Hónapok

Kellékek:

* 12 darab kártyalap. Mindegyik kártyalap előoldalára valamelyik (pontosan egy darab) hónap neve legyen felírva, és mindegyik hónap valamelyik (pontosan egy darab) kártyalapra legyen felírva. Mindegyik kártyalapnak ugyanolyan legyen a hátoldala
* számozott lapok, minden lapon az 1, 2, 3, 4, 6, 12 szám valamelyike szerepeljen (ezek a 12 osztói). Egy lapon csak egy szám szerepeljen, de egy szám több lapon is szerepelhet.

Előkészületek: A kártyacsomagot össze kell rakni úgy, hogy kártyalapokon a hónapok felülről lefelé haladva időrendi sorrendben kövessék egymást (január, február, március, április, május, június, július, augusztus, szeptember, október, november, december), és a kártyacsomagban a lapok felső oldala a hátlap legyen. A csomag összerakásáról a néző is tudhat.

Elnevezések, matematikai előkészületek:

**1-csomagos keverés**: A bűvész egyesével leszámolja a lapokat. Ekkor a lapok sorrendje megfordul.

Ez a keverés leírható a következő permutációval:

$ρ\_{1}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\12&11\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\10&9\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\8&7\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\6&5\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\4&3\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\2&1\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$.

A leírás felső sorában vannak a lapok sorszámai a kártyacsomagban felülről számolva, a leírásban sorszámok alatti számok azt mutatják, hogy az adott sorszámú lap hányadik helyre kerül a kártyacsomagban felülről számolva. Pl. felülről számolva az 5. kártya felülről számolva a 8. helyre kerül, mert az 5 alatt a 8 van a permutáció leírásában.

**2-csomagos keverés**: A bűvész a kártyacsomag felülről első lapját leteszi bal oldalra, a második lapot leteszi jobb oldalra, a harmadik lapot leteszi bal oldalra az elsőre letett lapra, a negyedik lapot leteszi jobb oldalra a másodjára letett lapra, az ötödik lapot leteszi bal oldalra a harmadjára letett lapra, a hatodik lapot leteszi jobb oldalra a negyedjére letett lapra stb. Így van két csomag, mind a két csomagban hat lap van. Ezután a bűvész a bal oldali csomagot ráteszi a jobb oldali csomagra.

Ez a keverés leírható a következő permutációval:

$ρ\_{2}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\6&12\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\5&11\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\4&10\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\3&9\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\2&8\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\1&7\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$.

A leírás felső sorában vannak a lapok sorszámai a kártyacsomagban felülről számolva, a leírásban sorszámok alatti számok azt mutatják, hogy az adott sorszámú lap hányadik helyre kerül a kártyacsomagban felülről számolva. Pl. felülről számolva a 7. kártya felülről számolva a 3. helyre kerül, mert a 7 alatt a 3 van a permutáció leírásában.

**3-csomagos keverés**: A bűvész a kártyacsomag felülről első lapját leteszi bal oldalra, a második lapot leteszi az elsőre letett lap mellé jobbra, a harmadik lapot leteszi a másodjára letett lap mellé jobbra. Ezután a bűvész a negyedik lapot ráteszi az elsőre letett lapra, az ötödik lapot ráteszi a másodjára letett lapra, a hatodik lapot ráteszi a harmadjára letett lapra. Ezután a bűvész a hetedik lapot ráteszi a negyedjére letett lapra, a nyolcadik lapot ráteszi az ötödjére letett lapra, a kilencedik lapot ráteszi a hatodjára letett lapra. Ezután a bűvész a tizedik lapot ráteszi a hetedjére letett lapra, a tizenegyedik lapot ráteszi a nyolcadjára letett lapra, a tizenkettedik lapot ráteszi a kilencedjére letett lapra. Így most van három csomag, mindegyik csomagban négy lap van. Ezután a bűvész balról jobbra haladva összeszedi a kis csomagokat, mégpedig úgy, hogy először az első csomagot ráteszi a második csomagra, majd az így keletkezett csomagot ráteszi a harmadik csomagra.

Ez a keverés leírható a következő permutációval:

$ρ\_{3}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\4&8\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\12&3\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\7&11\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\2&6\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\10&1\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\5&9\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$.

A leírás felső sorában vannak a lapok sorszámai a kártyacsomagban felülről számolva, a leírásban sorszámok alatti számok azt mutatják, hogy az adott sorszámú lap hányadik helyre kerül a kártyacsomagban felülről számolva. Pl. felülről számolva a 11. kártya felülről számolva az 5. helyre kerül, mert a 11 alatt az 5 van a permutáció leírásában.

