

1. Adott a síkon két pont. Csak a megengedett lépéseket használva szerkesszünk olyan négyzetet, amelynek az adott pontok csúcsai. Hány lépésre volt ehhez szükségünk?
2. Adott egy egység hosszúságú szakasz. Szerkesszünk  $\sqrt{5/3}$  hosszúságú szakaszt.
3. Adott egy egység hosszúságú szakasz. Szerkeszthető-e  $\sqrt[4]{3}$ , illetve  $\sqrt[5]{3}$  hosszúságú szakasz?
4. Adott egy egység hosszúságú szakasz és egy  $c$  hosszúságú szakasz. Szerkesszünk  $c^2$ , illetve  $c^3$  hosszúságú szakaszt.
5. Adott a síkon a két koordináta tengely, valamint a  $P(2; e^2)$  pont. Megszerkeszthető-e az  $y = e^x$  függvény grafikonjának  $P$  pontbeli érintője?
6. Számítsuk ki a  $(2, -1)$  középpontú, 5 sugarú kör és a  $(4, -3)$  középpontú, 3 sugarú kör metszéspontjainak koordinátáit.
7. Mutassuk meg, hogy  $3^\circ$ -os szöget lehet szerkeszteni,  $1^\circ$ -os szöget viszont nem.
8. Bizonyítsuk be, hogy az  $x^3 + x^2 - 2x - 1$  polinom irreducibilis  $\mathbb{Q}$  fölött, három különböző valós gyöke van, és azok közül pontosan egy pozitív.
9.
  - a) Tekintsünk egy olyan egyenlőszárú háromszöget, melynek szárai egységnyi hosszúak, alapjának hossza pedig az  $x^3 + x^2 - 2x - 1$  polinom pozitív gyökével egyezik meg. Igazoljuk, hogy a szárakhoz tartozó szögfelezők hossza egységnyi.
  - b) Létezik-e olyan szerkesztési eljárás, amellyel tetszőleges háromszög megszerkeszthető, ha adott két oldala és ezek egyikéhez tartozó szögfelezőjének hossza?
10. Adott egy általános trapéz (alapjainak hossza eltérő) és az egyik szárán egy pont. Egyetlen egyenes vonalzó segítségével szerkesszünk olyan egyenest, amelyik áthalad az adott ponton, és párhuzamos a trapéz alapjaival. Igazoljuk is az eljárás helyességét.
11. Adott a síkon egy végtelen négyzetrács, és azon kijelölve két pont. Megszerkeszthető-e egyetlen vonalzó segítségével a két pontot összekötő szakasz felező merőlegese?
12. Adott a síkon egy végtelen négyzetrács. Csak vonalzó segítségével szerkeszthető-e olyan négyzet, amelynek az oldala
  - a)  $\sqrt{2}$ ; b)  $\sqrt{3}$  hosszú?