

Tantárgy neve: Mérték- és integrálelmélet I (Analízis 4.)

Tantárgy heti óraszám: 2+2

kreditértéke: 2+2

ajánlott helye: Alkalmazott matematikus szakirány 4. félév

tantárgyfelelős neve: Simon Péter

tanszéke: Numerikus Analízis Tanszék (IK)

számonkérés rendje: kollokvium + gyakorlati jegy

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Speciális halmazrendszerek és halmazfüggvények: félgyűrű, gyűrű, szigma-algebra, előmérték, kvázimérték, mérték. A Lebesgue-féle kvázimérték. Félgyűrűn értelmezett nem-negatív, additív halmazfüggvény kiterjesztése kvázimértékké. A Stieltjes féle kvázimérték. A gyűrűn értelmezett kvázimérték kiterjesztése mértékké. A külső mérték fogalma, Caratheodory-tétel. Szigma-végesség, a kiterjesztés egyértelműsége. Teljes mérték. A Borel-halmazok jellemzése (nyílt; zárt; kompakt halmazokkal való kapcsolat). A Lebesgue-mérték regularitása. A Lebesgue-Stieltjes-mérték. A mérhető leképezés fogalma, alaptulajdonságok. A Jegorov-tétel. Lépcsősfüggvények, integrál. A Beppo-Levi tétel, Fatou-lemma. Borel-Cantelli-lemma. Mérhető függvények integrálja. Az integrál jellemzése és alaptulajdonságai. Az  $L^p$  terek értelmezése, Hölder- és Minkowski-egyenlőtlenség. Az  $L^p$  -terekre vonatkozó alapvető állítások. Markov-, ill. Csebisev-egyenlőtlenség. A Lebesgue-tétel. Az  $L^p$  -terek teljessége. Sztochasztikus konvergencia. A Riemann-integrálhatóság Lebesgue-integrálhatóság kapcsolata. A szorzatmérték fogalma, Fubini-tétel. A Poincare-Stokes-tétel és változatai: Stokes-, Gauss-Osztrogradszkij-, Green-tétel.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

H. Bauer, Wahrscheinlichkeitstheorie und Grundzüge der Masstheorie, Walter de Gruyter, Berlin-New York, 1974.

P. R. Halmos, Mértékelmélet, Gondolat, Budapest, 1984.

Járai Antal, Mérték és integrál, felsőoktatási tankönyv, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2002.

Laczkovich Miklós, Valós függvénytan, egyetemi jegyzet, ELTE, Budapest, 1995.

Pál Jenő – Schipp Ferenc – Simon Péter, Analízis II. egyetemi jegyzet, Tankönyvkiadó, Budapest, 1982.

Petruska György, Analízis II., egyetemi jegyzet, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 1999.

Simon Péter, Analízis V., egyetemi jegyzet, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 1996.

Szőkefalvi-Nagy Béla, Valós függvények és függvénysorok, Tankönyvkiadó, Budapest, 1965.

A. C. Zaanen, Integration, North Holland Publ. Co., Amsterdam 1967.

Tantárgy neve: Analízis olvasókurzus alkalmazott matematikusoknak

Tantárgy heti óraszám: 0 + 2  
kreditértéke: 5

tantárgyfelelős neve: Bátikai András

tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tsz.

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Korlátos változású függvények. Riemann-Stieltjes-integrál, vonalintegrál. Komplex függvények. Cauchy-tétel és integrálformula. Analitikus függvények hatványsora. Izolált szinguláris helyek, reziduum-tétel. Inverz- és implicit-függvény tétel. Feltételes szélsőérték. Mértékelmélet. Lebesgue-integrál. Függvényterek. Közönséges differenciálegyenletek. Egzisztencia és unicitási tételek. Elemi úton megoldható egyenletek. Lineáris egyenletek és rendszerek. Hilbert-terek, ortonormált rendszerek. Metrikus terek: topológiai alapfogalmak, sorozatok, függvények határértéke és folytonossága. A numerikus analízis alapjai.

Kötelező irodalom:

Komornik Vilmos: Valós analízis előadások I-II., Typotex, 2004

Ajánlott irodalom:

Laczkovich Miklós és T. Sós Vera: Analízis, Nemzeti Tankönyvkiadó, 2006. W. Rudin: A matematikai analízis alapjai, Műszaki Könyvkiadó, 1978. Simon L. Péter, Tóth János: Közönséges differenciálegyenletek, Typotex, 2005. Szőkefalvi-Nagy Béla: Valós függvények és függvénysorok, Tankönyvkiadó, 1987. Riesz Frigyes és Szőkefalvi-Nagy Béla: Funkcionálanalízis, Tankönyvkiadó, 1983.

Tantárgy neve: Bevezetés a topológiába

Tantárgy heti óraszám: 2 + 0

kreditérték: 2

tantárgyfelelős neve: Szűcs András

tanszéke: Analízis Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Topologikus terek és folytonos leképezések. Térkonstrukciók: alterek, faktorterek, szorzatterek, függvényterek. Szétválasztási axiómák. Uriszon-lemma. Tietze-tétel. Megszámlálhatósági axiómák. Uriszon első metrizációs tétele. Kompaktság, kompaktifikációk, kompakt metrikus terek. Összefüggőség, útösszefüggőség. Fundamentális csoport. Fedő leképezések.

Algebra alaptétele. Sündisznó tétel. Brouwer fixponttétel. Borsuk – Ulam tétel.

Kötelező irodalom: [www.cs.elte.hu/analysis/szucs/jegyzet](http://www.cs.elte.hu/analysis/szucs/jegyzet), 1-39.old.

Ajánlott irodalom J. L. Kelley: General Topology, 1957, Princeton.

Tantárgy neve: Differenciálegyenletek

Tantárgy heti óraszám: 3+2  
kreditérték: 3+2

tantárgyfelelős neve: Simon Péter

tanszéke: Alkalmazott Analízis

számonkérés rendje: Kollokvium + gyakorlati jegy

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Differenciálegyenletek a fizikában, kémiában, biológiában, közgazdaságtanban. A megoldás létezése és egyértelműsége. Differenciálegyenletek megoldási módszerei. Lineáris rendszerek. Magasabb rendű lineáris egyenletek. Autonóm differenciálegyenletek, dinamikai rendszerek. Stabilitási fogalmak, Ljapunov módszere. Poincaré-Bendixson elmélet. Periodikus megoldás stabilitásvizsgálata, Poincaré leképezés. Peremértékproblémák, Sturm-féle szeparációs tételek. Egyszerű variációszámításbeli problémák.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Tóth János, Simon Péter: Differenciálegyenletek; Bevezetés az elméletbe és az alkalmazásokba (Typotex, 2005).

Arnold, Közönséges differenciálegyenletek

Matolcsi Tamás, Közönséges differenciálegyenletek, egyetemi jegyzet

Pontrjagin, Közönséges differenciálegyenletek

Tantárgy neve: Differenciálgeometria I (alapozó tárgy) (matematika BSc, matematikus szakirány)

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditértéke: 2+3

tantárgyfelelős neve: Verhóczy László (docens)

tanszéke: Geometriai Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium + gyakorlati jegy

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Sima görbék az  $n$ -dimenziós euklideszi térben. Természetes paraméterezés. Kísérő Frenet-bázis. Görbületi függvények, Frenet-formulák. A görbeelmélet alaptétele. Síkgörbe előjeles görbülete. Zárt görbék teljes görbületével kapcsolatos tételek. Sima elemi hiperfelület paraméterezése. Érintőtér. Első főmennyiségek. Normálgörbület, Meusnier tétele. Weingarten-leképezés, főgörbületek és főirányok. Christoffel-szimbólumok. Derivációs formulák. Theorema Egregium. Bonnet tétele. Geodetikus görbék.

Kötelező irodalom: –

Ajánlott irodalom:

- 1) Szőkefalvi-Nagy Gyula, Gehér László, Nagy Péter: Differenciálgeometria. Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1979.

Tantárgy neve: Valószínűségszámítás és statisztika

Tantárgy heti óraszám: 3 + 2  
kreditértéke: 3+3

tantárgyfelelős neve: Móri Tamás

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: Kollokvium + gyakorlati jegy

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Valószínűségi mező, valószínűségi változó, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény, várható érték, szórás, kovariancia, függetlenség.

Konvergenciafajták és kapcsolatuk: 1 valószínűségű, sztochasztikus,  $L_p$ -beli, gyenge. Egyenletes integrálhatóság.

Karakterisztikus függvény, centrális határeloszlás-tétel

Feltételes várható érték, feltételes valószínűség, reguláris feltételes eloszlás, feltételes sűrűségfüggvény.

Martingál, szubmartingál, konvergenciatétel, reguláris martingálok.

A nagy számok erős törvénye, független tagú sorok, 3-sor-tétel.

Statisztikai mező, elégségesség, teljesség.

Fisher-információ.

Cramér-Rao egyenlőtlenség, Blackwell-Rao tétel, becslési módszerek: tapasztalati becslések, momentum-módszer, maximum-likelihood becslés, Bayes-becslés.

Hipotézisvizsgálat, likelihood-hányados próba, aszimptotikus tulajdonságok.

Többdimenziós normális eloszlás, a paraméterek becslése

Lineáris modell, legkisebb négyzetes becslés. Lineáris hipotézis normális lineáris modellben.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Rényi A.: Valószínűségszámítás. Tankönyvkiadó, 1968.

J. Galambos: Advanced probability theory. Marcel Dekker, New York, 1995.

A. A. Borovkov: Matematikai statisztika. Typotex kiadó, Budapest, 1999.

Mogyoródi J. – Michaletzky Gy. (Szerk.): Matematikai statisztika. Egyetemi jegyzet. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1995.

Bolla M.–Krámlai A.: Statisztikai következtetések elmélete. Typotex Kiadó, Budapest, 2005.

Tantárgy neve: A matematika alapjai

Tantárgy heti óraszám: 2+1

kreditérték: 2+2

tantárgyfelelős neve: Komjáth Péter

tanszéke: Számítógéptudományi

számonkérés rendje: vizsga

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Halmazelméleti alapok: a számosság intuitív fogalma, Cantor hatványhalmaz tétele, számosságok összehasonlítása, antinómiák és axiomatizálás, a kiválasztási axióma; rendszámok és számosságok, a számosságaritmetika elemei. (A nehezebb tételek csak vázlatosan, ill. csak kimondva). Kijelentéslogika: Booleformulák, Boolefüggvények, és Boolehálózatok, kielégíthetőség és érvényesség. Elsőrendű logika: nyelv, struktúra, kifejezés, formula; igazságfogalom, modell, következményfogalom, levezethetőség; a Gödel-féle teljességi tétel és a kompaktsági tétel (biz. nélk.); néhány következmény; a LöwenheimSkolem tételek (vázlatosan); Gödel nemteljességi tétele (vázlatosan). A logikai programozás alapjai: Herbrand tétele, Horn formulák, rezolúció, unifikáció; logikai programozás és a Prolog nyelv.

Kötelező irodalom:

Csirmaz László: Matematikai Logika, egyetemi jegyzet (Hajnal András előadásai alapján), ELTE.

Pásztorné Varga Katalin: Logikai alapozás alkalmazásokhoz (matematikai logika számítástudomány), egyetemi jegyzet, ELTE.

Ajánlott irodalom:

Hajnal András, Hamburger Péter: Halmazelmélet. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1994.

Pásztorné Varga Katalin, Várterész Magda: A matematikai logika alkalmazásszemléletű tárgyalása. Panem Kiadó, Budapest, 2003.

Tantárgy neve: Algoritmusképlet I

Tantárgy heti óraszám: 2+2 óra  
kreditérték: 2+3

tantárgyfelelős neve: Király Zoltán

tanszéke: Számítógéptudományi

számonkérés rendje: vizsga és zárthelyi

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Rendezés és kiválasztás.

Dinamikus programozás alkalmazásai (maximális intervallum-összeg, hátizsák feladat, mátrix-szorás zárójelzés, optimális bináris keresőfa, optimalizálási feladatok fákon).

Gráfalgoritmusok: a szélességi és mélységi keresés megvalósítása, alkalmazásai (legrövidebb utak, kétszínizhetőség, erősen összefüggővé irányítás, kettő-összefüggő blokkokra bontás, erősen összefüggő komponensek megtalálása). Dijkstra algoritmus alkalmazásai (legszelebb út, legbiztonságosabb út, PERT módszer, Jhonson algoritmus). Folyamok alkalmazásai.

Stabil házítás. Hopcroft-Karp algoritmus.

Közelítő algoritmus fogalma, példák (Ibarra-Kim, metrikus TSP, Steiner fa, ládapakolás).

Keresőfák. Amortizációs idő. Fibonacci kupac és alkalmazásai.

Adattömörítés.

Számolás nagy számokkal, Euklideszi algoritmus, RSA. Gyors Fourier-transzformáció és alkalmazásai. Strassen mátrix-szorási algoritmus.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, C. Stein: Új algoritmusok. Sclolar, 2003.

Rónyai-Iványos-Szabó: Algoritmusok, TypoTeX, 1998.

Tantárgy neve: Algoritmuselmélet II.

Tantárgy heti óraszám: 2+2

kreditértéke: 2+3

tantárgyfelelős neve: Hunyadvári László egy.docens és Fekete István egy.docens

tanszéke: Algoritmusk és Alkalmazásuk Tanszék (Informatikai Kar)

számonkérés rendje: gyakorlati jegy

előtanulmányi feltétel:

Képzési program: Alkalmazott matematikus MSc, Számítástudományi szakirány,

Szakmai törzsanyag modul

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A féléves munka során a hallgatók 3-4 fős csoportokban egy-egy olyan valós problémára fejlesztenek alkalmazást, amelynek megoldásában matematikai ismereteket is fel kell használni. A közös munka a szoftverfejlesztés teljes életciklusát felöleli: felhasználói igények felmérése, megoldási módszerek és eszközök keresése, projektterv, tervezés, fejlesztés, verziókövetés, tesztelés, dokumentálás. A munkát számos fejlesztőeszköz, programkönyvtár támogatja.

Az előadás a szükséges matematikai módszereket, az algoritmuselmélet felhasználandó fejezeteit, a szoftverfejlesztés módszertanát és eszközeit tekinti át.

Példák a feladatokra: hálózattervezési alkalmazás, mobiltorony hálózat tervezése, munkaerő beosztás készítése, futárszolgálat ütemezése, menetrend alapú útvonaltervezés, hang- és képalapú azonosító rendszer, műholdkép alapú építkezés-figyelés, véletlenszám generátor tesztelése, műholdfelvételek automatikus korrekciója, elektromos kapcsolási rajz megvalósítása.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, C. Stein: Új algoritmusok. Sclar, 2003.

E. Horovitz, S. Sahni, S. Rajasekaran: Computer Algorithms. Computer Science Press, 1998.

Rónyai L., Iványos G., Szabó R.: Algotirmusok. Typotex, 1998.

Informatikai Algoritmusk I-II. szerk.: Iványi Antal. ELTE Eötvös Kiadó, 2004.

Tantárgy neve: Mérték- és integrálmélet II. (Analízis 5.)

Tantárgy heti óraszám: 2+0

kreditérték: 2

tantárgyfelelős neve: Simon Péter

tanszéke: Numerikus Analízis Tanszék (IK)

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Súlyfüggvények, abszolút folytonosság. A Radon-Nikodym tétel. Előjeles mértéket. A Hahn-, ill. a Jordan féle felbontás. A feltételes várható értékoperátor. Szinguláris mértékek. A Lebesgue-féle felbontás. Mértékek deriválása. A Vitali-lemma. Deriválás 0-mértékű halmazon. Szinguláris mérték deriválása. Súlyfüggvénnyel generált mértékek deriválása. Abszolút folytonos mérték deriváltja. Előjeles Borel-mérték m.m. deriválható. Monoton függvény, ill. integrálfüggvény deriválása. Lebesgue-pont fogalma, Lebesgue-tétel. Abszolút folytonosság. Korlátos változású függvények. Kapcsolat az abszolút folytonos mértékekkel. Jordan-tétel. Összefüggések az abszolút folytonos függvények és az integrálfüggvények között. Az integrálfüggvény teljes változása. Példa szigorúan monoton, folytonos függvényre, amelynek deriváltja m.m. nulla. Parciális integrálás, integrálás helyettesítéssel. Fubini tétele a mértékekből, ill. függvényekből álló végtelen deriválásról. A Lebesgue-féle sűrűségi tétel. A Hardy-Littlewood-féle maximálfüggvény. Gyenge (1,1)-tulajdonság,  $L^p$ -korlátosság. Operátorsorozat maxmáloperátorára vonatkozó gyenge (1,1)-becslés szerepe a konvergenciában. A Marcinkiewicz-féle interpolációs tétel. Calderon-Zygmund-felbontás.  $L^p$ -terek dualitása.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

H. Bauer, Wahrscheinlichkeitstheorie und Grundzüge der Masstheorie, Walter de Gruyter, Berlin-New York, 1974.

P. R. Halmos, Mértékelmélet, Gondolat, Budapest, 1984.

E. Hewit-K. Stromberg, Read and abstract analysis, Springer Verlag, Berlin-Heidelberg-New York, 1969.

Járai Antal, Mérték és integrál, felsőoktatási tankönyv, Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 2002.

Laczkovich Miklós, Valós függvénytan, egyetemi jegyzet, ELTE, Budapest, 1995.

Simon Péter, Analízis V., egyetemi jegyzet, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 1996.

Szőkefalvi-Nagy Béla, Valós függvények és függvénysorok, Tankönyvkiadó, Budapest, 1965.

A. C. Zaanen, Continuity, Integration and Fourier Theory, Verlag, Berlin-Heidelberg-New York-London-Paris-Tokio 1989.

A. C. Zaanen, Integration, North Holland Publ. Co., Amsterdam 1967.

Tantárgy neve: Diszkrét és folytonos paraméterű Markov-láncok

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 2

tantárgyfelelős neve: Prokaj Vilmos

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel: Valószínűségszámítás és statisztika (gyenge előfeltétel)

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Sztochasztikus folyamatok: Markov-tulajdonság, erős Markov-tulajdonság, homogenitás. Diszkrét paraméterű Markov-láncok: definíció, átmenetmátrix, az állapotok osztályozása. Periódus, visszatérőség. Az átmenetvalószínűségek konvergenciája. Stacionárius eloszlás. Nagy számok törvénye és centrális határeloszlás-tétel irreducibilis, pozitív rekurrens Markov-lánc funkcionáljára. Átmenetvalószínűségek tabu állapotokkal. Reguláris mérték, Doeblin hányados tétele. Megfordított Markov-lánc. Elnyelődési valószínűségek. Perron-Frobenius tételek. Folytonos paraméterű Markov-láncok: definíció, átmenetmátrix, derivált a nullában, infinitezimális generátor. Példák: Poisson folyamat, születési és halálozási folyamatok.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Karlin – Taylor: Sztochasztikus folyamatok. Gondolat Kiadó, 1985.