**4-csomagos keverés**: A bűvész a kártyacsomag felülről az első lapját leteszi bal oldalra, a második lapot leteszi az elsőre letett lap mellé jobbra, a harmadik lapot leteszi a másodjára letett lap mellé jobbra, a negyedik lapot leteszi a harmadjára letett lap mellé jobbra. Ezután a bűvész az ötödik lapot ráteszi az elsőre letett lapra, a hatodik lapot ráteszi a másodjára letett lapra, a hetedik lapot ráteszi a harmadjára letett lapra, a nyolcadik lapot ráteszi a negyedjére letett lapra. Ezután a bűvész a kilencedik lapot ráteszi az ötödjére letett lapra, a tizedik lapot ráteszi a hatodjára letett lapra, a tizenegyedik lapot ráteszi a hetedjére letett lapra, végül a tizenkettedik lapot ráteszi a nyolcadjára letett lapra. Így most van négy csomag, mindegyik csomagban három lap van. Ezután a bűvész balról jobbra haladva összeszedi a kis csomagokat, mégpedig úgy, hogy először az első csomagot ráteszi a második csomagra, majd az így keletkezett csomagot ráteszi a harmadik csomagra, majd az az így keletkezett csomagot ráteszi a negyedik csomagra.

Ez a keverés leírható a következő permutációval:

$ρ\_{4}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\3&6\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\9&12\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\2&5\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\8&11\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\1&4\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\7&10\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$.

A leírás felső sorában vannak a lapok sorszámai a kártyacsomagban felülről számolva, a leírásban sorszámok alatti számok azt mutatják, hogy az adott sorszámú lap hányadik helyre kerül a kártyacsomagban felülről számolva. Pl. felülről számolva a 11. kártya felülről számolva a 7. helyre kerül, mert a 11 alatt a 7 van a permutáció leírásában.

**5-csomagos keverés**: A bűvész a kártyacsomagot öt darab csomagra osztja: a bűvész letesz egy lapot, a most letett lap mellé jobbra leteszi a következő (násodik) lapot, a most letett lap mellé jobbra leteszi a következő (harmadik) lapot, a most letett lap mellé jobbra leteszi a következő (negyedik) lapot, a most letett lap mellé jobbra leteszi a következő (ötödik) lapot. Az ötödik lap után a bűvész a hatodik lapot ráteszi az elsőre letett lapra, a hetedik lapot ráteszi a másodjára letett lapra, a nyolcadik lapot ráteszi a harmadjára letett lapra, a kilencedik lapot ráteszi a negyedjére letett lapra, a tizedik lapot ráteszi az ötödjére letett lapra. A tizedik lap után a bűvész a tizenegyedik lapot ráteszi a hatodjára letett lapra, végül a tizenkettedik lapot ráteszi a hetedjére letett lapra, Tehát most van öt darab kisebb csomag, balról jobbra haladva az első két kis csomagban három darab lap van, a következő három kis csomagban két darab lap van. Ezután a bűvész balról jobbra haladva összeszedi a kis csomagokat, mégpedig úgy, hogy először az első csomagot ráteszi a második csomagra, majd az így keletkezett csomagot ráteszi a harmadik csomagra, majd az így keletkezett csomagot ráteszi a negyedik csomagra, végül majd az így keletkezett csomagot ráteszi az ötödik csomagra.

Ez a keverés leírható a következő permutációval:

$ρ\_{5}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\3&6\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\8&10\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\12&2\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\5&7\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\9&11\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\1&4\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$.

**6-csomagos keverés**: A bűvész a kártyacsomagot hat darab csomagra osztja: a bűvész letesz egy lapot, a most letett lap mellé jobbra leteszi a következő (második) lapot, a most letett lap mellé jobbra leteszi a következő (harmadik) lapot, a most letett lap mellé jobbra leteszi a következő (negyedik) lapot, a most letett lap mellé jobbra leteszi a következő (ötödik) lapot, a most letett lap mellé jobbra leteszi a következő (hatodik) lapot. A hatodik lap után a bűvész a következő (hetedik) lapot ráteszi az elsőre letett lapra, a következő (nyolcadik) lapot ráteszi a másodjára letett lapra, a következő (kilencedik) lapot ráteszi a harmadjára letett lapra, a következő (tizedik) lapot ráteszi a negyedjére letett lapra, a következő (tizenegyedik) lapot ráteszi az ötödjére letett lapra, végül a következő (tizenkettedik) lapot ráteszi a hatodjára letett lapra. Tehát most van hat darab kisebb csomag, mindegyik csomagban két darab lap van. Ezután a bűvész balról jobbra haladva összeszedi a kis csomagokat, mégpedig úgy, hogy először az első csomagot ráteszi a második csomagra, majd az így keletkezett csomagot ráteszi a harmadik csomagra, majd az így keletkezett csomagot ráteszi a negyedik csomagra stb.

