

# ELTE Tanári mesterszak, 2011

## Matematika szakterületi modulok

Az alábbiakban összefoglaljuk az ELTE tanári mesterszakán a matematikatanári modulokra vonatkozó legfontosabb tudnivalókat.

### Kikre vonatkoznak az egyes modulfajták?

**MJ** *Matematika major (30 kredit, BTK-s minor esetén 40 kredit):* azokra a Matematika BSc tanári szakirányú diplomával rendelkező kétszakos tanári hallgatókra vonatkozik, akiknek a major szakja matematika.

**MN** *Matematika minor (50 kredit, BTK-s major esetén 40 kredit):* azokra a BSc tanári szakirányú diplomával rendelkező kétszakos tanári hallgatókra vonatkozik, akiknek a minor szakja matematika (és a BSc-ben is matematika minort végeztek).

**MFK** *Matematika kiegészítő, főiskolát végzetteknek (30 kredit):* azokra vonatkozik, akik tanárképző főiskolai matematika szakos diplomával rendelkeznek.

**MTK** *Matematika kiegészítő, tetszőleges (nem matematika szakos) tanári végzettséggel rendelkezőknek (40 kredit).*

**MMK** *Matematika kiegészítő, matematikusoknak (30 kredit):* azokra a (nem tanári) matematikus vagy alkalmazott matematikus szakot a mesterszakon vagy a korábbi osztatlan képzésben végzettekre vonatkozik, akik (egyszakos) matematikatanári diplomát kívánnak szerezni.

Valamennyi képzés esetén az utolsó félévi (10–20–30 kredites) *Összefüggő egyéni szakmai gyakorlathoz*, annak keretében és terhére, egy 3 kredites Tantárgykövető (matematikatanítási) szeminárium is tartozik.

Az összes matematikatanári modulnál azonos Modulzáró vizsgáról, valamint a záróvizsga szakmódszertani részéről külön részletes tájékoztatók olvashatók a <http://www.cs.elte.hu/> honlapon.

### MJ Matematika major modul

#### Felvételi

A matematika felvételi tematikája megegyezik a Matematika BSc tanári szakirány záróvizsga tematikájával, amely fellelhető a <http://www.cs.elte.hu/> honlapon a Képzések menüpontban. A felvételire vonatkozó további tudnivalókat az ELTE Felvételi Szabályzatában és az aktuális évi központi felvételi tájékoztatóban lehet elérni.

#### Ajánlott tantervi háló

Tantárgy/félév	1	2	3	4	Össz.
Matematikatanítás és szakmódszertan 1.–3.	0+2	1+2	0+2*	0+2*	7
Elemi matematika 4.–5.	0+2	0+2			4
Matematika alapjai 2.			2+0		2
A matematikatudomány története			2+0		2
Választható szakmai blokk	4	4	2		10
Szaktárgyi tanítási gyakorlat			0+3*	0+3*	3
Szabadon választható			2*	2*	2
<i>Összesen</i>	8	9	9	4	30

Az ajánlott tantervi hálót megadó táblázatban a számok a kreditértékeket jelentik előadás+gyakorlat bontásban. A heti óraszámok ezzel megegyeznek. Az előadások számonkérési formája kollokvium, a gyakorlatoké gyakorlati jegy, kivéve a Matematikatanítás és szakmódszertan 2. tárgyat, ahol a hallgatók csak gyakorlati jegyet kapnak, és ezért jár a teljes 3 kredit. A \*csillaggal jelölt tanegységek az utolsó két félév bármelyikében felvehetők.

A választható szakmai blokkok mindegyike 3 darab 2 kredites kurzusból áll, a 10 kredithez egy teljes blokkot és egy másik blokkból 4 kreditet kell megszerezni. A blokkok (ábécé sorrendben): Algebra és számelmélet, Analízis A (valós és komplex függvénytan), Analízis B (differenciálegyenletek), Diszkrét matematika, Elemi matematika és módszertan, Geometria, A matematika alkalmazásai, Sztochasztika. A rövid tantárgyi tematikákat és előfeltételeket lásd a tájékoztató végén.

Az MJ major modulban a kurzusok kódjának első 4 karaktere: m2mn.

Azok a hallgatók, akiknek a (nem természettudományos) minor szakja 50 helyett csak 40 kreditet ír elő, és így a matematika majornál 30 helyett 40-et kell szerezniük, a hiányzó 10 kreditet tetszőlegesen választott tárgyakkal teljesíthetik vagy a matematika, vagy pedig a minor szak területéről (akár vegyesen is).

## MN Matematika minor modul

### Felvételi

A matematika felvételi anyagának alapját a BSc matematika tanári minor, azaz (lényegében) a Matematika BSc első éves tárgyai képezik: Algebra 1.–2., Analízis 1.–2., Geometria 1., Számelmélet, Véges matematika 1.–2. A felvételi tematika a Matematika BSc tanári szakirány záróvizsga-tematikájának erre az anyagrészre vonatkozó része, lásd a <http://www.cs.elte.hu/> honlapon a Képzések menüpontban. A felvételire vonatkozó további tudnivalókat az ELTE Felvételi Szabályzatában és az aktuális évi központi felvételi tájékoztatóban lehet elérni.

