

$$C_2^*(v_2, , w_2 | \wp_1^*) = \min_{z: z \geq 0} \{c_2 z + \widetilde{L}_2(v_2) + G(v_2, \wp_1^*) + \alpha E[C_2^*(v_2 + w_2 - \xi, z | \wp_1^*)]\}$$

tétel 10.. *Az $\widetilde{A}$ measurement scheme esetén a vállalat teljes költsége egyenlő a menedzserek költségeinek összegével.*

Bizonyítás. A jelölésekre fennáll: $v_2 = u_2 + w_1 + v_1$. Így:

$$\widetilde{L}_1(v_1) + \widetilde{L}_2(v_2) = \widetilde{h}_1 v_1 + \widetilde{h}_2 v_2 + (\pi + h_1)(-v_1)^+ =$$

$$= h_2(v_2 - v_1) + h_1 v_1 + (\pi + h_1)(-v_1)^+ =$$

$$= h_2(u_2 + w_1) + h_1(v_1)^+ + \pi(-v_1)^+ =$$

$$= L_1(v_1) + L_2(u_2 + w_1).$$

$\square$

Tehát az az elszámolási szisztéma, melyet a fentiekben vázoltam teljesen kimeríti a költségeket.

definíció 6.. *Az (S_1^*, S_2^*) megoldás **első–legjobb** abban az értelemben, hogy a központi tervezőnek minden szükséges információ a rendelkezésére áll, és ekkor minden olyan dolgot figyelmen kívül hagy, amely potenciális problémaforrás lehet.*

tétel 11.. *A fenti $\widetilde{A}$ measurement scheme ösztönzést–elősegítő.*

Bizonyítás. Az alábbiakban egy rövid bizonyítást közlök, bővebb igazolás Lee és Whang[38] munkájában található. A bizonyítás véges időhorizontra vonatkozik, de kiterjeszthető végtelenre is. Ahogy Clark és Scarf igazolta: az optimális központosított rendszerben az első gyár az order-up-to-S elv alapján működik, ahol S-et az alapján számolják, hogy a második gyárnak végtelen a beszerzési forrása. Ez egyenértékű az alábbi egyszerű elhelyezési program dinamikus megoldásával:

$$f_1(v_1, w_1) = \min_{y: y \geq x_1} \{c_1(y - x_1) + \widetilde{L}_1(v_1) + \alpha E[f_1(v_1 + w_1 - \xi, y - x_1)]\} \quad (2)$$

A második osztályra:

$$f_2(v_2, w_2) = \min_{z: z \geq 0} \{c_2 z + \widetilde{L}_2(v_2) + \Gamma(v_2) + \alpha E[f_2(v_2 + w_2 - \xi, z)]\} \quad (3)$$

$$\Gamma(v_2) = \begin{cases} -(1-\alpha)c_1(S_1^* - v_2) + \widetilde{l}_1^2(v_2) - \widetilde{l}_1^2(S_1^*) & \text{ha } v_2 < S_1^* \\ 0 & \text{különben.} \end{cases}$$

Az $f_1(v_1, w_1)$ megoldásra fenn kell állni, hogy

$$f_1(v_1, w_1) = \widetilde{L}_1(v_1) + \widetilde{l}_1^1(v_1 + w_1) + g_1(v_1 + w_1) \quad (4)$$

Itt $g_1(x) = c_1(S_1^* - x) + \widetilde{l}_1^2(S_1^*) + \alpha E[g_1(S_1^* - \xi)]$.
Most bebizonyítjuk a tételt azzal, hogy megmutatjuk: $f_1(v_1, w_1)$ kielégíti (1)-et. Az utóbbi jobb oldala a következő alakot ölti:

$$\min_{y:y\geq x_1} \begin{cases} c_1(y - x_1) + \widetilde{l}_1(v_1) + \\ +\alpha E[f_1(v_1 + w_1 - \xi, y - x_1)], & \text{ha } v_2 \geq y, \\ c_1(v_2 - x_1) + \widetilde{L}_1(v_1) - G(v_2, y) + \\ +\alpha E[f_1(v_1 + w_1 - \xi, v_2 - x_1)], & \text{ha } v_2 < y. \end{cases} \tag{5}$$

Most (4)-ből:

$$\alpha E[f_1(v_1 + w_1 - \xi, y - x_1) - f_1(v_1 + w_1 - \xi, v_2 - x_1)] =$$

$$= \alpha E[\widetilde{l}_1^1(y - \xi) + g_1(y - \xi) - \widetilde{l}_1^1(v_2 - \xi) - g_1(v_2 - \xi)] =$$

$$= \widetilde{l}_1^2(y) - \widetilde{l}_1^2(v_2) + \alpha E[g_1(y - \xi) - g_1(v_2 - \xi)] =$$

$$= \widetilde{l}_1^2(y) - \widetilde{l}_1^2(v_2) + \alpha c_1(y - v_2).$$

A $v_2 < y$ eset (5)-ben a következőképpen is írható:

$$c_1(y - x_1) + \widetilde{L}_1(v_1) + \alpha E[f_1(v_1 + w_1 - \xi, y - x_1)]$$

Ez ekvivalens a (5) $v_2 \geq y$ esetével, és $f_1(v_1, w_1)$-gyel (2)-ben. Így (1) ekvivalenssé válik (2)-vel, ha $f_1(v_1, w_1)$-et $C_1^*(v_1, v_2, w_1, w_2 | \wp_2^*)$-re cseréljük. Ez mutatja, hogy (5)-re az order-up-to-S elv optimális. Meg kell jegyezni, hogy az S_1^*-hoz tartozó stratégia domináns függetlenül a második osztály választásától. Ebben az esetben (3)-ban $G(v_2, S_1^*) = \Gamma(v_2)$, és így $C_2^*(v_2, w_2 | \wp_2^*) = f_2(v_2, w_2)$. □

tétel 12.. *Legyen egy decentralizált láncunk, melyben minden osztály egymástól függetlenül működik. Mindannyian egy sajátos order-up-to-S elv alapján raktároznak: az m. osztály akkor rendel az $m+1$. osztálytól, ha a készlet $S_m^* - S_{m-1}^*, m = 1, 2$; $S_0^* = 0$ alá megy, és akkor is csak $S_m^* - S_{m-1}^*$-re tölteti fel a készleteit. Az ilyen rendszer elérheti az első–legjobb megoldást, és az $\widetilde{A}$ measurement scheme csak osztályspecifikus információkkal valósítható meg.*

1.5.2. Többlépcsős beszerzési lánc, II. modell

Álljon most a vállalat N osztályból. Minden osztály menedzsere a következőket tudja:

1. saját készleteit
2. eddig leadott rendeléseit
3. a már megérkezett termékeket
4. a tőle megrendelt termékmennyiséget
5. az általa már elküldött készleteket

Sajnos azonban nem tudja, hogy az általa rendelt termékmennyiség mekkora hányadát küldte el a felette álló osztály, és nem ismeri az alatta lévő osztály jövőbeli rendelését sem. Most, a fejezet elején definiált két modellre – csapatmunka és egyéni optimalizálás – mutatok egy-egy megvalósítást. Előbb azonban néhány, mindkét modellre teljesülő tulajdonság:
Minden időegységben a következő sorrend áll fenn a $j.(\geq 2)$ osztályban :

i. megkapja a $j-1$. osztály rendelését
ii. leadja a saját rendelését a $j+1$. osztálynak
iii. beérkezik a rendelt termékmennyiség egy része a $j+1$. osztályról
iv. elküldi a $j-1$. osztálynak a rendelt mennyiséget

Az első osztályra pedig:

i. leadja a rendelését a 2. osztálynak
ii. megkapja a régebben leadott rendelése egy részét
iii. a fogyasztói kereslet ezután realizálódik

Most bevezetek néhány jelölést az i. osztályra:

L_i: az $i+1$. osztályról érkező termék csúszásideje
l_i: a rendelés beérkezésének csúszása az $i-1$. osztályról
LL_i: a teljes csúszás $(L_i + l_i)$
M_i: az információcsúszások összege $(\sum_{j=1}^{i-1} l_j)$
H_i: a raktározási költség
h_i: a raktározási költség növekedése $(H_i - H_{i-1})$
p: újrarendelési arány

$D(t)$: a fogyasztói kereslet, μ várható értékel, és $F(\cdot)$ eloszlásfüggvényel

Megjegyzendő, hogy $H_N < H_{N-1} < \cdots < H_1$. Gondoljunk csak arra, hogy a befektetett munka megnöveli a termék értékét. Feltesszük, hogy az i. osztályba még meg nem érkezett termék után az $i+1$. osztály fizeti a raktározási költséget. A kiadások minden időpont végén realizálódnak, a költségfüggvények lineárisak. Most jöjjön a két modell.

Csapatmunka. Most olyan döntési szabályokat keresünk, melyek a lokálisan döntő menedzsereknek segítenek, hogy a céljukat (a vállalat költségeinek minimalizálását) elérjék.
Legyen $Q_i(t)$ az i. osztály rendelési mennyisége a t. pillanatban, $S_i(t)$ pedig az $i-1$. osztálynak a t. pillanatban elküldött mennyiség. Továbbá ekkor kap az $i+1$. osztálytól $S_{i+1}(t-L_i)$ mennyiségű árut, az (i-1)-től pedig $Q_{i-1}(t-l_{i-1})$-nyi rendelést, ill. $i = 1$-re $D(t)$ a kereslet. Jelölje $[t_1, t_2]$ a $t_1, \ldots, t_2$, $(t_1, t_2]$ a $t_1+1, \ldots, t_2$ időpontokat. A továbbiakban a $Q_i[t_1, t_2]$ jelölés alatt a $\sum_{t=t_1}^{t_2} Q_i(t)$ összeget értem. Legyen a t. periódus vége t^+. Ez a jelölés azért fontos, mert ekkorra már minden periódusbeli esemény megtörtént. Most 4 fontos készletet definiálok:

$IN_i(t)$: a nettó készlet, azaz a rendelkezésre álló mennyiség, mínusz az alatta álló osztály ki nem elégített szükséglete

$$IN_1(t + LL_1) = IN_1(t) + S_2(t - L_1, t + l_1] - D[t, t + LL_1)$$

$$IN_i(t + LL_i) = IN_i(t) + S_{i+1}(t - L_i, t + l_i] - Q_{i-1}[t - l_{i-1}, t + LL_i - l_{i-1})$$

$$IN_1(t^+) = IN_1(t) - D(t), \quad IN_i(t^+) = IN_i(t)$$

$IS_i(t)$: installált készletszint, amelyet úgy kapunk, hogy a nettó készlethez a kintlévőségeket hozzáadjuk. Ez a készletszint az időpont végén hasonló a nettó készletszinthez.

$$IS_1(t_2) = IS_1(t_1) + Q_1(t_1, t_2] - D[t_1, t_2).$$

$$IS_i(t_2) = IS_i(t_1) + Q_i(t_1, t_2] - Q_{i-1}(t_1 - l_{i-1}, t_2 - l_{i-1}].$$

Abban az esetben, amikor $IN_{i+1}(t + l_i) \geq 0$, akkor az $i + 1$. osztály a $t + l_i$. pillanatig az összes beérkezett rendelését teljesíteni tudta, így:

$$IS_i(t) = IN_i(t) + S_{i+1}(t - L_i, t + l_i]$$

De, ha $IN_{i+1}(t + l_i) < 0$,akkor az $i + 1$. osztály a $t + l_i$. pillanatig még nem tudta az összes beérkezett rendelését teljesíteni, azaz:

$$IS_i(t) = IN_i(t) + S_{i+1}(t - L_i, t + l_i] - IN_{i+1}(t + l_i)$$

Összefoglalva:

$$\forall\ i = 1, \ldots, N :\ IN_i(t) + S_{i+1}(t - L_i, t + l_i] =$$

$$= IS_i(t) + \min\{0, IN_{i+1}(t + l_i)\} \leq IS_i(t) + IN_{i+1}(t + l_i).$$

Itt $IN_{N+1}(t + l_N) = \infty$. A fenti egyenlőtlenség bal oldala az effektív installált készletszint az i. osztályon a t. pillanat kezdetén, mivel kizárja az $IS_i(t)$ azon részét, amely nem érkezik meg az osztályra a $t + LL_i$ pillanatig. Sajnos problémát okoz, hogy amíg az N. osztály számára az effektív és a tényleges installált készlet egyenlő, mivel az ő beszállítója – a vállalaton kívüli gyártó – teljesen megbízható, addig a többi osztály az effektív készletszintet sosem ismeri.