Chung: Markov Chains With Stationary Transition Probabilities. Springer, 1967.

Isaacson – Madsen: Markov Chains: Theory and Applications. Wiley, 1976.

Tantárgy neve: Diszkrét matematika

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditérték: 2+3

tantárgyfelelős neve: Lovász László

tanszéke: Számítógéptudományi

számonkérés rendje: vizsga és gyakorlati jegy

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Gráfelmélet: gráfok és hipergráfok színezései, perfekt gráfok. Párosításelmélet. Többszörös összefüggőség.

Erősen reguláris gráfok, az egészségi feltétel és alkalmazásai. Extremális gráfok.

Regularitási lemma. Síkbarajzolhatóság, Kuratowski tétel, gráfok lerajzolása felületeken, minorok, Robertson-Seymour elmélet.

Leszámláló kombinatorika alapvető kérdései.: generátorfüggvények, inverziós formulák részben rendezett halmazokon, rekurziók. Mechanikus összegzés. Klasszikus gráfelméleti leszámolások, fák, feszítő fák, 1-faktorok száma.

Véletlen módszerek: várható érték és második momentum módszer. Véletlen gráfok, küszöbfüggvény.

Testek alkalmazásai: a lineáris algebrai módszer, extremális halmazrendszerek. Véges testek, hibajavító kódok, perfekt kódok.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

J. H. van Lint, R.J. Wilson, A course in combinatorics, Cambridge Univ. Press, 1992; 2001.

Lovász L.: Kombinatorikai problémák és feladatok, Typotex.

Hajnal P.: Gráfelmélet, Polygon, Szeged.

R. L. Graham, D. E. Knuth, O. Patashnik, Konkrét matematika, Műszaki Kiadó 1998.

Tantárgy neve: Diszkrét optimalizálás

Tantárgy heti óraszám: 3+2  
kreditérték: 3+3

tantárgyfelelős neve: Frank András

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: kollokvium + gyakorlati jegy

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Alapvető gráfelméleti és matroidelméleti fogalmak, tulajdonságok és módszerek (párosítások, folyamok és áramok, mohó algoritmus). A poliédres kombinatorika elemei (teljesen unimoduláris mátrixok és alkalmazásai). Főbb kombinatorikus algoritmusok (dinamikus programozás, javító utak, Magyar módszer). Az egészértékű programozás elemei (Lagrange relaxáció, korlátozás és szétválasztás).

Kötelező irodalom:

Frank András, Bevezetés a diszkrét optimalizálásba (elektronikus jegyzet)

Ajánlott irodalom:

W.J. Cook, W.H. Cunningham, W.R. Pulleybank, and A. Schrijver, Combinatorial Optimization, John Wiley and Sons, 1998.

B. Korte and J. Vygen, Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms, Springer, 2000.

E. Lawler, Kombinatorikus Optimalizálás: hálózatok és matroidok, Műszaki Kiadó, 1982. (Combinatorial Optimization: Networks and Matroids).

A. Schrijver, Combinatorial Optimization: Polyhedra and efficiency, Springer, 2003. Vol. 24 of the series Algorithms and Combinatorics.

Tantárgy neve: Folytonos optimalizálás

Tantárgy heti óraszám: 3+2  
kreditértéke: 3+3

tantárgyfelelős neve: Illés Tibor

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: kollokvium + ZH a gyakorlati jegyért

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Lineáris egyenlőtlenségek: Farkas-lemma és egyéb alternatíva tételek. A lineáris programozás dualitás elmélete, pivot algoritmusok (criss-cross és szimplex), belsőpontos módszer. Mátrix játékok: Nash-egyensúly, Neumann-tétel. Konvex optimalizálás: dualitás, szeparálás és algoritmusok. Konvex Farkas-tétel, Kuhn-Tucker-Karush tétel, regularitási feltételek. Nemlineáris programozási modellek. Sztochasztikus programozás: alapmodellek, gyakorlati problémák.

Kötelező irodalom: -

Ajánlott irodalom:

1. Katta G. Murty: *Linear Programming*. John Wiley & Sons, New York, 1983.
2. Vašek Chvátal: *Linear Programming*. W. H. Freeman and Company, New York, 1983.
3. C. Roos, T. Terlaky and J.-Ph. Vial: *Theory and Algorithms for Linear Optimization: An Interior Point Approach*. John Wiley & Sons, New York, 1997.
4. Kovács Margit: *A nemlineáris programozás elmélete*. TYPOTEX Kft., Budapest, 1997.
5. Béla Martos: *Nonlinear Programming: Theory and Methods*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1975.
6. M. S. Bazaraa, H. D. Sherali and C. M. Shetty: *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. John Wiley & Sons, New York, 1993.
7. Illés T. és Mészáros K.: A Farkas-lemma egy új és elemi bizonyítása, *Új utak a magyar operációkutatásban*, szerk.: Komlósi S. és Szántai T., Dialógus Campus Kiadó, Budapest, 1999, 73-88 oldalak.
8. Szidarovszky Ferenc: Játékelmélet, *Informatikai Algoritmusok I.*, szerk.: Iványi Antal, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2004, 314-360.
9. Illés T., Nagy M. és Terlaky T.: Belsőpontos algoritmusok, *Informatikai Algoritmusok II.*, szerk.: Iványi Antal, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2005, 1230-1297.
10. J.-B. Hiriart-Urruty and C. Lemaréchal: *Convex Analysis and Minimization Algorithms I-II*. Springer-Verlag, Berlin, 1993.
11. E. de Klerk, C. Roos, Terlaky T.: *Nemlineáris Optimalizálás*. Budapest, 2004.

Tantárgy neve: Fourier-sorok

Tantárgy heti óraszám: 2+1

kreditérték: 2+1

tantárgyfelelős neve: Schipp Ferenc

tanszéke: Numerikus Analízis Tanszék (IK)

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Ortogonalis rendszerek, Fourier-sorok Hilbert-térben. A Fourier-projekció minimum tulajdonsága. Teljesség, zártság, ortogonalis- és Riesz-bázisok. Frame-sorfejtések. Trigonometrikus Fourier-együttható, Fourier-sor, Fourier transzformált. Konvolúció, inverziós formulák. Fourier transzformáció az  $L^2$  téren. A derivált és Fourier transzformált kapcsolata. Többváltozós- és diszkrét Fourier-transzformált, FFT-algoritmusok. Fourier-sorok konvergencia és approximációs tulajdonságai. Szummációs eljárások, szűrés, Poisson-féle szummációs formula. Komplex kiterjesztés: Laplace- és z-transzformált. Példák alkalmazásokra a differenciálegyenletek, a rendszerelmélet, a jel- és képfeldolgozás területéről.

Kötelező irodalom:

*Schipp Ferenc*: Fourier analízis. Egyetemi jegyzet alkalmazott- és programtervező matematikusoknak. Budapest, 1999. (Hálózaton elérhető).

Ajánlott irodalom:

*Szőkefalvi-Nagy Béla*: Valós függvénytan, függvénysorok. Tankönyvkiadó, Budapest, 1954.

*Pál László György*: Ortogonalis függvénysorok. Tankönyvkiadó, Budapest, 1969.

*G. Gasquet-P. Witowski*: Fourier Analysis and Applications (Filtering, Numerical, Wavelets). Springer, 1999.

Tantárgy neve: Numerikus analízis III.

Tantárgy heti óraszám: 1+2

kreditérték: 1+2

tantárgyfelelős neve: Stoyan Gisbert

tanszéke: Numerikus Analízis Tanszék (IK)

számonkérés rendje: kollokvium+gyakorlati jegy

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Numerikus integrálás: Motiváció, elemi kvadratura képletek, kvadratura képletek konvergenciája folytonos függvényekre, interpolációs kvadratura képletek, összetett kvadratura képletek, adaptív módszerek, Gauss-féle kvadratura, speciális integrandusok kezelése, többdimenziós integrálok kiszámítása.

Közönséges differenciálegyenletek numerikus megoldása: motiváció, Euler-módszer, alapvető fogalmak: numerikus stabilitás, konzisztencia, konvergencia, explicit Runge-Kutta módszerek, lépésválasztás, többlépes módszerek, gyökfeltétel, prediktor-korrektor eljárások, differencia egyenletek. Peremérték feladatok kezelése differencia-módszerekkel.

Kötelező irodalom:

Stoyan Gisbert-Takó Galina: Numerikus Módszerek I, 2002 (2. kiadás), II, 1995, Typotex, Budapest.

Ajánlott irodalom:

Tantárgy neve: Numerikus modellezés és közönséges differenciálegyenletek numerikus megoldási módszerei

Tantárgy heti óraszám: 3+2  
kreditértéke: 3+2

tantárgyfelelős neve: Faragó István, Karátson János

tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tsz.

számonkérés rendje: beadható feladatok és kollokvium

előtanulmányi feltétel: Differenciálegyenletek

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A tárgy első felének keretében ismertetjük a közönséges differenciálegyenleteket megoldó legfontosabb numerikus eljárásokat. Ezen belül az alábbi területek kerülnek megtárgyalásra. Elméleti megalapozás. A numerikus módszerek elméletének alapfogalmai. Stabilitási fogalmak és kritériumok. Elsőrendű kezdetiérték-feladatok és rendszerek megoldása. Általános Runge-Kutta típusú módszerek. Egy- és többlépéses módszerek. Merev rendszerek megoldása. Másodrendű lineáris kezdeti- és peremértékfeladatok megoldása.

A kurzus második felében olyan alkalmazásokat tárgyalunk, amelyekre sikeresen alkalmazható az ismertetett elmélet. A különböző területekről (fizikai, mérnöki, kémiai, biológiai) származó alkalmazásokban egyrészt megvizsgáljuk a modellezési folyamatot, másrészt elemezzük a módszereket is. A hallgatók csoportos munkában önállóan végeznek esettanulmányokat a fenti témakörökben.

Kötelező irodalom: Stoyan Gisbert, Tako Galina: Numerikus módszerek 2., TypoTech, 1997

Ajánlott irodalom: --

Tantárgy neve: Problémamegoldó szeminárium I.

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 2

tantárgyfelelős neve: Vizvári Béla, Stoyan Gisbert

tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tsz.

számonkérés rendje: beadható feladatok és kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása: A szeminárium első félévében külső előadók tartanak előadásokat olyan gyakorlati problémákról, amelyek megoldásához az adott előadók konzultációs segítséget is nyújtanak. Az első félévet a hallgatók szempontjából a probléma-választásra, a lehetséges megoldási módszerek tanulmányozására szánjuk.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Tantárgy neve: Problémamegoldó szeminárium II.

Tantárgy heti óraszám: 0+2  
kreditérték: 2

tantárgyfelelős neve: Vizvári Béla, Stoyan Gisbert

tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tsz.

számonkérés rendje: beadható feladatok és kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása: A hallgatók kiválasztják az első félévben felvetett problémák valamelyikét és azt 3-4 fős csoportokban megoldják. A megoldás során együttműködnek a probléma kitűzőjével és a megoldást szemináriumi előadáson ismertetik.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Tantárgy neve: Stacionárius folyamatok

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditérték: 2+3

tantárgyfelelős neve: Prokaj Vilmos

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel: Valószínűségszámítás és statisztika (gyenge előfeltétel)

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Stacionárius folyamatok. Kovariancia függvény. Bochner–Hincsin-tétel. (Herglotz-tétel) Spektrálelőállítás. Karhunen-Loeve-sorfejtés, Kotelnikov-Shannon-tétel – a mintavételezés sűrűsége.

Wold-felbontás. Teljesen reguláris és szinguláris folyamatok. Lineáris szűrők. Ergodicitás.

Stacionárius folyamatok várható-értékének és kovariancia-függvényének becslése. A spektrum becslése. Periodogramm. Diszkrét spektrum, folytonos spektrum. A spektrum konzisztens becslése, simítás, ablakfüggvények használata. Kevert spektrumú folyamatok.

Diszkrét paraméterű stacionárius folyamatok állapotterés leírása. Ho-Kalman-algoritmus, Faurre-Anderson elmélet. Stacionárius folyamatok előrejelzése.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

T. W. Anderson, The statistical analysis of time series, Wiley and Sons, 1958.

S. Karlin-H. Taylor, Bevezetés a sztochasztikus folyamatok elméletébe, Műszaki Kiadó, 1985.

Idősorok analízise, szerk. Tusnady Gábor és Ziermann Margit, Műszaki Könyvkiadó, 1986.

A. M. Yaglom, Correlation Theory of Stationary and Related Random Functions, I.- II., Springer Verlag, 1987.

Tantárgy neve: Sztochasztikus folyamatok

Tantárgy heti óraszám: 3+2

kreditértéke: 3+3

tantárgyfelelős neve: Prokaj Vilmos

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: gyakorlati jegy és kollokvium

előtanulmányi feltétel: Valószínűségszámítás és statisztika

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Wiener-folyamat bevezetése. Donsker-tétel. Sorfejtések. Trajektóriák egyszerű tulajdonságai. Kvadratikus variáció, és izometria. Integrál négyzetesen integrálható integrandusokkal. Ito-lemma. Tükrözési elv, erős Markov-tulajdonság. Szintelési idő, inverz Gauss-eloszlás. Girsanov-tétel. Sztochasztikus differenciálegyenlet. Létezés, unicitás Lipschitz-folytonos együtthetők esetén. Diffúziós folyamatok, Feyman-Kac formula.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Revuz–Yor, Continuous martingales and Brownian motion.

Protter, Stochastic integration and differential equation.

Tantárgy neve: A 3D grafika geometriai alapjai (választható differenciált szakmai tárgy)

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditértéke: 3+3

tantárgyfelelős neve: Kiss György (docens)

tanszéke: Geometriai Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium + gyakorlati jegy

előtanulmányi feltétel: ---

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Az alakzatok vetületeinek előállítására a hagyományos ábrázoló geometriai módszerekkel.

Az euklideszi tér affin transzformációinak analitikus leírása. A projektív sík és a projektív tér koordinátázása. A projektív tér kollineációinak leírása homogén koordinátákkal.

A számítógépes grafikában a parallel és centrális vetítések leírásához felhasznált koordináta-rendszerek. A merev test pozíciójának megadása (az alap koordináta-rendszerben).

A vektorfüggvénnyel leírt határfelület közelítése egy háromszögelt poliéderfelülettel.

Színelméleti alapfogalmak. A három alapszín, a fénynyalábhoz rendelt  $r$ ,  $g$ ,  $b$  koordináták értelmezése. Az RGB- és a HLS-színrendszer. Az árnyaláshoz tartozó geometriai és fotometriai fogalmak, a felületelem adott irányhoz tartozó radianciája. A fotometria alapképlete. A fényforrásra vonatkozó fogalmak: teljes fluxus, fényerősség. A fényforrással megvilágított felület adott irányú radianciájának meghatározása a Phong-féle módszerrel.

A raszteres kép digitális leírása. Egyszerűsített kalkuláció egy pixel fényerősségeinek a meghatározására. Árnyalt kép létrehozása a fénysugár-követő módszerrel. A tesszellált határfelületű testekre alkalmazott Phong-féle árnyalás és a Gouraud-féle árnyalás.

Kötelező irodalom: –

Ajánlott irodalom:

- 1) J. D. Foley, A. van Dam, S. K. Feiner, and J. F. Hughes: *Computer Graphics, Principles and Practice*. Addison-Wesley, 1990.
- 2) Szirmay-Kalos László, Antal György, Csonka Ferenc: *Háromdimenziós grafika, animáció és játékfejlesztés*. Computerbooks, Budapest, 2003.

Tantárgy neve: Geometriai modellezés (választható differenciált szakmai tárgy)

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 2

tantárgyfelelős neve: Verhóczki László (docens)

tanszéke: Geometriai Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Alapvető modellezési eljárások. A drótváz-modell és a határfelület-modell. A testek határoló felületeinek leírása kétváltozós vektorfüggvénnyel és implicit egyenlettel. A konstruktív tömör-test geometria.

Interpolációs görbeillesztés adott pontsorozathoz. Az Hermite-féle harmadfokú görbévek alkalmazása. Az adott számsorozathoz illő (egyváltozós) polinomiális spline függvények szerepe.

Approximációs görbeillesztés a kontrollpontokhoz. A Bernstein-féle polinomok, mint súlyfüggvények. A Bézier-féle görbévek. A de Casteljau-algoritmus. Az adott számsorozathoz illő  $B$ -spline függvények meghatározása a Cox-de Boor-féle algoritmussal. A racionális  $B$ -spline görbék, a kontrollpontokhoz rendelt súlyok alkalmazása. Harmadfokú  $B$ -spline görbévek másodrendben sima csatlakozása, a csatolási együtthatók szerepe.

Interpolációs felületillesztés egy kétindexes pontsorozathoz az Hermite-féle bikubikus felületdarabok alkalmazásával.

Approximációs felületillesztés (illetve felülettervezés). A Bézier-féle felületdarabok és a  $B$ -spline felületek értelmezése. A racionális  $B$ -spline felületek. A felületdarabok elsőrendben (és másodrendben) sima csatlakozása.

Kötelező irodalom: –

Ajánlott irodalom:

1) G. Farin: *Curves and surfaces for computer aided geometric design*. Academic Press, Boston, 1988.

Tantárgy neve: Kombinatorikus optimalizálás műszaki alkalmazásai

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Recski András

tanszéke: Számítógéptudományi

számonkérés rendje: vizsga

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Alkalmazások a villamos hálózatok klasszikus elméletében (hálózatok egyértelmű megoldhatósága, a szabadsági fokok száma, általánosítás többpólusú lineáris alkatrészeket is tartalmazó hálózatokra, dualitás).

Alkalmazások a távközlési hálózatok tervezésében (gráfok összefüggőségének kiszámítása, növelése, diszjunkt fák, többszörösen összefüggő irányítások).

Alkalmazások a VLSI hálózatok huzalozásában (Gallai tétele és az egyetlen pontsor huzalozhatósága a Manhattan-modellben, csatornahuzalozás 2 és több rétegen, "switchbox"-huzalozás több rétegen, Frank A. algoritmus az éldiszjunkt huzalozásra és ennek következményei).

Alkalmazások a rúdszerkezetek merevségének vizsgálatában (a probléma kitűzése, átfogalmazása lineáris algebrai feltételé, a merevség definíciója, generikus merevség, Laman tétele, Lovász és Yemini tétele, a 3-dimenziós analógia nehézségei, kapcsolat a poliéderek vetületből való rekonstrukciójával, minimális számú csuklóval való rögzítés, síkbeli négyzetrácsok és térbeli kockarácsok merevítése átlós rudakkal és kötelekkel).

Kötelező irodalom:

Jordán Tibor – Recski András – Szeszlér Dávid: Rendszeroptimalizálás, Typotex Kiadó, Budapest, 2004.