### Ajánlott tantervi háló

Tantárgy/félév	1	2	3	4	Össz.
Algebra 3. (BSc)	2+2k				4
Analízis 3.–4. (BSc)	2+2	2+2k			8
Geometria 2.–4. (BSc)	2+2	2+2	2+2k		12
Matematika alapjai 1. (BSc)		0+2			2
Valószínűségszámítás (BSc)			2+2		4
Matematikatanítás és szakmódszertan 1.–3.	0+2	1+2	0+2*	0+2*	7
Elemi matematika 4.–5.	0+2	0+2			4
Választható szakmai blokk			4	4	8
Szaktárgyi tanítási gyakorlat			0+3*	0+3*	3
Szabadon választható			2*	2*	2
<i>Összesen</i>	<i>16</i>	<i>15</i>	<i>14</i>	<i>9</i>	<i>54s</i>

A táblázatban a számok a kreditértékeket jelentik előadás+gyakorlat bontásban. A heti óraszámok ezzel megegyeznek, kivéve a Valószínűségszámítás előadást, ahol a heti óraszám 3. A BSc-vel jelölt tanegységek a Matematika BSc tanári szakirányának megfelelő kurzusait jelölik. Az előadások számonkérési formája kollokvium, a gyakorlatoké gyakorlati jegy, kivéve a Matematikatanítás és szakmódszertan 2. tárgyat, ahol a hallgatók csak gyakorlati jegyet kapnak, és ezért jár a teljes 3 kredit. A \*csillaggal jelölt tanegységek az utolsó két félév bármelyikében felvehetők.

A  $k$ -val jelölt 3-szor 4 kredit (Algebra, Analízis, illetve Geometria utolsó féléve) közül csak 2-szer 4-et kell teljesíteni (tehát az egyik tárgy utolsó féléve kihagyható). Ezért a teljes kreditszám  $s=54 - 4=50$  (és az első három félév valamelyikénél az összkreditszám 4-gyel kevesebb lehet).

Az egyes félévek terhelését flexibilisen lehet szabályozni a kihagyható tárgy megválasztásával, valamint a szabadon választható, illetve a szakmai blokkba tartozó tárgyak átcsoportosításával.

A választható szakmai blokkok mindegyike 3 darab 2 kreditet tartalmazó kurzusból áll, a 8 kredithez két blokkból 4-4 kreditet kell megszerezni. A blokkok (ábécé sorrendben): Algebra és számelmélet, Analízis A (valós és komplex függvénytan), Analízis B (differenciálegyenletek), Diszkrét matematika, Elemi matematika és módszertan, Geometria, A matematika alkalmazásai, Sztochasztika. A rövid tantárgyi tematikákat és előfeltételeket lásd a tájékoztató végén.

Az *MN minor modulban a kurzusok kódjának első 4 karaktere: m3mn.*

A teljes körű tájékoztatás kedvéért megadjuk a tanári mesterszak matematika minorjához szükséges BSc matematika minor ELTE TTK-s ajánlott tantervét is (kr=kredit):

3. félév: Analízis 1. (8 kr), Véges matematika 1. (5 kr), Bevezető matematika (kritériumtárgy)

4. félév: Analízis 2. (7 kr), Véges matematika 2. (5 kr)

5. félév: Algebra 1. (5 kr), Számelmélet (5 kr), Elemi matematika 1. (2 kr)

6. félév: Algebra 2. (5 kr), Geometria 1. (6 kr), Elemi matematika 2. (2 kr).

A fenti tantárgyak óraszámait és rövid tematikáit lásd az ELTE TTK BSc matematika tanári szakirányról szóló tájékoztatóban a <http://www.cs.elte.hu/> honlapon.

Azoknak a hallgatóknak, akiknek a tanári mesterszakon a (nem természettudományos) major szakja 30 helyett 40 kreditet ír elő, és így a matematika minorra 50 helyett csak 40 marad, az Analízis 3. (4 kr), Geometria 2. (4 kr) és Matematika alapjai 1. (2 kr) kurzusokat bemeneti feltételként kell elvégezniük, de kérvényezés esetén elfogadjuk, hogy ezt a plusz 10 kreditet is a mesterképzés során teljesítsék. Számukra leginkább azt javasoljuk, hogy a BSc matematika minor előbbi ajánlott tantervét egészítsék ki az alábbiakkal:

5. félév: Analízis 3.

6. félév: Matematika alapjai 1.

Ezen ütemezés esetén csak a Geometria 2. tantárgy pótlása marad a mesterképzésre.