$IP_i(t)$: az effektív lépcsős készletszint, ami azon installált készletszintek összege az i. osztályig, amit a t. pillanatban az i. osztály ismer. Ezt a következőképpen definiálhatjuk:

$$IP_1(t) = IN_1(t) + S_2(t - L_1, t + l_1],$$

$$IP_i(t) := IN_i(t) + S_{i+1}(t - L_i, t + l_i] +$$

$$+ IS_{i-1}(t - l_{i-1}) + \cdots + IS_1(t - l_{i-1} - \cdots - l_1),\ \forall i.$$

$IL_i(t)$: lépcsős készletszint: az a mennyiség ami a t. pillanat végén az i. szinten vagy lejjebb található, azaz: $IL_1(t) = IN_1(t^+)$,

$$IL_i(t) := IN_i(t^+) + IS_{i-1}((t - l_{i-1})^+) + \cdots + IS_1((t - l_{i-1} - \cdots - l_1)^+)$$

$IL_i^-(t)$: lépcsős készletszint a t. pillanat elején. Hasonló a pillanat végi lépcsős készletszinthez, azaz:$IP_1(t) = IN_1(t)$,

$$IL_i^-(t) := IN_i(t) + IS_{i-1}(t - l_{i-1}) + \cdots + IS_1(t - l_{i-1} - \cdots - l_1)$$

Ezen jelölések mellett:$IP_i(t - l_i) \leq IL_{i+1}^-(t),\ i = 1, \ldots, N-1$, és $IL_i^-(t + LL_i) = IP_i(t) - D[t - M_i, t + LL_i - M_i),\ i = 1, \ldots, N$ segítségével adódik:

$$IL_i(t + LL_i) = IP_i(t) - D[t - M_i, t + LL_i - M_i], i = 1, \ldots, N.$$

Ebből már megadható a költségfüggvény:

$$\sum_{i=1}^{N} h_i IL_i(t) + (p + H_1)[IL_1(t)]^-$$

Itt van egy kis probléma, mivel $IL_i(t), i \geq 2$ magában foglalja azon megrendeléseket is, melyek még nem realizálódtak termékként, így nincs raktározási költségük sem. Szerencsére azonban ezen rendelések hosszú távú átlagértéke konstans. Tegyük ugyanis fel, hogy minden osztály átlagos rendelési mennyisége μ, és a j. osztálynak $(j < i)$ l_j ilyen rendelése van, ekkor a következővel becsülhetjük az átlagot:

$$C^0 := \sum_{i=2}^{N} h_i(l_1 + \cdots + l_{i-1})\mu = \sum_{i=2}^{N} h_i M_i \mu.$$

Most pedig megmutatjuk, hogy modellünk struktúrája megegyezik Clark és Scarf[24] modelljével. Legyen t_N tetszőleges, és $t_i = t_{i+1} + LL_{i+1} - l_i,\ i = N-1, \ldots, 1$. Ezen rekurzióval definiált sorozatra: $t_i - M_i \leq t_j - M_j,\ \forall j < i$. Rövidítsük $IP_i(t_i)$-t IP_i-vel, $IL_i^-(t_i + LL_i)$-t IL_i^--szal, $IL_i(t_i + LL_i)$-t pedig IL_i-szal, $i = 1, \ldots, N$-re.
$U_i := D[t_i - M_i, t_i + LL_i - M_i)$, és $V_i := D[t_i - M_i, t_i + LL_i - M_i]$. Ezen jelölésekkel:

- $IP_i \le IL^-_{i+1},\ i = 1, \ldots, N-1,$
- $IL^-_i = IP_i - U_i,\ i = 1, \ldots, N,$
- $IL_i = IP_i - V_i,\ i = 1, \ldots, N,.$

Látható, hogy az $U_1, \ldots, U_N$ fogyasztói keresletek, melyek diszjunkt intervallumokra vonatkoznak, tehát függetlenek. A költségfüggvény:

$$\sum_{i=1}^{N} h_i IL_i + (p + H_1)[IL_1]^-.$$

Most egy függvénysorozatot definiálok:

$$G_1(y) = E[h_1(y - V_1) + (p + H_1)(y - V_1)^-].$$

Ez egy konvex függvény, melynek véges minimumpontját jelölje Y_1. Most, miután definiáltuk a konvex, és a véges Y_i minimumponttal rendelkező $G_i(\cdot)$ függvényt, legyen:

$$G_{i+1}(y) = E[h_{i+1}(y - V_{i+1}) + G_i(\min\{Y_i, y - U_{i+1}\})],\ i = 1, \ldots, N-1.$$

Jól látszik, hogy $G_{i+1}(\cdot)$ konvex, és Y_{i+1} véges minimumpontú. A hosszútávú költség egy alsó korlátja minden irányelv esetén: $C^* = G_N(Y_N)$. Ezt a korlátot azon elvvel érheti el a vállalat, ha az i. osztály a készletszintjét az s_i^*-en tartja, ahol $s_1^* = Y_1$, és $s_i^* = Y_i - Y_{i-1}, i = 2, \ldots, N$.

tétel 13.. *A csapatmunkás modell esetén a vállalat i. osztálya számára egy order-up-to-s_i^* elv optimális ($i = 1, \ldots, N-1$). A minimális hosszútávú átlagköltség $C^* - C^0$.*

Minden menedzser ismeri a saját készleteit. Amint a készletszint eléri az optimálist, attól kezdve minden egyes rendelés megegyezik az előző rendelés óta realizálódott kereslettel, azaz $Q_1(t) = D(t-1)$, és $Q_i(t) = Q_{i-1}(t - l_{i-1})$, $i = 2, \ldots, N$. Tehát a felsőbb osztályokon a kereslet a fogyasztói kereslet eltoltja, azaz a varianciák egyenlőek, nincs bullwhip–effektus. Vegyük észre, hogy az s_i^*-ok csak LL_i-től függnek, mivel csak ezek határozzák meg az U_i és a V_i eloszlásait. Ez azt sugallja, hogy az l_i-nek ugyanakkora hatása van, mint L_i-nek, de valójában igen különböző a hatásuk: ha fixáljuk a teljes csúszást az egyik osztályon, de növeljük benne az l_i arányát, akkor a teljes költség csökken, mivel C^* állandó, és C^0 növekszik. Tehát l_i kissebb költséghatású, mint L_i.

megjegyzés 5.. *Most két egyszerűbb és egy komplexebb példát vizsgálok meg:*

- *Legyen $N = 2$, azaz 2 osztály esete. A fogyasztói kereslet N(10,3) eloszlású. A csúszásidők: $l_1 = l_2 = 1$, $L_1 = L_2 = 0$. A költségek pedig: $h_1 = 1, h_2 = 30, p = 10$. Négy optimális készletezési szint számolható ki: (29,-3), (28,-2), (27,-1), (26,0). A minimális költség: 66,77. Ezen eredmények az alábbi táblázatból olvashatók ki, melyben a nem-optimális szintek is szerepelnek, mutatva azt, mennyire gazdaságtalan lehet a menedzserek téves döntése:*

$s_1 \diagdown s_2$	*-3*	*-2*	*-1*	*0*
26	*78,65*	*72,95*	*68,87*	*66,77*
27	*72,95*	*68,87*	*66,77*	*67,01*
28	*68,87*	*66,77*	*67,01*	*69,92*
29	*66,77*	*67,01*	*69,92*	*75,75*

  A rossz döntés többféle módon elkerülhető:

  - *ha a menedzserek konzultálnak egymással,*
  - *esetleg központosított lánccal,*
  - *vagy amikor a negatív szint mindannyiuknak elfogadhatatlan, hisz ekkor csak a (26,0) az optimális.*

  Mivel $s_2 \leq 0$, így a második osztályon nincs készlet, azaz csak egy osztály van valójában. Az egyosztályos vállalat effektív bázis-készlet-szintje: $s_1 + s_2$, ezért vannak az optimális szintpárok a fenti mátrix diagonálisában.

- *Elképzelhető, hogy több pozitív optimum van. Legyen például egy kétosztályos vállalatunk. A $G_1(\cdot)$ optimumai az $Y_1 = 10,\ 11$, és a $G_2(\cdot)$-é $Y_2 = 20,\ 21$. Tehát ezen $2 - 2$ adat mind a 4 fajta kombinációja* *optimális a lépcsős készletszintre.*

Így $(s_1^*, s_2^*) = (10, 10);\ (10, 11);\ (11, 9);\ (11, 10)$ *az optimális készletszintek. Itt látszik, hogy amíg az 1. osztály menedzsere csak két szint: 10, illetve 11 közül választhat, addig a másik menedzser a 9, 10, 11 készletszintek között dönthet. Tehát 6 lehetséges kombináció lehet, melyek közül néhány szuboptimális. Az viszont egyértelmű, hogy* $s_2 = 10$ *esetén bárhogy választ az 1. osztály, mindenképpen optimális helyzet alakul ki. Tehát, ha ezt választja a 2. osztály, akkor mindenféle konzultáció nélkül elérheti a globális optimumot. Sajnos nem mindig ilyen rózsás a helyzet. A fenti példa kis módosítása esetén– a* $G_1(\cdot)$ *optimuma:* $Y_1 = 10, 11, 12$*– a globális optimum nagymértékben függ az egyes osztályok döntéseitől.*

- *Végezetül álljon itt egy relative bonyolultabb példa, mely már a vállalatok közötti láncra alkalmazza a fenti eredményeket:* $N = 4$*, jelölje az 1., 2., 3.,és 4. osztály a kiskereskedőt, nagykereskedőt, disztribútort, és gyátót. A kereslet eloszlása* $N(50, 10)$*,* $(l_1, l_2, l_3, l_4) = (2, 2, 2, 0)$*, és* $(L_1, L_2, L_3, L_4) = (2, 2, 2, 3)$*. A lépcsős költségek:* $h_i = \frac{1}{4},\ i = 1, 2, 3, 4$*, és* $p = 10$*. Erre a példára az optimum:*

  $$(s_1^*, s_2^*, s_3^*, s_4^*) = (295, 210, 206, 152),$$

  az optimális hosszútávú átlagköltség: 215,48. Tegyük fel, hogy kiinduláskor minden osztályon 50 egységnyi készlet van, nincs készlet szállítás alatt, és nincs rendelés leadva. A kiskereskedő tehát– feltéve, hogy követi az optimális elvet– $295-50 = 245$ *egységet rendel, és aztán pedig a mindenkori fogyasztói kereslettel egyenlőt. A nagykereskedőt pedig az alábbi elv vezérli: először* $210 - 50 = 160$ *egységet rendel, majd annyit, amennyit a kiskereskedő rendelt tőle...*
  Az utolsó megjegyzés e modellel kapcsolatban: l_1*-et vizsgálva, elmondható az a sejtés, amely szerint célszerű a rendelések csúszását a lánc teteje felé tolni. Ennek egyik bizonyítéka a költségek növekedése* l_1*-ben, a mellett a feltétel mellett, hogy* $l_1 + l_2 = 4$*. Ezzel kapcsolatban bővebben Chen[6] művében olvashat az érdeklődő.*

