

1. Minden n -re $|\mathbf{Z}_n| = n$ és $|D_n| = 2n$, ha $n > 2$. Néhány további 100 elemű csoport: (a) $\{(a, b) \mid a, b \in \mathbf{Z}_{10}\}$ és komponensenként adunk össze; (b) $\{(a, b) \mid a \in D_{10}, b \in \mathbf{Z}_5\}$ és komponensenként végezzük a műveletet. Ennek mintájára még sok (lényegesen) különböző (azaz nem-izomorf) 100 elemű csoportot gyárthatunk.
2. Először mindig azt kell megnézni, hogy a művelet jól van-e definiálva. Az asszociativitást akkor nem kell külön ellenőrizni, ha egy olyan struktúra részalmazásról van szó, amelyben ez a művelet asszociatív. A (c) résznél használjuk fel azt a középiskolai feladatoknál is hasznos trükköt, hogy minden elforgatás felírható két tengelyes tükrözés egymásutánjaként.
3. Keressünk minél több megfelelő egybevágósági transzformációt a síkon (tehát ami az adott alakzatot önmagába viszi) és utána igazoljuk, hogy ennél több nem is létezhet. Ezt általában úgy lehet belátni, hogy az egybevágóságot legtöbbször teljesen meghatározza már néhány alkalmas pontnak a képe. A szabályos tetraédernél nehéz az összes egybevágóságot explicite megtalálni, de próbáljuk egyszerű lépésekre lebontani, hogyan juthatunk el a csúcsok tetszőleges permutációjához.
4. Csak az inverz definíciójára van szükség.
- 5a Az egyik irány azonnal adódik, a másikonál használjuk fel, hogy csoportban egy egyenlőséget bármivel lehet balról, illetve jobbról megszorozni (lényeges, hogy melyik oldalról tesszük ezt), ez ráadásul mindig ekvivalens lépés.
- 5b Már a diédercsoportok között is könnyen találunk ilyen példát.
6. Legyen e_G , illetve e_H a G csoport, illetve a H részcsoporthoz egységeleme, alkalmazzuk a definíciót a H egy tetszőleges elemére, majd használjuk fel ennek az elemnek a G -beli inverzét (plusz az asszociativitást).
7. A triviális részcsoporthoz után adjuk meg az egy elem által generált részcsoporthoz (azaz azokat, amelyek egy adott elem összes egész(!) kitevős hatványaiból állnak). \mathbf{Z} -ben és \mathbf{Z}_{12} -ben mutassuk meg, hogy más típusú részcsoporthoz nincs is, ehhez gondoljuk meg, hogy a megtalált részcsoporthoz hogyan jellemezhetők a generátorelemek. D_6 -nál keressünk olyan részcsoporthoz, amelyek a 6 csúcsnak már alkalmas részalmazát is önmagába viszik át. (Megelőlegezhetjük azt a hamarosan bizonyításra kerülő tételt is, hogy véges csoportban minden részcsoporthoz elemszáma osztója a csoport elemszámának.) Az csillagos feladat, hogy D_6 -ban mindezekon kívül nincs több részcsoporthoz.
8. „Pszichológiai” alapon megtippelhető, mi a válasz (a)-ra és (b)-re. A skatulyaelv segítségével (b)-nél lássuk be, hogy minden elem alkalmas pozitív egész kitevős hatványa az egységelem. (Miért segít ez?)
9. Ha \mathbf{Z}_n elemeit maradékosztályoknak tekintjük, akkor \mathbf{Z}_n nem részalmazza \mathbf{Z} -nek. Ha pedig \mathbf{Z}_n -et a $0, 1, \dots, n - 1$ számokkal (maradékokkal) azonosítjuk, akkor gondoljuk meg, hogy pl. $n = 8$ -ra mi a $6 + 5$ összeg \mathbf{Z} -ben, illetve \mathbf{Z}_8 -ban.
10. (a) A szabályos n -szög egybevágóságait jellemezhetjük a csúcsok bizonyos permutációival és a művelet is "ugyanaz" (a kompozíció). (b) n elem összes permutációi között hogyan találjuk meg $n - 1$ elem összes permutációját?