**MFK modul** (a főiskolai matematikatanári oklevéllel rendelkezők számára)

### Felvételi

A matematika felvételi tematikája megegyezik a Matematika BSc tanári szakirány záróvizsga-tematikájával, lásd a <http://www.cs.elte.hu/> honlapon a Képzések menüpontban. A felvételire vonatkozó további tudnivalók fellelhetők az ELTE Felvételi Szabályzatában és az aktuális évi központi felvételi tájékoztatóban.

*Az MFK modul nappali tagozatos és levelező tagozatos formában is indul.*

### Ajánlott tantervi háló a nappali tagozatosak számára

Tárgy/félév	1	2	Össz.
Algebra 3. (BSc)	2+2		4
Analízis 4. (BSc)		2+2	4
Geometria 4. (BSc)	2+2		4
Matematika alapjai 1. (BSc)		0+2	2
Valószínűségszámítás (BSc)	2+2		4
Véges matematika 2. (BSc)	2+2		4
Matematikatanítás és szakmódszertan 2.		1+2	3
Elemi matematika 4.	0+2		2
Szaktárgyi tanítási gyakorlat	0+3		3
<i>Összesen</i>	<i>21</i>	<i>9</i>	<i>30</i>

A tantervi hálót leíró táblázatban a számok a kreditértékeket jelentik előadás+gyakorlat bontásban. A heti óraszámok ezzel megegyeznek, kivéve a Valószínűségszámítás előadást, ahol a heti óraszám 3. (Az aszimmetrikus terhelés oka, hogy a 20 kredites *Összefüggő egyéni szakmai gyakorlat* a tavaszi félévre van beosztva.) A BSc-vel jelölt tanegységek a Matematika BSc tanári szakirányának megfelelő kurzusait jelölik (ebből a Véges matematika 2. a Matematika BSc elsőéves általános kurzusa). Az előadások számonkérési módja kollokvium, a gyakorlatoké gyakorlati jegy, kivéve a Matematikatanítás és szakmódszertan 2. tárgyat, ahol a hallgatók csak gyakorlati jegyet kapnak, és ezért jár a teljes 3 kredit.

A nappali tagozatos rövid tantárgyi tematikákat és előfeltételeket lásd a tájékoztató végén.

### A levelező tagozatos képzés tanterve (a számok a félévi összóraszámot jelentik):

#### *Őszi félév:*

Algebra és számelmélet, 18 óra, 4 kredit

Geometria, 18 óra, 4 kredit

Valószínűségszámítás, 18 óra, 4 kredit

Véges matematika, 18 óra, 4 kredit

Matematikatanítás és szakmódszertan, 14 óra, 3 kredit

Elemi matematika, 10 óra, 2 kredit

Szaktárgyi tanítási gyakorlat, 3 kredit

### **Tavaszi félév:**

Analízis, 18 óra, 4 kredit

Matematika alapjai, 10 óra, 2 kredit

A Szaktárgyi tanítási gyakorlatot nem beszámítva a levelező tagozaton a kontakt órák száma összesen 124 óra, a kreditek száma összesen (a Szaktárgyi tanítási gyakorlatot is beleértve) 30. A hallgatóknak tárgyanként egy vizsgajegyvet kell szerezniük.

A levelező képzés intenzív konzultáció formájában történik: az őszi félévben négy alkalommal 3–3 nap, a tavaszi félévben négy alkalommal 1–1 nap. (Az aszimmetrikus terhelés oka, hogy a 20 kreditű *Összefüggő egyéni szakmai gyakorlat* a tavaszi félévre van beosztva.) A vizsgák a félév végén vannak külön egyeztetett időpontokban; a vizsgajegybe félévközi dolgozatok és házi feladatok is beleszámíthatnak, a részletekről a tárgyak oktatói a félév elején pontos tájékoztatást adnak. Valamennyi tárgy anyaga tankönyvben, jegyzetben vagy egyéb írásos/internetes formában elérhető. A rövid tantárgyi tematikákat lásd a tájékoztató végén. A levelező tagozatos modulban nincsenek előfeltételek a tárgyfelvelethez.

*Az MFK modulban a nappali tagozaton a kurzusok kódjának első 4 karaktere m4mn, a levelező tagozaton pedig m4mb.*

**MTK modul** (a nem matematika szakos tanári oklevéllel rendelkezők számára)

*Az MTK modulra történő felvétel előfeltétele:* Tetszőleges tanári végzettség és 50 megfelelő matematikai kredit. Ez utóbbiak megszerzésére két féléves részismereti képzés keretében van lehetőség, lásd a <http://www.cs.elte.hu/> honlapon a Képzések menüpontban.

### **Felvételi**

A matematika felvételi tematikája a Matematika BSc tanári szakirány záróvizsga-tematikájának a „minoros” része, részletesen lásd a <http://www.cs.elte.hu/> honlapon a Képzések menüpontban. A felvelelre vonatkozó további tudnivalókat az ELTE Felvételi Szabályzatában és az aktuális évi központi felvételi tájékoztatóban lehet megtalálni.

