

- 65.** Test: (a), (c), (d), (f), (h), (j).
- 66.** Keressünk egy természetes módon adódó homomorfizmust, amely minden valós együtthatós polinomnak megfeleltet egy komplex számot úgy, hogy minden komplex szám fellép képként és a mag éppen az $(x^2 + 1)$ ideál.
- 67.** Keressünk kapcsolatot a karakterisztikával.
- 68.** A válaszokat ki lehet találni. Az igaz állítás segít abban is, hogy milyen gyűrűk között keressünk ellenpéldát a hamisra. Az igaz állítás bizonyításánál kövessük azt a gondolatmenetet, amelyet az előadáson a testeknél alkalmaztunk.
- 69.** (b) A kommutativitás pontosan akkor teljesül, ha mindkét gyűrű kommutatív, az egységelemességnél hasonló a feltétel. A direkt összeg viszont nem lehet nullosztómentes, ha mindkét gyűrű legalább kételemű. — (c) Tekintsük azokat az elempárokat, ahol az első, illetve a második komponens 0. — (d) Hogyan lehet pl. könnyen olyan nem egységelemes gyűrűt konstruálni, amelynek egy részgyűrűje/faktorgyűrűje viszont egységelemes? — (e) A negatív válaszokhoz segít, hogy a (c)-beli ideáloknak mi a metszete, illetve (b3) is használható. A pozitív válaszokhoz azt kell megnézni, hogy a gyűrű elemei hogyan különíthetők el két olyan „részre”, amelyek „független” életet élnek a műveletek szempontjából.