Egyéni optimalizálás. Szemben az előző modellel, most az osztályok a saját adataik segítségével próbálnak dönteni lokális szinten. A vállalat irányítójának viszont úgy kell meghatároznia a paramétereket, hogy a lokális döntések globálisan is megfelelők legyenek, illetve neki kell mérnie a menedzserek alkalmasságát. Hogyan lehet ezt elérni? Az előzőekben már definiált measurement scheme adja a választ a kérdésre.
Aki mélyrehatóbban böngészi a szakirodalmat, annak világos, hogy az egyéni döntések elemzése csak megfelelően kontrolálható modellekben értelmes. Ezért is kellett az előző rész készletszintjei helyett – melyek igen erősen függtek a többi osztálytól – egy újat definiálni, melynek a számolt készletszint nevet adták, és azt a nettó szintet értik alatta, mely a mellett a feltevés mellett adható meg, hogy minden osztálynak van elgendő készlete a rendelések azonnali

kielégítésére, tehát az i. osztály rendelése LL_i időmúlva megérkezik, amely ugye konstans. Bevezetve ezt a készletszintet, elértük, hogy a döntésekre csak az alsóbb osztályok eredményei gyakoroljanak hatást, a felsőbbek ne. Az is igaz ugyan, hogy ezt csak egy hipotézis árán értük el, mivel az osztályok kifogyhatnak a készletből, kivéve az N-ediket, ahol ugye a külső szállító teljesen megbízható.
Jelölje az i. osztály t. pillanat végi számolt készletét $AL_i(t)$, ekkor:

$$AL_1(t + LL_1) = IS_1(t) - D[t, t + LL_1],$$

$$AL_i(t + LL_i) = IS_i(t) - D(t, t + LL_i],\ i = 2, \ldots, N.$$

Most térjünk rá a vállalatvezető szerepére: először megoldja a csapatmunkás modellt a vállalatára, mely otimuma: $(s_1^*, s_2^*, \ldots, s_N^*)$, majd ennek ismeretében határozza meg a p_i paramétereket, melyek a menedzserek elemzéseinek alapjául szolgáló hosszútávú átlagértékfüggvényekben szerepelnek, és ezáltal fejtik ki hatásukat az osztályokra, hogy döntéseik globális szempontból is jók legyenek:

$$h_i[AL_i(t)]^+ + p_i[AL_i]^-,\ i = 1, \ldots, N.$$

Tehát a tulajdonosnak egy általános újságárusproblémát kell hogy megoldani, melyre az order-up-to-S elv optimális. Az első menedzser esetén a cég tulajdonosa azt az s_1^* és p_1 számot keresi meg, melyekre:

$$F^{LL_1+1}(s_1^*) = \frac{p_1}{h_1 + p_1}$$

Itt $F^i(\cdot)$ az i-szeres konvolúciót jelöli. Egyszerű megállapítás, hogy $p_1 = p + H_2$ kielégíti a fenti egyenlőséget. (Megjegyezhető, hogy minden olyan p_1 megoldás, amelyre $(h_1+p_1)F^{LL_1+1}(s_1^*) - p_1 \geq 0$, és $(h_1+p_1)F^{LL_1+1}(s_1^* - 1) - p_1 \leq 0$.) Az első menedzser tehát megkapja ezt a p_1-et, és ezután maga dönt a szerinte legjobb készletszintről. Ha a tulajdonos és a menedzser információi azonosak, mindketten az s_1^*-ot választják
A második menedzser már tudja, hogy az 1. osztály egy order-up-to-S elvet követ, tehát a 2. osztályon a kereslet a t. pillanatban a fogyasztói kereslet

a $t-l_1-1$. időpontban, azaz $D_2(t) = D(t-l_1-1)$. Tehát a második menedzser is egy álalános újságárusproblémát old meg, melyre az optimális order-up-to-S készletszint: s_2, melyre: $F^{LL_2}(s_2) = \frac{p_2}{h_2+p_2}$. Ahhoz, hogy $s_2 = s_2^*$ legyen a p_2 paraméterre teljesülnie kell a fenti egyenletnek, amiről szintén a tulajdonos gondoskodik. Összegzésképpen megjegyzendő, hogy az összes osztályra ugyanez elmondható. Tehát az N darab egyenlet, amelyekből a p_i paraméterek kiszámolhatók: $F^{LL_i}(s_i^*) = \frac{p_i}{h_i+p_i}, i = 1,\ldots,N$. Ez azt jelenti, hogy a menedzserek egy N-résztvevős játékot játszanak, mindannyian a saját költségeiket minimalizálják.

definíció 7.. *Az $(s_1^*, s_2^*, \ldots, s_N^*)$ megoldás **iterált domináns stratégiai egyensúly**, mely azt jelenti, hogy az 1. menedzsernek van egy domináns stratégiája; e stratégia mellett a 2. menedzsernek is van egy domináns stratégiája, stb. Az is igaz azonban, hogy az i. osztályon nem kell tudni, hogy az alsóbb szintek menedzserei mekkora készletszintet választanak.*

E definíció segítségével kimondható az alábbi tétel.

tétel 14.. *Tegyük fel, hogy egy ösztönzést elősegítő measurement scheme segít a menedzserek kiértékelésében, a fenti hosszútávú átlagérték függvény mellett. A büntetési költségparaméterek a fenti egyenletek megoldásaival kaphatók. Ekkor az $(s_1^*, s_2^*, \ldots, s_N^*)$ megoldás iterált domináns stratégiai egyensúly.*

Látható, hogy az egyéni döntések esetén a probléma jóval egyszerűbb a csapatmunka problémájánál. Az is igaz azonban, hogy egy többlépcsős probléma, és egy újságárusprobléma megoldása igen különböző. Az utóbbi modell jobb tulajdonságai a measurement scheme kialakításának következményei.

megjegyzés 6.. *Most vizsgáljuk meg a csapatmunkánál megemlített 4-résztvevős példát az egyéni döntések szemszögéből. Ahhoz, hogy ugyanazt az optimális készletszint–négyest válasszák a menedzserek a következő paraméterekre van szükség:*

$$(p_1, p_2, p_3, p_4) = (10\frac{3}{4}, \frac{11}{20}, \frac{4}{10}, \frac{3}{10}).$$

Az előző alfejezetben meghatározott speciális ösztönzést elősegítő measurement scheme, melyet $\widetilde{A}$-vel jelöltem, a modell felépítése miatt nem teljesen *megfelelő a számunkra. Használhatók viszont Cachon és Zipkin[25] 1999-es eredményei, melyek egy lineáris kontrakciók segítségével létrehozott kétlépcsős modellre adnak meg egy measurement scheme-át.*

Végeztül pedig vizsgáljuk meg az egyéni döntések előnyeit. A cégek előszeretettel decentralizálják a belső láncukat, mivel szerintük a menedzserek jobban ismerik a lokális viszonyokat, mint a tulajdonos. Modellünk feltevése – mely szerint az információ mindenki számára egyformán elérhető – azonban kizárja ezt az okot. A kiváltó ok az lehet, hogy amíg a menedzserek ismerik a valódi keresleti függvényt, addig a tulajdonos csak becsli azt. E feltétel mellett vizsgáljuk a két modellt: a csapatmunkát, és az egyéni döntéseket. Az előbbi szuboptimális megoldáshoz vezet, mivel a tulajdonos nem ismeri pontosan a keresletet. Az utóbbi is szuboptimális, mivel a fent leírt p_i paraméterek hatására a menedzserek kénytelenek a tulajdonos téves információi által meghatározott megoldás közelében választani a készletszintet, de ők a pontos kereslet ismeretében képesek a csapatmunka–optimumnál jobb megoldást keresni.
Hogyan csökkenti a decentralizáció a költségeket? Ez attól függ, hogy mennyire téves információi vannak a tulajdonosnak a keresletről. Chen[6] behatóbban elemezte ezt a témakört, és arra a következtetésre jutott, hogy a csapatmunkás modell költsége mind várható értékben, mind szórásban monoton növekszik. A második modellről ugyanez mondható el, azzal a különbséggel, hogy ebben az esetben a növekedés mértéke nagyságrendekkel kisebb, mint az előzőnél, sőt ebben az esetben a megoldás igen közeli a valódi optimumhoz. Megjegyzendő, hogy a decentralizált modell tehát igen hasznos, ha a tulajdonos nem tudja, milyen a pontos kereslet, de közel optimális megoldást szeretne. Továbbá akkor is e modell ajánlott, ha – ugyan a tulajdonos pontosan ismeri a keresletet – igen erős fluktuációval néz szembe a vállalat. Ekkor ugyanis költséges lenne a mindenkori pontos adatok megszerzése a tulajdonos számára, szemben a decentalizáció viszonylagos olcsóságával.

Irracionális viselkedés. Most egy példát látunk arra, ha a menedzserek tévednek. Elemezzük, hogy milyen hatásokat eredményez ez a rendszeren belül. Az első ilyen tipikus hiba az, ha a menedzser úgy próbálja egy konstans

Y-on tartani a nettó készletszintjét, hogy amikor a szint Y alá esik: a különbséget rendeli, különben nem tesz semmit. E jelenség neve MBSP(Misused Base Stock Policy). A probléma ezzel kapcsolatban ott gyökeredzik, hogy a döntéshozó így szándékosan figyelmen kívül hagyja a kimagaslóan nagy rendeléseket. Optimális esetben az installált készletszintet tartaná egy adott szinten. Az előzőekben tárgyalt összetett példát újra elővéve tegyük fel, hogy csak egy osztálynál fordul elő az MBSP, melyről a többi mit sem tud. Chen[6] elemzése rávilágít arra, hogy minél mélyebben található az MBSP-s osztály, annál költségesebb a vállalat számára ez a tévedés. Az is igaz továbbá, hogy ebben az esetben megjelenik a bullwhip effektus. Ennek a hibának egyik lehetséges kiküszöbölési lehetősége: amikor egy osztály leadja rendelését, el kell küldenie az általa tapasztalt keresletet is. Így az alsóbb szintek hibái többé már nem hatnak ki a fentebb lévő osztályok eredményeire.

2. Globális vállalatok

Ebben a részben Li, Porteus és Zhang[26] 2001 novemberében megjelent cikkének eredményeit tárgyalom, melyben a többországos sztochasztikus gyártó rendszerek optimális irányítási elveit vizsgálják változó feltételek mellett. Tehát a globális vállalatok problémáival foglalkozom. Egyre több vezető vállalat követi azon módszert, mely arra irányul, hogy a világ minél több országában ott legyenek, és nem csak termékeik globális jelenlétét értik ez alatt, hanem azt, hogy maga a termelés is lehetségessé váljon az adott országban. Ez okból hatalmas nemzetközi gyár–rendszereket alakítanak ki, hogy a piaci versenyben lépést tartsanak egymással. Ezen kívül a minél nagyobb részesedés megszerzésének reménye is inspirálja őket. A gyártás struktúrája a geográfiailag különböző régiókban hatalmas rugalmasságot ad a cégnek, hogy a devizaárfolyamok jövőbeli változására, a versenytársak stratégiai mozgására, és a kormányzati elgondolásokra reagálhasson. Már a 80-as években foglalkoztak a témával, és Kogut, ill. Kulatilaka[27] eredményei igen meggyőzőek: két országot vizsgálva kiderítették, hogy az egyéni optimalizálás negatív, a csapatmunka pozitív jelenértékhez vezet. Ez utóbbi annak az extra tulajdonságnak köszönhető, hogy a termelést át lehet csoportosítani egyik országból a másikba. Ehhez azonban szükséges a gyárak összehangolása. E témakör sem új terület a SCM-ben, mivel a lánc vertikális összehangolása a gyártó, a terjesztő, a nagy-, és a kiskereskedő között már igen régóta a szakemberek kutatásainak egyik fő iránya, habár a globális láncokra vonatkozó ilyen irányú szakirodalom eléggé gyér. Cohen és Mallik[28] mukájukban – mely a globális modellek elemzését tartalmazza – arra mutatnak rá, hogy a legtöbb modell nem képes a nemzetközi kereslet ingadozásával mit kezdeni.
A modelleket két fő osztályra bontják:

- az option valuation modellek a termelés átcsoportosítását, illetve outsourcingját[7] támogatják attól függően, hogy milyen az adott országok természete, melyet a devizaárfolyamok, a piaci kondíciók, és hasonlók határoznak meg.

[7]Ez a szó már a magyarban is meghonosodott. Azt jelenti, hogy a vállalat nem végzi el az adott munkát, hanem külső cégnek kiadja azt.

- a hálózat felépítési modellek pedig inkább a globális rendszerek megtervezését, és hosszútávú hasznosítását teszik lehetővé.