Ajánlott irodalom:

András Recski: Matroid theory and its applications in electric network theory and in statics, Springer, Berlin és Akadémiai Kiadó, Budapest, 1989.

Tantárgy neve: Transzformációk az alkalmazott matematikában

Tantárgy heti óraszám: 3 + 0  
kreditértéke: 4

tantárgyfelelős neve: Dr. Schipp Ferenc egyetemi tanár

tanszéke: IK Numerikus Analízis Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

#### Tematika

1. Trigonometrikus Fourier-transzformáció: Fourier-transzformáció, Fourier-sorok, diszkrét Fourier-transzformáció, FFT algoritmusok. Laplace-Mellin-transzformáció, z-transzformáció. Speciális racionális ortogonális és biortogonális rendszerek (diszkrét Laguerre-, Kautz-, Malmquist-Takenaka rendszerek). Alkalmazások: differencia-és differenciálegyenletek megoldása, rendszerek identifikációja, irányítása és tervezése.

2. Az absztrakt harmonikus analízis elemei: Fourier-transzformáció lokális testeken, Walsh-transzformáció, Walsh-sorok, FWT algoritmusok. Haar-sorok. Alkalmazások: jelek és képek megadása Haar-és Walsh-transzformáltjaikkal, szűrés, tömörítés.

3. Waveletek: Gábor-és wavelet-transzformáció diszkrét és folytonos esetben. Frame-és wavelet-sorfejtések, wavelet-konstrukciók, Wigner-Ville-transzformációk. Függvényterek jellemzése wavelet-sorfejtések együtthatóival. Zaak-transzformáció, voicetranszformáció. Alkalmazások: optimális reprezentációk és algoritmusok a jelfeldolgozásban, piramis algoritmus a numerikus képfeldolgozásban. Jelek frekvencia-idő analízise. Fraktálok, differenciál-és integrálegyenletek megoldása, turbulens áramlások.

4. Radon-transzformáció: Radon-transzformáció, kapcsolat más transzformációkkal, módszerek az inverz transzformáció előállítására, speciális sorfejtések alkalmazása. Diszkrét változat, általánosítások. Alkalmazások: röntgen-emissziós és ultrahang komputer tomográfok, optikai, csillagászati és geofizikai alkalmazások. Képek rekonstrukciója, speciális differenciál-és integrálegyenletek megoldása.

Kötelező irodalom: –

Ajánlott irodalom:

Chui, K.C. An Introduction to Wavelets. Academic Press, 1992.

Daubechies, I. Ten Lectures on Wavelets. SIAM, Philadelphia, 1992.

Deans, S. R. The Radon Transform and Some of its Applications. John Wiley and Sons, 1983.

Meyer Y. Wavelets: Algorithms and Applications. SIAM, Philadelphia, 1993.

Schipp, F. <96> Wade, W. R. Transforms on Normed Fields. Leaflets in Mathematics, Pécs, 1995.

Tantárgy neve: Adatbányászat

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditértéke: 3+3

tantárgyfelelős neve: Lukács András

tanszéke: Számítógéptudományi

számonkérés rendje: vizsga és zárthelyi

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Gyakori mintázat keresés. Asszociációs szabályok. Szintenként haladó algoritmusok, Apriori. Partíciós és Toivonen algoritmus. Mintanövelő algoritmusok, FP-growth. Hierarchikus asszociációs szabályok. Kényszerek kezelése. Korrelációkeresés.

Dimenziócsökkentési eljárások. Spektrál módszerek, közelítés kis rangú mátrixszal.

Szinguláris felbontás. Fingerprintek, lenyomat alapú hasonlóságkeresés.

Klasszifikáció. Döntési fák, neurális hálók, k-NN, Bayes-módszerek. Kernel-módszer, SVM.

Klaszterezés. Particionáló algoritmusok, k-közép. Hierarchikus algoritmusok. Sűrűség és link alapú módszerek, DBSCAN, OPTICS. Spektrálklaszterezés.

Alkalmazások és implementációs kérdések. Adatbányászati rendszerarchitektúrák.

Adatszerkezetek.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Bodon Ferenc adatbányászati jegyzete, <http://www.cs.bme.hu/~bodon/magyar/adatbanyaszat/>  
Jiawei Han és Micheline Kamber: Data Mining: Concepts and Techniques, Morgan Kaufmann Publishers, 2000, ISBN 1558604898, magyarul „Adatbányászat, Konceptiók és technikák”, Pannem 2004, ISBN 9635453949.

Dr. Abonyi János (szerk.): Adatbányászat - a hatékonyság eszköze, Computerbooks Kiadó, 2006.

Pang-Ning Tan, Michael Steinbach, Vipin Kumar: Introduction to Data Mining, Addison-Wesley, 2006, ISBN 0321321367.

T. Hastie, R. Tibshirani, J. H. Friedman: The Elements of Statistical Learning: Data Mining, Inference, and Prediction, Springer-Verlag, 2001.

Tantárgy neve: Adatbázisok

Tantárgy heti óraszám: 2+2

kreditérték: 3+3

tantárgyfelelős neve: Kiss Attila egyetemi docens

tanszéke: Információs Rendszerek Tanszék (IK)

számonkérés rendje: kollokvium, gyakorlati jegy

előtanulmányi feltétel:

Képzési program: Alkalmazott matematikus MSc, Számítástudományi szakirány,  
Választható szakmai tárgyak modulja

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid leírása:

Az adatbázis-kezelők felépítése, tulajdonságai. Adatmodellezés, egyed-kapcsolat modell, kapcsolatok típusai, relációs adatmodell. Adatbázisnyelvek típusai, adatdefiniáló nyelvek, lekérdezőnyelvek, adatkezelő nyelvek. A relációs algebra alap és származtatott műveletei, összekapcsolások, ekvivalens átalakítások. Algebrai optimalizálás. Logikai lekérdező nyelvek, tartománykalkulus, sorkalkulus, tartományfüggetlen formulák, a tartományfüggetlenség eldönthetlensége, biztonságos formulák. Ekvivalenciatétel: a relációs algebra, a biztonságos tartománykalkulus, és a biztonságos sorkalkulus kifejező erő tekintetében megegyeznek. Az SQL adatdefiniáló, adatkezelő és lekérdező nyelve. Programok írása SQL-ben. A PL/SQL lehetőségei. Triggerek használata. Rekurzív lekérdezések, Datalog adatmodell, biztonságos, rektifikált, rekurzív Datalog programok. A szemantika modellelméleti és algoritmikus megadása. Negációk kezelése, rétegzett Datalog esetén. Rekurzív lehetőségek az SQL-ben. Az XML adatmodell alapjai. A részben strukturált adatmodell gráfos reprezentálása, reguláris kifejezések, Xquery, XPath lekérdező nyelvek. XML adatok kezelése SQL-ben.

Az előadáshoz kapcsolódó gyakorlat anyaga: Oracle adatbázis-kezelő használata, SQL lekérdezések, PL/SQL programok készítése. Az ekvivalenciatétel alkalmazása: relációs algebrai kifejezések oda/visszaalakítása biztonságos kalkulusban megadott lekérdezésekké, illetve SQL lekérdezésekké.

Irodalom:

J. D. Ullman, J. Widom: Adatbázisrendszerek – Alapvetés. Panem-Prentice Hall, 1998.

H. Garcia-Molina, J. D. Ullman, J. Widom: Adatbázisrendszerek megvalósítása. Panem-John Wiley & Sons, 2001.

Tantárgy neve: Adattömörítés

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Szabó István

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel: Valószínűségszámítás és statisztika

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:  
Hírközlésemélet - információelmélet – kódelmélet alapok: Shannon modell, entitás-végpontok és csatornák kommunikációs sajátosságai: ember-gép, gép-gép kapcsolatok, analóg-digitális átvitel tömörítést befolyásoló alapjai (PCM, FDM), mintavételezés (Shannon mintavételi tétele), kvantálás, modulációk, mintavételi és csatorna-jellemzőkből adódó zajok hatásai;  
az információelméleti eredmények alkalmazás-szempontrú rövid összefoglalása: az információ matematikai mérése, stacionárius sztochasztikus folyamat entrópiája, feltételes entrópia, Markov forrás entrópiája, redundancia, zajos és zajmentes csatornák kódolása;  
adattömörítés: tömörítési stratégiák, modellek, veszteségmentes és veszteséges tömörítések, szeparábilis és prefix kódok, Kraft-Fano egyenlőtlenség, lényeg-kiemelési stratégiák, pszicho-vizuális- és pszicho-akusztikus tömörítések alapelvei;  
gyakorlati tömörítési eljárások: adat, kép, hang és beszéd sajátosságai, Huffman kód, Shannon-Fano kód, Gilbert-Moore kód, RLE, aritmetikai kódolás, írott szövegek elvi és gyakorlati tömöríthetősége: LZ77, LZ78, LZW tömörítések, kép (benne JPEG)-, fax-, videó- és hang- (benne GSM) tömörítések;  
alkalmazási határterületek: pszicho-akusztikus tömörítések minősítési elvei (objektív és szubjektív tesztek), beszéd felismerés, generálás, adattömörítéseken alapuló statisztikai próbák.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

David Salomon: Data Compression /The Complete Reference/, Springer, 1997.

Györfi László, Györi Sándor, Vajda István: Információ és kódelmélet. Typotex, 2002.

Csiszár Imre, Fritz József: Információelmélet, ELTE TTK Jegyzet, Bp, 1986.

Tantárgy neve: Algoritmusok és adatstruktúrák tervezése, elemzése és implementálása I.

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditérték: 3+3

tantárgyfelelős neve: Király Zoltán

tanszéke: Számítógéptudományi

számonkérés rendje: vizsga

előtanulmányi feltétel: Algoritmuselmélet I

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Max-vissza sorrend és alkalmazásai. Ritka tanúk összefüggősége.

Minimális súlyú fenyők. Fokszámkorlátos irányítások.

A 2-SAT feladat.

Fa-felbontás, fa-vastagság és alkalmazásai.

Gomory-Hu-fák és alkalmazásaik.

A Steiner-fa és az utazó-ügynök feladat.

Költséges folyamatok és áramok, minimális átlagú kör keresése.

Párosítások nem páros gráfban, faktor-kritikus gáfok, Edmonds algoritmus, Gallai-Edmonds struktúratétel. T-kötések, a Kínai postás feladat.

On-line algoritmusok, versenyképességi hányados.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom: Irodalom:

T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, C. Stein: Új algoritmusok. Sclolar, 2003.

A. Schrijver: Combinatorial Optimization, Springer-Verlag, 2002.

Robert Endre Tarjan: Data Structures and Network Algorithms , Society for Industrial and Applied Mathematics, 1983.

D. E. Knuth: A számítógép-programozás művészete, III. Kötet.

Berg-Kreveld-Overmars-Schwarzkopf: Computational Geometry: Algorithms and Applications , Springer-Verlag, 1997.

Tantárgy neve: Algoritmusok és adatstruktúrák tervezése, elemzése és implementálása II.

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Király Zoltán

tanszéke: Számítógéptudományi

számonkérés rendje: vizsga

előtanulmányi feltétel: Alg. és ad.strukt. terv., el. és impl. I.

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Adatstruktúrák a DISZJUNKT-UNIÓ – HOLVAN feladatra.

Párosítás és radix kupacok.

Kiegyensúlyozott és önkiegyensúlyozó fák.

Hasítás, fajtái, elemzésük.

Dinamikus fák és alkalmazásaik.

Geometriai algoritmusokban használt adatstruktúrák: hierarchikus keresőfák, intervallum-fák, szakasz-fák és kupacos keresőfák.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, C. Stein: Új algoritmusok. Sclolar, 2003.

A. Schrijver: Combinatorial Optimization, Springer-Verlag, 2002.

Robert Endre Tarjan: Data Structures and Network Algorithms, Society for Industrial and Applied Mathematics, 1983.

D. E. Knuth: A számítógép-programozás művészete, III. Kötet.

Berg-Krevelde-Overmars-Schwarzkopf: Computational Geometry: Algorithms and Applications, Springer-Verlag, 1997.

Tantárgy neve: Alkalmazott diszkrét matematika szeminárium

Tantárgy heti óraszám: 0+2  
kreditérték: 2

tantárgyfelelős neve: Király Zoltán

tanszéke: Számítógéptudományi

számonkérés rendje: C típusú vizsga

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Válogatott cikkek tanulmányozása, előadása

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Tantárgy neve: Általános biztosításmatematika

Tantárgy heti óraszám: 3+0  
kreditértéke: 4

tantárgyfelelős neve: Arató Miklós

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel: Valószínűségszámítás és statisztika tárgy sikeres teljesítése, vagy mentesség e tárgy elvégzése alól.

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A legfontosabb nem-élet biztosítások: vagyon, felelősség (felelősségi járadék), baleset, egészség. Kártérítési rendszerek.

Az egyéni kockázat modellje.

Nevezetes kárszámeloszlások (binomiális, Poisson, Pareto, negatív binomiális, kevert és összetett Poisson,  $(a,b,0)$  eloszlás).

A kárnagyság eloszlása (exponenciális, lognormális, gamma, Pareto eloszlás).

Díjkalkulációs elvek: Várható érték elv, szórásnégyzet elv, szórás elv, szemiinvariáns elv, hasznossági függvény (zéró hasznosság elve), svájci elv, veszteségfüggvények használata. A díjkalkulációs elvek tulajdonságai.

Credibility elmélet és a tapasztalati díjszámítás.

Bónusz rendszerek: kármentességi díjvisszatérítések és engedmények, bónusz-málusz. A bónuszrendszerek jellemzői. Nyereségrészesedés.

Adatgyűjtés díjkalkulációhoz. A tapasztalatok figyelemmel kísérése és figyelembe vétele; dinamikus díjszámítás és értékelés a tapasztalatok alapján. Értékkövetési módszerek.

A kockázatkezelés elvei, típusai; a viszontbiztosítás célja és alapfogalmai.

Főbb viszontbiztosítási formák, arányos, nem arányos; kötelező, fakultatív. Legnagyobb kár, ECOMOR. Kockázati helyzetek rendezése, hasznossági index. Pareto optimum, Nash megoldás. Optimális viszontbiztosítási formák különböző feltételek mellett.

Reciprok viszontbiztosítás  $n$  társaság között, optimum feltétel általános hasznossági indexekre.

Tiszta születési folyamatok, Pólya-folyamat, Poisson-folyamat. Legnagyobb károk eloszlása.

Életbiztosítás viszontbiztosítása, pénzügyi viszontbiztosítás főbb formái.

Viszontbiztosítási díjkalkuláció. Véges- és aszimptotikus formulák viszontbiztosítási díjakra.

A viszontbiztosítási piac, egyensúly.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Arató Miklós: Nem-élet biztosítási matematika. Egyetemi tankönyv. Eötvös Kiadó, Budapest, 2001.

Tantárgy neve: Approximációs algoritmusok

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Jordán Tibor

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Halmazfedés, lefogó ponthalmaz, utazóügynök feladat, Steiner fa. Lp-relaxációk, primál-duál algoritmusok, körlefogó ponthalmaz, bin packing, forráselhelyezés. Ütemezési feladatok, k-központ, k-vágás, multivágás, többutas vágás. Többtermékes folyamatok. Minimális k-összefüggő részgráf. Minimális maxfokú feszítőfa.

Kötelező irodalom: elektronikus jegyzet

Ajánlott irodalom:

Tantárgy neve: Az operációkutatás alkalmazásai

Tantárgy heti óraszám: 2+0

kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Fábrián Csaba

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Közgazdasági alkalmazások. Raktározási- és elhelyezési problémák. Komplex társadalmi problémák modellezése és megoldása. Szállítás- és közlekedési feladatok. Karbantartási- és termelésstervezési modellek. Hadügyi-, vízügyi alkalmazások.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Tantárgy neve: Befektetések elemzése

Tantárgy heti óraszám: 0+2  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Fullér Róbert

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: gyakorlati jegy

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Az aktív portfólió kezelés modellje.

A portfólió teljesítményének mérési módszerei. Nyugdíjpénztárak teljesítményének mérési módszerei. Idősúlyozott és forint-súlyozott hozamok.

Kötelező irodalom:

Bodie/Kane/Marcus, Investments (Irwin, 1996).

Ajánlott irodalom:

Robert Fullér, An introduction to financial management (Eötvös Loránd University, Budapest, 1997)

Tantárgy neve: Bevezetés az információelméletbe

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Csiszár Imre

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel: Valószínűségszámítás és statisztika

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:  
Forráskódolás változó hosszúságú és blokk-kódokkal. Entrópia és formális tulajdonságai. I-divergencia és formális tulajdonságai. Típusok és tipikus sorozatok. A zajos csatorna fogalma, csatornakódolási tételek. Rate-distortion elmélet. Csatornkapacitás és kiszámítási módjai. Forrás- és csatornakódolás lineáris kódokkal. Több felhasználós hírközlő rendszerek: korrelált források egyedi kódolása, több bemenetelű csatornák.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Csiszár – Körner: Information Theory: Coding Theorems for Discrete Memoryless Systems. Akadémiai Kiadó, 1981.

Cover – Thomas: Elements of Information Theory. Wiley, 1991.

Tantárgy neve: Biztosítástan

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Kováts Antal

tanszéke: Valószínűségelmélet és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel: nincs

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A biztosítás fogalma. Biztosítási intézmények. Biztosítási típusok. A biztosítási szerződés elemei. A biztosítási viszony fázisai. A biztosítási intézmények felépítése és működése.

Üzletszerzés, jutalékok. Kockázatmegosztás. Költségek. A biztosítástechnikai nyereség és annak felosztása. Üzleti kimutatások. Tartalékok, szolvencia. Termékfejlesztés. A biztosítás felügyelete.

Biztosítói ágazatspecifikus információs igények. A biztosító intézetek információs rendszerei. A biztosítás közgazdasági értelmezése.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Asztalos László: Biztosítási alapismeretek. jegyzet. ÁBIF, Budapest, 1995.

Tantárgy neve: Bonyolultságelmélet

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditértéke: 3+3

tantárgyfelelős neve: Grolmusz Vince

tanszéke: Számítógéptudományi

számonkérés rendje: vizsga és zárthelyi dolgozat

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Számítási modellek: véges automaták, Turing-gépek, Boole-hálózatok. Algoritmusok és alsó becslések az erőforrás-használatra. Kommunikációs bonyolultság. Döntési fák, rejtőzködés, Ben-Or tétele. Hierarchia-tételek, Sawitch tétel, orákulumok, a polinomiális hierarchia. A PSPACE-osztály, teljes nyelvek. Véletlenített bonyolultságosztályok. Pszeudovéletlen generátorok. Interaktív protokollok. Shamir tétele:  $IP=PSPACE$ . Nehéz problémák közelíthetősége és közelíthetetlensége, a PCP tétel. Alsó becslések Boole-hálózatokon. Párhuzamos algoritmusok aritmetikai problémákra, rendezésre, gráfproblémákra és lineáris algebrai feladatokra. Párhuzamos algoritmusok kisméretű hálózatokon. Kolmogorov-bonyolultság

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Lovász László: Algoritmusok Bonyolultsága, egyetemi jegyzet, ELTE 1999.

