

49. A hamisakhoz egyszerű ellenpéldát általában alkalmas  $\mathbf{Z}_n$ -ek részgyűrűi szolgáltatnak.
50. A megadott gyűrűknél 0 vagy végtelen sok a válasz.
51. Használjuk fel, hogy igenlő válasz esetén a főideál generátoreleme csak az adott polinomok lanko-ja lehet.
52. A gyűrű egy olyan eleme, ahol az euklideszi függvény a legkisebb pozitív értékét veszi fel, minden elemnek, így önmagának is osztója, és a hányados lesz az egységelem.
53. (c) A norma segítségével keressünk egy  $\pm 1$ -től különböző egységet, majd vizsgáljuk ennek a hatványait. — (d) Euklideszi függvénynek megfelel a norma abszolút értéke. — (e) Kövessük értelemszerű módosításokkal a Gauss-egészeknél alkalmazott gondolatmenetet.
54. A  $-9 = 3(-3) = (1 + \sqrt{10})(1 - \sqrt{10})$  szorzatok tényezőiről a norma segítségével igazoljuk, hogy felbonthatatlanok és nem egységszeresei egymásnak.
55. Mindegyik esetben alkalmazzuk az alábbi módszerek valamelyikét: (i) alakítsuk át az egyenletet, hogy az egyik oldalon egy szorzat, a másik oldalon egy konkrét szám álljon, így a szorzat tényezői a szám komplementer osztói; (ii) az átírás után egy szorzat egy hatvánnyal legyen egyenlő, így ha a tényezők relatív prímek, akkor maguk is ugyanilyen kitevős hatványok egységszeresei; (iii) a megoldhatatlanság igazolására keressünk alkalmas modulust, amely szerinti maradékokra sem teljesül már az egyenlőség.