A most bemutatásra kerülő modell az utóbbi kategóriába tartozik. Azt vizsgálom, hogy milyen hatással vannak a globális termelő vállalatok optimális termelési irányelveinek struktúrájára a különböző faktorok ingadozása, úgy mint: devizaárfolyam, kereslet, gyártási idő. Egy optimális elvnek tartalmaznia kell, hogy milyen eszközökkel kellene a különböző termékek termelési tevékenységeit úgy összhangba hozni, hogy amennyire lehet megelőzzék a fenti faktorok változását, illetve amikor már ez a változás megtörtént, akkor minél jobban reagáljanak az eseményekre. Az optimális elv meghatározása igen fontos szerepet játszik a globális piacon versengő vállalat által elérhető kapacitások, és az általa felépíthető gyárak elhelyezésének költséganalízisében, az előnyök vizsgálatában, és a kockázatelemzés témakörében. Most a korlát–típusú elvek között keresünk a modellekre optimális gyártási irányelvet. Először egy egyszerű, kétországos rendszerre mutatom meg, hogy az ú.n. elsődleges/másodlagos gyárak elve optimális. Az is ki fog derülni, hogy a gyárak közötti prioritás akkor változik meg, amikor a valutaárfolyam átlépi azt a szintet, melyen a termelési költségek egyenlőek. A gyárak átcsoportosítási költségeiről Kogut és Kulatilaka[29] írt egy cikket, melyben – a korábbi munkájukat folytatva – egy sztochasztikus–dinamikus programot[8] építettek fel. Eredményeik arra is rámutatnak, hogyan tudják a globális vállalatok ösztönözni a menedzsereiket, hogy azok úgy módosítsák a termelési tervet, hogy egymással összhangba kerüljenek. A keresletingadozásra és a gyártási idők változására azonban nem végeztek semmiféle vizsgálatot, így modelljük ezen faktorok szempontjából korántsem nevezhető megfelelőnek. Cohen és Lee[30] egy átfogó matematikai program–modell segítségével vizsgálta a globális gyártó és forgalmazó vállalatok erőforrásainak növekedését azzal a céllal, hogy elérjék az adózott nyereség maximumát. Ők viszont a devizaárfolyam változást nem vették figyelembe. Modellüket ebben az irányban Huchzermeier és Cohen[31] fejlesztette tovább. Egy olyan rangsor szerinti megközelítést

[8] Jobbanmondva dinamikus programozással oldották meg az általuk kialakított sztochasztikus programot.

ajánlottak, mely egyesíti a hálózati folyamok és az option valuation paradigmákat. Munkájuk első szakaszában a korrelált devizaárfolyam–folyamatok egy polinomiális approximációs modelljét vizsgálták, és az utolsó szakaszban definiáltak egy sztochasztikus–dinamikus programot, mely egy jelentős forgalmat bonyolító multinacionális vállalat diszkontált, várható, globális, adózás utáni profitját maximalizálja . Numerikus példákon keresztül megmutatták, mennyit ér a devizaárfolyamok változásaira dinamikusan reagáló globális hálózat a vállalatok számára. A keresletről, és a gyártási időről feltételezték, hogy determinisztikusak, de cikkükben az optimális raktározási elv szerkezetétet nem határozták meg. Dasu és Li[32], egy kétországos termelő rendszer optimális termelési elveit vizsgálta véletlenszerűen változó devizaárfolyam és termelésátcsoportosítási költségek mellett. A keresletet és a gyártási időt determinisztikusnak és állandónak feltételezve megmutatták, hogy az optimális elv monoton hiszterézis elv konkáv vagy konvex költségfüggvényekkel. Konstans keresletet, és gyártási idő, valamint felesleges kapacitás esetén a rendszerben minden gyár termelésének megszervezése triviális: a cég egyszerűen ott termel többet, ahol ezt olcsóbban teheti meg. A nagyobb termelés viszont csak addig folytatható, amíg a kapacitáskorlátok még engedik. Amikor relaxáljuk a kereslet és a gyártásidő állandóságát, már nem csak a termelési költségek az egyedüli meghatározó tényezők: a szállítási tulajdonságok is fontossá válnak. Ekkor lép fel az a probléma, melyszerint – habár a legalacsonyabb költségen üzemelő gyárnak átlagosan van még felesleges kapacitása – a hálózat érzékenysége a faktorok változására megromolhat, illetve a rendszer egészének szállítási jellemzői gyengülhetnek, ha továbbra is ebben a gyárban termelünk. Ezért kell az optimális modell keresésekor a kereslet, és a gyártásidők ingadozását éppúgy figyelembe venni, mint a devizaárfolyam változását. Versenyző piaci fetételek, változó kereslet, és ingadozó gyártásidők mellett a szállítási időkkel behatóbban foglalkoznak a következő cikkek: Li[35], Li és Lee[36], illetve Lederer és Li[37].

Mind Dasu és Li, mind Kogut és Kulatilaka feltételezték modelljeikben, hogy minden pillanatban a teljes termelés mennyisége megegyezik a fellépő összkereslettel, továbbá nincs készletraktározás a mostani pillanatról a következőre. Ez ugye ellentmond a raktározásra gyártás elvének, amire a cégek a jövőbeli nemkívánatos devizaárfolyamok elleni védekezés miatt kényszerülnek, hisz a devizaárfolyam – számukra káros irányú – elmozdulása sokkal magasabb termelési költségeket eredményezhet egyes országokban. Elképzelhető tehát, hogy a cég úgy dönt: egy speciálisan kiválasztott országban túltermeléssel extra készletet halmoz fel. Abban az országban teszik ezt, ahol a valutaárfolyamok viszonylagosan alacsony szintje miatt a termelés igen gazdaságos. Később, amint a körülmények romlanak a cég lefagyasztja a termelést, és a keresletet a felhalmozott extra készletből elégíti ki. Amint az ország gazdasági viszonyai újra vonzóak lesznek, vagy ha a raktár egy adott szint alá esik: újra beindul a termelés. Ez a viselkedés igen hasonló az előző fejezetbeli áringadozás témakörében tárgyaltakhoz. Elképzelhető, hogy bizonyos megszorítások mellett az optimális elv szerint nincs szükség raktározásra, de jobb lenne, ha ez az elemzés eredménye lenne, nem pedig a feltételek egy következménye, így én sem zárom ki a raktárra való termelést. A feladat az, hogy megértsük a globális termelő hálózatok optimális összehangoló, és meghatározó termelési irányelveit mind a gyártásra, mind a raktározása vonatkozóan. E célból tekintsük azt a modellt, melyben minden országban egy-egy gyár található, melyek ugyanazt a fajta terméket gyártják. Meg akarjuk tudni, hogyan reagál a rendszer a környezet változásaira, ezért a vállalatgazdaságból jól ismert horizontális megkülönböztetés mintájára elemezzük többgyáras modellünket, mely a kereslet, a gyártás ingadozásaiból származó torlódásokra és késésekre éppúgy reagál, mint a termék előállítási költségeinek megváltozására egy szomszédos országban. A rendszerben továbbá szabad raktározás céljából termelni, illetve az üzemek közötti váltásoknak nincs költsége. Minden gyárnak adott egy korlátozó függvénye, melyet a szomszédos országok adatai határoznak meg, és amelyik a globális készletkorlátot adja. A gyár akkor és csak akkor működhet, ha a készletszint e korlát alá esik. Amint az ki fog derülni, már két gyár esetén sem mindig igaz, hogy ez a korlátozó függvény monoton a devizaárfolyamokban. Azt is megmutatom, hogy ebben az esetben egy úgynevezett elsődleges/másodlagos elv az optimális. A módszer, mely ezt a nevet kapta igen ismert a gazdasági élet terén, hisz az egyik legalapvetőbb elvet fogalmazza meg: úgy gyártunk, hogy az a legkifizetődőbb legyen. Ezzel igen jelentős költségjavulás érhető el.

definíció 8.. *Egy többgyáras cég esetén az* ***elsődleges/másodlagos*** *elv:*

- *az alacsony készletszint esetén mindkét gyár;*
- *amikor a készletszint közepes, csak az elsődleges gyár;*
- *magas szinten egyik sem üzemel.*

Meg kell még említeni, hogy a helyzet megváltozik, amikor a másodlagos gyár államában a gyártás olcsóbbá válik: a két gyár szerepe is felcserélődik. A vállalatok készleteik nagy részét a szomszédos országok jövőbeli költségváltozásaitól való félelmük miatt raktározzák.

2.1. Termelési/raktározási elv

Először határozzuk meg a modellt, amit elemezni szeretnénk: egy vállalatot vizsgálunk, melynek két országban van gyára, és ezen üzemek egyféle terméket képesek gyártani. Ezen termék iránti keresletet egy λ paraméterű Poisson–folyamattal modellezzük. A raktárkészletet használják fel a kereslet kielégítésére. Amikor kevesebb termék van raktáron, mint amekkora a kereslet, akkor a fennmaradó igény rendelés formájában hátralék marad. Jelölje x a nettó készletszintet, a negatív értékek értelemszerűen a hátralékot jelzik. A $g(x)$-szel pedig a vállalat teljes költségét jelöljük. Például lineáris költségfüggvényt feltételezve:

$$g(x) = \begin{cases} hx & \text{ha } x \geq 0, \\ -px & \text{ha } x < 0. \end{cases} \tag{6}$$

Itt h és p pozitív állandók. Tegyük fel továbbá, hogy a gyártási idő az i. országban található gyár esetén exponenciális eloszlású, a várható értéke pedig: $1/\mu_i$, $\forall i$. Mivel elemzésünk fő tárgya a valutaárfolyam-ingadozás okozta termelési költségváltozás vizsgálata, így az egyszerűség kedvéért feltételezzük, hogy nincsenek szállítási idők. Ez a feltevés drasztikusan egyszerűsíti analízisünket, de viszont modellünk ezáltal sokat veszít általánosságából. Megjegyzem, több szerző is élt ezzel a módszerrel: Kogut és Kulatilaka, Dasu és Li. Gondoljunk csak bele, hogy abban az esetben, amikor a két ország szomszédos, a két gyár közötti termékszállítás nagyjából ugyanannyi időt vesz igénybe, mint a gyárból a megrendelőhöz történő kiszállítás. Ilyen esetben feltételezhető, hogy a kereslet csak az egyik országban merül föl, és amint előállították a másik országban a terméket, azonnyomban elküldik az első országba, így a termék olyan gyorsan áll redelkezésre, mintha az első országban gyártották volna. Legyen Θ a külső környezeti állapottól (mondjuk a devizaárfolyamtól) függő egészértékű változó, és $c_i(\Theta)$ jelölje az i. országbeli gyár üzemeltetési költséghányadát a gyártási kapacitás egy terméke esetén. Így tehát az i. országban a teljes gyártási költség: $\mu_i c_i(\Theta)$. Példaként tekintsük a $c_1(\Theta) = c_1$, és a $c_2(\Theta) = 1.01^{\Theta} c_2$. Látható, hogy amíg az előbbi független a Θ-tól, addig az utóbbi 1%-kal növekszik, ha Θ eggyel nő. Tegyük fel, hogy Θ mozgását két Poisson–folyamat különbsége írja le: a felfelé ugrások átlagos aránya ν_1, a lefelé ugrásoké ν_2. Ezentúl az egyszerűség kedvéért Θ-t a devizaárfolyamnak nevezzük, habár jól tudjuk, hogy csak annak egy indexe. A cégnek el kell döntenie, hogy a készletek, és a devizaárfolyam ismeretében melyik gyárat üzemeltesse, ha minimalizálni kívánja költségeinek várható jelenértékét. Amikor a készlet alacsony, esetleg mindkettőt üzemeltetni kell, annak tudatában, hogy ekkor mindkettő üzemeltetési költségei felmerülnek. Viszont amikor a készlet magas, esetleg mindkettőben befagyasztjuk a termelést (átmenetileg). Egy közbülső szinten pedig lehet, hogy csak az egyik gyárat éri meg üzemeltetni, attól függően, hogy mekkora abban a pillanatban a devizaárfolyam. Ezen probléma megoldására egy Markov döntési folyamatot konstruálunk és elemzünk. A döntési tér $A = \{(a_1, a_2)\}$, ahol $a_i \in \{0, 1\},\ i = 1, 2$. Itt $a_i = 1$ azt jelenti, hogy az i. országbeli gyár üzemel, és $a_i = 0$ azt, hogy nem. A nem teljes kapacitáson való üzemeltetés kizárása megszorításnak tűnhet, de – amint azt később láthatjuk – ez nem befolyásolja az optimumot. Legyen az inflációs ráta α, és vezessük be a $\Lambda = \lambda + \nu_1 + \nu_2 + \mu_1 + \mu_2$ jelölést. Az időskála megválasztásával $\Lambda + \alpha = 1$ elérhető. A Lippman[33] és Serfőző[34] által kidolgozott technika lehetőséget nyújt arra, hogy a folytonos modellünket diszkretizáljuk. A módosított modell minden átmenete egy kattanásnak felel meg azon a Poisson órán, mely Λ-t kattan az eredeti időskála egy egysége alatt. Először véges diszkrét horizontot vizsgálunk, majd rátérünk a végtelen időhorizont problémájára.