Papadimitriou, Christos H. (1999): Számítási bonyolultság. Novadat Bt., Győr.

Iványos, G., Rónyai, L., Szabó, R.: Algoritmusok, Budapest, TypoTeX Kiadó, 1998.

Cormen, Leiserson, Rivest: Új algoritmusok, Scolar Kiadó, 2003.

Tantárgy neve: Bonyolultságelmélet szeminárium

Tantárgy heti óraszám: 0+2  
kreditérték: 2

tantárgyfelelős neve: Grolmusz Vince

tanszéke: Számítógéptudományi

számonkérés rendje: C típusú vizsga

előtanulmányi feltétel: Bonyolultságelmélet

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Válogatott cikkek tanulmányozása, előadása

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Tantárgy neve: Dinamikai rendszerek és differenciálegyenletek

Tantárgy heti óraszám: 4+2  
kreditértéke: 6+3

tantárgyfelelős neve: Simon Péter

tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tsz.

számonkérés rendje: beadható feladatok és kollokvium

előtanulmányi feltétel: Differenciálegyenletek (BSc) anyaga

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Lineáris differenciálegyenletek fázisképeinek osztályozása a topologikus ekvivalencia szerint. Nemlineáris rendszerek osztályozása a Poincaré-féle normálforma segítségével. Stabilis, instabilis, centrális sokaság, Hartman-Grobman tétel. Lokális vizsgálat periodikus megoldások körül. Kétdimenziós vektormező indexe, a trajektóriák végtelenbeli viselkedése. Alkalmazások biológiai és kémiai modellekre. Oszcilláció kémiai reakciókat leíró differenciálegyenletek. Hamilton-féle rendszerek. Káosz a Lorenz-féle meteorológiai modellben.

Dinamikai rendszerek bifurkációi, alapvető példák és alkalmazások. Nyereg-csomó és Andronov-Hopf bifurkáció. Bifurkációs diagrammok meghatározása, két kodimenziós bifurkációk. Strukturális stabilitás, attraktorok típusai.

Diszkrét dinamikai rendszerek. Topologikus ekvivalencia szerinti osztályozás. Intervallum leképezések: sátor leképezések, logisztikus függvénycsalád. Szimbolikus dinamika. Kaotikus rendszerek. Smale-patkó. Sarkovszkij tétel. Bifurkációk.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Tóth János, Simon Péter: Differenciálegyenletek; Bevezetés az elméletbe és az alkalmazásokba (Typotex, 2005).

V.I. Arnold: Közönséges differenciálegyenletek (Műszaki Könyvkiadó, 1987).

L. Perko, Differential Equations and Dynamical systems, Springer

Tantárgy neve: Dinamikus rendszerek (Matematika és Alk. Mat.)

Tantárgy heti óraszám: 2+0

kreditértéke: 3

tantárgyfelelős neve: Buczolicz Zoltán

tanszéke: Analízis Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel: Differenciálegyenletek (BSc) anyaga

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Kontrakciók, fixponttétel. Példák dinamikus rendszerekre. Newton-módszer, intervallum leképezések, kvadratikus függvénycsalád, differenciálegyenletek, a kör forgatásai. Grafikus analízis. Hiperbolikus fixpontok. Cantor halmazok mint taszító hiperbolikus halmazok, szimbólumsorozatok tere, mint metrikus tér. Szimbolikus dinamika és kódolás. Topologikus tranzitivitás, a kezdeti értékektől való érzékeny függés, káosz/kaotikus leképezések, strukturális stabilitás, káosz és három szerint periodikus pontok. Schwarz derivált. Bifurkációelmélet. Periódus kettőzés. Lineáris leképezések és lineáris differenciálegyenletek a síkban. Lineáris folyamatok és eltolások a tóruszon. Konzervatív rendszerek

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

B. Hasselblatt, A. Katok: A first course in dynamics. With a panorama of recent developments. Cambridge University Press, New York, 2003.

A. Katok, B.Hasselblatt: Introduction to the modern theory of dynamical systems. Encyclopedia of Mathematics and its Applications, 54. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.

Robert L. Devaney: An introduction to chaotic dynamical systems. Second edition. AddisonWesley

Studies in Nonlinearity. AddisonWesley Publishing Company, Advanced Book Program, Redwood City, CA, 1989.

Tantárgy neve: Diszkrét Dinamikus Rendszerek (Matematika és Alk. Mat.)

Tantárgy heti óraszám: 2+0

kreditértéke: 3

tantárgyfelelős neve: Buczolicz Zoltán

tanszéke: Analízis Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel: Mérték és integrálelmélet I (Analízis4, BSc anyaga)

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Topologikus tranzitivitás és minimalitás. Omega limeszhalmazok. Szimbolikus dinamikus rendszerek. A topologikus Bernoulli-shift. A kör leképezései. A forgatási szám létezése. Invariáns mértékek. Krylov-Bogolubov tétel. Minimális homeomorfizmusok és invariáns mértékek. Kompakt Abel-csoportok forgatásai, egyféleképpen ergodikus transzformációk és minimalitás.

Unimodális leképezések. Gyúró sorozat (kneading sequence). Végperiodikus szimbolikus pályájú pontok periodikus pontokhoz tartanak. Szimbolikus pályák előjeles lexikografikus rendezése. A megengedett szimbolikus pályák halmazának karakterizációja. A topologikus entrópia ekvivalens definíciói. A topologikus entrópia tulajdonságai. Intervallumleképezések cikk-cakk száma. Markov-gráfok. Sharkovszkij tétel. Az ergodelmélet alapjai. Maximális ergodtétel és Birkhoff ergodtétel.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

A. Katok, B.Hasselblatt: Introduction to the modern theory of dynamical systems. Encyclopedia of Mathematics and its Applications, 54. Cambridge University Press, Cambridge, 1995.

W. de Melo, S. van Strien, One-dimensional dynamics, Springer Verlag, New York (1993).

I. P. Cornfeld, S. V. Fomin and Ya. G. Sinai, Ergodic Theory, Springer Verlag, New York, (1981).

Tantárgy neve: Diszkrét matematika II

Tantárgy heti óraszám: 4+0  
kreditérték: 6

tantárgyfelelős neve: Elekes György

tanszéke: Számítógéptudományi

számonkérés rendje: vizsga

előtanulmányi feltétel: : Diszkrét matematika I

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Véletlen módszerek:

Véletlen objektum determinisztikus

javítása. Konstrukció nagy kromatikus számú, kis kört nem tartalmazó gráfra.

Véletlen gráfok: küszöbfüggvény, evolúció  $p = \log n/n$  környékén. Pszeudovéletlen gráfok. Lokális lemma és alkalmazásai. Diszcrepancia-elmélet. Beck-Fiala-tétel, Spencer „6-szoros szórás” tétele. Vapnik-Cservonenkisz dimenzió alaptétele.

Extremális kombinatorika

Nem-páros kizárt részgráfok: Erdős-Stone-Simonovits és Dirac tételei.

Páros kizárt részgráfok: utak és  $K(p,q)$  Turán-száma. Véges geometriai és algebrai konstrukciók.

Szemerédi regularitási lemma és alkalmazásai. Turán-Ramsey típusú tételek.

Extremális hipergráf problémák: Turán sejtése.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Alon-Spencer: The probabilistic method, Wiley 2000.

Tantárgy neve: Egészértékű Programozás I.

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Király Tamás

tanszéke: Operációkutatási Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Alapvető feladattípusok, modellezési technikák. Hilbert bázisok, unimodularitás, teljes duális egészértékűség. Általános heurisztikus algoritmusok: szimulált lehűlés, tabu keresés. Heurisztikus algoritmusok az utazó ügynök feladatra, approximációs eredmények. A Held-Karp korlát, módszerek a kiszámolására. Gomory-Chvátal vágások. Vágások a vegyes programozási feladatra. Szuperadditív dualitás, csoportelméleti módszer. Leszámlálási algoritmusok.

Kötelező irodalom:

Vizvári Béla: Egészértékű programozás, Typotex, Budapest, 2006.

Király Tamás és Szegő László; Kiegészítés az Egészértékű Programozás I-II tárgyhoz, elektronikus jegyzet

Ajánlott irodalom:

G.L. Nemhauser, L.A. Wolsey: Integer and Combinatorial Optimization, John Wiley and Sons, New York, 1999.

D. Bertsimas, R. Weismantel: Optimization over Integers, Dynamic Ideas, Belmont, 2005.

Tantárgy neve: Egészértékű Programozás II.

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Király Tamás

tanszéke: Operációkutatási Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Sperner rendszerek, egyenlőtlenségekkel definiált bináris pontthalmazok. Rácsok, bázis-redukció. Fix-dimenziós egészértékű programozási feladat megoldása polinom időben. Az ellipszoid módszer, szeparáció és optimalizálás ekvivalenciája. A Balas-féle Korlátozás és vágás módszere. Vágások az utazó ügynök feladatra. LP alapú közelítő algoritmusok.

Kötelező irodalom:

Vizvári Béla: Egészértékű programozás, Typotex, Budapest, 2006.

Király Tamás és Szegő László; Kiegészítés az Egészértékű Programozás I-II tárgyhoz, elektronikus jegyzet

Ajánlott irodalom:

G.L. Nemhauser, L.A. Wolsey: Integer and Combinatorial Optimization, John Wiley and Sons, New York, 1999.

D. Bertsimas, R. Weismantel: Optimization over Integers, Dynamic Ideas, Belmont, 2005.

Tantárgy neve: Életbiztosítás

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Kováts Antal

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: C típusú kollokvium

előtanulmányi feltétel: Valószínűségszámítás és statisztika

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Biztosítási alaptípusok. Rizikó, elérési, vegyes, életjáradék, FIB (Family Income Benefit). Két és több életre szóló biztosítások. Munkáltatói biztosítások; csoportos biztosítások. Halandósági és morbiditási adatok. Nyers halandósági és morbiditási adatok, kockázati időtartam. Kiegyenlítési módszerek. Halandósági tábla, függvények. Szelekciós, aggregát táblák. Extra kockázatok. Előrejelzés. Kommutációs számok, várható élettartam; korfa. Többállapotú modellek, többszörös kilépési táblák. Allapotteres és Markov-modellek alkalmazása. Az átmenet valószínűségek maximum likelihood becslése. A modell illeszkedésvizsgálata. Halandóság és morbiditás szempontjából heterogén populáció vizsgálata.

Díjkalkuláció. Technikai kamat, diszkonttényező ; ekvivalencia-elv; maradékjogok; nettó díj költségterv; alfa-, béta-, gamma költségek; bruttó díj. Éves, féléves, havi díjfizetés; egyszeri díj; befektetési hozam. Díjkalkuláció Cash Flow alapon. Visszavásárlási értékek. Átdolgozások.

Tartalékszámítás. Nettó díjtartalék. Prospektív, retrospektív szemlélet. Egyéni és csoportos díjtartalék; maradékjogok; a díjtartalék nem biztosítási évfordulón; kamat-, halandósági-, költség- és egyéb nyereség; nyereségrészesedési módszerek; utókalkuláció; közelítő számítások. Bruttó díjtartalék; költségfedezet, Zillmer-módszer.

Szolvencia életbiztosítók esetében: szolvencia-sáv, EU és hazai előírások, a növekedés korlátai.

Tőkekövetelmények értékelése, különös tekintettel a jövőbeli növekedés fenntarthatóságára.

A biztosító kockázatai és kezelésük. Élet-, költség-, befektetési kockázat; haláleseti terhelés, új üzleti teher. Infláció. Profit-testing. Jövőbeli véletlen veszteségek.

A tapasztalatok figyelemmel kísérése és figyelembe vétele; dinamikus díjszámítás és értékelés a tapasztalatok alapján.

Termékterv.

Az életbiztosító egészének értékelése.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Banyár J. – Popper K.: *Az életbiztosítás*. Aula, 2003.

Krekó Béla: *Életbiztosítás I.*, Aula, 1994.

Szabó L. I.–Viharos L.: *Az életbiztosítás alapjai*. Polygon, Szeged, 2001.

Tantárgy neve: Élettartam-adatok elemzése

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Móri Tamás

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel: Valószínűségszámítás és statisztika

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Alapfogalmak, meghibásodási idők, cenzorálás típusai, összműködési idő. Hazárdfüggvény, meghibásodási tényező.

Élettartam-eloszlások. Exponenciális minta elemzése

Nemparaméteres maximum likelihood. Túlélésfüggvény becslése cenzorált mintából: a Kaplan–Meyer-féle szorzatbecslés. Greenwood-formula. Aktuárius becslés.

Arányos hazárd-modell. Teljes, feltételes, ill. parciális likelihood.

Öregedő eloszlások osztályai: IFR, IFRA, NBU. Tartalmazási kapcsolatok. Az osztályok zártsága gyenge konvergenciára és konvolúcióra.

Monoton és koherens rendszerek, a rendszer megbízhatósága. Az IFRA és NBU osztály zártsága. Az IFR osztály lezárása.

Víztároló-modell. Öregedő tulajdonságok megőrződése sokk-modellekben.

IFRA eloszlásfüggvény ML becslése, inkonzisztencia. IFR eloszlásfüggvény ML becslése, legnagyobb konvex minoráns. Konzisztencia.

A bioassay-probléma.

Az EM algoritmus.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Móri Tamás: Élettartam-adatok elemzése (elektronikus jegyzet). Elérhető online:

<http://www.math.elte.hu/~mori/elettartam.pdf>

D. R. Cox–D. Oakes: Analysis of Survival Data. Chapman and Hall, London, 1984.

R. E. Barlow–F. Proschan: Statistical Theory of Reliability and Life Testing. Holt, Rinehart and Winston, New York, 1975.

Tantárgy neve: Elliptikus parciális differenciálegyenletek numerikus módszerei és alkalmazásai

Tantárgy heti óraszám: 4+2

kreditérték: 6+3

tantárgyfelelős neve: Karátson János

tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tsz.

számonkérés rendje: beadható feladatok és kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Lineáris elliptikus peremértékfeladatok.

I. Elméleti alapok. Szimmetrikus és nem szimmetrikus feladatok. Gyenge megoldás fogalma és létezése. Koercív bilineáris formák, Lax-Milgram-tétel. A megoldás regularitása.

II. Diszkretizációs eljárások lineáris elliptikus feladatokra.

Véges differenciák módszere.

A diszkrét Poisson-egyenlet véges differenciás megoldása. A differenciaséma stabilitása, a konvergencia feltételei és rendje. Általános peremértékfeladatok véges differenciás megoldása.

Végeselem-módszer

A módszer variációs megfogalmazása. A bázisüggvények megválasztása, végeselem- típusok. A módszer konvergenciája és annak rendje.

A véges térfogat módszere. A módszer konstrukciója és konvergenciája.

III. A diszkretizált feladatok iterációs megoldása. Konjugált gradiens-módszerek (szimmetrikus KGM, nem szimmetrikus eset: GCG- és CGN-módszer). Prekondicionálás. Prekondicionáló operátorok.

IV. Kvalitatív tulajdonságok. Diszkrét maximum-elv, a diszkrét megoldás nemnegativitása.

Nemlineáris elliptikus peremértékfeladatok

I. Elméleti alapok. Monoton potenciáloperátorok és variációs elv. Gyenge megoldás fogalma és létezése.

II. Galjorkin-típusú diszkretizációs módszerek, végeselem-módszer. Konstrukció és konvergencia. Diszkrét maximum-elv.

III. A diszkretizált feladatok iterációs megoldása. Gradiens-típusú módszerek, prekondicionálás. Newton-módszer.

Alkalmazások valós feladatokra

Az elméleti eredmények alkalmazása néhány ismert gyakorlati feladat numerikus szimulálására:

Statikai feladatok (lineáris és nemlineáris elliptikus rugalmassági modellek)

Nemlineáris stacionárius Maxwell-egyenletek

Stacionárius transzport-feladatok (szemilineáris elliptikus reakció-konvekció-diffúzió-feladatok)

Kötelező irodalom: -----

Ajánlott irodalom:

Stoyan G., Takó G.: Numerikus módszerek 3., ELTE, Typotex.

Faragó I., Karátson J.: Numerical solution of nonlinear elliptic problems via preconditioning operators: theory and applications.

Tantárgy neve: Ergodelmélet (Matematika és Alk. Mat.)

Tantárgy heti óraszám: 2+0

kreditértéke: 3

tantárgyfelelős neve: Buczolicz Zoltán

tanszéke: Analízis Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel: Mérték és integrálmélet I. (Analízis 4 a BSc anyaga),  
Funkcionálanalízis 1.

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Példák. Konstrukciók. von Neumann  $L_2$  ergodtétel. Birkhoff–Hincsin pontonkénti ergodtétel.

Poincaré visszatérési tétel és Ehrenfest példája. Hincsin tétele halmazok visszatéréséről.

Halmos tétele a visszatéréssel ekvivalens tulajdonságokról. Ergodikussággal ekvivalens

tulajdonságok. Indukált transzformáció mértéktartása és ergodikussága. Kac lemma.

Kakutani–Rohlin lemma. Bernoulli shift, egységkör forogásainak illetve a tórusz eltolásainak

ergodikussága. Keverés (definíciók). Rényi tétele erősen keverő transzformációkról. Bernoulli

shift erősen keverő. Koopman-von Neumann lemma. Gyenge keveréssel ekvivalens

tulajdonságok. Banach elv. Ergodtétel bizonyítása a Banach elvvel. Integrálok differenciálása.

Wiener lokális ergodtétele. Lebesgue terek és a feltételes várható érték tulajdonságai.

Entrópia a fizikában és az információelméletben. Felosztás és egy transzformáció metrikus

entrópiájának definíciója. Feltételes információ és entrópia. „Entrópia metrika”.

A feltételes várható érték mint  $L_2$ -beli vetítés. Kolmogorov-Szináj tétele generátorokról.

Krieger generátor tétele (bizonyítás nélkül).

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

K. Petersen, Ergodic Theory, Cambridge Studies in Advanced Mathematics 2, Cambridge University Press, (1981).

I. P. Cornfeld, S. V. Fomin and Ya. G. Sinai, Ergodic Theory, Springer Verlag, New York, (1981).

Tantárgy neve: Geometriai algoritmusok

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Elekes György

tanszéke: Számítógéptudományi

számonkérés rendje: vizsga

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Konvex burok algoritmusok a síkban és magasabb dimenziókban.

Alsó becslések: Ben-Or tétele, momentum-görbe, ciklikus poliéder.

Síkdarabolás egyenesekkel. Nagy konvex sokszög keresése  
(parabolikus dualitás). Pont helyének visszakeresése síkdarabolásban.

A posta probléma. Voronoi diagrammok. Delaunay háromszögelés és alkalmazásai.

