Operációkutatási verseny, 1. forduló

1. Adott egy $D = (V, A)$ irányított gráf és két különböző s, t pontja. A maximális folyam algoritmus felhasználásával keressünk két diszjunkt $X, Y \subset V$ csúcshalmazt, melyekre $s \in X$, $t \in Y$ és a $\delta(X)+\delta(Y)$ értéke a lehető legkisebb. ($\delta(X)$ az X-ből kilépő élek számát jelenti.)

2. Egy irányított gráfot közel-Eulernek nevezünk, ha minden pont kifoka legfeljebb eggyel tér el a pont befokától. Adjunk polinomiális algoritmust, mely egy erősen összefüggő irányított gráf néhány élét megfordítja úgy, hogy a kapott gráf erősen összefüggő és közel-Euler legyen.

3. Adott egy irányított gráf és két különböző s, t pontja. Adjunk polinomiális algoritmust annak eldöntésére, hogy minden $s - t$ út azonos hosszúságú-e.

4. Adott az $\mathbb{R}^n$ tér két B_1, B_2 bázisa. Bizonyítsuk be, hogy létezik egy $\varphi : B_1 \to B_2$ bijekció, amire $B_1 - v + \varphi(v)$ bázis minden $v \in B_1$-re. Adjon példát arra, hogy φ nem választható olyannak, hogy $B_2 - \varphi(v) + v$ is bázis legyen minden $v \in B_1$-re.

5. Adott egy irányított gráf és két különböző s, t pontja. Bizonyítsuk be, hogy ha egy adott $s - t$ vágás minden előre éle benne van minimális vágásban előre élként, valamint minden hátra éle benne van minimális vágásban hátra élként, akkor ez egy minimális vágás.

Beadási határidő: 2006. október 6., az előadáson