Ez a keverés leírható a következő permutációval:

$ρ\_{6}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\2&4\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\6&8\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\10&12\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\1&3\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\5&7\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\9&11\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$.

**7-csomagos keverés**: A bűvész a kártyacsomagot hét darab csomagra osztja: a bűvész letesz egy lapot, a most letett lap mellé jobbra leteszi a következő (második) lapot, a most letett lap mellé jobbra leteszi a következő (harmadik)lapot stb. A hetedik lap után a bűvész a következő (nyolcadik) lapot ráteszi az elsőre letett lapra, a következő (kilencedik) lapot ráteszi a másodjára letett lapra, a következő (tizedik) lapot ráteszi a harmadjára letett lapra, a következő (tizenegyedik) lapot ráteszi a negyedjére letett lapra, végül a következő (tizenkettedik) lapot ráteszi az ötödjére letett lapra. Tehát most van hét darab kisebb csomag, balról jobbra haladva az első öt kis csomagban két darab lap van, a következő két kis csomagban egy darab lap van. Ezután a bűvész balról jobbra haladva összeszedi a kis csomagokat, mégpedig úgy, hogy először az első csomagot ráteszi a második csomagra, majd az így keletkezett csomagot ráteszi a harmadik csomagra, majd az így keletkezett csomagot ráteszi a negyedik csomagra stb.

Ez a keverés leírható a következő permutációval:

$ρ\_{7}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\2&4\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\6&8\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\10&11\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\12&1\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\3&5\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\7&9\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$.

**8-csomagos keverés**: A bűvész a kártyacsomagot nyolc darab csomagra osztja: a bűvész letesz egy lapot, a most letett lap mellé jobbra leteszi a következő (második) lapot, a most letett lap mellé jobbra leteszi a következő (harmadik)lapot stb. A nyolcadik lap után a bűvész a következő (kilencedik) lapot ráteszi az elsőre letett lapra, a következő (tizedik) lapot ráteszi a másodjára letett lapra, a következő (tizenegyedik) lapot ráteszi a harmadjára letett lapra, végül a következő (tizenkettedik) lapot ráteszi a negyedjére letett lapra. Tehát most van nyolc darab kisebb csomag, balról jobbra haladva az első négy kis csomagban két darab lap van, a következő négy kis csomagban egy darab lap van. Ezután a bűvész balról jobbra haladva összeszedi a kis csomagokat, mégpedig úgy, hogy először az első csomagot ráteszi a második csomagra, majd az így keletkezett csomagot ráteszi a harmadik csomagra, majd az így keletkezett csomagot ráteszi a negyedik csomagra stb.

Ez a keverés leírható a következő permutációval:

$ρ\_{8}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\2&4\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\6&8\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\9&10\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\11&12\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\1&3\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\5&7\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$.

**9-csomagos keverés**: A bűvész a kártyacsomagot kilenc darab csomagra osztja: a bűvész letesz egy lapot, a most letett lap mellé jobbra leteszi a következő (második) lapot, a most letett lap mellé jobbra leteszi a következő (harmadik)lapot stb. A kilencedik lap után a bűvész a következő (tizedik) lapot ráteszi az elsőre letett lapra, a következő (tizenegyedik) lapot ráteszi a másodjára letett lapra, végül a következő (tizenkettedik) lapot ráteszi a harmadjára letett lapra. Tehát most van kilenc darab kisebb csomag, balról jobbra haladva az első három kis csomagban két darab lap van, a következő hat kis csomagban egy darab lap van. Ezután a bűvész balról jobbra haladva összeszedi a kis csomagokat, mégpedig úgy, hogy először az első csomagot ráteszi a második csomagra, majd az így keletkezett csomagot ráteszi a harmadik csomagra, majd az így keletkezett csomagot ráteszi a negyedik csomagra stb.

Ez a keverés leírható a következő permutációval:

$ρ\_{9}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\2&4\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\6&7\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\8&9\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\10&11\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\12&1\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\3&5\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$.