Illeszkedési becslések.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

De Berg, Kreveld, Overmars, Schwartzkopf: Computational geometry. Algorithms and applications, Berlin, Springer 2000.

Tantárgy neve: Geometriai modellezés (választható differenciált szakmai tárgy)

Tantárgy heti óraszám: 2+0

kreditértéke: 3

tantárgyfelelős neve: Verhóczki László (docens)

tanszéke: Geometriai Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Alapvető modellezési eljárások. A drótváz–modell és a határfelület–modell. A testek határoló felületeinek leírása kétváltozós vektorfüggvénnyel és implicit egyenlettel. A konstruktív tömör-test geometria.

Interpolációs görbeillesztés adott pontsorozathoz. Az Hermite–féle harmadfokú görbeívek alkalmazása. Az adott számsorozathoz illő (egyváltozós) polinomiális spline függvények szerepe.

Approximációs görbeillesztés a kontrollpontokhoz. A Bernstein–féle polinomok, mint súlyfüggvények. A Bézier–féle görbeív. A de Casteljau–algorithmus. Az adott számsorozathoz illő  $B$ –spline függvények meghatározása a Cox–de Boor–féle algoritmussal. A racionális  $B$ –spline görbék, a kontrollpontokhoz rendelt súlyok alkalmazása. Harmadfokú  $B$ –spline görbeívek másodrendben sima csatlakozása, a csatolási együtthatók szerepe.

Interpolációs felületillesztés egy kétindexes pontsorozathoz az Hermite–féle bikubikus felületdarabok alkalmazásával.

Approximációs felületillesztés (illetve felülettervezés). A Bézier–féle felületdarabok és a  $B$ –spline felületek értelmezése. A racionális  $B$ –spline felületek. A felületdarabok elsőrendben (és másodrendben) sima csatlakozása.

Kötelező irodalom: –

Ajánlott irodalom:

1) G. Farin: *Curves and surfaces for computer aided geometric design*. Academic Press, Boston, 1988.

Tantárgy neve: Gráfelmélet

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Frank András és Király Zoltán

tanszéke: Operációkutatás

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:  
Gráfok irányítása, az összefüggőség növelése. Párosítások nempáros gráfban és T-kötések.  
Diszjunkt fák és fenyők. Diszjunkt út problémák. Színezések, perfekt gráfok.

Kötelező irodalom:

Frank András, Gráfelmélet (elektronikus jegyzet)

Ajánlott irodalom:

W.J. Cook, W.H. Cunningham, W.R. Pulleybank, and A. Schrijver, Combinatorial Optimization, John Wiley and Sons, 1998.

R. Diestel, Graph Theory, Springer Verlag, 1996.

Hajnal Péter, Gráfelmélet, Polygon (Szeged) 1998.

A. Schrijver, Combinatorial Optimization: Polyhedra and efficiency, Springer, 2003. Vol. 24 of the series Algorithms and Combinatorics.

Tantárgy neve: Gráfelmélet gyakorlat

Tantárgy heti óraszám: 0+2  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Frank András és Király Zoltán

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: gyakorlati jegy

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:  
Gráfok irányítása, az összefüggőség növelése. Párosítások nempáros gráfban és T-kötések.  
Diszjunkt fák és fenyők. Diszjunkt út problémák. Színezések, perfekt gráfok.

Kötelező irodalom:

Frank András, Gráfelmélet (elektronikus jegyzet)

Ajánlott irodalom:

W.J. Cook, W.H. Cunningham, W.R. Pulleybank, and A. Schrijver, Combinatorial Optimization, John Wiley and Sons, Inc., 1998.

R. Diestel, Graph Theory, Springer Verlag, 1996.

Hajnal Péter, Gráfelmélet Polygon (Szeged) 1998.

A. Schrijver, Combinatorial Optimization: Polyhedra and efficiency, Springer, 2003. Vol. 24 of the series Algorithms and Combinatorics.

Tantárgy neve: Gráfelmélet szeminárium

Tantárgy heti óraszám: 0+2  
kreditérték: 2

tantárgyfelelős neve: Lovász László

tanszéke: Számítógéptudományi

számonkérés rendje: C típusú vizsga

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Válogatott cikkek tanulmányozása, előadása

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Tantárgy neve: Időfüggő parciális differenciálegyenletek numerikus módszerei és alkalmazásai

Tantárgy heti óraszám: 4+2  
kreditértéke: 6+3

tantárgyfelelős neve: Faragó István

tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tsz.

számonkérés rendje: beadható feladatok és kollokvium

előtanulmányi feltétel: Numerikus modellezés és közönséges differenciálegyenletek numerikus megoldási módszerei

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Diszkretizációs eljárások időfüggő feladatokra.

Véges differenciák módszere. Különböző sémák és tulajdonságuk. A lokális hiba vizsgálata. Galjorkin módszer. Bázisfüggvények, szemidiszkretizáció. Véges elemek módszere. Teljes diszkretizáció. A numerikus módszerek alapproblémája. Stabilitás és konzisztencia.

Konvergencia: Lax-féle ekvivalencia tétel.

A parabolikus egyenletek és numerikus módszereinek kvalitatív tulajdonságainak vizsgálata. Kontraktivitás, nem-negativitás, diszkrét maximum elv, alakzat-megőrzés. A megfelelő rácsháló generálásának kérdése.

Az operátorszeletelés fogalma és alkalmazása parciális differenciálegyenletekre. Különböző típusú szeletelések és pontosságuk. Konzisztencia, stabilitás és konvergencia.

Elsőrendű hiperbolikus feladatok numerikus megoldása. Neumann-féle stabilitási kritérium. A CFL feltétel.

Alkalmazások valós feladatokra A cél az ismeretek alkalmazása több ismert, a gyakorlat szempontjából lényeges feladat numerikus szimulálására. Ezek a feladatok a következők:

Maxwell egyenletek és numerikus módszerei

Származtatott termékek árazása – tőzsdei opciók árazása

A légszennyeződési jelenség matematikai vizsgálata

Hálózatokon zajló folyamatok - folyam, diffúzió, hálózatok kontrollja.

Kötelező irodalom: Stoyan G., Takó G. Numerikus módszerek 3., TypoTech, Budapest, 1999.

Ajánlott irodalom: Richtmyer, R.D., Morton, K.W. Difference methods for initial-value problems, Interscience Pub., New York, 1967.

Tantárgy neve: Idősorok elemzése I.

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditértéke: 3+3

tantárgyfelelős neve: Márkus László

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: gyakorlati jegy és kollokvium

előtanulmányi feltétel: Stacionárius folyamatok

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Előadás: A stacionárius folyamatok alapfogalmai. Gyenge, erős,  $k$ -adredű stacionaritás, ergodicitás. Autokovariancia, autokorreláció, parciális autokorreláció, dinamikus kopulák. Stacionárius idősor Fourier-előállítás. Stacionárius folyamat reprezentációja ortogonális sztochasztikus mértékkel. Spektrálsűrűségfüggvény, Herglotz tétele.

AR(p), MA(q), ARIMA(p,d,q). A stacionárius megoldás létezése. Vektor AR folyamatok.

Nemlineáris folyamatok, ARCH. Ljapunov-exponens, általános sztochasztikus rekurziós egyenlet stacionárius megoldásának létezése, a Kesten-Vervaat-Goldie tétel. GARCH folyamatok. Bilineáris folyamatok. Véletlen együtthetős AR, illetve a SETAR model.

Idősorok becslésmélete. A várható érték becslése. Az autokorreláció függvény becslése. Periodogram és tulajdonságai. A spektrálsűrűségfüggvény becslése, ablakolás. Előfehérítés, CAT kritérium.

Gyakorlat: Simítás, lineáris szűrők, autokorrelogram, parciális autokorrelogram, periodogram, spektrum, zérus-pólus térkép. ARIMA modellek szimulációja és becslése. Folyamatok additív felbontása. Additív idősor modell: trend, ciklikus-trend. Polinomiális trend, ismételt differenciálás. Exponenciális simítás. A többdimenziós lineáris folyamatok eszközei. Többdimenziós idősor: osztott modell, magasabb dimenziós ARMA modell. (EXCEL, Statistica, SPSS, Matlab, Scilab, Octave, R-project). Az óra számítógépes gyakorlat.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Michelberger-Szeidl-Várlaki: *Alkalmazott folyamatstatisztika és idősor analízis*, Typotex, 2001.

Priestley, M.B.: *Spectral Analysis and Time Series*, Academic Press 1981

Brockwell, P. J., Davis, R. A.: *Time Series: Theory and Methods*. Springer, N.Y. 1987

Tong, H. : *Non-linear time series: a dynamical systems approach*, Oxford University Press, 1991.

Hamilton, J. D.: *Time series analysis*, Princeton University Press, Princeton, N. J. 1994

Brockwell, P. J., Davis, R. A.: *Introduction to time series and forecasting*, Springer. 1996.

Pena, D., Tiao and Tsay, R.: *A Course in Time Series Analysis*, Wiley 2001.

Tantárgy neve: Idősorok elemzése II.

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditértéke: 3+3

tantárgyfelelős neve: Márkus László

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: gyakorlati jegy és kollokvium

előtanulmányi feltétel: Idősorok elemzése I.

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Előadás: Idősor korrelálatlanságának, független értékűségének becslése, Box-Pierce és Ljung-Box próba. Fordulópont próbák. A differenciálás problémaköre, egységgyök-próbák.

Az AR folyamat paramétereinek becslése, Yule-Walker becslés, Burg-algoritmus. Box-Jenkins módszert MA folyamatra. Durbin-Levinson, Hannan-Rissanen algoritmus ARMA folyamatra. Akaike-, Bayes- és Hannan-Quinn információs kritérium. A kvázi ML- becslés aszimptotikus tulajdonságai GARCH folyamatra.

A hosszú emlékezet autokorreláció, ill. spektrum alapú definíciója. Frakcionálisan integrált és önhasonló folyamatok. Donsker-tétel, invariancia elv, Lamperti-tétel. Frakcionális Brown-mozgás, frakcionális fehér zaj, FARIMA. Az összefüggés erejének hatása a konvergencia-sebességre és a határeloszlásra.

A Hurst együttható becslése. Adjusted range (R/S) statisztikák és tulajdonságaik. V/S és KPSS statisztikák, az aggregált variancia módszere. A hosszú emlékezet spektrum alapú becslése és tesztelése. A frakcionális differenciálás rendjének parametrikus becslései. Nemlineáris hosszú emlékezetű modellek, LARCH folyamatok.

Rezsimváltó, ill. Általánosabban, rejtett állapotú folyamatok. Markov Chain Monte Carlo (MCMC) becslések.

Idősorok maximumai. Extremális index.

A gyakorlat során demonstrációs célokra felhasználunk licencces programokat SPSS, Statistica, SAS, EXCEL. A hallgató elemi szintű jártasságot szerez néhány matematikai és szabad szoftver alkalmazásában: MATLAB, R, Scilab, Octave.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Michelberger-Szeidl-Várlaki: *Alkalmazott folyamatstatisztika és idősor analízis*, Typotex, 2001.

Priestley, M.B.: *Spectral Analysis and Time Series*, Academic Press 1981

Brockwell, P. J., Davis, R. A.: *Time Series: Theory and Methods*. Springer, N.Y. 1987

Tong, H. : *Non-linear time series: a dynamical systems approach*, Oxford University Press, 1991.

Beran, J.: *Statistics for Long-Memory Processes*. Chapman and Hall, New York. 1994

Hamilton, J. D.: *Time series analysis*, Princeton University Press, Princeton, N. J. 1994

Brockwell, P. J., Davis, R. A.: *Introduction to time series and forecasting*, Springer. 1996.

Pena, D., Tiao and Tsay, R.: *A Course in Time Series Analysis*, Wiley 2001.

Tantárgy neve: Információelméleti módszerek a statisztikában

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Csiszár Imre

tanszéke: Valószínűségelméleti és statisztika

számonkérés rendje: C típusú kollokvium

előtanulmányi feltétel: Valószínűségszámítás és statisztika

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Hipotézisvizsgálat: exponenciális értelemben optimális próbák egyszerű és összetett nullhipotézis tesztelésére, az optimális hibaexponens jellemzése I-divergencia segítségével. Exponenciális eloszláscsaládok, információs vetület és maximum likelihood becslés kapcsolata. A maximum likelihood becslés határeloszlása.

Kontingenciatáblázatok elemzése információelméleti módszerrel.

A minimális leírási hossz módszer. Modellválasztás információs kritérium alapján.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Csiszár – Shields: Information Theory and Statistics: a tutorial. Now Publishers, 2004.

Elérhető online:

[http://www.renyi.hu/~csiszar/Publications/Information\\_Theory\\_and\\_Statistics:\\_A\\_Tutorial.pdf](http://www.renyi.hu/~csiszar/Publications/Information_Theory_and_Statistics:_A_Tutorial.pdf)

Tantárgy neve: Játékelmélet

Tantárgy heti óraszám: 2 + 0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Illés Tibor

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Kooperatív játékok. Kooperatív játékok megoldási koncepciói. Nem teljes információjú játékok. Szekvenciális egyensúly. Ismételt játékok. Játékelméleti modellek és alkalmazások.

Kötelező irodalom: -

Ajánlott irodalom:

1. Forgó F., Szép J., Szidarovszky F., *Introduction to the theory of games: concepts, methods, applications*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1999.
2. Szidarovszky Ferenc: Játékelmélet, *Informatikai Algoritmusok I.*, szerk.: Iványi Antal, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2004, 314-360.
3. Osborne, M. J., Rubinstein A., *A course in game theory*, The MIT Press, Cambridge, 1994.
4. J. P. Aubin: *Mathematical Methods of Game and Economic Theor.* North-Holland, Amsterdam, 1982.

Tantárgy neve: Készletgazdálkodás

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Vizvári Béla

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: Kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:  
Beérkezés és felhasználás szerinti készletezési helyzetek, Harris formula (EOQ), Wagner-Whitin model, Silver-Meal heurisztika, késedelmes szállítás, biztonsági készlet szint és újrendelési pont, (R,Q) és (s,S) politika, az újságárus modell, gazdaságos sorozatnagyság meghatározása, többtermékes és többszintű modellek, KANBAN rendszerek.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Sven Axäter: Inventory Control, Kluwer, Boston, 2000, ISBN 0-7923-7758-3.

Tantárgy neve: Kockázati folyamatok

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Kováts Antal

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel: Valószínűségszámítás és statisztika tárgy sikeres teljesítése, vagy mentesség e tárgy elvégzése alól.

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Kárfolyamat, teljes kárfolyamat. Speciális esetek: összetett Poisson-folyamat, Markov-folyamat, felújítási folyamat. A kárfolyamat eloszlásának közelítő meghatározása.

Tönkremenés-elmélet. A tönkremenés valószínűsége összetett Poisson-folyamat esetén (véges, illetve végtelen időhorizontra). Lundberg- tétel (Cramer-Lundberg-féle közelítés), autoregressziós folyamat esetén (C-L-közelítés stabil autoregressziós polinom esetén), általános független növekményű folyamatok esetén.

A tönkremenés valószínűsége felújítási folyamatok esetén.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Michaletzky György: Kockázati folyamatok, ELTE Eötvös Kiadó, egyetemi jegyzet, 2001

P. Embrechts, C. Klüppelberg, T. Mikosch, Modelling extremal events, Springer Verlag, 1999.

H. U. Gerber, An introduction to mathematical risk theory, S.S.Heubner Found. Philadelphia, 1979.

H. H. Panjer, G. E. Willmot, Insurance Risk Models, Society of Actuaries, 1992.

Tantárgy neve: Kódok és szimmetrikus struktúrák

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Szőnyi Tamás

tanszéke: Számítógéptudományi

számonkérés rendje: vizsga

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Hibajavító kódok, a nevezetes példák: Hamming, BCH (Bose, Ray-Chaudhuri, Hocquenheim) kódok. Korlátok a kód paramétereire: Hamming korlát és perfekt kódok, Singleton korlát és MDS kódok. Reed-Solomon, Reed-Muller kódok. A Gilbert-Varshamov korlát. Véletlen kódok, explicit aszimptotikusan jó kódok (Forney féle konkatenált kódok, Justesen kódok). Blokkrendszerek, t-rendszerek és kapcsolatuk perfekt kódokkal. A bináris és a ternáris Golay kódok és a Witt-féle blokkrendszerek. A Fisher egyenlőtlenség és változatai. Négyzetes blokkrendszerek, a Bose-Chowla-Ryser féle szükséges feltétel létezésükre. Rekurzív és direkt konstrukciók blokkrendszerekre.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

P.J. Cameron, J.H. van Lint: Designs, graphs, codes and their links Cambridge Univ. Press, 1991.

J. H. van Lint: Introduction to Coding theory, Springer, 1992.

J. H. van Lint, R.J. Wilson, A course in combinatorics, Cambridge Univ. Press, 1992;

2001, Györfi, L., Györi, S., Vajda, I.: Információ- és kódelmélet, Typotex, 2000.

Tantárgy neve: Kombinatorikus algoritmusok I.

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditérték: 3+3

tantárgyfelelős neve: Jordán Tibor

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: kollokvium + gyakorlati jegy

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Gráfok bejárása, max vissza sorrend, Nagamochi-Ibaraki algoritmus. Hálózati folyamok, Ford-Fulkerson algoritmus, Edmonds-Karp algoritmus, előfolyam algoritmus. Áramok. Minimális költségű folyamok. Folyamok alkalmazásai. Párosítások: Edmonds algoritmus, Gallai-Edmonds tétel. Faktor-kritikus gráfok, T-kötések, f-faktorok. Dinamikus programozás, minimális költségű fenyő.

Kötelező irodalom: elektronikus jegyzet

Ajánlott irodalom:

Tantárgy neve: Kombinatorikus algoritmusok II.

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Jordán Tibor

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:  
Többszörösen összefüggő gráfok, ritka tanúk, fülfelbontások. Karger algoritmus. Merevkörű gráfok, szimpliciális sorrend. Folyamekvivalens fak, Gomory-Hu fa. Favastagság, algoritmusok kis favastagságú gráfokon. Kombinatorikus merevség. Fokszámkorlátos irányítások. Minimális költségű áramok.

Kötelező irodalom: elektronikus jegyzet

Ajánlott irodalom:

Tantárgy neve: Kombinatorikus optimalizálási struktúrák

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Jordán Tibor

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:  
Részbenrendezett halmazok láncai és antiláncai (Greene és Kleitman tételei). Mader leemelési tétele, Nash-Williams erős irányítási tétele, Györi intervallumos tétele.

Kötelező irodalom:

Frank András, Kombinatorikus optimalizálási struktúrák (elektronikus jegyzet)

Ajánlott irodalom:

A. Schrijver, Combinatorial Optimization: Polyhedra and efficiency, Springer, 2003. Vol. 24 of the series Algorithms and Combinatorics.

