

Szerkesztések 2.

1. Igazoljuk, hogy nem lehet a négyzetet 'körösíteni', vagyis nem létezik olyan szerkesztési eljárás, amellyel adott négyzettel egyenlő területű kör szerkeszthető.
2. Szerkeszthető-e szabályos 25-, 68-, illetve 168-szög?
3. Adjunk többféle bizonyítást arra, hogy 20° -os szöget nem lehet szerkeszteni.
4. Tudjuk, hogy szabályos 5- és 17-szög is szerkeszthető. Mutassuk meg, hogy szabályos 170-szöget is lehet szerkeszteni.
5.
 - a) Számítsuk ki pontosan $\cos 72^\circ$ értékét.
 - b) Igazoljuk a szabályos 5-szög szerkesztésére megadott eljárás helyességét.
6. Legyen $\varepsilon = \cos 72^\circ + i \sin 72^\circ$, $\alpha = \cos 72^\circ$.
 - a) Igazoljuk, hogy $\mathbb{Q}(\varepsilon) = \mathbb{Q}(\bar{\varepsilon}) = \mathbb{Q}(\varepsilon^2)$.
 - b) Igazoljuk, hogy $\alpha \in \mathbb{Q}(\varepsilon)$. Mennyi a $\mathbb{Q}(\varepsilon) : \mathbb{Q}(\alpha)$ testbővítés foka?
7. Adott a síkon egy végtelen négyzetrács. Mutassuk meg, hogy minden olyan pont, melynek koordinátái racionális számok, megszerkeszthető egyetlen (végtelen) egyenes vonalzó segítségével.
8.
 - a) Egy háromszög beírt körének sugara egységnyi. Fejezzük ki kétféleképpen is a háromszög területét az oldalainak segítségével.
 - b) Igazoljuk, hogy nem létezik olyan szerkesztési eljárás, amellyel tetszőleges egyenlő szárú háromszög megszerkeszthető, ha adott a szára és a beleírható kör sugara.
9. Igazoljuk, hogy nem létezik olyan szerkesztési eljárás, amellyel bármely adott szög ötödrésze megszerkeszthető.