**10-csomagos keverés**: A bűvész a kártyacsomagot tíz darab csomagra osztja: a bűvész letesz egy lapot, a most letett lap mellé jobbra leteszi a következő (második) lapot, a most letett lap mellé jobbra leteszi a következő (harmadik)lapot stb. A tizedik lap után a bűvész a következő (tizenegyedik) lapot ráteszi az elsőre letett lapra, végül a következő (tizenkettedik) lapot ráteszi a másodjára letett lapra. Tehát most van tíz darab kisebb csomag, balról jobbra haladva az első két kis csomagban két darab lap van, a következő nyolc kis csomagban egy darab lap van. Ezután a bűvész balról jobbra haladva összeszedi a kis csomagokat, mégpedig úgy, hogy először az első csomagot ráteszi a második csomagra, majd az így keletkezett csomagot ráteszi a harmadik csomagra, majd az így keletkezett csomagot ráteszi a negyedik csomagra stb.

Ez a keverés leírható a következő permutációval:

$ρ\_{10}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\2&4\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\5&6\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\7&8\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\9&10\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\11&12\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\1&3\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$.

**11-csomagos keverés**: A bűvész a kártyacsomagot tizenegy darab csomagra osztja: a bűvész letesz egy lapot, a most letett lap mellé jobbra leteszi a következő (második) lapot, a most letett lap mellé jobbra leteszi a következő (harmadik) lapot stb. A tizenegyedik lap után a bűvész a következő (tizenkettedik) lapot ráteszi az elsőre letett lapra. Tehát most van tizenegy darab kisebb csomag, balról jobbra haladva az első kis csomagban két darab lap van, a következő tíz kis csomagban egy darab lap van. Ezután a bűvész balról jobbra haladva összeszedi a kis csomagokat, mégpedig úgy, hogy először az első csomagot ráteszi a második csomagra, majd az így keletkezett csomagot ráteszi a harmadik csomagra, majd az így keletkezett csomagot ráteszi a negyedik csomagra stb.

Ez a keverés leírható a következő permutációval:

$ρ\_{11}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\2&3\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\4&5\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\6&7\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\8&9\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\10&11\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\12&1\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$.

Ez olyan keverés, amely a kártyacsomag legalsó lapját a csomag tetejére viszi, a többi lap egymáshoz viszonyított sorrendjét nem változtatja meg.

**12-csomagos keverés**: A bűvész a kártyacsomagot tizenkét darab csomagra osztja: a bűvész letesz egy lapot, a most letett lap mellé jobbra leteszi a következő (második) lapot, a most letett lap mellé jobbra leteszi a következő (harmadik)lapot stb. Tehát most van tizenkét darab kisebb csomag, mindegyik kis csomagban egy darab lap van. Ezután a bűvész balról jobbra haladva összeszedi a kis csomagokat, mégpedig úgy, hogy először az első csomagot ráteszi a második csomagra, majd az így keletkezett csomagot ráteszi a harmadik csomagra, majd az így keletkezett csomagot ráteszi a negyedik csomagra stb. Igazából ez a keverés nem változtat a lapok sorrendjén.

Ez a keverés leírható a következő permutációval:

$ρ\_{12}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\1&2\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\3&4\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\5&6\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\7&8\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\9&10\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\11&12\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$.

*MŰVELETEK*: Két keverés egymásutánja egyenlő azzal a keveréssel, amelynek megfelelő permutáció egyenlő a két keverésnek megfelelő permutáció szorzatával.

Például: Először 2-csomagos keveréssel, majd 3 csomagos keveréssel összekeverve a 12 lapos csomagot:

$ρ\_{2}ρ\_{3}$=

=$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\6&12\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\5&11\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\4&10\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\3&9\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\2&8\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\1&7\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$\*$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\4&8\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\12&3\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\7&11\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\2&6\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\10&1\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\5&9\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\11&9\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\7&5\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\3&1\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\12&10\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\8&6\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\4&2\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$

Vagyis először elvégezve a 2-csomagos keverést, utána elvégezve a 3-csomagos keverést, a keverés után az 1. lap a 11. helyre kerül, a 2. lap a 9. helyre kerül, a 3. lap a 7. helyre kerül stb.

Például: Először 6-csomagos keveréssel, majd 4 csomagos keveréssel összekeverve a 12 lapos csomagot:

$ρ\_{6}ρ\_{4}$=

=$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\2&4\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\6&8\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\10&12\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\1&3\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\5&7\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\9&11\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$\*$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\3&6\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\9&12\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\2&5\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\8&11\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\1&4\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\7&10\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\6&12\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\5&11\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\4&10\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\3&9\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\2&8\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\1&7\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$

Vagyis először elvégezve a 6-csomagos keverést, utána elvégezve a 4-csomagos keverést, a keverés után az 1. lap a 6. helyre kerül, a 2. lap a 12. helyre kerül, a 3. lap az 5. helyre kerül stb.

előadás:

A bűvész összerakja a kártyacsomagot úgy, hogy a csomagban a hónapok felülről lefelé időrendi sorrendben legyenek. Ezután a bűvész összekeveri a kártyacsomagot először a 8-csomagos keverést alkalmazva, utána a 9-csomagos keverést alkalmazva. A bűvész megmutatja a nézőnek a lapok sorrendjét a nézőnek, és felírja egy papírra a lapok sorrendjét. Ezután a bűvész megint összerakja a kártyacsomagot úgy, hogy a csomagban a hónapok felülről lefelé időrendi sorrendben legyenek. Ezután a bűvész összekeveri a kártyacsomagot először a 9-csomagos keverést alkalmazva, utána a 8-csomagos keverést alkalmazva. A bűvész megmutatja a nézőnek a lapok sorrendjét a nézőnek, és felírja megint az előbbi papírra a lapok sorrendjét. A bűvész felhívja a néző figyelmét, hogy a két sorrend nem ugyanaz, azaz ha kétfajta keveréssel kell összekeverni a kártyacsomagot, nem mindegy, hogy a kétfajta keverés milyen sorrendben történik.

Ezután a bűvész odaad a nézőnek az 1, 2, 3, 4, 6, 12 számokkal megszámozott lapok közül valamennyit, és a papírra felírja a hónapokat valamilyen sorrendben, mint egy jóslatot. A bűvész odaadja a kártyacsomagot a nézőnek, a csomagban a hónapok felülről lefelé időrendi sorrendben vannak. A bűvész elmagyarázza a nézőnek, hogy ha egy papírra például a 4-es van felírva, az azt jelenti, hogy a kártyacsomagot 4-csomagos keveréssel kell összekeverni, és ha egy papírra például a 6-os van felírva, az azt jelenti, hogy a kártyacsomagot 6-csomagos keveréssel kell összekeverni. A néző feladata az, hogy a számozott papírokat tetszés szerinti sorrendbe tegye, majd a papírok sorrendjének megfelelően alkalmazza a kártyacsomagon a papírokra írt számok keveréseket egymás után. Például, ha a papírok sorrendje, azaz a papírokra írt számok sorrendje:3, 2, 4, 4, 6, akkor a nézőnek a kártyacsomagot a 3-csomagos keveréssel kell összekeverni, majd az így összekevert csomagot a 2-csomagos keveréssel kell összekeverni, majd az így összekevert csomagot a 4-csomagos keveréssel kell összekeverni, majd az így összekevert csomagot a 4-csomagos keveréssel kell összekeverni, végül az így összekevert csomagot a 6-csomagos keveréssel kell összekeverni. A bűvész felhívja a néző figyelmét, hogy a mutatvány elején az volt a tapasztalat, hogy a kártyacsomagot különböző keverésekkel összekeverve, az összekevert lapok sorrendje függ a keverések sorrendjétől. A néző elvégzi a keveréseket az általa meghatározott sorrendben, majd megnézi az összekevert lapok sorrendjét, és meglepődéssel tapasztalja, hogy az összekevert lapokon levő hónapok sorrendje megegyezik a papírra írt sorrenddel.

Magyarázat: Általában egy kártyacsomagon elvégezve különböző keveréseket, az összekevert kártyacsomagban a lapok sorrendje függ a keverések sorrendjétől. Másképpen megfogalmazva: a permutációk között a permutációk szorzása (egymás utáni alkalmazása) nem kommutatív. De most a 12 lapos kártyacsomagon alkalmazva az 1-csomagos keverést, a 2-csomagos keverést, a 3-csomagos keverést, a 4-csomagos keverést, a 6-csomagos keverést, a 12-csomagos keverést, az összekevert csomagban a lapok sorrendje nem függ a keverések sorrendjétől. (Az 1, 2, 3, 4, 6, 12 számok a 12 osztói.) Azaz a 12 elemű halmazon alkalmazva a $ρ\_{1}$, $ρ\_{2}$,$ ρ\_{3}$, $ρ\_{4}$, $ρ\_{6}$, $ρ\_{12}$ permutációkat, a permutációk szorzása (egymás utáni alkalmazása) most kommutatív. Ez számolással igazolható. Ezt figyelembe véve elég csak azt tudni a bűvésznek, hogy a néző milyen számozott lapokat fog kapni (ezt gyakorlatilag a bűvész határozza meg), mert a 12 lapos kártyacsomagban az összekevert lapok sorrendje csak a felhasznált keverésektől, azaz csak a felhasznált számozott lapoktól függ, de azok sorrendjétől már nem. Tehát a bűvész a nézőnek adott számozott lapok ismeretében tudhatja a lapok sorrendjét, amelyet jóslatként felír a papírra.