Tantárgy neve: Kombinatorikus struktúrák és algoritmusok feladatmegoldó szeminárium

Tantárgy heti óraszám: 0+2  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Jordán Tibor  
tanszéke: Operációkutatási  
számonkérés rendje: gyakorlati jegy  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:  
Vegyes feladatok a kombinatorikus optimalizálás, gráfelmélet, kombinatorikus geometria témakörökből.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Lovász László: Kombinatorikai problémák és feladatok, Typotex, 2003

Tantárgy neve: Komplex dinamika (matematikus és alkalmazott matematikus MSC)

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3

tantárgyfelelős neve: Sigray István

tanszéke: Analízis Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása: Julia és Fatou halmazok. Sima Julia halmazok. Attraktív fixpontok, Koenigs linearizációs tétele. Szuperattraktív fixpontok, Böttcher tétele. Parabolikus fixpontok, Leau-Fatou tétele. Cremer pontok és Siegel körök. Holomorf fixpont formula. A Julia halmaz sűrű részhalmazai.. Herman gyűrűk. Vándorló tartományok. Polinomok iterációja. A Mandelbrot halmaz. Gyökkeresés iterációkkal. Hiperbolikus leképezések. Lokális összefüggőség vizsgálata.

A tárgy célja kettős. Egyrészt viszonylag elemi módszerekkel alapos leírást ad a komplex dinamika jelenségeiből, másrészt alapot kíván nyújtani azoknak, akik alaposabban szeretnének a matematikának ebbe a területébe belemerülni, amely terület több képviselője is Fields érmet kapott.

Kötelező irodalom:

John Milnor: Dynamics in one complex variable, Stony Brook IMS Preprint #1990/5

Ajánlott irodalom:

M. Yu. Lyubich: The dynamics of rational transforms, Russian Math Survey, 41 (1986) 43–117

A. Douady: Systeme dynamique holomorphes, Sem Bourbaki , Vol 1982/83, 39-63, Asterisque, 105–106.

Tantárgy neve: Kötelezően választható természettudományos tárgy

Tantárgy heti óraszám:

kreditértéke: min. 5

tantárgyfelelős neve: Izsák Ferenc

tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tsz.

számonkérés rendje: vizsga és/vagy gyakorlat

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Valamely természettudományi, de nem matematika alapszak, vagy mesterszak analízishez kapcsolódó kurzusa(i). A tárgy(ak) felvételét a tantárgyfelelőssel egyeztetni kell.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Tantárgy neve: Kriptográfia

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3

tantárgyfelelős neve: Szabó István

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika

számonkérés rendje: C típusú kollokvium

előtanulmányi feltétel: Valószínűségszámítás és statisztika

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Az informatikai adatvédelem alapjai: jogi környezet, veszélyek csoportosítása /hozzáférésvédelmi rendszerek, hálózatok kockázati tényezői, programozott fenyegetések: vírusok, rejtett csatornák, DDOS,.../, szteganográfia-kriptográfia alapfogalmai

Adatvédelmi módszerek: algoritmusok és a biztonság garanciális /bizonyítási/ módszerei

- A kriptográfia története, történelmi hibák és kihasználásuk
- Információelméleti megközelítés (Shannon modell, egyértelműségi pont, OTP)
- Szimmetrikus (titkos) kulcsú rendszerek
- Stream ciphers: LFSR, lineáris ekvivalens fogalma, LFSR rendszerek, benne a GSM titkosítás (A5/1-A5/2), WLAN, BlueTooth titkosítás, statisztikai és algebrai követelmények a biztonságos stream-cipher rendszerekkel szemben
- Block ciphers: LUCIFER, DES, PES, IDEA, AES
- Aszimmetrikus (nyilvános) kulcsú (PKI) rendszerek

Egyirányú függvények, klasszikus matematikai problémákon alapuló algoritmusok, kulcsegyeztetők (Merkle-Hellmann, DLP-n alapuló), PKI kódolók (RSA, ECC), Hash függvények, elektronikus aláírási algoritmusok (RSA, DSA, ECDSA), elektronikus aláírási rendszerek (technológia, jogi-, szervezeti intézményi rendszer), egyéb protokollok (blind signature, secret sharing, ...)

- Lineáris- és differenciál kritoanalízis, faktorizációs módszerek, protokollhibák

Adatvédelmi rendszerek felépítése: primitívek, sémák, protokollok, alkalmazások (gyenge pontok és követelmények)

Nemzetközi és hazai szabványok és projektek: (ISO/IEC, NIST, ANSI, FIPS, RFC, ETSI; AES, NESSIE)

IT biztonsági módszertanok: MSZ ISO 15408: /Common Criteria/ 2001; /CEM/:2004; FIPS PUB 140-2:2001, MIBÉTS (Magyar Informatikai Biztonsági Értékelési és Tanúsítása Séma)

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Nemetz-Vajda: Algoritmos adatvédelem.

Buttyán-Vajda: Kriptográfia és alkalmazásai.

Bruce Schneier: Applied Cryptography.

Alfred J. Menezes, Paul C. van Oorschot, Scott A. Vanstone: Handbook of Applied Cryptography, CRC Press, 1997, online: <http://www.cacr.math.uwaterloo.ca/hac/>

Tantárgy neve: Kriptográfia és adatbiztonság

Tantárgy heti óraszám: 3+2  
kreditértéke: 4+3

tantárgyfelelős neve: Sziklai Péter

tanszéke: Számítógéptudományi

számonkérés rendje: vizsga + gyakorlat

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Az informatikai adatvédelem alapjai: jogi környezet, veszélyek csoportosítása (hozzáférésvédelmi rendszerek, hálózatok kockázati tényezői, programozott fenyegetések: vírusok, rejtett csatornák, DDOS,...), szteganográfia-kriptográfia alapfogalmai

Adatvédelmi módszerek: algoritmusok és a biztonság garanciális (bizonyítási) módszerei

- A kriptográfia története, történelmi hibák és kihasználásuk

- Információelméleti megközelítés (Shannon modell, egyértelműségi pont, OTP)

- Szimmetrikus (titkos) kulcsú rendszerek

- Stream ciphers: LFSR, lineáris ekvivalens fogalma, LFSR rendszerek, benne a GSM titkosítás (A5/1-A5/2), WLAN, Bluetooth titkosítás, statisztikai és algebrai követelmények a biztonságos stream-cipher rendszerekkel szemben

- Block ciphers: LUCIFER, DES, PES, IDEA, AES

- Aszimmetrikus (nyilvános) kulcsú (PKI) rendszerek

Egyirányú függvények, klasszikus matematikai problémákon alapuló algoritmusok, kulcsegyeztetők (Merkle-Hellmann, DLP-n alapuló), PKI kódolók (RSA, ECC), Hash függvények, elektronikus aláírási algoritmusok (RSA, DSA, ECDSA), elektronikus aláírási rendszerek (technológia, jogi-, szervezeti intézményi rendszer), egyéb protokollok (blind signature, secret sharing, ...)

- Lineáris- és differenciál kritoanalízis, faktorizációs módszerek, protokollhibák

Adatvédelmi rendszerek felépítése: primitívek, sémák, protokollok, alkalmazások (gyenge pontok és követelmények)

Nemzetközi és hazai szabványok és projektek: (ISO/IEC, NIST, ANSI, FIPS, RFC, ETSI; AES, NESSIE)

IT biztonsági módszertanok: MSZ ISO 15408: /Common Criteria/ 2001; /CEM/:2004; FIPS PUB 140-2:2001, MIBÉTS (Magyar Informatikai Biztonsági Értékelési és Tanúsítása Séma)

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Alfred J. Menezes, Paul C. van Oorschot, Scott A. Vanstone: Handbook of applied cryptography.

Daniel E. Nagy: Cryptographic techniques for physical security, seminar notes.

Tantárgy neve: LEMON library: Optimalizációs feladatok megoldása C++-ban

Tantárgy heti óraszám: 0+2

kreditértéke: 3

tantárgyfelelős neve: Jüttner Alpár

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: egyéni programozási feladat megoldása

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A LEMON egy C++-ban íródott, optimalizálási feladatok megoldását segítő nyílt forráskódú programkönyvtár. A tantárgy célja e programkönyvtár felépítésének és használatának bemutatása konkrét optimalizálási feladatok megoldásán keresztül. A hallgatónak lehetőségük van közvetlenül a LEMON programkönyvtár a fejlesztésébe is bekapcsolódni.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

<http://lemon.cs.elte.hu>

Rónyai Lajos, Ivanyos Gábor és Szabó Réka: Algoritmusok, TypoTeX Kiadó, 1998

Eugene L. Lawler: Kombinatorikus optimalizálás: hálózatok és matroidok. Műszaki Könyvkiadó, 1982. Ravindra K. Ahuja, Thomas L. Magnanti, and James B. Orlin. Network Flows. PRENTICE HALL, 1993.

Bjarne Stroustrup: A C++ Programozási nyelv (I-II. kötet), Kiskapu Kft, 2001

W.J. Cook, W.H. Cunningham, W. Puleyblank, and A. Schrijver. Combinatorial Optimization. Series in Discrete Mathematics and Optimization. Wiley-Interscience, Dec 1997.

A. Schrijver. Combinatorial Optimization - Polyhedra and Efficiency. Springer-Verlag, Berlin, Series: Algorithms and Combinatorics , Vol. 24, 2003

Tantárgy neve: Lineáris optimalizálás

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Illés Tibor  
tanszéke: Operációkutatási  
számonkérés rendje: kollokvium  
előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Goldman-Tucker modell. Önduális lineáris programozási feladat. Belsőpont feltétel, beágyazás. Centrális út. Goldman-Tucker tétel. Analitikus centrum, Sonnevend-tétel. Optimális partíció. Erős dualitás tétel, Farkas-lemma. Szigorúan komplementáris megoldás. Pivot algoritmusok. Speciális témakörök.

Kötelező irodalom: -

Ajánlott irodalom:

12. Katta G. Murty: *Linear Programming*. John Wiley & Sons, New York, 1983.
13. Vašek Chvátal: *Linear Programming*. W. H. Freeman and Company, New York, 1983.
14. C. Roos, T. Terlaky and J.-Ph. Vial: *Theory and Algorithms for Linear Optimization: An Interior Point Approach*. John Wiley & Sons, New York, 1997.
15. Illés T., Nagy M. és Terlaky T.: Belsőpontos algoritmusok, *Informatikai Algoritmusok II.*, szerk.: Iványi Antal, ELTE Eötvös Kiadó, Budapest, 2005, 1230-1297.

Tantárgy neve: Logikai programozás I.

Tantárgy heti óraszám: 0+2  
kreditérték: 3

Tantárgyfelelős neve: Ásványi Tibor egyetemi docens  
tanszéke: ELTE, IK, Algoritmusok és Alkalmazásaik Tanszék  
Számonkérés rendje: gyakorlati jegy  
előtanulmányi feltétel:

Képzési program: Alkalmazott matematikus MSc, Számítástudományi szakirány,  
Választható szakmai tárgyak modulja

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Alapfogalmak: A logikai program mint mondatok sorozata, mondatformák, logikai változók, a mondatok deklaratív és procedurális olvasata, vezérlési stratégiák.

A logikai programozás módszertana: adatstrukturálás, adatabsztrakció, a programkészítés mint relációfinomítás; rekurzió, az output fokozatos közelítése, akkumulátor párok; véges keresési terű logikai programok készítése.

A Prolog logikai programozási nyelv: a Prolog gép, egyesítés, célsorrend, szabálysorrend; metalogikai predikátumok, vezérlésmódosító predikátumok, első argumentum indexelés és utolsó hívás optimalizáció, extralogikai predikátumok 1. (input/output).

Prolog programozási módszerek: predikátumok strukturálása, strukturált vezérlésmódosítás, a negáció és az egyesítő algoritmus kezelése, a szokásos optimalizációk kihasználása.

Kötelező irodalom:

Programozási nyelvek (szerkesztette: Nyékiné Gaizler Judit) 17. fejezet: Logikai programozás (írta: Ásványi Tibor), Kiskapu Kft. Budapest, 2003.

Ajánlott irodalom:

Sterling, Shapiro: The Art of Prolog (The MIT Press, 1994).

Szeredi Péter, Benkő Tamás: Deklaratív programozás. Bevezetés a logikai programozásba. Oktatási segédlet, 2004. (<http://dp.iit.bme.hu/documents.html>)

Tantárgy neve: Logikai programozás II.

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3

Tantárgyfelelős neve: Ásványi Tibor egyetemi docens  
tanszéke: ELTE, IK, Algoritmusok és Alkalmazásaik Tanszék  
Számonkérés rendje: kollokvium  
előtanulmányi feltétel:

Képzési program: Alkalmazott matematikus MSc, Számítástudományi szakirány,  
Választható szakmai tárgyak modulja

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Extralogikai predikátumok 2: különböző interfészek, önmódosító, tanuló programok.

Megoldásjelöltek generálása és szűrése: naiv és rekurzív programszervezés, egyszerű és előrettekintő visszalépéses technikák.

Parciális adatszerkezetek: d-listák (különbség listák), d-struktúrák, sorok, szótárak.

Metaprogramozás: metacélok, metapredikátumok, a megoldások összegyűjtése, interpreterek.

Nagy programok készítését támogató eszközök: kivételkezelés, modulrendszer, az eljárás alapú modulrendszer és a metapredikátumok kapcsolata.

Keresések Prolog implementációja: gráfkeresések (visszalépéses, mélységi, szélességi, A\* algoritmus), logikai puzzle-k, játékfák, alfa-béta algoritmus, kétszemélyes játékok.

A Prolog, mint önkiterjesztő logikai programozási nyelv: horog (hook) predikátumok, programtranszformációk, logikai nyelvtanok, fordítóprogram készítés Prologban.

Kötelező irodalom:

Programozási nyelvek (szerkesztette: Nyékiné Gaizler Judit) 17. fejezet: Logikai programozás (írta: Ásványi Tibor), Kiskapu Kft. Budapest, 2003.

SICStus Prolog dokumentáció (<http://www.sics.se/isl/sicstus/docs/>)

Ajánlott irodalom:

Sterling, Shapiro: The Art of Prolog (The MIT Press, 1994).

Szeredi Péter, Benkő Tamás: Deklaratív programozás. Bevezetés a logikai programozásba. Oktatási segédlet, 2004. (<http://dp.iit.bme.hu/documents.html>)

Bratko: Prolog Programming for Artificial Intelligence (Addison-Wesley, 1986).

O'Keefe: The Craft of Prolog (The MIT Press, 1990).

Marriott, Stuckey: Programming with Constraints (The MIT Press, 1998).

Tantárgy neve: Makrogazdaságtan

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Mádi-Nagy Gergely

tanszéke: Operációkutatási Tanszék

számonkérés rendje: vizsga

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A makroökonómia tárgya, alapfogalmai. Nemzeti össztermék, aggregált javak, aggregált kereslet és kínálat. Fogyasztás, beruházás, megtakarítás, kormányzati költség. Nominál és reál mennyiségek. A gazdaság szereplői: vállalatok, háztartások, kormányzat. Nyitott gazdaság, az export és import szerepe. A gazdaság alapvető piacai: munkapiac, javak piaca, pénzpiac, értékpapírpia. Foglalkoztatás. Árak és infláció. Költségvetési és monetáris politika. A makroökonómia elemzési módszerei, modelljei.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Paul A. Samuelson-William D. Nordhaus: Közgazdaságtan I. Makroökonómia, Bp. KJK., 1999.

N. Gregory Mankiw: Makroökonómia, Bp. Osiris tankönyvek, 1999

McCuerty S.: Macroeconomic Theory, Harper & Row Publ. 1990.

Sargent Th. J.: Macroeconomic Theory, Academic Press, 1987.

Whiteman Ch. H.: Problems in Macroeconomic Theory, Academic Press, 1987.

Tantárgy neve: Matroidelmélet

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3

tantárgyfelelős neve: Frank András

tanszéke: Operációkutatás

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:  
Matroidok és szubmoduláris függvények. Matroid konstrukciók. Rado tétel, Edmonds metszettétele, matroidok összege. Algoritmusok metszetre és unióra. Gráfelméleti alkalmazások (diszjunkt és fedő fák, gyökeres összefüggés).

Kötelező irodalom:

Frank András, Matroidelmélet (elektronikus jegyzet)

Ajánlott irodalom:

W.J. Cook, W.H. Cunningham, W.R. Pulleybank, and A. Schrijver, Combinatorial Optimization, John Wiley and Sons, 1998.

B. Korte and J. Vygen, Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms, Springer, 2000.,

E. Lawler, Kombinatorikus Optimalizálás: hálózatok és matroidok, Műszaki Kiadó, 1982. (Combinatorial Optimization: Networks and Matroids),

J. G. Oxley, Matroid Theory, Oxford Science Publication, 2004.,

Recski A., Matroid theory and its applications, Springer (1989),

A. Schrijver, Combinatorial Optimization: Polyhedra and efficiency, Springer, 2003. Vol. 24 of the series Algorithms and Combinatorics.,

D. J.A. Welsh, Matroid Theory, Academic Press, 1976.

Tantárgy neve: Mesterséges intelligencia

Tantárgy heti óraszám: 2+2

kreditérték: 3+3

tantárgyfelelős neve: Gregorics Tibor

tanszéke: Programozáselmélet és Szoftvertchnológiai Tanszék (Informatikai Kar)

számonkérés rendje: kollokvium, gyakorlati jegy

előtanulmányi feltétel:

Képzési program: Alkalmazott matematikus MSc, Számítástudományi szakirány,  
Választható szakmai tárgyak modulja

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A mesterséges intelligencia fogalma, célja, története, kutatási területei. Gráfrepresentáció, állapotér-representáció. Kereső rendszerek általános sémája. A vezérlési stratégiák, heurisztikák.

Vezérlési stratégiák. Nem-módosítható vezérlés. Gradiens módszer, szimulált hűtés, tabu-keresés. Visszalépéses vezérlés. Az általános gráfkereső algoritmus. A mélységi, szélességi és egyenletes keresés. Heurisztikus gráfkereső algoritmusok: best-first keresés, A, A\*, A<sup>c</sup> algoritmus.

Probléma redukció és dekompozíció, reprezentáció ÉS/VAGY gráfokkal.

Kétszemélyes játékok, reprezentáció játékfával. A nyerő stratégia létezése és meghatározása. A játékfa részleges kiértékelése minimax eljárással. Az alfa-béta levágás. Kiértékelő függvények.

Mesterséges neuronháló elemi, topológiája, tanuló módszerei. A perceptron modell és a backpropagation modell.

Evolúciós algoritmusok általános sémája, kódolás és a rátermettségi függvény szerepe, evolúciós operátorok jellemzése.

Következtetés rezolúcióval: Logikai alapú reprezentáció a MI-ban. A rezolúció, mint kereső rendszer. Rezolúciós stratégiák. Rezolúciós válaszadási eljárás.

