

- 56.** Melyik ideál lehet a mag?
- 57.** A hamisaknál ellenpéldákat általában  $\mathbf{Z}_m$  vagy a  $2 \times 2$ -es mátrixok részgyűrűinél találunk. (Vigyázat, a teljes  $2 \times 2$ -es mátrixgyűrűben csak triviális ideálok vannak, de a részgyűrűiben találunk nem-triviálisakat is.)
- 58.** A mod  $m$  maradékosztályokhoz hasonlóan jellemezzük az osztályokat polinomosztási maradékokkal. Másik lehetőség: alkalmazzuk a homomorfizmustételt.
- 59.** A homomorfizmus és a faktorgyűrű kapcsolata alapján ez lényegében ugyanaz a feladat, mint az 57., de persze attól függetlenül is vizsgálható.
- 60.** (a) Az összeadás asszociativitását és a disztributivitást legegyszerűbben Venn-diagramok felrajzolásával igazolhatjuk. — (c) Könnyű ellenpéldákat találni arra, hogy a három közül melyik kettő nem ilyen tulajdonságú (így legalább azt tudni fogjuk, hogy mit kell bizonyítani). — (g) Itt is érdemes rajzolni.
- 61.** A szorzásra vonatkozó művelettartás a  $c$ -re egy modulo 100 kongruenciát jelent, amelyet egy mod 25 és mod 4 szimultán kongruenciarendszerként érdemes megoldani.
- 62.** Alkalmazzuk a homomorfizmustételt.
- 63.** Használjuk a főideálok és az oszthatóság kapcsolatát.
- 64.** (b) Legyen a lánc első eleme pl.  $(\sqrt{2})$ , és válasszunk egytagú generátorokat a többi főideálhoz is.