*Ezt a képzést csak levelező tagozaton indítjuk.* A képzés tantervéből 30 kredit azonos az MFK modul 30 kreditjével (lásd az előző pontban), a további 10 kredit pedig a következő (a számok a félévi összóraszámot jelentik):

**Őszi félév:** Fejezetek az analízisből, 22 óra, 5 kredit

**Tavaszi félév:** Elemi matematika és módszertan, 22 óra, 5 kredit

A képzés intenzív konzultáció formájában történik: az őszi félévben négy alkalommal 3–3 nap, a tavaszi félévben négy alkalommal 2–2 nap. (Az aszimmetrikus terhelés oka, hogy a 10 kreditű *Összefüggő egyéni szakmai gyakorlat* a tavaszi félévre van beosztva.) A vizsgák a félév végén vannak külön egyeztetett időpontokban; a vizsgajegybe félévközi dolgozatok és házi feladatok is beleszámíthatnak, a részletekről a tárgyak oktatói a félév elején pontos tájékoztatást adnak. Valamennyi tárgy anyaga tankönyvben, jegyzetben vagy egyéb írásos/internetes formában elérhető. A rövid tantárgyi tematikákat lásd a tájékoztató végén. Ezen levelező tagozatos modulban nincsenek előfeltételek a tárgyfelvelethez.

*Az MTK modulban a kurzusok kódjának első négy karaktere: m6mb.*

## MMK modul (matematikus vagy alkalmazott matematikus végzettségűek számára)

### Felvételi

A matematika felvételi tematikája megegyezik a Matematika BSc tanári szakirány záróvizsga-tematikájával, lásd a <http://www.cs.elte.hu/> honlapon a Képzések menüpontban. A felvételire vonatkozó további tudnivalókat az ELTE Felvételi Szabályzatában és az aktuális évi központi felvételi tájékoztatóban lehet megtalálni.

### Ajánlott tantervi háló (nappali tagozat)

Tárgy/félév	1	2	3	Össz.
Matematikatanítás és szakmódszertan 1.–3.	0+2	1+2	0+2	7
Elemi matematika 1., 3., 4.	0+6			6
Elemi matematika 2., 5.		0+4		4
Bevezető iskolai gyakorlat		0+2		2
A matematikatudomány története	2+0			2
Szaktárgyi tanítási gyakorlat		0+3		3
Szabadon választható			2	2
Természettudományos szabad	2	2		4
<i>Összesen</i>	<i>12</i>	<i>14</i>	<i>4</i>	<i>30</i>

A táblázatban a számok a kreditértékeket jelentik előadás+gyakorlat bontásban. A heti óraszámok ezzel megegyeznek. Az előadások számonkérési formája kollokvium, a gyakorlatoké gyakorlati jegy, kivéve a Matematikatanítás és szakmódszertan 2. tárgyat, ahol a hallgatók csak gyakorlati jegyet kapnak, és ezért jár a teljes 3 kredit.

Az Elemi matematika 1., 2., 3. a Matematika BSc tanári szakirány tárgyai. A rövid tantárgyi tematikákat és előfeltételeket a tájékoztató következő részében lehet megtalálni.

*Természettudományos szabad:* Az Alkalmazott matematikus MSc-t végzetteknek ezen belül fel kell venniük a Matematika BSc tanári szakirány Geometria 3. előadást (2 kredit) és a Geometria blokkon belüli A geometria alapjai előadást (2 kredit). A Matematikus MSc-t végzettek szabadon vehetnek fel 4 kreditnyi természettudományos tárgyat.

Az MMK modulban a kurzusok kódjának első 4 karaktere: m5mn.

## Rövid tantárgyi programok a nappali tagozaton

*Jelmagyarázat:* fé – félév (az ajánlott tanterv szerint), K – kollokvium, G – gyakorlati jegy, ef – előfeltétel, kr – kredit.

Minden nappali tagozatos tárgynál felsoroljuk, hogy az MJ, MN, MFK, MMK modulok közül melyekben szerepel (az ajánlott félév és az előfeltétel is eltérő lehet modulonként). A heti óraszám azonos a kreditértékkel, kivéve a Valószínűségszámítás előadást, ahol az óraszám 3.

*Tárgyfelvételi szabályok:* Egy kurzus csak az előfeltételek teljesítése után vehető fel, az ajánlott tanterv szerint haladóknál ez természetesen automatikusan rendben van. Ha egy előadáshoz gyakorlat is tartozik, akkor ezeket párhuzamosan kell felvenni, a hozzájuk szükséges előfeltételek teljesen azonosak. Az előadásból addig nem lehet vizsgázni, amíg a gyakorlatból a hallgató a kreditet meg nem szerezte (a gyakorlat tehát mindig ún. gyenge előfeltétele a megfelelő előadásnak). Ha a gyakorlatból a hallgató megszerezte a kreditet, akkor sikertelen vizsga esetén sem kell és nem is lehet a gyakorlatot megismételnie.