Például, ha a papírokon valamilyen sorrendbe a 2, 3, 4, 4, 6 számok szerepelnek, akkor, mindegy milyen sorrendben kell alkalmazni a lapokra felírt számoknak megfelelő keveréseket. Egy 2-csomagos keverés és egy 6-csomagos keverés egymásutánja csak a lapok sorrendjét fordítja meg, és ugyanezt teszi egy 3-csomagos keverés és egy 4-csomagos keverés egymásutánja is. (Ez kevés számolással könnyen igazolható.) Tehát egy 2-csomagos keverés és egy 6-csomagos keverés, egy 3-csomagos keverés és egy 4-csomagos keverés egymásutánja kétszer fordítja meg az összerakott csomagban a lapok sorrendjét, azaz nem csinál semmit. Még marad egy 4-csomagos keverés, ami végül is megváltoztatja az összerakott csomagban a lapok sorrendjét. Tehát, ha a papírokon valamilyen sorrendbe a 2, 3, 4, 4, 6 számok szerepelnek, akkor valamilyen sorrendben kell alkalmazni a lapokra felírt számoknak megfelelő keveréseket olyan, mintha csak egy 4-csomagos keverés történt volna, és a bűvész a 4-csomagos keverés utáni sorrendet írja fel ebben az esetben jóslatként.

A mutatvány módosítható 52 lapos francia kártyacsomagra és 32 lapos magyar kártyacsomagra is, de akkor a különböző keverések időben sokáig tartanak, és könnyebben előfordulhat hibás keverés. A 12 lapos kártyacsomaggal elvégezve a különböző keveréseket, a keverések időben nem tartanak sokáig.

***Megjegyzések: (a matematikában járatos olvasóknak)***

Érdemes felírni mindegyik permutációnak a ciklusszerkezetét:

$ρ\_{1}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\12&11\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\10&9\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\8&7\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\6&5\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\4&3\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\2&1\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}1&12\\12&1\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}2&11\\11&2\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}3&10\\10&3\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}4&9\\19&4\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}5&8\\8&5\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}6&7\\7&6\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}1&12\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}2&11\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}3&10\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}4&9\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}5&8\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}6&7\end{matrix}\right)$

$ρ\_{2}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\6&12\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\5&11\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\4&10\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\3&9\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\2&8\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\1&7\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&6\\6&10\end{matrix}&\begin{matrix}10&8\\8&9\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&2\\2&12\end{matrix}&\begin{matrix}12&7\\7&3\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}3&5\\5&4\end{matrix}&\begin{matrix}4&11\\11&1\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&6\end{matrix}&\begin{matrix}10&8\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&2\end{matrix}&\begin{matrix}12&7\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}3&5\end{matrix}&\begin{matrix}4&11\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$

$ρ\_{3}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\4&8\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\12&3\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\7&11\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\2&6\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\10&1\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\5&9\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}1&4\\4&3\end{matrix}&\begin{matrix}3&12\\12&9\end{matrix}&\begin{matrix}9&10\\10&1\end{matrix}\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}\begin{matrix}2&8\\8&6\end{matrix}&\begin{matrix}6&11\\11&5\end{matrix}&\begin{matrix}5&7\\7&2\end{matrix}\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}1&4\end{matrix}&\begin{matrix}3&12\end{matrix}&\begin{matrix}9&10\end{matrix}\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}\begin{matrix}2&8\end{matrix}&\begin{matrix}6&11\end{matrix}&\begin{matrix}5&7\end{matrix}\end{matrix}\right)$

$ρ\_{4}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\3&6\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\9&12\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\2&5\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\8&11\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\1&4\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\7&10\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}1&3&9\\3&9&1\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}2&6&5\\6&5&2\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}4&12&10\\12&10&4\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}7&8&11\\8&11&7\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}1&3&9\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}2&6&5\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}4&12&10\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}7&8&11\end{matrix}\right)$

$ρ\_{5}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\3&6\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\8&10\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\12&2\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\5&7\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\9&11\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\1&4\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}1&3&8\\3&8&7\end{matrix}&\begin{matrix}7&5&12\\5&12&4\end{matrix}&\begin{matrix}4&10&11\\10&11&1\end{matrix}\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}2&6\\6&2\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}9\\9\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}1&3&8\end{matrix}&\begin{matrix}7&5&12\end{matrix}&\begin{matrix}4&10&11\end{matrix}\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}2&6\end{matrix}\right)\left(9\right)$