2.1.1. Véges időhorizont

Jelölje $V_n(\Theta, x)$ a teljes, diszkontált költségek optimális értékét, amikor még n ütem van hátra, a jelenlegi devizaárfolyam Θ, és a nettó készletszint x.

$$\begin{aligned}
V_{n+1}(\Theta, x) &= g(x) + \lambda V_n(\Theta, x-1) + \nu_1 V_n(\Theta+1, x) + \nu_2 V_n(\Theta-1, x) + \\
&+ \min_{(a_1,a_2)} \sum_{i=1}^{2} \{a_i\mu_i[V_n(\Theta, x+1) + c_i(\Theta)] + (1-a_i)\mu_i V_n(\Theta, x)\} = \\
&= g(x) + \lambda V_n(\Theta, x-1) + \nu_1 V_n(\Theta+1, x) + \nu_2 V_n(\Theta-1, x) + \\
&\quad + \sum_{i=1}^{2} \mu_i\{V_n(\Theta, x) + \min[0, v_n(\Theta, x) + c_i(\Theta)]\}. \qquad (7)
\end{aligned}$$

Itt

$$v_n(\Theta, x) = V_n(\Theta, x+1) - V_n(\Theta, x) \qquad (8)$$

a raktározás marginális költsége, mely azt mutatja meg, hogy mennyivel nő a költség, ha a raktáron lévő termék x számát eggyel növelem, feltéve, hogy a devizaárfolyam Θ, és n pillanat van még hátra. Ezek szerint az i. gyár üzemeltetésének költsége: $\mu_i[v_n(\Theta, x) + c_i(\Theta)]$, azaz akkor kell üzemeltetni az i. gyárat, ha $v_n(\Theta, x) + c_i(\Theta) < 0$. Ebből az is látszik, hogy a két gyárra vonatkozó döntés független egymástól. Legyen

$$S_{i,n}(\Theta) = \min\{x : v_n(\Theta, x) + c_i(\Theta) \geq 0\},\ i = 1,2 \qquad (9)$$

esetén. Látható, hogy x-ben konvex $V_n(\Theta, x)$ függvényre $v_n(\Theta, x) + c_i(\Theta)$ növekszik x-ben, tehát a korlát-típusú elv optimális a cégnek: minden n pillanatban, és minden Θ devizaárfolyam mellett az i. gyárat akkor és csak akkor üzemeltetem, ha a készletszintem a megadott korlát alá esik, azaz $x < S_{i,n}(\Theta)$. Ez a feltétel többek között a lineáris költségek esetében fennáll, így igaz az alábbi tétel.

tétel 15.. *Tegyük fel, hogy $g(x)$ konvex függvénye x-nek. Ekkor $V_n(\Theta, x)$ is konvex x-ben, és ekkor a korlát–típusú elv optimális.*

Bizonyítás. A tétel az alábbi lemma segítségével könnyen bebizonyítható teljes indukcióval. A lemma igazolását Li, Porteus és Zhang[26] munkájában megtalálhatja az olvasó.

lemma 2.. *Minden konvex $V(x)$ függvény, és minden b konstans esetén* $\min[V(x+1)+b, V(x)]$ *is konvex az x-ben.*

Legyen $V_0(\Theta, x) \equiv 0$. Ez konvex x-ben.
Most tegyük fel, hogy $V_n(\Theta, x)$ konvex függvénye x-nek. A lemma miatt $\min[V_n(\Theta, x+1)+c_i(\Theta), V_n(\Theta, x)]$ konvex x-ben, de ekkor $V_{n+1}(\Theta, x)$ is az. $\square$

Tegyük fel, hogy az első gyárban a termelés költségfüggvénye csökken, a másodikban pedig nő Θ-ban. A bevezetett példákra is igaz ez. Ahogy Θ növekszik, úgy lesz egyre olcsóbb az első, és drágább a második gyárban termelni. Mivel $S_{i,n}(\Theta)$ határozza meg az i. gyár kihasználtságát, azaz magasabb $S_{i,n}(\Theta)$ magasabb kihasználtságot jelent, ezért ésszerűnek tűnik az a feltételezés, hogy $S_{1,n}(\Theta)$ növekszik, és $S_{2,n}(\Theta)$ csökken Θ-ban. Ez azonban nem mindig igaz, ezt bizonyítja az alábbi tétel.

tétel 16.. *Az optimális korlátok – $S_{i,n}(\Theta)$, $i = 1,2$ – nem mindig monotonok Θ-ban, még akkor sem, ha a termelési költségek – $c_1(\Theta)$ és $c_2(\Theta)$ – monotonok.*

Bizonyítás. Az alábbi példa bizonyítja az állítást.

$$g(x) = \begin{cases} 0.5x & \text{ha } x \geq 0, \\ -2x & \text{ha } x < 0. \end{cases}$$

$$c_1(\Theta) = 15$$

$$c_2(\Theta) = \begin{cases} 0.7 & \text{ha } \Theta \leq 0, \\ 15 & \text{ha } \Theta > 0. \end{cases}$$

Itt $g(x)$ konvex, $c_1(\Theta)$ csökken, és $c_2(\Theta)$ növekszik Θ-ban. A többi paraméter:

α	λ	ν_1	ν_2	μ_1	μ_2
0.05	0.3	0.2	0.1	0.15	0.2

Legyen $n = 8$, Θ fusson -3 és 1 között, és x pedig -3 és 3 között változzon. Ekkor kiszámolva $V_n(\Theta, x)$ értékeit, és ezen keresztül $S_{2,n}(\Theta)$-t.

$\Theta \diagdown x$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$c_2(\Theta)$	$S_{2,n}(\Theta)$
-3	45.87	32.63	20.11	9.88	5.96	5.45	7.23	0.7	1
-2	45.93	32.69	20.16	9.90	5.97	5.45	7.23	0.7	1
-1	46.32	33.06	20.46	10.07	6.03	5.46	7.23	0.7	1
0	47.94	34.62	21.79	10.81	6.31	5.53	7.24	0.7	2
1	53.21	39.76	26.37	13.25	7.02	5.69	7.27	15	≤ -3

Tehát $S_{2,n}(\Theta)$ nem monoton Θ-ban. $\square$

A bizonyításbeli példát a következő két modell ihlette:

- Kereslet csak az első országban jelentkezik, de a másodikban sokkal olcsóbb a munkaerő, így a termelési költség itt alacsonyabb. Ésszerű tehát az az elv, hogy amíg csak lehet a második országban termeljünk, és szállítsuk át a terméket az elsőbe. Sajnos azonban ezáltal megnő az első ország kereskedelmi deficitje a másodikkal szemben, így a kormányzat megpróbálja ezt valahogy ellensúlyozni, például védővámok bevezetésével. Most e deficit legyen a Θ. A fenti példánk akkor áll fenn, ha egy Θ' küszöb után a védővámok olyan drasztikusan megemelkednek, hogy már mindegy melyik országban termelünk.

- A másik esetben a Θ' legyen egy termék importjának korlátja, és álljon fenn, hogy amint átléptük ezt a korlátot a tarifák gyorsan emelkednek. Ebben a példában a Θ' évközben emelkedik, de az év végén lenullázódik.

Láttuk, hogy $S_{i,n}(\Theta),\ i = 1, 2$ határozza meg melyik gyár működjön. Konstans $c_i(\Theta),\ i = 1, 2$ költségekre, ami például a két ország közötti valutaárfolyam stabilitása esetén fennáll, $S_{i,n}(\Theta),\ i = 1, 2$ független Θ-tól, és a legjobb arányt állítja fel a termelési, és a raktározási költségek között. Viszont amikor $c_i(\Theta),\ i = 1, 2$ függ a Θ-tól, akkor bejön még egy faktor: hogyan változnak majd az eddigi faktorok a jövőben, ha Θ például csökken. Vezessük be a következő jelöléseket:

$$G_1(\Theta) \equiv \alpha c_1(\Theta) + \nu_1[c_1(\Theta) - c_1(\Theta + 1)] + \nu_2[c_1(\Theta) - c_1(\Theta - 1)]$$

$$G_2(\Theta) \equiv \alpha c_2(\Theta) + \nu_1[c_2(\Theta) - c_2(\Theta+1)] + \nu_2[c_2(\Theta) - c_2(\Theta-1)]$$

tétel 17.. *Tegyük fel, hogy $c_1(\Theta)$ csökken, és $c_2(\Theta)$ növekszik Θ-ban. Továbbá tegyük fel, hogy az előbb definiált $G_1(\Theta)$ csökken, és $G_2(\Theta)$ növekszik Θ-ban. Ekkor $\forall\ n:\ v_n(\Theta,x)+c_1(\Theta)$ csökken és $v_n(\Theta,x)+c_2(\Theta)$ pedig növekszik Θ-ban, tehát $S_{1,n}(\Theta)$ növekszik, és $S_{2,n}(\Theta)$ pedig csökken Θ-ban.*

Bizonyítás. A következő lemma segítségünkre lesz, az érdeklőlő olvasó Li, Porteus és Zhang munkájában találja meg a lemma igazolását. Vezessük be a következő jelöléseket:

$$H_1(\Theta,x) = v(\Theta,x) + b_1(\Theta) +$$

$$+ \min[0, v(\Theta,x+1) + b_2(\Theta)] - \min[0, v(\Theta,x) + b_2(\Theta)]$$

$$H_2(\Theta,x) = v(\Theta,x) + b_2(\Theta) +$$

$$+ \min[0, v(\Theta,x+1) + b_1(\Theta)] - \min[0, v(\Theta,x) + b_1(\Theta)]$$

lemma 3.. *Tegyük fel, hogy*

- *$v(\Theta,x)$ növekszik x-ben,*
- *$b_1(\Theta)$csökken Θ-ban,*
- *$v(\Theta,x)+b_1(\Theta)$ csökken Θ-ban,*
- *$b_2(\Theta)$ növekszik Θ-ban,*
- *$v(\Theta,x)+b_2(\Theta)$ növekszik Θ-ban.*

Ekkor $H_1(\Theta,x)$ csökken, és $H_2(\Theta,x)$ pedig növekszik Θ-ban.