*(A) Valamennyi modul közös tárgyai (kivéve a (\*)-gal megjelöltek, amelyek az MFK modul nappali tagozatán nem szerepelnek)*

**Elemi matematika 4.** kr:0+2, G, 1. fé, ef: – . Az algebra, számelmélet és geometria területén végighaladva a tanult szakmai ismereteknek az általános és középiskolai matematikaanyagba történő beépülését dolgozza fel.

**Elemi matematika 5. (\*)** kr:0+2, G, 2. fé, ef: Elemi matematika 4. Az analízis, kombinatorika és valószínűségszámítás középiskolás vonatkozásai.

**Matematikatanítás és szakmódszertan 1. (\*)** kr:0+2, G, 1. fé, ef: – . A matematika mint eszköz és rendszer. Oktatási koncepciók és matematikadidaktikai alapelvek. A fogalmak, tételek, bizonyítások tanításának alapkérdései.

**Matematikatanítás és szakmódszertan 2.** kr:0+3, G, heti 1 óra előadás és 2 óra gyakorlat, 2. fé, ef: Matematikatanítás és szakmódszertan 1. (kivéve az MFK modult). Problémamegoldás a matematikaoktatásban. Fontos iskolai matematikai témakörök tanításának főbb kérdései. Tantervek, követelmények. Az oktatás tervezése.

**Matematikatanítás és szakmódszertan 3. (\*)** kr:0+2, G, 3. fé, (MJ és MN modulban 4. fé is lehet), ef: Matematikatanítás és szakmódszertan 2. Választható: (i) Bevezetés a matematikadidaktika kutatásaiba; vagy (ii) Gyakorlati szakmódszertan.

**Szaktárgyi tanítási gyakorlat.** kr:0+3, G, MJ és MN modulban 3. vagy 4. fé, MFK és MMK modulban 2. fé, ef: MJ és MN modulban Elemi matematika 5., Matematikatanítás és szakmódszertan 1., MMK modulban Elemi matematika 4., Matematikatanítás és szakmódszertan 1., MFK modulban –. Iskolalátogatások, tanári képességek fejlesztése, gyakorlása.

*(B) Az MJ és MN modulok választható szakmai blokkjai*

Az MJ (major) modulban egy teljes blokkot kell elvégezni és egy másik blokkból 4 kreditet kell megszerezni, az MN (minor) modulban két blokkból kell 4–4 kreditet megszerezni.

Az ajánlott félévek az MJ modulban 1.–3., az MN modulban 3.–4. Előfeltétel egyik tárgynál sincs. Így csak azt jelezzük, hogy a kurzus őszi vagy tavaszi félévben kerül meghirdetésre.

*Algebra és számelmélet blokk*

**ASZ1.** (Számelmélet I.) kr:2+0, K, őszi. Magasabb fokú kongruenciák. Prímszámok eloszlása, prímtesztek. Számelméleti függvények.

**ASZ2.** (Számelmélet II.) kr:2+0, K, tavaszi. Diofantikus approximáció. Nevezetes diofantikus egyenletek. Algebrai számtestek. Kombinatorikus számelmélet. Partíciók.

**ASZ3.** (Absztrakt algebra.) kr:2+0, K, tavaszi. Feloldható csoportok, Sylow-tételek, szabad csoportok. Testbővítések Galois-csoportja, algebrai egyenletek megoldhatósága, véges testek és alkalmazásai.

*Analízis (A) blokk*

**ANA1.** (Komplex függvénytan.) kr:2+0, K, őszi. Reguláris függvények. Komplex vonalintegrál. Cauchy-féle integrálformula. Az algebra alaptétele. Szingularitások. Reziduumszámítás.

**ANA2.** (Valós függvénytan.) kr:2+2, K+G, tavaszi. Lebesgue-mérték és Lebesgue-integrál. Négyzetesen integrálható függvények. A Hilbert-terek elemei. Szemelvények a modern valós analízisből.

*Analízis (B) blokk*

**ANB1.** (Differenciálegyenletek.) kr:2+0, K, őszi. Első- és másodrendű lineáris közönséges differenciálegyenletek. Lineáris, ill. nemlineáris rendszerek kvalitatív vizsgálata. Parciális differenciálegyenletek alaptípusai. A Fourier-módszer.

**ANB2.** (Folytonos modellezés.) kr:0+2, G, tavaszi. Folytonos optimalizálási modellek a gazdaság különböző területein. Differenciálegyenletekkel, illetve dinamikai rendszerekkel leírható folyamatok modellezése különböző tudományterületeken.

