Operációkutatási verseny, 2011

I. forduló

Beadási határidő: 2011.10.07., az előadás kezdete

1. A $D = (V, A)$ irányítot gráfban adott egy s gyökerű $F \subseteq A$ feszítőfenyő. Adjunk polinomiális algoritmust, mely eldönti, hogy F előállhat-e DFS-faként.
2. Legyen $G = (V, E)$ irányítatlan gráf. Adott a csúcsok részhalmazainak egy $\mathcal{F}$ rendszere. Tervezzünk polinomiális futásidejű algoritmust egy olyan feszítő fa keresésére, amely az $\mathcal{F}$ minden tagjába pontosan egyszer lép be.
3. A G irányítatlan gráfban $F, F' \subseteq E(G)$ feszítőfák. Tervezzünk olyan polinomiális algoritmust, ami ad egy $\varphi : F \to F'$ bijekciót, melyre $F - e + \varphi(e)$ feszítőfa minden $e \in F$-re.
4. Adott egy irányított gráf és két különböző s, t pontja. Adjunk polinomiális algoritmust annak eldöntésére, hogy minden st-út azonos hosszúságú-e.
5. Adott egy $D = (V, A)$ irányítot gráf és egy $c : A \to \mathbb{R}$ költségfüggvény. Tegyük fel, hogy pontosan egy olyan v pont létezik, melyre $\pi_c^n(v) \neq \pi_c^{n-1}(v)$. Igazoljuk, hogy minden, a $W_c^n(v)$ séta által tartalmazott körnek ugyanannyi az átlaga.

A feladatok megoldásában szabad használni ismert algoritmusokat, tételeket, vagy hivatkozni ilyenekre, de ekkor fel kell tüntetni a használt eredmény elérhetőségi helyét (pl. tavaly az ilyen-olyan előadáson szerepelt, VAGY a wikipédia ez-és-ez szócikkében olvasható, stb.) Általánosítások, kiterjesztések után többletpont jár.