Legyen $v_0(\Theta,x)\equiv 0$. Ekkor a tétel igaz $n=0$-ra. Tegyük fel, hogy a tétel igaz n-re, és nézzük $n+1$-re. Mivel $\Lambda+\alpha=1$, ezért:

$$v_{n+1}(\Theta,x) + c_1(\Theta) = g(x+1) - g(x) + \lambda[v_n(\Theta,x-1) + c_1(\Theta)] +$$

$$+\nu_1[v_n(\Theta+1,x)+c_1(\Theta+1)]+\nu_2[v_n(\Theta-1,x)+c_1(\Theta-1)]+G_1(\Theta)+$$

$$+\mu_1[\max[0,v_n(\Theta,x)+c_1(\Theta)]+\min[0,v_n(\Theta,x+1)+c_1(\Theta)]]+\mu_2 H_{1,n}(\Theta,x)$$

$$v_{n+1}(\Theta,x)+c_2(\Theta)=g(x+1)-g(x)+\lambda[v_n(\Theta,x-1)+c_2(\Theta)]+$$

$$+\nu_1[v_n(\Theta+1,x)+c_2(\Theta+1)]+\nu_2[v_n(\Theta-1,x)+c_2(\Theta-1)]+G_2(\Theta)+$$

$$+\mu_2[\max[0,v_n(\Theta,x)+c_2(\Theta)]+\min[0,v_n(\Theta,x+1)+c_2(\Theta)]]+\mu_1 H_{2,n}(\Theta,x)$$

Itt

$$H_{1,n}(\Theta,x)=v_n(\Theta,x)+c_1(\Theta)+$$

$$+\min[0,v_n(\Theta,x+1)+c_2(\Theta)]-\min[0,v_n(\Theta,x)+c_2(\Theta)]$$

a fenti lemma alapján csökken Θ-ban, és

$$H_{2,n}(\Theta,x)=v_n(\Theta,x)+c_2(\Theta)+$$

$$+\min[0,v_n(\Theta,x+1)+c_1(\Theta)]-\min[0,v_n(\Theta,x)+c_1(\Theta)]$$

pedig növekszik Θ-ban. Kihasználva $G_i(\Theta),\ i=1,2$ monotonitását adódik az állítás. □

Az előző tétel feltételezi $G_1(\Theta)$, $G_2(\Theta)$, $c_1(\Theta)$, és $c_2(\Theta)$ monotonitását. Ezek közül az előző kettő bizonyos esetekben megspórolható, ahogyan azt az alábbi következmény mutatja.

következmény 1.. *Legyen $\Delta c_2(\Theta)\equiv c_2(\Theta+1)-c_2(\Theta)$. Tegyük fel, hogy $c_1(\Theta)$ állandó, $c_2(\Theta)$ szigorúan növekszik Θ-ban, továbbá $\frac{\Delta c_2(\Theta+1)}{\Delta c_2(\Theta)}$ korlátos. Az alsó korlát $L_2>0$, a felső pedig $U_2>0$. Továbbá feltételezve, hogy*

$$\alpha\geq\nu_1(U_2-1)-\nu_2(1-\frac{1}{L_2}). \qquad (10)$$

Ekkor $G_1(\Theta)$ konstans, és $G_2(\Theta)$ növekszik Θ-ban, így tehát $S_{1,n}(\Theta)$ növekszik, és $S_{2,n}(\Theta)$ csökken Θ-ban.

megjegyzés 7.. *Amikor* $c_1(\Theta)$ *konstans, és* $c_2(\Theta)$ *növekvő, affin függvénye* Θ*-nak, akkor* $L_2 = U_2 = 1$*, és a fenti egyenlőtlenség is mindig fennáll. Tehát a korlátok monotonok.*
A fentebb bevezetett költségfüggvényekre: $L_2 = U_2 = 1.01$*. A fenti egyenlőtlenség az alábbi alakot ölti:*$\alpha \geq \nu_1/100 - \nu_2/101$*. Ehhez elengedhetetlen, hogy az infláció elég magas legyen ahhoz, hogy ellensúlyozza a második gyár költségnövekedését. (Az egyenlőtlenségben* ν_1 *együtthatója nagyobb a* ν_2*-jénél.)*

A fejezet végén vizsgáljuk meg hogyan változik a készletkorlát a költségváltozások hatására. Ezen vizsgálat esetén tegyük fel, hogy a költségek lineárisak.

tétel 18.. *Legyen* $g(x)$ *az (6)-ben megadott formájú. Ekkor* $v_n(\Theta, x)$ *növekszik h-ban, és csökken p-ben. Tehát* $S_{1,n}(\Theta)$ *és* $S_{2,n}(\Theta)$ *is csökken h-ban, és növekszik p-ben.*

Bizonyítás. Alakítsuk át néhány függvény jelölését, jelezve, hogy függenek a h-tól, és a p-től. Tehát a következő módosított alakokat használjuk:

$$g^{h,p}(x),\ V_n^{h,p}(\Theta, x),\ v_n^{h,p}(\Theta, x),\ S_{i,n}^{h,p}(\Theta)$$

Könnyen látható (6)-ből, hogy a $\Delta g^{h,p}(x) \equiv g^{h,p}(x+1) - g^{h,p}(x)$ függvény h-ban növekszik, és p-ben csökken. Most n szerinti indukcióval bizonyítjuk be a tételt: $v_0^{h,p}(\Theta, x) \equiv 0$-ra igaz a tétel, tegyük fel, hogy n-ig igaz, bizonyítsuk $n+1$-re. (7)-ből, és (8)-ból:

$$v_{n+1}^{h,p}(\Theta, x) =$$
$$\Delta g^{h,p}(x) + \lambda v_n^{h,p}(\Theta, x-1) + \nu_1 v_n^{h,p}(\Theta+1, x) + \nu_2 v_n^{h,p}(\Theta-1, x)$$
$$+ \sum_{i=1}^{2} \mu_i \{\max[v_n^{h,p}(\Theta, x), -c_i(\Theta)] + \min[0, v_n^{h,p}(\Theta, x+1) + c_i(\Theta)]\}.$$

Ebből viszont következik a tétel állítása $v_{n+1}^{h,p}(\Theta, x)$-re. □

2.1.2. Végtelen időhorizont

Szeretnénk meghatározni az optimális elvet végtelen időhorizont esetén, a 15., és a 17. tétel feltételei mellett. Ezért legyen $V(\Theta, x) = \lim_{n\to\infty} V_n(\Theta, x)$, és $S_i(\Theta) = \min\{x : V(\Theta + 1, x) - V(\Theta, x) + c_i(\Theta) \geq 0\}$. Az optimális készletezési elv korlát–típusú minden Θ-ra. Az $S_1(\Theta)$ növekszik, az $S_2(\Theta)$ csökken Θ-ban, és a $\Theta = \widehat{\Theta}$, $x = \widehat{x}$ pontban metszik egymást, itt $c_1(\Theta) = c_2(\Theta)$.

- Amikor $\Theta < \widehat{\Theta}$, a második gyár az elsődleges, és az elő gyár a másodlagos. Ez azt jelenti, hogy

  $S_2(\Theta) < x$: mindkét gyár szünetelteti a termelést
  $S_1(\Theta) < x \leq S_2(\Theta)$: csak a második gyár üzemel
  $x \leq S_1(\Theta)$: mindkét gyár üzemel

- Amikor $\widehat{\Theta} < \Theta$, az első gyár az elsődleges, és a második gyár a másodlagos. Értelemszerűen módosul a gyárak irányításának elve.

Megjegyzem, amikor a devizaárfolyam igen magasról indul, és folyamatosan csökken, akkor kezdetben az első gyár az elsődleges, de egy idő után másodlagossá válik, és egyre ritkábban üzemeltetik, ha üzemeltetik egyátalán.
Érdekes a rögzített készletszint szerinti vizsgálat:

$x < \widehat{x}$: amikor a devizaárfolyam
alacsony: csak a második gyár üzemel
magas: csak az első gyár üzemel
közepes: mindkét gyár üzemel

$\widehat{x} < x$: amikor a devizaárfolyam
alacsony: csak a második gyár üzemel
magas: csak az első gyár üzemel
közepes: egyik gyár sem üzemel

Vizsgáljuk meg, mennyit ér a második gyár a cégnek. A gyár értékét a következő elv alapján számolom: a cég várható költségei, feltéve, hogy a vállalatnak nincsen második gyára, mínusz a gyár rendelkezésre állása esetén felmerülő várható költségek. Ez a különbség mindaddig pozitív, amíg $\exists\Theta:\ S_2(\Theta) > -\infty$. Ekkor ugyanis pozitív valószínűséggel használja a cég legalább másodlagos gyárként, sőt az is elképzelhető, hogy ő lesz az elsődleges gyár.
Megjegyzem, hogy minden Θ esetén áll mindkét gyár, ha a készletszint a két korát felett van, azaz $x > \max[S_1(\Theta), S_2(\Theta)]$. Mivel $\max[S_1(\Theta), S_2(\Theta)]$-nak $\widehat{\Theta}$-ban van a minimuma, így itt nagyobb valószínűséggel szünetel a temelés egyszerre mindkét gyárban, mint akármilyen más Θ esetén. Nevezhetjük a $\max[S_1(\Theta), S_2(\Theta)]$-t a Θ devizaárfolyamhoz tartozó előirányzott készletszintnek, célszintnek, melyet a termelés számára elérendő célként tűzünk ki.

Ez a célszint növekszik, ha bármelyik gyár termelési költsége jóval a másik alá esik, és ekkor esetleg a cég már egy olyan egygyáras vállalatként viselkedik, melynek rendelkezésére áll egy extra forrás abban az esetben, amikor a készletei túl alacsonnyá válnak. Amikor viszont a költségek megközelítőleg azonosak, esetleg megéri szüneteltetni a termelést, hogy kiderüljön, melyik gyárban válik olcsóbbá a termelés a jövőben. A célszint csökkentésével az olcsóbbá váló gyárban több terméket gyárthat, de ez az előny eltűnhet, ha a célszintet befagyasztjuk.
Mivel a modell megengedi a készletre gyártást, így a termelést két részre bonthatjuk:

1. a fogyasztói keresletet kielégítő termelésre
2. a raktárszint karbantartása miatti termelésre

A fentiekben ez utóbbit tárgyaltuk, most pedig vizsgáljuk meg az előbbit is. A 18. tételt felhasználva – ha p viszonylag alacsony– a cég mindig a fogyasztói megrendelésre termel, azaz csak akkor indítja be a gyártást, ha rendelés érkezik. Ebben az esetben legalább addig kell váratni a fogyasztókat, amíg a kívánt termékmennyiség el nem készül, sőt tovább, ha az új rendeléskor még nem mindegyik addigi igényt elégítette ki a vállalat. Viszont ahogy p növekszik, úgy kell vele együtt növelni a készletszint korlátját, és ekkor már az lesz az optimális, ha akkor is termel a vállalat, ha nincs kereslet, így késés nélkül kiszolgálhatja vevőit, ha megugrik a kereslet. Amint elfogy a készlet, a vevőknek újra várniuk kell. Amikor a hiányból fakadó büntetési költség már jóval meghaladja a raktározásit, akkor a cég sokkal magasabb optimális készletszinttel dolgozik, így a legtöbb vevő késés nélkül megkapja rendelését.

2.2. Kiterjesztések

Most az előző alfejezet modelljének kiterjesztése következik négy irányba. Először megengedetté teszem, hogy egy országban több gyár is legyen. Majd a devizaárfolyam mozgását általánosítom stacionárius Markov–folyamattá, illetve a keresletet diszkrét valószínűségi válozónak feltételezem. Ezután a modellt átalakítom többországos modellé. Végül pedig a többtermékes vállalat szempotjából elemzem a problémát.