**ANB3.** (Matematikai analízis számítógéppel.) kr:0+2, G, tavaszi. Differenciálegyenletek stabilitáselmélete, fázisképanalízis, alkalmazások. Matematikai programcsomagok használata, a többváltozós analízis témaköreinek számítógépes szemléltetése.

*Diszkrét matematika blokk*

**DIM1.** (Kombinatorikai feladatmegoldó gyakorlat.) kr:0+2, G, őszi. Kombinatorikus („pozíciós”) játékok, mérleg-feladatok, dominó-feladatok. Véges és végtelen Ramsey-tételek.

**DIM2.** (Gráfelmélet és algoritmusok.) kr:2+0, K, tavaszi. Beszúrás, sorbarendezés, összefésülés, mediánskeresés. Egyszerű gráfalgoritmusok (szélességi és mélységi keresés, erős összefüggőség). Párosítás páros gráfokban, hálózati folyamatok.

**DIM3.** (Fejezetek a diszkrét matematika alkalmazásaiból.) kr:2+0, K, őszi. P, NP, NP-teljesség. Kommunikációs protokoll. Kriptográfia. Extremális kombinatorika és alkalmazásai.

### *Elemi matematika és módszertan blokk*

**EMM1.** (Demonstráció és kísérletezés a matematikaórán.) kr:0+2, G, ősz. A matematikai fogalmak kialakítását megalapozó tapasztalatszerzés. A tanulói tevékenységhez, szemléltetéshez szükséges hagyományos és modern eszközök alkalmazhatóságának bemutatása.

**EMM2.** (Az „egyetemi matematika” az iskolai matematikában.) kr:2+0, K, tavasz. Válogatott témakörök feladatanyaga alapján annak a vizsgálata, mit és hogyan lehet egy-egy témakörből továbbadni a tanulóknak az egyes iskolatípusokban az életkornak megfelelő formában.

**EMM3.** (Indoklások, bizonyítások a matematikaoktatásban.) kr:0+2, G, ősz. Tételek megsejtése, heurisztika, szemléletes okoskodások, indoklások. Bizonyítási stratégiák és módszerek.

### *Geometria blokk*

**GEO1.** (A geometria alapjai.) kr:2+0, K, ősz. A geometria axiomatikus felépítése. Az abszolút, az euklideszi és a hiperbolikus geometria. A modellek szerepe. Bolyai eredményei a hiperbolikus geometriában.

**GEO2.** (Diszkrét és konvex geometria.) kr:2+0, K, tavasz. Pontrendszerek, mozaikok, elhelyezések és fedések, rácsok. Konvex halmazok, Helly-típusú tételek. Polaritás, duális poliéderek. Szimmetrizációk. Az izoperimetrikus probléma.

**GEO3.** (Topológia és differenciálgeometria.) kr:2+0, K, ősz. Metrikus és topologikus terek, folytonos leképezések, homeomorfizmusok. Összefüggőség, kompaktság. Felületek Euler-karakterisztikája, irányíthatósága, osztályozása. Főgörbületek, főirányok, Gauss-görbület. Geodetikusok.

### *A matematika alkalmazásai blokk*

**MAL1.** A tárgy azonos az Analízis(B) blokk 3. kurzusával (Matematikai analízis számítógéppel).

**MAL2.** (Kombinatorikus algoritmusok.) kr:2+0, K, tavasz. Mohó algoritmusok, dinamikus programozás. Gráfok bejárása, legrövidebb utak. Minimális vágások. Áramok, folyamok. Párosítás.

**MAL3.** (Operációkutatás.) kr:2+0, K, ősz. Lineáris egyenlet- és egyenlőtlenségrendszerek megoldhatósága, a megoldáshalmazok leírása. Farkas-lemma, dualitás. Hálózati optimalizálás.

### *Sztochasztika blokk*

**SZT1.** (Matematikai statisztika.) kr:2+0, K, ősz. Minta, nevezetes statisztikák. Becslések és tulajdonságaik. Hipotézisvizsgálat. Nevezetes statisztikai próbák. Lineáris regresszió. Szórás- és időszorelemzés.

**SZT2.** (Elemi sztochasztikus folyamatok.) kr:2+0, K, tavasz. Markov láncok. Bolyongásra vonatkozó határeloszlástételek. Felújítási folyamatok. Poisson-folyamat. Születési és halálozási folyamat. Sorbanállás. Megbízhatóságelmélet. Elágazó folyamatok. A Brown-mozgás.

**SZT3.** (Információelmélet.) kr:2+0, K, ősz. Entrópia, divergencia. Egyértelműen dekódolható kódok. Redundancia. Hibajelző és hibajavító kódok.

(C) Az MN, MFK, illetve MMK modulhoz a Matematika BSc tanári szakirányában is szereplő tárgyak (ebből a Véges matematika 2. a Matematika BSc elsőéves általános kurzusa)

**Algebra 3.** kr:2+2, K+G, MN, MFK: 1. fé, ef: – . Gyűrűk, számelméleti vonatkozások. Euklideszi tér. Algebrai és transzcendens számok. Testbővítések, geometriai szerkeszthetőség, véges testek.

