

29. 7. fa.: Bontsuk szorzattá  $a^2 + b^2$ -et, és használjuk fel, hogy a 31 Gauss-prím. — 20. fa.: Hogyan látszik egy Gauss-egész normájából, hogy osztható  $1 + i$ -vel? — 22. fa.: Használjuk a Gauss-prímek listáját. — 25. fa.: A számok kanonikus alakjából hogyan határozható meg az lko-juk?
30. Hogyan néz ki egy osztó kanonikus alakja? Ne feledkezzünk meg az egységsszeresekről! Válasz: 756.
31. Érdemes először kiemelni a valós és képzetes rész lko-ját és azt felbontani. A megmaradt résznél a norma adja meg, hány felbonthatatlan szerepel a felbontásban és azoknak mennyi a normája. Egy ilyen norma esetén két Gauss-prím jön szóba, az egyiket ki kell próbálni, hogy valóban osztja-e a számot; ha nem, akkor a másik lesz a megfelelő Gauss-prím tényező. Az így kapott tényezők szorzata az eredeti szám egységsszerese, nem feltétlenül egyenlő magával a számmal.
32. A tagok sorrendjének cseréje és a számok előjele miatt általában hány megoldás lesz lényegében ugyanaz a megoldás? Milyen ritka speciális esetek jelentenek ezalól kivételt?
33. Felejtsünk el mindent a megoldhatóság és megoldásszám képletéről, az most nem segít. Rajzoljuk le inkább a Gauss-egészek rácsát a síkon és gondoljuk meg, mi  $r_1 + r_2 + \dots + r_n$  jelentése, majd vezessük le, hogy ez a szám jól közelíthető egy szép síkidom területével.
34. Elég az oszthatóságot a 60 prímszorzat tényezőire igazolni. (Miért?) Mutassuk meg, hogy mindegyik prímszorzat tényező osztója valamelyik oldalhossznak (több is lehet osztója ugyanannak). Ehhez használhatjuk akár az eredeti egyenletet, akár az összes megoldás háromparaméteres előállítását.
35. Itt is működik akár az eredeti egyenlet, akár a megoldások paraméteres előállítása. Két ilyen háromszög van.
36. Szorzattá bontva, a két tényező az  $n$  egy osztópárja. Milyen osztópárok esetén kapunk egész megoldást? Ha a megoldásszámnál a négyzetre emelt számok előjele is számít, akkor az osztópárok sorrendjét és a negatív osztókat is figyelembe kell venni.
37. Vezessünk be két ismeretlent és írjuk fel a feltételt diofantikus egyenletként (ez többféle módon is történhet). Az egyenletet hozzuk olyan alakra, amikor egy, az ismeretleneket is tartalmazó szorzat egy konkrét egész számmal egyenlő, ezért a tényezők annak a számnak az osztói. Az így adódó egyenletrendszereket már kényelmesen meg tudjuk oldani. Másik lehetőség: Lehet az égett és nem égett szeletek közötti közvetlen párosítással is dolgozni.
38. Egy megoldás rögtön látszik. Egyébként vezessük vissza a kérdést arra az esetre, amikor a három ismeretlen relatív prím, és mutassuk meg, hogy egy alkalmas modulus szerinti maradékokat nézve ellentmondásra jutunk.
39. Első (kicsit favágó) módszer: Írjuk fel, hogy az esetleges egyenlőségek milyen egyenleteket jelentenek, és mutassuk meg, hogy ezeknek nincs egész megoldása. Második módszer: Egyenlőség esetén legfeljebb mekkora prímszorzat lehetnek ennek a hat számnak? Mutassuk meg, hogy ez lehetetlen. Harmadik módszer: Egyenlőség esetén mit tudunk a hat szám szorzatáról? Ez a módszer működik 106 szám esetén is.