$ρ\_{6}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\2&4\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\6&8\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\10&12\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\1&3\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\5&7\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\9&11\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\2&4\end{matrix}&\begin{matrix}4&8\\8&3\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}3&6\\6&12\end{matrix}&\begin{matrix}12&11\\11&9\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&5\\5&10\end{matrix}&\begin{matrix}10&7\\7&1\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\end{matrix}&\begin{matrix}4&8\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}3&6\end{matrix}&\begin{matrix}12&11\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&5\end{matrix}&\begin{matrix}10&7\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$

$ρ\_{7}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\2&4\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\6&8\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\10&11\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\12&1\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\3&5\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\7&9\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}3&6\\6&11\end{matrix}&\begin{matrix}11&7\\7&12\end{matrix}&\begin{matrix}12&9\\9&3\end{matrix}\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\2&4\end{matrix}&\begin{matrix}4&8\\8&1\end{matrix}\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}5&10\\10&5\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}3&6\end{matrix}&\begin{matrix}11&7\end{matrix}&\begin{matrix}12&9\end{matrix}\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\end{matrix}&\begin{matrix}4&8\end{matrix}\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}5&10\end{matrix}\right)$

$ρ\_{8}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\2&4\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\6&8\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\9&10\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\11&12\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\1&3\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\5&7\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}1&2&4\\2&4&8\end{matrix}&\begin{matrix}8&12&7\\12&7&11\end{matrix}&\begin{matrix}11&5&9\\5&9&1\end{matrix}\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}3&6&10\\6&10&3\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}1&2&4\end{matrix}&\begin{matrix}8&12&7\end{matrix}&\begin{matrix}11&5&9\end{matrix}\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}3&6&10\end{matrix}\right)$

$ρ\_{9}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\2&4\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\6&7\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\8&9\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\10&11\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\12&1\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\3&5\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}3&6&9\\6&9&12\end{matrix}&\begin{matrix}12&5&8\\5&8&11\end{matrix}&\begin{matrix}11\\3\end{matrix}\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}\begin{matrix}1&2&4\\2&4&7\end{matrix}&\begin{matrix}7\\10\end{matrix}&\begin{matrix}10\\1\end{matrix}\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}3&6\end{matrix}&\begin{matrix}9&12\end{matrix}&\begin{matrix}5&8&11\end{matrix}\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}\begin{matrix}1&2&4\end{matrix}&\begin{matrix}7&10\end{matrix}\end{matrix}\right)$

$ρ\_{10}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\2&4\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\5&6\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\7&8\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\9&10\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\11&12\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\1&3\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\2&4\end{matrix}&\begin{matrix}4&6\\6&8\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}8&10\\10&12\end{matrix}&\begin{matrix}12&3\\3&5\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&7\\7&9\end{matrix}&\begin{matrix}9&11\\11&1\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)=$

=$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\end{matrix}&\begin{matrix}4&6\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}8&10\end{matrix}&\begin{matrix}12&3\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&7\end{matrix}&\begin{matrix}9&11\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$

$ρ\_{11}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\2&3\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\4&5\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\6&7\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\8&9\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\10&11\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\12&1\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$

$ρ\_{12}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}\begin{matrix}1&2\\1&2\end{matrix}&\begin{matrix}3&4\\3&4\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}5&6\\5&6\end{matrix}&\begin{matrix}7&8\\7&8\end{matrix}\end{matrix}&\begin{matrix}\begin{matrix}9&10\\9&10\end{matrix}&\begin{matrix}11&12\\11&12\end{matrix}\end{matrix}\end{matrix}\right)$=

=$\left(\begin{matrix}1\\1\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}2\\2\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}3\\3\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}4\\4\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}5\\5\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}6\\6\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}7\\7\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}8\\8\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}9\\9\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}10\\10\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}11\\11\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}12\\12\end{matrix}\right)$=

=$\left(1\right)\left(2\right)\left(3\right)\left(4\right)\left(5\right)\left(6\right)\left(7\right)\left(8\right)\left(9\right)\left(10\right)\left(11\right)\left(12\right)$

Itt ciklusok egysoros írásmódja is alkalmazva lett. Az egysoros írásmód során a zárójelben írt elemek sorrendje lényeges, hiszen minden elem a következő elem helyére megy, kivéve az utolsó elemet, mert az az első elem helyére megy. Amennyiben csak egy elem van a zárójelben, az az elem a helyén marad. Amennyiben két elem van a zárójelben, az a két elem helyet cserél, az ilyen ciklus neve transzpozíció.

