

1. Bizonyítsuk be, hogy van olyan pozitív egész  $n$  szám, amelyre teljesül, hogy  $1,001^n > 1000$ .
  2. Legyen  $a, b > 0$ . Bizonyítsuk be, hogy  $\sqrt{ab} \geq \frac{2ab}{a+b}$
  3. Bizonyítsuk be, hogy az  $a_1, a_2, \dots, a_n$  pozitív számok négyzetes közepe a számok legkisebbike és legnagyobbika közé esik!
  4. Számítsuk ki az  $a = -9, b = -25$  számok számtani és mértani közepeit! Melyik nagyobb? Ellentmond-e ez a számtani és mértani közepek közötti egyenlőtlenségről szóló tételnek?
  5. Van-e olyan pont, amelynek polárkoordinátája
 

(a)  $(2; \pi/3)$                       (b)  $(4; -5\pi/6)$                       (c)  $(-4; 2\pi/3)$                       (d)  $(-5; -3\pi/4)$ ?
- Ha van ilyen pont, ábrázoljuk, majd adjuk meg a pont Descartes-koordinátáit!
6. Számítsuk ki a  $(-3; 3)$  Descartes-koordinátákkal megadott pont polárkoordinátáit!
  7. Számítsuk ki a Descartes-koordinátákkal megadott  $(-4\sqrt{3}; -4; -7)$  pont hengerkoordinátáit!
  8. Számítsuk ki a gömbi koordinátákkal megadott  $(2; \pi/3; \pi/6)$  és  $(2; \pi/6; \pi/3)$  pontok Descartes-koordinátáit!
  9. Milyen alakzatokat határoznak meg a  $(2; y)$  és az  $(x; -3)$  Descartes-koordinátájú pontok, ha  $x, y \in \mathbb{R}$ ?
  10. Milyen alakzatokat határoznak meg a  $(2; \varphi)$  és az  $(r; \pi/3)$  polárkoordinátájú pontok, ha  $0 \leq r, 0 \leq \varphi \leq 2\pi$ ?
  11. Milyen alakzatokat határoznak meg az  $(x; 4; -5)$  és a  $(-2; y; z)$  Descartes-koordinátájú pontok, ha  $x, y, z \in \mathbb{R}$ ?
  12. Egy origó középpontú gömb egyik átmérőjének a végpontja gömbi koordinátákkal megadva  $P(4; \pi/3; 3\pi/4)$ . Adjuk meg a másik végpont gömbi koordinátáit!
  13. \* Határozzuk meg az  $f : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = x^2(1-x)$  függvény minimumát és maximumát!
  14. \* Bizonyítsuk be, hogy minden pozitív egész  $n$  számra teljesül, hogy  $\left(1 + \frac{1}{2n}\right)^{2n} \geq 2,25$ .
  15. \* Milyen alakzatokat határoznak meg a  $(3; \vartheta; \varphi), (r; \pi/3; \varphi)$  és az  $(r; \vartheta; \pi/6)$  gömbi koordinátájú pontok, ha  $1 \leq r \leq 2, \pi/6 \leq \vartheta \leq \pi/3, \pi/6 \leq \varphi \leq \pi/3$ ?

Házi feladatok: 4.23, 4.25, 4.29, 4.31, 5.1, 5.2, 5.3, 5.4.