Self-adjusting hálózatok

Egyéni kutatómunka

Fraknói Ádám

Témavezetők: Vass Balázs*, Rétvári Gábor*

2022. december 23.

* BME TMIT

ELTE
EÖTVÖS LORÁND
TUDOMÁNYEGYETEM

Tartalomjegyzék

Probléma definiálása

Bemenet: $x_1, \ldots, x_n$ lista, $\sigma = (\sigma_1, \ldots, \sigma_m)$ kéréshalmaz, ahol $\sigma_i \in \{x_1, \ldots, x_n\}$

Műveletek:

- Keres(x): Az x elem megkeresése. Műveletszám: i
- Beszúr(x): Az x elem beszúrása. Műveletszám: $n + 1$
- Töröl(x): Az x elem törlése. Műveletszám: i

Lista módosítása karbantartási költséggel:

- x elem előrébb hozatala *ingyen*.
- Bármely két szomszédos elem felcserélése *1 költséggel*.

Cél: Minél kisebb összköltségű online algoritmus keresése.

Definíció

Egy online algoritmus c-versenyképes, ha az összköltsége legfeljebb c-szerese egy tetszőleges offline algoritmushoz képest.

Move-to-front (MTF) algoritmus: A keresett elemet a lista legelejére visszük.

Transpose (T): A keresett elemet kicseréljük ki az előtte lévővel.

Frequence count (FC): Megkeresések számában csökkenő sorrendben legyen a lista.

Állítás

Az MTF algoritmus 2-versenyképes.

Állítás

Sem a T, sem az FC algoritmus nem versenyképes.

Állítás

Ha egy online algoritmus c-versenyképes, akkor $c \geq 2$.

Tartalomjegyzék

Probléma definiálása

Bemenet: $x_1, \ldots, x_n$ lista, $\sigma = (\sigma_1, \ldots, \sigma_m)$ kéréshalmaz, ahol $\sigma_i \in \{x_1, \ldots, x_n\} \times \{x_1, \ldots, x_n\}$

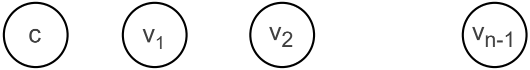
Műveletek:

- Lekérdez(x,y), költsége x és y közötti távolság.

Lista módosítása:

- Bármely két szomszédos elem felcserélése *1 költséggel*.

Példa



$$\sigma = ((c, v_1), (c, v_2), \ldots, (c, v_{n-1}))$$

Optimális megoldás: c csúcsot mindig eggyel hátrébb visszük.

Alsó és felső becslések

Tétel

$|\sigma| = \Omega(n^2)$ esetén

$$\max_\sigma \frac{cost(ON(\sigma))}{cost(OFF(\sigma))} \geq \Omega(\log n).$$

Másrészről létezik $\mathcal{O}(\log n)$-versenyképes algoritmus kellően hosszú sorozatokra.

Tartalomjegyzék

3 Splay fák

Mik a splay fák?

Self-adjusting bináris keresőfák

Műveletek: Keres(x), Beszúr(x), Töröl(x)

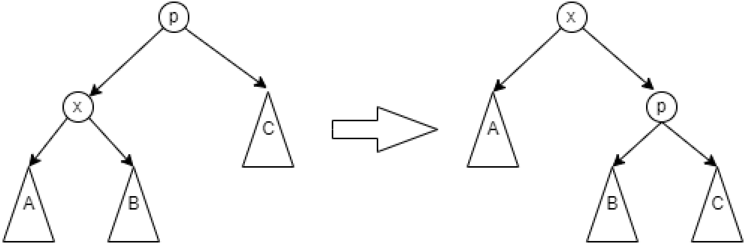
Keresett elemet felvisszük a gyökérbe (splayelés). Költség: forgatások száma

Tétel

Bármilyen m műveletből álló sorozatnak a splay fán a futási ideje $\mathcal{O}(m \log n)$, ahol n a csúcsok maximális száma valaha a fában.

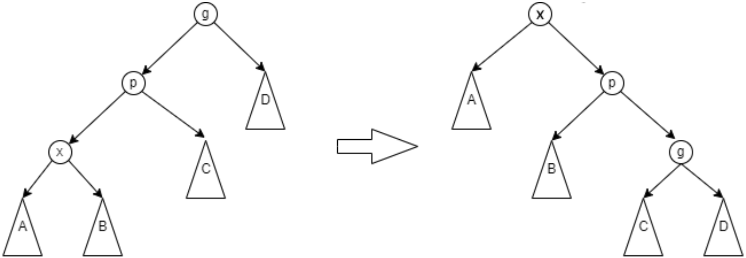
Cikk lépés

Tegyük fel, hogy p nem a gyökér. Ekkor forgassuk meg a fát az xp él mentén:



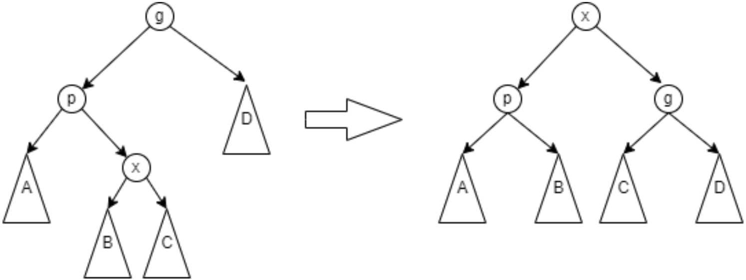
Cikk-cikk lépés

Tegyük fel, p a gyökér, továbbá x és p ugyanolyan oldalú gyerekek. Ekkor forgassuk meg a fát pg, majd xp él mentén:



Cikk-cakk lépés

Tegyük fel, hogy p nem a gyökér, továbbá x és p különböző oldalú gyerekek. Ekkor forgassuk meg a fát px, majd xg élek mentén:



Köszönöm a figyelmet!
Kérdések és válaszok