**Analízis 3.** kr:2+2, K+G, MN: 1. fé, ef: – . Függvénysorozatok, függvénysorok, hatványsorok. Metrikus terek, topológiai alapfogalmak. Közönséges differenciálegyenletek. Jordan-mérték, többváltozós függvények integrálja.

**Analízis 4.** kr:2+2, K+G, MN, MFK: 2. fé, ef: MN: Analízis 3., MFK: – . Többváltozós függvények differenciálszámítása, parciális deriváltak, Jacobi-mátrix. Vonalintegrál.

**Bevezető iskolai gyakorlat.** kr:0+2, G (háromfokozatú), MMK: 2. fé, ef: Elemi matematika 1. Két bevezető előadás után hospitálás és néhány matematika óra tartása iskolában.

**Elemi matematika 1.** kr:0+2, G, MMK: 1. fé, ef: – . Számelmélet, kombinatorika, valószínűség-számítás és statisztika.

**Elemi matematika 2.** kr:0+2, G, MMK: 2. fé, ef: Elemi matematika 1. Geometria: mértani helyek, transzformációk, rácsok, gráfok, koordináták, a geometriai szemlélet fejlesztése.

**Elemi matematika 3.** kr:0+2, G, MMK: 1. fé, ef: – . Algebra: számfogalom, műveletek, sorozatok, egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek.

**Geometria 2.** kr:2+2, K+G, MN: 1. fé, ef: – . Egybevágóság, hasonlóság, affinitás. Csoporttulajdonságok, invariánsok. Euklideszi szerkesztések. Körök és gömbök, inverzió, körsorok.

**Geometria 3.** kr:2+2, K+G, MN: 2. fé, ef: Geometria 2.; MMK: csak az előadás kell, 2. fé, ef: – . Kúpszeletek, másodrendű görbék. Projektív geometria, homogén koordináták, projektív transzformációk.

**Geometria 4.** kr:2+2, K+G, MN: 3. fé, ef: Geometria 3, MFK: 1. fé, ef: – . Görbék és felületek. Kerület, terület, térfogat, ívhossz, felszín. Nemeuklideszi geometria, a hiperbolikus sík modelljei.

**Matematika alapjai 1.** kr:0+2, G, MN, MFK: 2. fé, ef: – . Számosságok. Paradoxonok. Jólrendezett halmazok. Kijelentéslogika. Következtetési szabályok, elsőrendű nyelvek. Rekurzív függvények. Gödel nem-teljességi tétele.

**Valószínűség-számítás.** kr:2+2 (az előadás heti 3 óra), K+G, MN: 3. fé, MFK: 1. fé, ef: – . Valószínűségi mező. Feltételes valószínűség. Függetlenség. Valószínűségi változók, várható érték, szórás. Nagy számok Bernoulli-törvénye. A centrális határeloszlástétel. Statisztikai becslés, hipotézisvizsgálat.

**Véges matematika 2.** kr:2+2, K+G, MFK: 2. fé, ef: – . Minimax tételek. Lineáris rekurziók. Catalan-számok. Ramsey-témakör. Halmazrendszerek kombinatorikája.

(D) Az MJ és MMK modulok további tárgyai

**Matematika alapjai 2.** kr:2+0, K, MJ: 3. fé, ef: – . Jólrendezés. Alefek. Elsőrendű nyelvek. Modelleméleti tételek. Komplexitáselmélet. Nem-teljességi tétel.

**A matematikatudomány története.** kr:2+0, K, MJ: 3. fé, MMK: 1. fé, ef: – . Korokon átívelő eszmetörténeti és fogalomfejlődési folyamatok. Analógiák és eltérések.

## Rövid tantárgyi programok a levelező tagozaton

A tárgyak címe mellett fel van tüntetve a teljes félévi óraszám, a kreditérték, a számonkérés formája és az, hogy a tanterv szerint a képzés melyik félévében kerül oktatásra a tárgy.

(A) Az *MFK modulban* és az *MTK modulban* egyaránt szereplő tárgyak

**Algebra és számelmélet.** 18 óra, 4 kredit, kollokvium, 1. félév.

Gyűrű, részgyűrű, ideál, faktorgyűrű. Gyűrű-homomorfizmusok. A komplex számok teste, mint faktorgyűrű. Számelmélet gyűrűkben. Euklideszi gyűrű, a Gauss-egészek gyűrűje. Testbővítés: algebrai elem, transzcendens elem, véges bővítés, algebrai bővítés, fokszámtétel. Geometriai szerkeszthetőség, nevezetes szerkesztési feladatok.