Szabályalapú következtetés: tények, szabályok, célállítást. Előre és visszafelé haladó szabályalapú reprezentáció. Reprezentáció ÉS/VAGY gráffal. A bizonyítás fogalma a gráfrepresentációban.

Alternatív következtetések: A körülhatárolás (circumsription) és a nemmonoton logikák. A bizonytalanság kezelése. Következtetés klasszikus valószínűség számításal: valószínűségi háló. Procedurális tudásábrázolás. Szemantikus háló.

Tanulás: Tanulás fogalma. Döntési fák tanulása. Legkisebb megkötés elvű keresés.

Irodalom:

Fekete I., Gregorics T., Nagy S.: Bevezetés a Mesterséges Intelligenciába, LSI, 1990, 1999.

Futó I. (szerk.): Mesterséges intelligencia, Aula Kiadó, 1999.

Russel, J. S., Norvig, P.: MI - modern megközelítésben, Panem Kft, 2000.

N. J. Nilsson: Principles of Artificial Intelligence, Springer-Verlag, 1982.

E. Rich, K. Knigh: Artificial Intelligence, MacGraw-Hill Book Company, 1991.

N. J. Nilsson: Artificial Intelligence: a new synthesis, Morgan Kaufmann Pub. 1998.

Mérő L.: Észjárások. TypoTEX, 1994.

Tantárgy neve: Mikrogazdaságtan

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Mádi-Nagy Gergely

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Kereslet és kínálat; termelési függvény, Cobb-Douglas és Leontief technológia, a profitmaximalizálás gyenge axiómája, optimalitási feltételek; a költség minimalizálása; Hotelling lemma, LeChatelier elv; költségfüggvények; profit és költség viszonya; fogyasztói preferencia, hasznossági függvény, Marshall és Hicks keresleti függvénye, Roy azonosság; fogyasztói magatartás és kereslet, Engel görbe, Slutsky egyenlet; a versengő piac, adók hatása.

Kötelező irodalom:

Hal R. Varian, *Microeconomic Analysis*, 3. kiadás, Norton, 1992, New York.

Ajánlott irodalom:

Hal R. Varian, *Mikrogazdaságtan*, Aula Kiadó.

Tantárgy neve: Modellalkotás és természettudományos alkalmazások

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditértéke: 3+3

tantárgyfelelős neve: Izsák Ferenc

tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tsz.

számonkérés rendje: beadható feladatok és kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A hallgatók megismerik azt az utat, amely a jelenség megfigyelésétől a matematikai eszközökkel kezelhető modellhez elvezet, valamint a számítógépes szimuláció módszereit is. Az ismertett modellek: Biológiai modellek; Játékelméleti modellek a biológiában; Transzportfolyamatok alapjai; Kémiai reakciók modellezése; Reakció-diffúzió rendszerek szimulációja a Mathematica programcsomaggal; Pénzügyi folyamatokat leíró modellek. Különböző területekről meghívott szakemberek ismertetnek olyan problémákat, amelyekkel a hallgatók a kurzus során önállóan foglalkoznak. A kurzus abban is segíti a hallgatókat, hogy kapcsolatba kerüljenek azokkal a munkahelyekkel, ahol végzés után elhelyezkedhetnek.

Kötelező irodalom:

R. Dautray, J.L. Lions: Mathematical analysis and numerical methods for science and technology. Vol. 1. Physical origins and classical methods, Springer, 1990.

J.D. Murray: Mathematical biology, Springer, 2003 (3rd ed).

M. Rappaz, M. Bellet and M. Deville: Numerical Modelling in Materials Science and Engineering, Springer, 2005.

Ajánlott irodalom:

Tantárgy neve: Nemlineáris funkcionálanalízis és alkalmazásai

Tantárgy heti óraszám: 3+2  
kreditértéke: 4+3

tantárgyfelelős neve: Karátson János

tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tsz.

számonkérés rendje: beadható feladatok és kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:  
Nemlineáris operátorok alapfogalmai normált terekben. Hemi- és bihemifolytonos operátorok. Gateaux- és Frechet-derivált, középértéktételek. Potenciáloperátorok, a potenciál fogalma és létezésének feltételei. Monoton operátorok és konvex funkcionálok. Térstruktúrák. Nem korlátos pozitív lineáris operátorok energiatere, gyenge megoldás, Friedrich-kiterjesztés. Dualitás reflexív Banach-terekben.

Operátoregyenletek megoldhatósága. Variációs elv nemlineáris operátoregyenletre, egyenlet megoldásának és funkcionál minimalizálásának kapcsolata. Kvadrátikus funkcionál. Funkcionál minimumának létezése. Nemlineáris leképezés bijekció voltának általános feltételei, inverzfüggvény-tételek. Fixponttételek. A variációs elv kiterjesztése nem konvex funkcionálra, a „mountain pass” lemma. A megoldhatósági tételek alkalmazása nemlineáris differenciálegyenletekre

Közelítő módszerek. Iterációs módszerek: Gradiens-módszer Hilbert-térben. Operátoregyenletek megoldása folytonos operátorra. Konstrukció és konvergencia lineáris operátorokra a kvadrátikus funkcionál alapján, ill. nemlineáris monoton potenciáloperátorokra. Nem folytonos operátor esete, prekondicionálás és energiatér. A konjugált gradiens-módszer lineáris operátorokra. Konstrukció és konvergencia szimmetrikus és nem szimmetrikus operátorokra. Kompakt perturbációk és szuperlineáris konvergencia. Prekondicionálás. A Newton-Kantorovics módszer nemlineáris operátorokra Banach-térben. Csillapított és inegzakt változat. Ritz-Galjorkin-féle projekciós módszerek lineáris és nem lineáris operátorokra.

Kötelező irodalom: -----

Ajánlott irodalom:

Zeidler, E.: Nonlinear functional analysis and its applications I-III.

Kantorovich, L.V., Akilov, G.P.: Functional Analysis

Tantárgy neve: Nemlineáris optimalizálás

Tantárgy heti óraszám: 3+0  
kreditérték: 4

tantárgyfelelős neve: Illés Tibor

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Feltétel nélküli minimalizálás. Szükséges és elégséges optimalitási feltételek. Iránymenti keresés. Algoritmusok. Feltételes minimalizálás. Belsőpontos módszerek sima konvex optimalizálásra. Megengedett irányok módszere. Gradiens és vetített gradiens módszerek. Teljes információjú, nem kooperatív, konkáv hasznosság függvényű véges játékok. Brower- és Kakutani-féle fixpont tételek. Nikaidó-tétel. Legjobb válaszok módszere. Nikaidó-Isoda tétel.

Kötelező irodalom: -

Ajánlott irodalom:

16. Kovács Margit: *A nemlineáris programozás elmélete*. TYPOTEX Kft., Budapest, 1997.
17. Béla Martos: *Nonlinear Programming: Theory and Methods*. Akadémiai Kiadó, Budapest, 1975.
18. M. S. Bazaraa, H. D. Sherali and C. M. Shetty: *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. John Wiley & Sons, New York, 1993.
19. J.-B. Hiriart-Urruty and C. Lemaréchal: *Convex Analysis and Minimization Algorithms I-II*. Springer-Verlag, Berlin, 1993.
20. J. P. Aubin: *Mathematical Methods of Game and Economic Theor.* North-Holland, Amsterdam, 1982.
21. D. P. Bertsekas: *Nonlinear Programming*. Athena Scientific, 2004.
22. E. de Klerk, C. Roos, Terlaky T.: *Nemlineáris Optimalizálás*. Budapest, 2004.

Tantárgy neve: Nemlineáris problémák alkalmazott feladatokban, esettanulmányok

Tantárgy heti óraszám: 2+1  
kreditérték: 4

tantárgyfelelős neve: Stoyan Gisbert, Faragó István

tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tsz.

számonkérés rendje: kollokvium, gyakorlati jegy

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Nemlineáris hővezetés: matematikai modellek, az egyenletek diszkretizációja, a prediktor-korrektor, ill. Newton--iterációk konvergenciája. Program: hőhullámok számítása.

Összenyomhatatlan áramlások: a Navier-Stokes egyenlet-rendszer.

Az áramfüggvény és az  $\omega$ - $\psi$ -rendszer. Differencia és végeelem diszkretizációk. A konvekció-diffúzió probléma és kezelése. Program: a "hátralépcső feladat" megoldása finomítható rácson.

Gázáramlások: az egydimenziós Euler-rendszer. Elsőrendű hiperbolikus egyenletek sajátosságai: karakterisztikák, peremfeltételek megadása, Riemann-féle invariánsok.

Differencia approximációk:

Godunov, Lax-Wendroff, fluxus-korrekciók. Program: a Sod-féle benchmark-probléma.

További lehetséges téma pl.: parciális differenciálegyenletek "inverz" feladatai: az egyenletekben szereplő együtthatók, ill. függvények meghatározása mérési adatokból.

Kötelező irodalom: Stoyan Gisbert, Takó Galina. Numerikus módszerek 3, Typotech, 1997.

Ajánlott irodalom:

Tantárgy neve: Operációkutatás számítógépes módszerei

Tantárgy heti óraszám: 0+2  
kreditértéke: 3

tantárgyfelelős neve: Fábián Csaba

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: gyakorlati jegy

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:  
Matematikai programozási eljárások implementációs kérdései.  
Matematikai programozási feladatok megadása és az eredmény kiértékelése: fejlődés az MPS input/output formátumtól a modellező eszközökig.  
LINDO, LINGO lineáris, nemlineáris és egészértékű programcsomag. A CPLEX lineáris, kvadratikus és egészértékű programozási programcsomag.  
Modellező eszközök: XPRESS, GAMS, AMPL.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Maros István: [Computational Techniques of the Simplex Method](#), Kluwer Academic Publishers, Boston, 2003

Tantárgy neve: Operációkutatási projekt

Tantárgy heti óraszám: 0+2  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Fullér Róbert

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: gyakorlati jegy

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:  
Valós életből származó problémák matematikai modellek felépítése, az adódó matematikai programozási feladatok megoldása, és az eredmények értelmezése.  
Témakörök: pénzügy, távközlés, készletgazdálkodás, logisztika, környezetvédelem, stb.

Kötelező irodalom:

Paul A. Jensen and Jonathan F. Bard,  
Operations Research Models and Methods (John Wiley and Sons, 2003)

Ajánlott irodalom:

Mahmut Parlar, Interactive Operations Research with Maple: Methods and Models  
(Birkhauser, Boston, 2000)

Tantárgy neve: Operátorfélcsoportok

Tantárgy heti óraszám: 2+2  
kreditértéke: 3+3

tantárgyfelelős neve: Bátkai András

tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tsz.

számonkérés rendje: beadható feladatok és kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Az operátorfélcsoportokkal kapcsolatos alapfogalmak áttekintése. Alapvető példák valamint konstrukciók. A generátor fogalma, a rezolvens integrálrepresentációja a félcsoport Laplace transzformációjaként. Hille-Yosida tételkör. Disszipatív operátorok, Lumer-Phillips tétel. Alkalmazások első- és másodrendű differenciáloperátorokra.

Félcsoportok regularitási tulajdonságai (analitikus, differenciálható, normafolytonos, kompakt), közöttük a kapcsolat példák és ellenpéldák segítségével. A korlátos perturbáció, a Dyson-Phillips sor. Kitekintés nemkorlátos perturbációk irányába.

Aszimptotikus tulajdonságok, a félcsoport és a generátor spektrumának viszonya. Zabczyk ellenpéldája. Spektrálleképezés-tétel normafolytonos félcsoportokra. Gearhart tétele Hilbert térbeli félcsoportokra.

Operátorfélcsoportok és az Cauchy probléma kapcsolata, jóldefiniáltság. Az inhomogén egyenlet klasszikus, erős, enyhe és gyenge megoldásfogalmai, ezek közötti viszony. Megoldások reprezentációja.

Példák: késleltetett és populációs egyenletek tárgyalása.

Kötelező irodalom:

Engel, K.-J., Nagel R., A Short Course on Operator Semigroups, Springer-Verlag, Universitext, 2006.

Ajánlott irodalom:

Engel, K.-J., Nagel R., One-parameter Semigroups for Linear Evolution Equations, Springer-Verlag, Graduate Texts in Mathematics 194, 1999.

Bátkai, A., Piazzera, S., Semigroups for Delay Equations, A K Peters, 2005.

Tantárgy neve: Parciális differenciálegyenletek

Tantárgy heti óraszám: 4+2  
kreditértéke: 6+3

tantárgyfelelős neve: Simon László

tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tsz.

számonkérés rendje: beadható feladatok és kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Fourier-transzformáció. Szoboljev-függvényterek. Rugalmasságtani problémákra és a stacionárius hővezetés egyenletére vonatkozó peremérték és sajátérték feladatok gyenge (Szoboljev-térbeli), variációs és klasszikus megoldása. Kezdeti-peremérték feladatok lineáris egyenletekre: a hővezetés egyenletére és a hullámegyenletre. A gyenge és a klasszikus megoldás vizsgálata a Fourier-módszerrel és a Galjorkin-módszerrel.

Divergencia alakú kvázilineáris elliptikus egyenletekre vonatkozó peremérték feladatok gyenge (Szoboljev-térbeli) megoldása a monoton és pszeudomonoton operátorok elméletének felhasználásával. Elliptikus variációs egyenlőtlenségek. Divergencia alakú kvázilineáris parabolikus egyenletek és funkcionál differenciálegyenletek gyenge megoldása a monoton típusú operátorok elméletének felhasználásával. A megoldások kvalitatív tulajdonságai. Kvázilineáris hiperbolikus egyenletek.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom: V. Sz. Vlagyimirov: Bevezetés a parciális differenciálegyenletek elméletébe. Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1979.

V. Sz. Vlagyimirov: Parciális differenciálegyenletek. Feladatgyűjtemény. Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1980.

Simon L. – E. A. Baderko: Másodrendű lineáris parciális differenciálegyenletek. Tankönyvkiadó, Bp., 1983.

E. Zeidler, Nonlinear functional equations and its applications II, III. Springer, 1990.

Tantárgy neve: Pénzügyi folyamatok 1.

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Arató Miklós

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel: Valószínűségszámítás és statisztika tárgy sikeres teljesítése, vagy mentesség e tárgy elvégzése alól.

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Opció, warrant, swap.

Részvények és kötvények diszkrét időben. Binomiális modell. Arbitrázs. Martingál mérték.

Önfinanszírozó stratégiák. Hedge.

Cox-Ross-Rubinstein formula.

Martingál mérték. Teljesség és martingál reprezentáció bináris piacra.

Európai opció árazása és a valós ár.

Amerikai opciók diszkrét időben. Optimális megállások.

Arbitrázsmentesség és a martingál mérték létezése.

Piaci teljesség és a martingál mérték egyértelműsége.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

R. J. Elliott – E. P. Kopp: Pénzpiacok matematikája, Typotex Kiadó, Budapest, 2000.

Száz János: Tőzsdei opciók, Tanszék Kft., Budapest, 1999.

Tantárgy neve: Pénzügyi folyamatok 2.

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Arató Miklós

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel: Pénzügyi folyamatok 1. tárgy sikeres teljesítése

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Részvények és kötvények folytonos időben. Önfinanszírozó stratégiák. Ekvivalens martingál mérték.

Opciók valós ára. Black-Scholes formula. A „Görögök”.

Egzotikus és amerikai opciók.

Opciók árazása és a parciális differenciálegyenletek.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

R. J. Elliott – E. P. Kopp: Pénzpiacok matematikája, Typotex Kiadó, Budapest, 2000.

Száz János: Tőzsdei opciók, Tanszék Kft., Budapest, 1999.

A. N. Shiryaev: Essentials of Stochastic Mathematical Finance. World Scientific, Singapore, 1999.

Tantárgy neve: Pénzügyi folyamatok 3.

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Michaletzky György

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel: Pénzügyi folyamatok 2. tárgy sikeres teljesítése

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Kötvények és kamatok,

Határidős ügyletek,

Arbitrázsmentes árazás, számláló folyamat

Egyfaktoros kamatmodellek a rövidkamatlábra (Vasicek, Cox-Ingersoll-Ross, Hull-White, ...), közelítő trinomiális fa konstrukciója

Kétfaktoros rövidkamatláb modellek, volatilitás és korrelációstruktúra, kalibrálás, közelítő binomiális fa konstrukciója

Heath-Jarrow-Morton modell, a rövidtávú és a határidős kamatráták kapcsolata.

Kamatrátán alapuló származékos termékek

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

D. Brigo, F. Mercurio, Interest rate models: theory and practice, 2001, Springer Verlag

T. Björk, Arbitrage theory in Continuous Time, Oxford University Press, 1998.

M. Baxter, A. Rennie, Financial Calculus, Cambridge University Press, 1996.

Gerencsér L., Michaletzky Gy. Rásonyi M. Vágó Zs. Kamatelmélet, egyetemi jegyzet, ELTE 2004.

Tantárgy neve: Piacok elemzése

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Vizvári Béla

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Aktuális, konkrét piacok (pl. nagybani élelmiszer, villamosenergia, búza és kukorica világpiaca) leírása, elemzése; árrugalmasságok, árrugalmasságokra épülő piaci modellek, árrugalmasságok számítása konkrét adatokon; dinamikus modellek, trajektóriák lineáris és nemlineáris esetben; attraktor Ljapunov exponens, fraktálok, káosz, a Ljapunov exponens és a fraktál dimenzió mérése számítógépen.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Tantárgy neve: Poliéderes kombinatorika

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Király Tamás

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:  
Teljesen duális egészértékűség. Párosítások konvex burka. Polimatroid metszettétel,  
szubmoduláris áramok és alkalmazásaik gráf optimalizálásban (Lucchesi és Younger tétele,  
Nash-Williams irányítási tétele)

Kötelező irodalom:

Frank András, Poliéderes kombinatorika (elektronikus jegyzet)

Ajánlott irodalom:

W.J. Cook, W.H. Cunningham, W.R. Pulleybank, and A. Schrijver, Combinatorial Optimization, John Wiley and Sons, 1998.

B. Korte and J. Vygen, Combinatorial Optimization: Theory and Algorithms, Springer, 2000.

A. Schrijver, Combinatorial Optimization: Polyhedra and efficiency, Springer, 2003. Vol. 24 of the series Algorithms and Combinatorics.

Tantárgy neve: Statisztikai becsléelmélet

Tantárgy heti óraszám: 3+0  
kreditérték: 4

tantárgyfelelős neve: Móri Tamás

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel: Valószínűségszámítás és statisztika

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A sűrűségfüggvény becslése. Simított tapasztalati eloszlás, Parzen-Rosenblatt féle tapasztalati sűrűségfüggvény, hisztogram.

Elégségesség, minimális elégségesség, teljesség, korlátosan teljesség.

Exponenciális eloszláscsalád statisztikai vizsgálata

Másodlagos mintavétel, jackknife, bootstrap.

A Jeffrey-féle nem-informatív a priori. Általánosított (formális) Bayes-becslések.