2.2.1. Országonként több üzem

Tegyük fel, hogy az első országban k_1, a másodikban k_2 gyár található. Legyenek ezek: $K_1 = \{1, \ldots, k_1\}$, és $K_2 = \{1, \ldots, k_2\}$. Az i. ország k. üzemében ($k \in K_i$) a lehetséges termelés $\mu_{i,k}$ paraméterű Poisson–folyamat, mely független a többi termeléstől. Az i. ország teljes termelési kapacitása $\widehat{\mu}_i \equiv \sum_{k=1}^{k_i} \mu_{i,k}$. Egy országon belül a gyártási költség üzemenként változhat. Az i. ország k. gyárában legyen a termelési költség Θ devizaárfolyam esetén $\eta_{i,k} c_i(\Theta)$. Az általánosság megsértése nélkül feltehető, hogy $\eta_{i,k}$ növekszik k-ban $i = 1, 2$-re. Ez azt jelenti, hogy egy országon belül a kisebb indexű gyár olcsóbban termel. Legyen $\bar{\eta}_i c_i(\Theta)$ az i. ország átlagos termelési költsége, feltéve, hogy az országban minden gyár üzemel. Ebből könynyen adódik $\bar{\eta}_i$-re a következő egyenlőség: $\bar{\eta}_i = (\sum_{k=1}^{k_i} \mu_{i,k} \eta_{i,k})/\widehat{\mu}_i$. Megint feltételezve, hogy egy üzem vagy teljes kapacitáson működik, vagy áll, a következő nulla–egy változókkal írható le a probléma: $a = (a_1, a_2)$, ahol $a_i = (a_{i,1}, a_{i,2}, \ldots, a_{i,k_i})$, $i = 1, 2$. Az itteni $a_{i,k}$ nulla-egy változó pontosan akkor egy, ha az i. ország k. gyára üzemel. Tegyük fel továbbá, hogy $\alpha + \lambda + \nu_1 + \nu_2 + \widehat{\mu}_1 + \widehat{\mu}_2 = 1$. Ekkor a cégnek a következő költségfüggvényt kell minimalizálni, ha a devizaárfolyam Θ, a rendelkezésre álló készlet szintje x, és $n + 1$ pillanat van még hátra:

$$\begin{aligned} V_{n+1}(\Theta, x) &= g(x) + \lambda V_n(\Theta, x-1) + \nu_1 V_n(\Theta+1, x) + \nu_2 V_n(\Theta-1, x) + \\ &+ \min_{(a_1,a_2)} \sum_{i=1}^{2} \sum_{k=1}^{k_i} \{a_{i,k}\mu_{i,k}[V_n(\Theta, x+1) + \eta_{i,k} c_i(\Theta)] + (1 - a_{i,k})\mu_{i,k} V_n(\Theta, x)\} = \\ &= g(x) + \lambda V_n(\Theta, x-1) + \nu_1 V_n(\Theta+1, x) + \nu_2 V_n(\Theta-1, x) + \\ &+ \sum_{i=1}^{2} \sum_{k=1}^{k_i} \mu_{i,k} \{V_n(\Theta, x) + \min[0, v_n(\Theta, x) + \eta_{i,k} c_i(\Theta)]\}. \end{aligned} \tag{11}$$

Itt $v_n(\Theta, x) \equiv V_n(\Theta, x+1) - V_n(\Theta, x)$ a készlet marginális költsége a (Θ, x) szinten, és amikor n pillanat van még hátra. A k. gyár üzemeltetésének költsége: $\mu_{i,k}[v_n(\Theta, x) + \eta_{i,k} c_i(\Theta)]$, tehát ezt a gyárat csak akkor szabad üzemeltetni, ha a fenti költség negatív. Legyen minden i, és $k \leq k_i$ esetén:

$$S_{i,k,n}(\Theta) = \min\{x : v_n(\Theta, x) + \eta_{i,k} c_i(\Theta) \geq 0\}, \ i = 1, 2 \tag{12}$$

Amikor $V_n(\Theta, x)$ konvex függvénye az x-nek, az optimális elv a következő: ha a készletszint a korlát alatt van, működtetni kell a gyárat, tehát az i. ország k. gyára pontosan akkor üzemel, ha $x < S_{i,k,n}(\Theta)$, de ekkor teljes kapacitáson. A következő tétel szerint $g(x)$ konvexitása biztosítja $V_n(\Theta, x)$ konvexitását.

tétel 19.. *Tegyük fel, hogy $g(x)$ konvex x-ben. Ekkor az alábbiak állnak fenn:*

1. *$V_n(\Theta, x)$ konvex x-ben, és ezért a korlát típusú elv optimális.*
2. *A kisebb önköltségű gyárra magasabb a készletkorlát, azaz minden i, és $k < k^{'}$ esetén: $S_{i,k,n}(\Theta) \geq S_{i,k^{'},n}(\Theta)$*

Bizonyítás. Az első rész igazolása azonos a 15. tételével.
A második rész az $\eta_{i,k} \leq \eta_{i,k'}$, és a (12)-ből egyszerüen adódik. $\square$

A tételhez szorosan kapcsolódik a következő megjegyzés: az egy országon belüli azonos termelési költégek azonos készletkorlátot indukálnak, tehát ezek a gyárak egyszerre üzemelnek, illetve egyszerre állnak. Más szavakkal: a gyárak együtt vagy teljes kapacitáson működnek, vagy nem termelnek semmit.
Ezen megjegyzés segítségével igazolható, hogy a gyárakra vonatkozó feltétel – mely szerint sosem működnek a teljes kapacitásnál kissebb termelési sebességgel – nem sérti az általánosságot. Tegyük ugyanis fel, hogy a gyárunk m darab kis részgyárból áll, melyek kapacitásai azonosak. Most m-mel a végtelenbe tartva azt kapjuk, hogy üzemünk végtelen sok azonos tulajdonságú kis gyár fúziója, tehát, vagy mindegyik működik, vagy egyik sem.
Meg kell még említeni a többgyáras modell azon alkalmazási területét, mely az országonkénti egygyáras modell egy speciális esetében merül föl. Most a gyár különböző kapacitásaihoz egy konvex költégfüggvény tartozik. Tegyük fel, hogy a kapacitásnak nincs semmiféle korlátozása, de a μ_i szint költége: $\beta_i(\mu_i)c_i(\Theta)$, ahol $\beta_i(\cdot)$ konvex függvény. Ekkor a 19. tétel szerinti elv az optimális:
Amint a készletek egy adott szint alá esnek, a $\bar{\mu}_{i,1}$ kapacitást kell használni.

Ezután, ha a raktárkészlet a következő szint alá kerül, akkor a $\bar{\mu}_{i,1} + \bar{\mu}_{i,2}$-t, és így tovább. A készletkorlátok és a kapacitások kapcsolatának elemzésére célszerűbb először lineárisan approximálni $\beta_i(\mu_i)$-t, és csak eztán alkalmazni a 19. tételt.

következmény 2.. *Az országonkénti egygyáras, konvex $\beta_i(\cdot)$-vel megadott $\beta_i(\mu_i)c_i(\Theta)$ költségfüggvényes modellre a korlátos elv optimális.*

Bevezetve az alábbi két függvényt, kimondhatjuk a 17. tétel megfelelőjét.

$$G_1(\Theta) \equiv [\alpha - \widehat{\mu}_1(\bar{\eta}_1/\eta_{1,1} - 1)]c_1(\Theta) + \nu_1[c_1(\Theta) - c_1(\Theta+1)] + \nu_2[c_1(\Theta) - c_1(\Theta-1)]$$

$$G_2(\Theta) \equiv [\alpha - \widehat{\mu}_2(\bar{\eta}_2/\eta_{2,1} - 1)]c_2(\Theta) + \nu_1[c_2(\Theta) - c_2(\Theta+1)] + \nu_2[c_2(\Theta) - c_2(\Theta-1)]$$

tétel 20.. *Tegyük fel, hogy $c_1(\Theta)$ csökken, és $c_2(\Theta)$ növekszik Θ-ban. Továbbá tegyük fel, hogy a fenti $G_1(\Theta)$ csökken, és $G_2(\Theta)$ növekszik Θ-ban. Ekkor $\forall\ n:\ v_n(\Theta,x) + \eta_{1,1}c_1(\Theta)$ csökken és $v_n(\Theta,x) + \eta_{2,1}c_2(\Theta)$ pedig növekszik Θ-ban, tehát $S_{1,k,n}(\Theta)$ növekszik, és $S_{2,k,n}(\Theta)$ pedig csökken Θ-ban.*

Bizonyítás. A bizonyítás a 17. tétel szerint megy, azzal a kiegészítéssel, hogy itt a 17. télelben szereplő minden $c_1(\Theta)$-nak, és a $G_1(\Theta)$-nak van egy $\eta_{1,1}$-es szorzója, illetve az ottani μ_1 helyett itt $\sum_{k=1}^{k_1}\mu_{1,k}$, és a $\mu_2 H_{1,n}(\Theta,x)$ helyett $\sum_{k=1}^{k_2}\mu_{2,k}H_{1,k,n}(\Theta,x)$ áll, ahol

$$H_{1,k,n}(\Theta,x) = v_n(\Theta,x) + \eta_{1,1}c_1(\Theta) + \min[0, v_n(\Theta,x+1) + \eta_{2,k}c_2(\Theta)] -$$

$$- \min[0, v_n(\Theta,x) + \eta_{2,k}c_2(\Theta)]$$

Felhasználandó továbbá a $\eta_{1,k} = \eta_{1,1} + (\eta_{1,k} - \eta_{1,1})$ azonosság, amiből $v_n(\Theta,x) + \eta_{1,k}c_1(\Theta)$ csökkenése Θ-ban adódik. □

következmény 3.. *Legyen* $\Delta c_2(\Theta) \equiv c_2(\Theta+1) - c_2(\Theta)$. *Ha* $c_1(\Theta)$ *állandó,* $c_2(\Theta)$ *szigorúan növekedő* Θ*-ban, és* $\Delta c_2(\Theta+1)/\Delta c_2(\Theta)$ *korlátos,* $L_2 > 0$ *alsó, és* $U_2 > 0$ *felső korlátokkal. Tegyük fel továbbá, hogy*

$$\alpha \geq \widehat{\mu}_2(\bar{\eta}_2/\eta_{2,1} - 1) + \nu_1(U_2 - 1) - \nu_2(1 - 1/L_2) \tag{13}$$

Ekkor $\forall\ n:\ v_n(\Theta, x) + \eta_{1,1}c_1(\Theta)$ *csökken, és* $v_n(\Theta, x) + \eta_{2,1}c_2(\Theta)$ *növekszik* Θ*-ban. Azaz a korlátokra:* $S_{1,k,n}(\Theta)$ *növekszik, míg* $S_{2,k,n}(\Theta)$ *csökken* Θ*-ban.*

Összehasonlítva az (10)-et (13)-mal kiderül, hogy utóbbinál egy extra tag van: $\widehat{\mu}_2(\bar{\eta}_2/\eta_{2,1} - 1)$. Ezt azzal lehet magyarázni, hogy a második országban a k. és az első gyárak költségeinek különbsége, $(\eta_{2,k} - \eta_{2,1})c_2(\Theta)$ növekszik Θ-ban, ami azt jelenti, hogy Θ növekedésével csökken a k. gyár relatív hasznossága az első gyárhoz képest. Azaz, ahogy növekednek az első gyár költségei, úgy lesz egyre hasznosabb a többihez képest. Ekkor azonban még esetleg előfordulhatna, hogy $S_{2,k,n}(\Theta)$ növekszik néhány Θ-ra. Ezért kell a harmadik következmény feltételét bevezetni, mely azt jelenti, hogy a diszkontálási tényező elég nagy ahhoz, hogy ellensúlyozza a második országban a Θ felfelé mozgása közbeni költségnövekedést, és ezáltal a termelési költségek különbségeinek emelkedését is visszaszorítsa.
Most a fentiekre vizsgáljunk meg egy példát. Legyen az $\bar{\eta}_2/\eta_{2,1} = 1.05$, azaz a második országban az átlagos költségek 5%-kal magasabban az első gyárénál. Legyenek $c_1(\Theta) = c_1$, és $c_2(\Theta) = 1.01^{\Theta}c_2$. Ekkor (13) a következő alakot ölti: $\alpha \geq 0.05\widehat{\mu}_2 + \nu_1/100 - \nu_2/101$.

2.2.2. Devizaárfolyam mozgásának kiterjesztése

Ebben a részben a devizaárfolyamra igaz, hogy egy stacionárius Markov–folyamat szerint változik, mely átmenetvalószínűségei $P_{\Theta,\Theta'}$, és az átmenetek ν arányban jönnek elő. Továbbá feltételezzük, hogy a keresletek f_j valószínűséggel veszik fel a j értéket. A paraméterekre igaz az $\alpha + \lambda + \nu + \widehat{\mu}_1 + \widehat{\mu}_2 = 1$ egyenlőséget. Ekkor az optimális elvhez szükséges a $V_n(\Theta, x)$ költségfüggvény megadása.

$$V_{n+1}(\Theta,x) = g(x) + \lambda \sum_j f_j V_n(\Theta, x-j) + \nu \sum_{\Theta'} P_{\Theta,\Theta'} V_n(\Theta', x) +$$
$$+ \sum_{i=1}^{2} \sum_{k=1}^{k_i} \mu_{i,k} \{V_n(\Theta,x) + \min[0, v_n(\Theta,x) + \eta_{i,k} c_i(\Theta)]\}.$$

Ez ugye speciális esetként magában foglalja (11)-et, mégpedig az $f_1 = 1,\ f_j = 0, \forall j \neq 1,\ \nu = \nu_1 + \nu_2,\ P_{\Theta,\Theta+1} = \nu_1/\nu,\ P_{\Theta,\Theta-1} = \nu_2/\nu$.
Az optimális készletszint (12) szerinti definiálása után bebizonyítható a 19. és a 20. tétel fennállása, ez utóbbihoz azonban a következő függvények kellenek:

$$G_1(\Theta) \equiv [\alpha - \widehat{\mu}_1(\bar{\eta}_1/\eta_{1,1} - 1)]c_1(\Theta) + \nu \sum_{\Theta'} P_{\Theta,\Theta'}(c_1(\Theta) - c_1(\Theta')),$$

$$G_2(\Theta) \equiv [\alpha - \widehat{\mu}_2(\bar{\eta}_2/\eta_{2,1} - 1)]c_2(\Theta) + \nu \sum_{\Theta'} P_{\Theta,\Theta'}(c_2(\Theta) - c_2(\Theta')).$$

Tehát ebben az estben is optimális a korlát-típusú elv, ha $g(x)$ konvex, és a korlátok monotonok Θ-ban, ha a fenti függvények monotonok.

