

1. Keressük meg az  $f(x) = 12x - x^3$  függvény abszolút minimumát és abszolút maximumát a  $[-3, 10]$  és a  $[-3, 0]$  zárt intervallumokban!
2. Adjuk meg azokat az intervallumokat, ahol az  $f(x) = x^3 - 3x - 7$  függvény monoton nő, és azokat is, ahol monoton csökken! Keressük meg a függvény lokális szélsőérték helyeit, és adjuk meg, hogy ezekben a pontokban lokális minimum vagy lokális maximum van-e!
3. Keressük meg az  $f(x) = x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 23$  függvények lokális szélsőérték helyeit, és a második derivált segítségével döntsük el, hogy lokális minimumok vagy lokális maximumok!

**Számítsuk ki a következő határértékeket!**

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} \qquad 5. \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 2x}{\pi - x} \qquad 6. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{\operatorname{tg} x - x} \qquad 7. \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$$

**Számítsuk ki következő függvények parciális deriváltjait!**

$$8. f(x, y) = x^2 y^3 - 2x \sin y \qquad 9. f(x, y) = x^2 \ln(xy - y^2) + e^{3x+2y}$$

$$10. f(x, y, z) = 3xy^2 + x^2 \sqrt{y} + \frac{y+1}{z^2+2} \qquad 11. f(x, y, z) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} - \sin(xz + 3)$$

12. Számítsuk ki az  $f(x, y) = (x + y)^2$  függvény másodrendű parciális deriváltjait!

**Számítsuk ki a következő függvények iránymenti deriváltjait az adott pontokban az adott irányban!**

$$13. f(x, y) = x^2 + 2y, P_0 = (2, 3), \mathbf{v} = (3, 4)$$

$$14. f(x, y) = \frac{x}{y}, P_0 = (2, -3), \mathbf{v} = (-3, 4)$$

$$15. f(x, y, z) = x^2 + y + 3z, P_0 = (1, -2, 3), \mathbf{v} = (1, 2, 3)$$

$$16. f(x, y, z) = xyz, P_0 = (-1, 2, -3), \mathbf{v} = (3, 2, 1)$$

**\* Számoljuk ki a következő határértékeket, ha léteznek!**

$$17. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x + \cos x} \qquad 18. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{x \sin x}}{\ln x}$$

19. \* Adjunk meg olyan  $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  differenciálható függvényeket, amelyekre teljesül, hogy  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f'(x)}{g'(x)} = 1$  és  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{g(x)} \neq 1$ .

Házi feladatok a 12. fejezetből: 24, 25, 27, 29, 32, 37, 46, 48, 50, 55, 56, 69,

Házi feladatok a 13. fejezetből: 6, 7, 8, 11, 15, 12, 13,