Példaként megnézve az 5-csomagos keverést leíró $ρ\_{5}$ permutációt alkotó ciklusok egysoros írásmódjának jelentését:

$ρ\_{5}=\left(\begin{matrix}\begin{matrix}1&3&8\end{matrix}&\begin{matrix}7&5&12\end{matrix}&\begin{matrix}4&10&11\end{matrix}\end{matrix}\right)\left(\begin{matrix}2&6\end{matrix}\right)\left(9\right)$.

Ez azt jelenti, hogy:

* az 1. elem a 3. helyére kerül, azaz a kártyacsomagban a keverés előtti 1. kártya (kártyacsomag legfelső lapja) a keverés után 3. kártya lesz.
* a 3. elem a 8. helyére kerül, azaz a kártyacsomagban a keverés előtti 3. kártya a keverés után 8. kártya lesz.
* a 8. elem a 7. helyére kerül, azaz a kártyacsomagban a keverés előtti 8. kártya a keverés után 7. kártya lesz.
* a 7. elem az 5. helyére kerül, azaz a kártyacsomagban a keverés előtti 7. kártya a keverés után 5. kártya lesz.
* az 5. elem a 12. helyére kerül, azaz a kártyacsomagban a keverés előtti 5. kártya a keverés után 12. kártya lesz, azaz a kártyacsomag aljára kerül.
* a 12. elem a 4. helyére kerül, azaz a kártyacsomagban a keverés előtti 12. kártya a keverés után 4. kártya lesz.
* a 4. elem a 10. helyére kerül, azaz a kártyacsomagban a keverés előtti 4. kártya a keverés után 10. kártya lesz.
* a 10. elem a 11. helyére kerül, azaz a kártyacsomagban a keverés előtti 10. kártya a keverés után 11. kártya lesz.
* a 11. elem az 1. helyére kerül, azaz a kártyacsomagban a keverés előtti 11. kártya a keverés után 1. kártya lesz, azaz a kártyacsomag tetejére kerül.
* a keverés során a 2. kártya és a 6. kártya helyet cserél.
* a keverés során a 9. kártya a helyén marad.

Ezen felírások alapján észrevehető, hogy például:

* az 5-csomagos keverésnél felülről számolva a 9. lap a helyén marad.
* a 2-csomagos keverésnél a $ρ\_{2}$ permutáció egy teljes 12 hosszú ciklus. A ciklikus felírásokból könnyen látható, hogy a $ρ\_{2}$ permutáció segítségével a $ρ\_{1}$, $ρ\_{3}$, $ρ\_{4}$, $ρ\_{6}$, $ρ\_{12}$ permutációk előállíthatóak a következőképpen: $ρ\_{1}=ρ\_{2}^{6}$, $ρ\_{3}=ρ\_{2}^{10}$, $ρ\_{4}=ρ\_{2}^{8}$, $ρ\_{6}=ρ\_{2}^{5}$, $ρ\_{1}=ρ\_{2}^{12}$.Ez azt jelenti, hogy például a 12 lapos kártyacsomag 2-csomagos keverésének 6-szori egymás utáni alkalmazása egyenértékű a 12 lapos kártyacsomag 1-csomagos keverésével, a 12 lapos kártyacsomag 2-csomagos keverésének 10-szeri egymás utáni alkalmazása egyenértékű a 12 lapos kártyacsomag 3-csomagos keverésével, stb..
* Mivel a $ρ\_{1}$, $ρ\_{3}$, $ρ\_{4}$, $ρ\_{6}$, $ρ\_{12}$ permutációk (és a $ρ\_{2}$ permutáció) előállíthatóak a $ρ\_{2}$ permutáció hatványaként (többszöri egymás utáni alkalmazásaként), így a $ρ\_{1}$, $ρ\_{2}$,$ ρ\_{3}$, $ρ\_{4}$, $ρ\_{6}$, $ρ\_{12}$ permutációk egymással való szorzása (egymás utáni alkalmazása) most kommutatív.
* A permutáció ciklusszerkezetéből könnyen megállapítható a permutáció rendje. A permutáció rendje az a legkisebb pozitív egész szám, amelyre mint hatványkitevőre emelve (ahányszor egymás után alkalmazva a permutációt), eredményül az alapsorrend adódik. Egy permutáció rendje egyenlő a permutáció ciklusszerkezetét előállító ciklusok hosszának legkisebb közös többszörösével. Például a $ρ\_{9}$ ciklusszerkezetét egy 5 hosszú és egy 7 hosszú ciklus alkotja, így ennek a permutációnak a rendje LKKT(7; 5)=35. Ez azt jelenti, hogy a 12 lapból álló kártyacsomagot legalább 35-ször kell 9-csomagos keveréssel keverni, úgy hogy a lapok újra eredeti sorrendben legyenek.