2.2.3. Többországos modell

Tegyük fel, hogy a cég N országban termel, az i-edikben k_i gyárral. Kinevezve az első országot anyaországnak, ezentúl a többit csak ehhez viszonyítjuk, azaz a Θ_k devizaárfolyam a k. és az első ország között értendő. Legyen $\Theta = (\Theta_2, \ldots, \Theta_N)$. Most $V_{n+1}(\Theta, x)$ a következő alakú:

$$V_{n+1}(\Theta,x) = g(x) + \lambda \sum_j f_j V_n(\Theta, x-j) + \nu \sum_{\Theta'} P_{\Theta,\Theta'} V_n(\Theta', x) +$$
$$+ \sum_{i=1}^{N} \sum_{k=1}^{k_i} \mu_{i,k} \{V_n(\Theta,x) + \min[0, v_n(\Theta,x) + \eta_{i,k} c_i(\Theta)]\}.$$

A 19., és a 20. tételek itt is igazak.

2.2.4. Többtermékes vállalatok

A modell, amit eddig elemeztünk, egytermékes cégeknek segít optimalizálni. Szerencsére számos olyan többtermékes vállalat is alkalmazhatja, melyeknél az egyes termékek nem befolyásolják egymás termelését, tehát valamiféle függetlenség áll fenn köztük. Ebben az esetben a cég szétbontja termelését az egyes termékfajták szerint, és ezután már csak az egyes termékekre kell összehangolni a gyárakat. Összefoglalva tehát az N termékes vállalat irányítása megoldható úgy, ha N darab egytermékes cégre használjuk modellünket, mindegyikre külön–külön optimalzálva.
Abban az esetben, amikor a termékfajták függetlensége nem áll fönn, már más a helyzet. Ez egy tipikus sorbanállási probléma különböző rendelkezésre állási időkkel. Ezen irányban még nem születtek eredmények, de a kutatások már folynak.

2.3. Összefoglalás

Ebben a fejezetben a beszerzési lánc azon részét vizsgáltam, mely a multinacionális cégek optimális termelési elveivel foglalkozik. Az országok közötti devizaárfolyamok változása egy olyan új vizsgált terület, melyet eddig Li-n, Porteuson és Zhang-on kívül még csak kevesen elemeztek. Modelljük általánosságát az is jelzi, hogy a keresletváltozás, és a termelési idő ingadozása éppúgy megengedett benne, mint a raktárra való termelés. Megmutatták, hogy a készletek felhalmozása védekezés a jövőbeli nemkívánatos hatások ellen. Az is kiderült, hogy modelljükre a korlát-típusú készletetgazdálkodási elv optimális, és a gyárak sosem működnek parciális kapacitáson. Eredményeik azonosak Dasu és Li eredményeivel, melyek raktárra termelés nélküli állandó keresletre vonatkoznak.
Megmutatták – csakúgy, mint Kogut és Kulatilaka, illetve Dasu és Li –, hogy az elsődleges/ másodlagos gyárak használata optimális a modellre.
Érdekes, és meglepő eredménye az elemzésüknek, hogy a készletek korlátai nem feltétlenül monotonok a devizaárfolyamban, még akkor sem, ha a költségek viszont igen. Ennek oka az, hogy a készleteket védelem gyanánt használja a vállalat, arra számítva, hogy a jövőben annyira felmennek az országban a

költségek, hogy még mindig célszerűbb most termelni, mint akkor.
A modell korlátait vizsgálva szinte csak azt lehet megemlíteni, hogy az átcsoportosítások, szállítások, és a gyárak termelésének beindítási, illetve leállítási költségeit figyelmen kívül hagyja. Tehát ezen irányba lenne célszerű próbálkozni ezen – amúgy elég komplex – modell kibővítésével.

Hivatkozások

[1] Hau L. Lee, V. Padmanabhan, Seungjin Whang: *"Information Distortion in a Supply Chain: The Bullwhip Effect"* Management Science/Vol. 43, No. 4, April 1997 pp. 546-558.

[2] Frank Chen, Zvi Drezner, Jennifer K. Ryan, David Simchi-Levi: *"Quantifying the Bullwhip Effect in a Simple Supply Chain: The Impact of Forecasting, Lead Times, and Information"* Management Science/Vol. 46, No. 3, March 2000 pp. 436-443.

[3] Hau L. Lee, Kut C. So, Christopher S. Tang: *"The Value of Information Sharing in a Two level Supply Chain"* Management Science/Vol. 46, No. 5, May 2000 pp. 626-643.

[4] Srinagesh Gavirneni, Roman Kapuscinski, Sridhar Tayur: *"Value of Information in Capacitated Supply Chains"* Management Science/Vol. 45, No. 1, January 1999 pp. 16-24.

[5] Hau Lee, Seungjin Whang: *"Decentralized Multi-Echelon Supply Chains: Incentives and Information"* Management Science/Vol. 45, No. 5, May 1999 pp. 633-640.

[6] Fangruo Chen: *"Decentralized Supply Chains Subject to Information Delays"* Management Science/Vol. 45, No. 8, August 1999 pp. 1076-1090.

[7] J. Forrester: *"Industrial Dynamics"* MIT Press, and John Wiley & Sons Inc., New york, 1961.

[8] J. D. Sterman: *"Modeling Managerial Behavior: Misperceptions of Feedback in a Dynamic Decision Making Experiment"* Management Science/Vol. 35, No. 3, March 1989 pp. 321-339.

[9] C. C. Holt, F. Modigliani, J. Muth, and H. Simon: *"Planning Production, Inventories and the Work Force"* Prentice-Hall, New Jersey, 1960.

[10] A. S. Blinder: *"Inventories and Stricky Prices"* American Economic Research/Vol. 72, 1982 pp. 334-349.

[11] O. J. Blanchard: *"The Production and Inventory Behavior of The American Automobile Indusry"* J. Poltitical Economy/Vol. 91, 1983 pp. 365-400.

[12] A. S. Caplin: *"The Variability of Aggregate Demand with (s,S) Inventory Policies"* Econometrica/Vol. 53, 1985 pp. 1395-1409.

[13] A. S. Blinder: *"Can the Production Smoothing Model of Inventory Behavior be Saved?"* Quarterly J. Economics/Vol. 101, 1986 pp. 431-454.

[14] S. Gavirneni: *"Inventories in Supply Chains Under Cooperation"* Ph.D. Thesis, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, September 1997.

[15] D. Heyman, M. Sobel: Stochastic Models in Operations Research, McGraw-Hill, New York, 1984.

[16] K. S. Azoury: *"Bayes Solution to Dynamic Inventory Models Under Unknown Demand Distribution"* Management Science/Vol. 31, 1985 pp. 1150-1160.

[17] J. A. Kahn: *"Inventories and the Volatility of Production"* American Economic Reviews/Vol. 77, No. 4, 1987 pp. 667-679.

[18] B. Miller: *"Scarf's State Reduction Method, Flexibility, and a Dependent Demand Inventory Modell"* Oper. Res./Vol 34, No. 1, January-February 1986 pp. 83-90.

[19] M. Fisher: *"National Bicycle"* The Wharton School Case, Philadelphia,PA, 1994.

[20] J. Hammond: *"Quick Response in the Apparel Industry"* Harvard Business School Case, N9-690-038, Cambridge, MA, 1990.

[21] J. Hirshleifer: *"Internal Pricing and Decentralized Decisions"* C, Bonini, R. Jaedicke, H. Wagner, Eds. Management Controls: New Directions in Basic Research, McGraw-Hill Book Company, New York, 1964.

[22] Jennifer K. Ryan: *"Analysis of Inventory Models With Lmited Demand Information"* Ph.D. Dissertation, Department of Industrial Engeneering and Management Science, Northwestern University, Evanston, IL., 1997.

[23] Frank Chen, Zvi Drezner, Jennifer K. Ryan, David Simchi-Levi: *'Quantifying the Bullwhip Effect: The Impact of Forecasting, Lead Times, and Information"* Working Paper, Department of Industrial Engeneering and Management Science, Northwestern University, Evanston, IL. and School of Industrial Engeneering, Purdue University, Lafayette, IN., 1998.

[24] A. Clark, H. Scarf: *"Optimal Policies for a Multi-Echelon Inventory Problem"* Management Science/Vol 6, 1960 pp. 465-490.

[25] G. P. Chachon, P. H. Zipkin: *"Competitive and Cooperative Inventory Policies in a Two-Stage Supply Chain"* Management Science/Vol. 45, No. 7, July 1999 pp. 936-953.

[26] Lode Li, Evan L. Porteus, Hongtao Zhang: *"Optimal Operating Policies for Multiplant Stochastic Manufacturing Systems in a Changing Environment"*, Management Science/Vol. 47, No. 11, November 2001 pp. 1539-1551.

[27] Bruce Kogut, Nalin Kulatilaka: *"Foreign Direct Investment and Exchange Rate Volatility"* Working Paper, University of Pennsylvania, Philadelphia, PA, 1988.

[28] M. A. Cohen, S. Mallik: *"Global Supply Chains:Research and Application"* Production Oper. Management/Vol. 6, No. 3, March 1997 pp. 193-210.

[29] Bruce Kogut, Nalin Kulatilaka: *"Operating Flexibitity, Global Manufacturing, and the Option Value of a Mulinational Network"* Management Science/Vol. 40, No. 1, January 1994 pp. 123-139.

[30] M. A. Cohen, H. L. Lee: *"Resource Deployment Analysis of Global Manufacturing and Distribution Network"* J. Manufacturing Oper. Management/Vol. 2, 1989 pp. 81-104.

[31] Arnd Huchzermerier, Morris A. Cohen: *"Valuing Operational Flexibility Under Exchange Rate Risk"* Oper. Res./Vol. 44, No. 1, January-February 1996 pp. 100-113.

[32] Sriram Dasu, Lode Li: *"Optimal Operating Policies in the Presence of Exchange Rate Variability"* Management Science/Vol. 43, No. 5, May 1997 pp. 705-722.

[33] S. Lippman: *"Applying a New Device in the Optimalization of Exponential Queueing Systems"* Oper. Res./Vol. 23, 1975 pp. 687-710.

[34] R. Serfozo: *"An Equivalence Between Continuousand Discrete Time Markov Decision Processes"* Oper. Res./Vol. 27, 1979 pp. 616-620.

[35] Lode Li: *"The Role of Inventory in Delivery-Time Competion"* Management Science/Vol. 38, No. 1, February 1992 pp. 182-197.

[36] Lode Li, Yew Sing Lee: *"Pricing and Delivery-Time Performance in a Competitive Environment* Management Science/Vol. 40, No. 5, May 1094 pp. 633-646.

[37] Philip J. Lederer, Lode Li: *"Pricing, Production, Scheduling and Delivery-Time Competition"* Oper. Res./Vol. 45, No. 3, May-June 1997 pp. 407-420.

[38] Hau Lee, Seungjin Whang: *"Decentralized Multi Echelon Inventory Control Systems"* Working Paper, Stanford University, Stanford, CA., 1992.