
Rajzoljuk be a következő komplex számokat a komplex számsíkra! Adjuk meg a komplex számok algebrai alakját! Adjuk meg a számok abszolút értékét!

1. $z_1 = 4\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$

2. $z_2 = 5\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$

3. $z_3 = 2\left(\cos\pi + i\sin\pi\right)$

4. $z_4 = 4\left(\cos 0 + i\sin 0\right)$

Legyen $z_1 = 4\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)$ és $z_2 = 5\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$. Számoljuk ki a következő műveletek eredményeit!

5. $z_1 \cdot z_2$

6. $\frac{z_1}{z_2}$

7. z_1^7

8. $\sqrt[3]{z_2}$

Legyen $f(x) = \frac{1}{x}$ és $g(x) = x + 1$. Határozzuk meg a következő kifejezések értékét!

9. $f\left(g\left(3\right)\right)$

10. $g\left(f\left(3\right)\right)$

11. $f\left(g\left(x\right)\right)$

12. $g\left(f\left(x\right)\right)$

Egyenlők-e a következő feladatban megadott f és g függvények, ha minden függvényt a lehető legbővebb halmazon értelmezünk?

13. $f(x) = x, \quad g(x) = \left(\sqrt{x}\right)^2$

14. $f(x) = \sqrt{x^2}, \quad g(x) = \left(\sqrt{x}\right)^2$

---

15. * Mutassuk meg, hogy ha a z_1, z_2, z_3, z_4 pontok egy egyenesen vannak, akkor $\frac{(z_3 - z_1)(z_4 - z_2)}{(z_4 - z_1)(z_3 - z_2)}$ valós szám!

---

* **Vannak-e olyan $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvények, amelyekre teljesülnek a következő feladatok tulajdonságai?**

16. f monoton csökken $(-\infty, 0)$-n, monoton nő $(0, \infty)$-en, és 0-ban nincs minimuma.

17. f monoton csökken $(-\infty, 0)$-n, monoton nő $(0, \infty)$-en, és 0-ban maximuma van.

18. f semmilyen intervallumban nem monoton.

19. f nem periodikus, de f^2 periodikus.

20. f nem konstans, de van akármilyen kicsi abszolút értékű periódusa.

Házi feladatok: 9.48-9.51, 9.54-9.63, 10.1-10.10, 10.11-10.14