**Analízis.** 18 óra, 4 kredit, kollokvium, 2. félév.

Függvénysorozatok, függvénysorok, egyenletes konvergencia. Az összegfüggvény folytonossága és differenciálhatósága. Hatványsorok, Taylor-sorok. A folytonosság és a határérték fogalmának általánosítása többváltozós valós függvényekre. A többváltozós függvények differenciálszámítása. A többváltozós integrálszámítás elemei. Vonalintegrál. Közönséges differenciálegyenletek alapvető típusai.

**Elemi matematika.** 10 óra, 2 kredit, gyakorlati jegy, 1. félév.

Az iskolai matematikai tananyag jelentősebb témaköreiből (az algebrából, a számelméletből, a függvénytanból, a geometriából és a kombinatorikából) válogatott tipikus feladatok jellegzetes megoldásainak áttekintése és a különböző megoldási módok összehasonlítása.

**Geometria.** 18 óra, 4 kredit, kollokvium, 1. félév.

Nevezetes transzformációcsoportok az euklideszi geometriában. A projektív geometria elemei: az ideális pontok bevezetése, az euklideszi sík és tér projektív lezárása. Homogén koordináták a projektív síkon. Desargues-féle illeszkedési tétel. Kollineáris pontnégyes kettősviszonya, Papposz tétele. A projektív sík kollineációi. Konjugált pontok egy kúpszeletre vonatkozóan. Pascal tétele. Kitekintés a Bolyai-féle hiperbolikus geometriára.

**Matematika alapjai.** 10 óra, 2 kredit, kollokvium, 2. félév.

Naiv halmazelmélet. Axiómák. Cantor tétele, Russel-paradoxon. A Descartes-szorzat. A kiválasztási axióma néhány következménye. Számosságok. A számosságok összehasonlítása. Műveletek számosságokkal. Rendezett halmazok. Jólrendezés. Kezdőszeletek. Rendtípusok, rendszámok, példák rendszámokra. Kijelentéslógika, igazságfüggvények. Klasszikus azonosságok. Diszjunktív normálformák. Elsőrendű nyelvek.

**Matematikatanítás és szakmódszertan.** 14 óra, 3 kredit, gyakorlati jegy, 1. félév.

Oktatási koncepciók és matematikadidaktikai alapelvek. A fogalmak, tételek, bizonyítások tanításának alapkérdései. Problémamegoldás a matematikaoktatásban. Fontos matematikai témakörök tanításának főbb kérdései. Tantervek, követelmények. Az oktatás tervezése.

**Szaktárgyi tanítási gyakorlat.** 60 óra, 3 kredit, gyakorlati jegy, 1. félév.

Óralátogatások, konzultációk a vezetőtanárral. A tanári képességek fejlesztése, gyakorlása.

**Valószínűségszámítás.** 18 óra, 4 kredit, kollokvium, 1. félév.

Valószínűségi mezők. Példák a klasszikus (kombinatorikus) valószínűségi mező alkalmazására. Feltételes valószínűség. Függetlenség. Valószínűségi változók és eloszlásuk. Várható érték, szórás. Generátorfüggvény. Bolyongás. A korrelációs együttható. A nagy számok Bernoulli-féle törvénye. Eloszlásfüggvény és sűrűségfüggvény. Példák abszolút folytonos eloszlásokra. A centrális határeloszlástétel speciális esetben. Statisztikai becslés és tulajdonságai. Hipotézisvizsgálat a valószínűségre.

**Véges matematika.** 18 óra, 4 kredit, kollokvium, 1. félév.

Ismétlés: logikai szita, gráfelméleti alapok. Állandó együtthatós lineáris rekurziók, Catalan-számok. Fák és erdők, Prüfer-kód, Cayley-tétele. Gráfszínezések, síkgráfok. Párosítások páros gráfokban. Ramsey tétele, Turán tétele.

*(B) Az MTK modulban szereplő további tárgyak*

**Elemi matematika és módszertan.** 22 óra, 5 kredit, gyakorlati jegy, 2. félév.

Az általános iskolai és középiskolai matematika tananyag témaköreiből válogatott feladatok jellegzetes megoldásainak áttekintése, a különböző megoldási módok összehasonlítása. Annak vizsgálata, hogy egy-egy feladatcsoporttal miként lehet bizonyos matematika-didaktikai célokat a leghatékonyabban megvalósítani. A kitűzött feladatok megoldásainak a módszertani szempontok szerinti elemzése.

**Fejezetek az analízisből.** 22 óra, 5 kredit, kollokvium, 1. félév.

Az egyváltozós valós függvényekkel kapcsolatos ismeretek áttekintése: határérték, folytonosság, differenciálhatóság, integrálhatóság. Néhány patológikus függvény (Bolzano-függvény, Weierstrass-függvény, Thomae-függvény, van der Waerden-függvény). A Descartes-féle jelszabály. Az  $e$  szám irracionálitása és transzcendenciája. Az Euler-Laplace-integrál. A bázeli probléma. Trigonometrikus sorok és alkalmazásaik.