

# Rejtőzködő gráftulajdonságok végtelen gráfokon

Kocsis Anett

Témavezető: Elekes Márton

- Véges gráfok tulajdonságaira definiált fogalom
- Aanderaa–Karp–Rosenberg-sejtés: minden monoton gráftulajdonság rejtőzködő
- Csernák T., Soukup L.: Elusive properties of infinite graphs

- Véges gráfok tulajdonságaira definiált fogalom
- Aanderaa–Karp–Rosenberg-sejtés: minden monoton gráftulajdonság rejtőzködő
- Csernák T., Soukup L.: Elusive properties of infinite graphs

- Véges gráfok tulajdonságaira definiált fogalom
- Aanderaa–Karp–Rosenberg-sejtés: minden monoton gráftulajdonság rejtőzködő
- Csernák T., Soukup L.: Elusive properties of infinite graphs

# Definíció

- Rögzítünk egy  $P$  gráftulajdonságot ( $2^{[N]^2}$  egy részhalmaza)
- Kérdező és Rejtő játszanak egymás ellen
- Kérdező minden lépésben egy élet kérdez, Rejtő pedig eldönti hogy az adott gráf él vagy nem-él legyen a gráfban
- Kérdező pontosan akkor nyer, ha nem kérdezte le az összes élt, és el tudja dönteni hogy a gráf rendelkezik-e az adott tulajdonsággal
- $P$  rejtőzködő, ha Rejtőnek van nyerő stratégiája

# Definíció

- Rögzítünk egy  $P$  gráftulajdonságot ( $2^{[N]^2}$  egy részhalmaza)
- Kérdező és Rejtő játszanak egymás ellen
- Kérdező minden lépésben egy élet kérdez, Rejtő pedig eldönti hogy az adott gráf él vagy nem-él legyen a gráfban
- Kérdező pontosan akkor nyer, ha nem kérdezte le az összes élt, és el tudja dönteni hogy a gráf rendelkezik-e az adott tulajdonsággal
- $P$  rejtőzködő, ha Rejtőnek van nyerő stratégiája

# Definíció

- Rögzítünk egy  $P$  gráftulajdonságot ( $2^{[N]^2}$  egy részhalmaza)
- Kérdező és Rejtő játszanak egymás ellen
- Kérdező minden lépésben egy élet kérdez, Rejtő pedig eldönti hogy az adott gráf él vagy nem-él legyen a gráfban
- Kérdező pontosan akkor nyer, ha nem kérdezte le az összes élt, és el tudja dönteni hogy a gráf rendelkezik-e az adott tulajdonsággal
- $P$  rejtőzködő, ha Rejtőnek van nyerő stratégiája

# Definíció

- Rögzítünk egy  $P$  gráftulajdonságot ( $2^{[N]^2}$  egy részhalmaza)
- Kérdező és Rejtő játszanak egymás ellen
- Kérdező minden lépésben egy élet kérdez, Rejtő pedig eldönti hogy az adott gráf él vagy nem-él legyen a gráfban
- Kérdező pontosan akkor nyer, ha nem kérdezte le az összes élt, és el tudja dönteni hogy a gráf rendelkezik-e az adott tulajdonsággal
- $P$  rejtőzködő, ha Rejtőnek van nyerő stratégiája



## Tétel (Elekes, Kátay, K)

A következő játékok  $\omega$ -rejtőzködőek:

- $G$  összefüggő
- $G$  tartalmaz  $n$ -hosszú kört (rögzített  $n \in \mathbb{N}$  esetén)
- $G$ -ben van legalább  $d$ -ed fokú csúcs (rögzített  $d \in \mathbb{N}$ )
- $G$  páros gráf

## Tétel (Elekes, Kátay, K)

A következő játékok nem  $\omega$ -rejtőzködőek:

- $G$  tartalmaz  $n$  független élet (rögzített  $n \in \mathbb{N}$  esetén)
- $G$  nem tartalmaz izolált pontot

# Megjegyzések a fenti két tétellel kapcsolatban

- Megcáfolja az A-K-R-sejtést a végtelen verzióban
- Nem választja el a transzfinit és  $\omega$ -típusú játékokat

# Megjegyzések a fenti két tétellel kapcsolatban

- Megcáfolja az A-K-R-sejtést a végtelen verzióban
- Nem választja el a transzfinit és  $\omega$ -típusú játékokat

# Az $\omega$ -rejtőzködő és a rejtőzködő fogalmak elválasztása

Tétel (Elekes, Kátay, K)

*Van olyan  $P$  gráftulajdonság, amely  $\omega$ -rejtőzködő, de nem rejtőzködő.*

- Először nem izomorfia invariáns tulajdonságot találtunk
- Van-e Borel?

# Az $\omega$ -rejtőzködő és a rejtőzködő fogalmak elválasztása

Tétel (Elekes, Kátay, K)

*Van olyan  $P$  gráftulajdonság, amely  $\omega$ -rejtőzködő, de nem rejtőzködő.*

- Először nem izomorfia invariáns tulajdonságot találtunk
- Van-e Borel?

## Kérdés

*Van-e olyan  $P$  gráftulajdonság, amelyre senkinek sincs nyerő stratégiája a fenti játékban?*

- Sejtés: van, még izomorfia invariáns is
- Ha nincs, akkor milyen tulajdonság karakterizálja Kérdező nyerését?

## Kérdés

*Van-e olyan  $P$  gráftulajdonság, amelyre senkinek sincs nyerő stratégiája a fenti játékban?*

- Sejtés: van, még izomorfia invariáns is
- Ha nincs, akkor milyen tulajdonság karakterizálja Kérdező nyerését?

## Kérdés

*Van-e olyan  $P$  gráftulajdonság, amelyre senkinek sincs nyerő stratégiája a fenti játékban?*

- Sejtés: van, még izomorfia invariáns is
- Ha nincs, akkor milyen tulajdonság karakterizálja Kérdező nyerését?



# Nyitott kérdések

- Van-e olyan gráftulajdonság, amelyre a játék nem lesz eldöntött?
- Van-e olyan tulajdonság amely elválasztja a transzfinit és az  $\omega$ -típusú játékokat, és Borel?
- Cél: topológia segítségével valamely A-K-R-típusú sejtéshez hasonlókat megfogalmazni.

# Nyitott kérdések

- Van-e olyan gráftulajdonság, amelyre a játék nem lesz eldöntött?
- Van-e olyan tulajdonság amely elválasztja a transzfinit és az  $\omega$ -típusú játékokat, és Borel?
- Cél: topológia segítségével valamely A-K-R-típusú sejtéshez hasonló megfogalmazni.

# Nyitott kérdések

- Van-e olyan gráftulajdonság, amelyre a játék nem lesz eldöntött?
- Van-e olyan tulajdonság amely elválasztja a transzfinit és az  $\omega$ -típusú játékokat, és Borel?
- Cél: topológia segítségével valamely A-K-R-típusú sejtéshez hasonlóan megfogalmazni.

**Köszönöm a figyelmet!**