Ekvivariáns becslések, Pitman-becslés.

L-becslések, korrelált hibájú lineáris modell. Az eltolásparaméter aszimptotikusan optimális L-becslése.

M-becslések, robusztusság. M-becslések aszimptotikus viselkedése. A Huber-féle M-becslés aszimptotikus minimax-tulajdonsága. Kapcsolat az M- és az L-becslések között.

Véges sokaságból való mintavétel. Állandó együtthatós lineáris becslések megengedhetősége.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Bolla M.–Krámlí A.: Statisztikai következtetések elmélete. Typotex Kiadó, Budapest, 2005.

A. A. Borovkov: Matematikai statisztika. Typotex Kiadó, Budapest, 1999.

E. L. Lehmann: Theory of point estimation. Wiley, New York, 1983.

Tantárgy neve: Statisztikai hipotézisvizsgálat

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Csiszár Villő

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel: Valószínűségszámítás és statisztika

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Statisztikai hipotézisek, próbák, véletlenített próbák. Elsőfajú, másodfajú hiba, szint, terjedelem, erőfüggvény. Likelihood-hányados próba, Neyman-Pearson lemma. Az erő aszimptotikája. Egyoldali ellenhipotézis monoton likelihood-hányadosú osztályban. Kétoldali ellenhipotézis exponenciális eloszláscsaládban. Hasonlóság, Neyman-struktúra. Hipotézisvizsgálat zavaró paraméterek jelenlétében.

A klasszikus paraméteres próbák optimalitása. Aszimptotikus próbák. Általánosított likelihood-hányados próba, a khi-négyzet próbák levezetése.

A tapasztalati folyamat konvergenciája Brown-hídhöz. Gauss-folyamatok Karhunen-Loève sorfejtése. A klasszikus nemparaméteres próbák aszimptotikus elemzése.

Invariáns és Bayes-próbák.

A konfidenciahalmazok elméletének kapcsolata a hipotézisvizsgálattal.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Bolla M.–Krámlai A.: Statisztikai következtetések elmélete. Typotex Kiadó, Budapest, 2005.

A. A. Borovkov: Matematikai statisztika. Typotex Kiadó, Budapest, 1999.

E. L. Lehmann: Testing Statistical Hypotheses, 2nd Ed., Wiley, New York, 1986.

Tantárgy neve: Statisztikai programcsomagok 1.

Tantárgy heti óraszám: 0+2  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Zempléni András

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: gyakorlati jegy

előtanulmányi feltétel: Valószínűségszámítás és statisztika

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Az elemi, egydimenziós paraméterbecslés és hipotézisvizsgálat gyakorlati, számítógépes eszközeinek áttekintése. A leíró statisztikai módszerek. A várható érték és a szórás becslése. Hipotézisvizsgálat. Eloszlások. Eloszlásfüggvények előállítás, véletlen számok generálása, sűrűségfüggvények illesztése, becslése. Függés vizsgálata. Szórásanalízis. Regresszió. A statisztika különböző kategóriájú számítógépes eszközeinek megismerése: irodai programok, oktatási eszközök, zárt célprogramok, rugalmasan programozható szakértői környezetek. Az óra számítógépes gyakorlat (EXCEL, Statistica, SPSS, SAS, R-project).

Kötelező irodalom:

<http://www.cs.elte.hu/u/prohlet/jegyzetek/StPrsom1>

Ajánlott irodalom:

Mogyoródi J. - Michaletzky Gy. (szerk.): Matematikai statisztika. Egyetemi jegyzet. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest, 1995.

Móri T.F., Szeidl L., Zempléni A.: Matematikai statisztika példatár, ELTE Eötvös Kiadó, Bp., 1997.

Móri F. T.- Székely J. G. (szerk.). Többváltozós statisztikai analízis, Műszaki Könyvkiadó, 1986, ISBN 963 10 6806 4

<http://office.microsoft.com/en-us/excel/HP100908421033.aspx>

<http://www.statsoft.com/textbook/stathome.html>

[http://www.spss.com/stores/1/Training\\_Guides\\_C10.cfm](http://www.spss.com/stores/1/Training_Guides_C10.cfm)

[http://support.sas.com/documentation/onlinedoc/91pdf/sasdoc\\_91/insight\\_ug\\_9984.pdf](http://support.sas.com/documentation/onlinedoc/91pdf/sasdoc_91/insight_ug_9984.pdf)

<http://www.r-project.org/doc/bib/R-books.html>

[http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf\\_doc/stats/stats.pdf](http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf_doc/stats/stats.pdf)

Tantárgy neve: Statisztikai programcsomagok 2.

Tantárgy heti óraszám: 0+2  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Zempléni András

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: gyakorlati jegy

előtanulmányi feltétel: Többdimenziós statisztikai eljárások

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Többdimenziós statisztikai eljárások és számítógépes eszközeik megismerése és áttekintése. Dimenziócsökkentés. Főkomponens-, faktoranalízis és kanonikus korreláció. Diszkrét adatok feldolgozási módszerei. Bináris adatok feldolgozása, logisztikus regresszió. Skálázás, skálázáson alapuló módszerek. Korrespondencia-analízis. Csoportosítás. Klaszteranalízis és klasszifikáció. Élettartam-adatokat feldolgozó módszerek. Probit, logit és nemlineáris regresszió. Élettartam-táblák, Cox-regresszió. Az óra számítógépes gyakorlat. Felhasznált eszközök EXCEL, Statistica, SPSS, SAS, R-project.

Kötelező irodalom:

<http://www.cs.elte.hu/u/prohlet/jegyzetek/StPrsom2>

Ajánlott irodalom:

Móri F. T.- Székely J. G. (szerk.). Többváltozós statisztikai analízis, Műszaki Könyvkiadó, 1986, ISBN 963 10 6806 4

<http://www.statsoft.com/textbook/stathome.html>

[http://www.spss.com/stores/1/Training\\_Guides\\_C10.cfm](http://www.spss.com/stores/1/Training_Guides_C10.cfm)

[http://support.sas.com/documentation/onlinedoc/91pdf/sasdoc\\_91/stat\\_ug\\_7313.pdf](http://support.sas.com/documentation/onlinedoc/91pdf/sasdoc_91/stat_ug_7313.pdf)

<http://www.r-project.org/doc/bib/R-books.html>

[http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf\\_doc/stats/stats.pdf](http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/pdf_doc/stats/stats.pdf)

Tantárgy neve: Statisztikai programcsomagok 3.

Tantárgy heti óraszám: 0+2  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Zempléni András

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: gyakorlati jegy

előtanulmányi feltétel: Többdimenziós statisztikai eljárások

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A többdimenziós módszerek egymásra épülő rendszereit felhasználó eljárások, adatbányászati eszközök. Lépésenkénti módszerek: regresszió, diszkrimináció. Többdimenziós szórásanalízis és kovariancia-analízis. Variancia komponens modellek, MINQUE. Automatikus osztályozás diszkrét és folytonos eloszlások alapján, CHAID és más fa-módszerek. Szimulációs módszerek: jackknife, bootstrap, permutációanalízis, crossvalidation. Path analízis, SEM. Markov lánc alapú szimulációs eljárások. Bayes-háló. A demonstrációs eszközök: Statistica, SPSS-Clementine, SAS, R-project. Az óra számítógépes gyakorlat.

Kötelező irodalom:

<http://www.cs.elte.hu/u/prohlet/jegyzetek/StPrsom3>

Ajánlott irodalom:

Móri F. T.- Székely J. G. (szerk.). Többváltozós statisztikai analízis, Műszaki Könyvkiadó, 1986, ISBN 963 10 6806 4

<http://www.statsoft.com/textbook/stathome.html>

<http://www.crisp-dm.org/CRISPWP-0800.pdf>

[http://support.sas.com/documentation/onlinedoc/91pdf/sasdoc\\_91/em\\_gs\\_7281.pdf](http://support.sas.com/documentation/onlinedoc/91pdf/sasdoc_91/em_gs_7281.pdf)

<http://www.r-project.org/doc/bib/R-books.html>

Tantárgy neve: Számítógépes számelmélet (alkalmazott matematikus MSc, differenciált szakmai anyag)

Tantárgy heti óraszám: 2+0

kreditértéke: 3

tantárgyfelelős neve: Sárközy András

tanszéke: Algebra és Számelmélet Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Elemi műveletek és számelméleti feladatok időigénye.  $n=pq$  estén  $p, q$  meghatározása polinomiálisan ekvivalens  $\varphi(n)$ -ével. Moduláris hatványozás. Faktorizáció algebrai azonosságokkal. A kriptográfia alapfogalmai. RSA, diszkrét logaritmus, a Diffie-Hellmann kulcs csere rendszer. Primitesztelés, pszeudoprimek. Fermat faktorizáció, a faktorbázis algoritmus, a kvadratikus szita. Elliptikus görbék, a Diffie-Hellmann kulcs csere analogonja. Pszeudovéletlen sorozatok, alkalmazásuk a Monte Carlo módszer kapcsán, illetve a kriptográfiában.

Kötelező irodalom: –

Ajánlott irodalom:

N. Koblitz: A Course in Number Theory and Cryptography.

Tantárgy neve: Sztochasztikus analízis

Tantárgy heti óraszám: 3+2  
kreditérték: 4+3

tantárgyfelelős neve: Prokaj Vilmos

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: gyakorlati jegy és kollokvium

előtanulmányi feltétel: Sztochasztikus folyamatok

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Lokális martingál, szemimartingál. Integrál szemimartingál szerint. Az integrál tulajdonságai. Kvadrátikus variáció, Ito formula, Lévy karakterizáció, Girsanov tétel, Kazamaki és Novikov feltétel. Sztochasztikus differenciál egyenletek, erős és gyenge megoldás, eloszlásbeli és trajektóriánkénti unicitás, ezek kapcsolata. Gyenge megoldás mértékcserevel, tempóváltással. Fubini tétel, lokális idő. Eltöltött idő formula. Hölder folytonos együtthatók esete egy dimenzióban. Tsirelson példája. Rendezési tétel.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Revuz–Yor, Continuous martingales and Brownian motion.  
Protter, Stochastic integration and differential equation.

Tantárgy neve: Sztochasztikus optimalizálás

Tantárgy heti óraszám: 2+0

kreditértéke: 3

tantárgyfelelős neve: Fábián Csaba

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Statikus és dinamikus modellek. Az adódó sztochasztikus programozási feladatok matematikai jellemzése és megoldó módszereik.

Lonkonkáv mértékek alaptétele. Valószínűségi korlátok illetve valószínűséget tartalmazó célfüggvények logkonkávítása. Kiértékelésük közelítő szimulációs eljárásokkal.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Kall, P., Wallace, S.W., Stochastic Programming, Wiley, 1994.

Prékopa A., Stochastic Programming, Kluwer, 1995.

Birge, J.R., Louveaux, F.: Introduction to Stochastic Programming, Springer, 1997-1999.

Tantárgy neve: Termelésirányítás

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Fábrián Csaba

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A termelés mint fizikai és információs folyamat, a termelésirányítás kapcsolatai a vállalaton belül, Harris formula, sorozatnagyság meghatározása: Wagner-Within modell és általánosításai, szerelőszalag kiegyensúlyozása, rugalmas gyártó rendszerek ütemezése, csoportos technológia, MRP és JIT rendszerek.

Kötelező irodalom:

Vizvári Béla, Bevezetés a termelésirányítás matematikai elméletébe, ELTE, 1994.

Ajánlott irodalom:

Tantárgy neve: Többfüggvényű optimalizálás

Tantárgy heti óraszám: 0+2  
kreditértéke: 3

tantárgyfelelős neve: Fullér Róbert

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: gyakorlati jegy

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Pareto optimalitás, Az epsilon korlátozások módszere, Az értékelő függvény módszer, Interaktív módszerek, Lexikografikus optimalizálás, A referencia pontok módszere, A trade-off módszer.

Kötelező irodalom:

K.Miettinen, Nonlinear Multiobjective Optimization, (Kluwer, 1999).

Ajánlott irodalom:

Ralph L. Keeney and Howard Raiffa, Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs, (Cambridge University Press, 1993).

Tantárgy neve: Többdimenziós statisztikai eljárások

Tantárgy heti óraszám: 4+0  
kreditérték: 6

tantárgyfelelős neve: Michaletzky György

tanszéke: Valószínűségelméleti és Statisztika Tanszék

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel: Valószínűségszámítás és statisztika

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A többdimenziós normális eloszlás paramétereinek becslése. Mátrixértékű eloszlások. A Wishart-eloszlás: sűrűségfüggvénye, determinánsa, inverzének várható értéke.

Többdimenziós normális eloszlás paramétereire vonatkozó hipotézis vizsgálat.

Függetlenségvizsgálat. Normalitásvizsgálat.

Lineáris regresszió.

A változók közötti kapcsolat mérése: korrelációs együttható, maximálkorreláció, parciális korreláció, kanonikus korreláció.

Főkomponensanalízis, faktoranalízis, szórásanalízis.

Diszkrét, többváltozós modellek, Kontingenciatáblák. Maximum-likelihood becslés loglineáris modellben. Kullback-Leibler-féle divergencia. Lineáris és exponenciális eloszláscsaládok. Az L-vetület numerikus meghatározása (Csiszár-féle módszer, Darroch-Ratcliff-eljárás).

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

J. D. Jobson, Applied Multivariate Data Analysis, Vol. I-II. Springer Verlag, 1991, 1992.

Móri T. – Székely G. (szerk.) Többváltozós statisztikai módszerek, Műszaki Könyvkiadó, 1984.

C. R. Rao, Linear statistical inference and its applications, Wiley and sons, 1968.

Tantárgy neve: Ütemezéselmélet

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Jordán Tibor

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

Egygépes feladatok: sorba rendezések, dinamikus programozás, közelítő megoldások LP-relaxációval. Párhuzamos és uniform gépek: listás ütemezés, Hu algoritmus, megelőzési feltételek, megszakítható munkák. Shop modellek: ütemezés párosításokkal, Johnson algoritmus. Branch and bound, ládapakolás.

Kötelező irodalom: elektronikus jegyzet

Ajánlott irodalom:

Tantárgy neve: Vállalatgazdaságtan

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Vizvári Béla

tanszéke: Operációkutatási

számonkérés rendje: kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A monopólium, Lerner index, termékválasztás: horizontális differenciálás, hirdetés és szolgáltatás hatása, vertikális differenciálás, árdiszkrimináció, vertikális irányítás Bertrand paradoxon, ismételt játékok, árverseny, hallgatólagos összejátszás, K+F szerepe a versenyben.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Jean Tirole, The Theory of Industrial Organization, The MIT Press, Cambridge, 1997.

Tantárgy neve: Vállalkozási, közgazdasági és információtechnológiai ismeretek

Tantárgy heti óraszám: 2+1  
kreditérték: 2+2

tantárgyfelelős neve: Simon Péter, Vizvári Béla

tanszéke: Alkalmazott Analízis és Számításmatematikai Tsz.

számonkérés rendje: beadható feladatok és kollokvium

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A képzés során az üzleti és vállalati szférában elhelyezkedő hallgatók ismereteket kapnak a vállalat általános működési elveiről, felépítéséről, illetve az alkalmazott matematikusra váró feladatokról (pl. pályázatírás, tárgyalástechnika, állás-interjú felkészítés).

Néhány programcsomag bemutatásán keresztül megismertetjük a hallgatókat a programcsomagok használatának általános elveivel és technikájával, hogy különböző munkahelyek eltérő (speciális) elvárásainak meg tudjanak felelni. Kitérünk a kész programcsomagok konkrét feladatokra való alkalmazásánál felmerülő problémákra (kompatibilitás adatbázisokkal, fejlesztés, stb.).

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Tantárgy neve: Válogatott fejezetek a gráfelméletből

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditérték: 3

tantárgyfelelős neve: Lovász László

tanszéke: Számítógéptudományi

számonkérés rendje: vizsga

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:  
Válogatott fejezetek a gráfelméletből. Néhány téma: sajátértékek, automorfizmusok, gráf-polinomok (pl. Tutte polinom), topológiai problémák.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom:

Lovász L.: Kombinatorikai problémák és feladatok, Typotex

Tantárgy neve: WWW és hálózatok matematikája

Tantárgy heti óraszám: 2+0  
kreditértéke: 3

tantárgyfelelős neve: Benczúr András

tanszéke: Számítógéptudományi

számonkérés rendje: vizsga

előtanulmányi feltétel:

Az elsajátítandó ismeretanyag rövid (néhány soros) leírása:

A Webkeresőrendszerek felépítése: robot architektúra és robotkizáró protokoll, a dokumentumfeldolgozás menete, invertált index. A találati lista rangsoroláskor használt jellemzők.

Markov-láncok és véletlen séták gráfokon. Elérési és visszatérési valószínűségek, erősen összefüggő komponensek, ergodikus Markov láncok. Sajátértékek, sajátvektorok és a stacionárius eloszlás.

Page Rank és alkalmazásai: személyre szabott rangsor, hasonlóságkeresés. Átfogalmazás séták végpont-eloszlására és hatékony algoritmusok.

Szinguláris felbontás: a felbontás létezésének bizonyítása. Mátrixnormák, kis rangú közelítések.

A HITS algoritmus: meghatározó tartalmak és gyűjtőoldalak rangsora. Az algoritmus és a szinguláris felbontás kapcsolata, egy szinguláris felbontás algoritmus bemutatása.

Spektrál gráfklaszterezés, a sajátérték rés és az expanzió kapcsolata. Expanderek.

Gráfmodellek: a Barabási-féle preferált illeszkedés és kapcsolódó modellek. Kis világ modellek. Fokszámeloszlással és átmérővel kapcsolatos tételek.

Weboldalak átmeneti tárolása. Keresőrendszerek adatbázisának frissítése.

Kötelező irodalom:

Ajánlott irodalom: Searching the Web. A Arasu, J Cho, H Garcia-Molina, A Paepcke, S Raghavan. ACM Transactions on Internet Technology, 2001

Randomized Algorithms, R Motwani, P Raghavan, ACM Computing Surveys, 1996

The PageRank Citation Ranking: Bringing Order to the Web, L. Page, S. Brin, R. Motwani, T. Winograd. Stanford Digital Libraries Working Paper, 1998.

Authoritative sources in a hyperlinked environment, J. Kleinberg. SODA 1998.

Clustering in large graphs and matrices, P Drineas, A Frieze, R Kannan, S Vempala, V Vinay Proceedings of the tenth annual ACM-SIAM symposium on Discrete algorithms, 1999.

Barabási Albert László: Behálózza. Magyar Könyvklub. 2003.

[David Karger](#), Alex Sherman, Andy Berkheimer, Bill Bogstad, Rizwan Dhanidina, Ken Iwamoto, Brian Kim, Luke Matkins, Yoav Yerushalmi: Web Caching and Consistent Hashing, in Proc. WWW8 conference