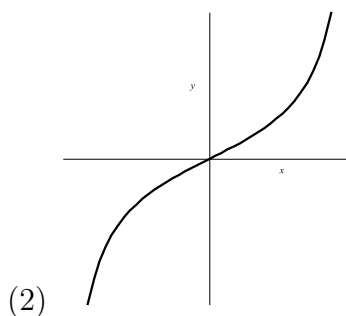
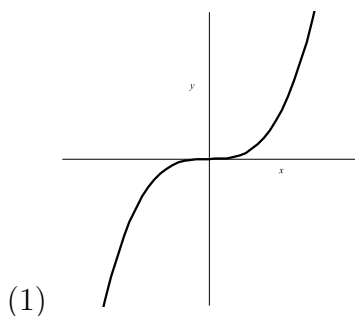


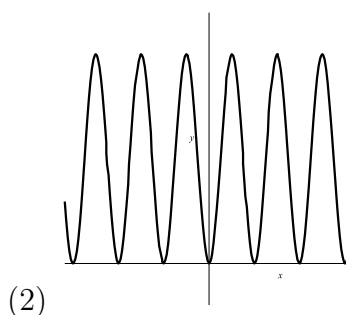
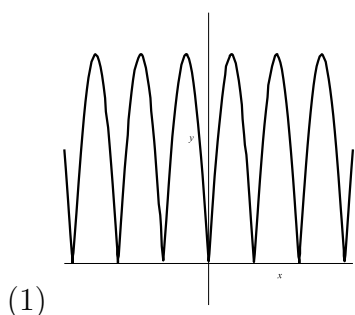
Kalkulus 1, 4. kiegészítő feladatsor

- Egy egyenlőszárú háromszög két oldala $a = 3\text{cm}$ és $b = 3\text{cm}$, a közbezárt szög pedig változik. A közbezárt szög a t idő függvényében $\gamma(t) = 60^\circ - t$, ahol a szöget fokban, az időt másodpercben mérjük. Mikor tűnik el a háromszög, azaz mikor lesz belőle egy szakasz? Milyen sebességgel változik a háromszög területe abban a pillanatban, amikor a $\gamma = 30^\circ$? (A háromszög területét kiszámíthatjuk az $\frac{ab \sin \gamma}{2}$ képlettel is.)
- Egy kiscéger körbe-körbe fut egy vízszintes asztalon fekvő 50 cm átmérőjű függőleges körpályán egyenletes sebességgel 2 mp alatt megtéve egy teljes kört. A fény függőlegesen fölülről jön. Milyen gyorsan mozog az egér árnyéka az asztalon abban a pillanatban, amikor az egér a körpályának olyan pontján van, ahol épp 45 fokos szögben kell fölfelé futnia?
- Melyik állításból következik a másik?
 - P:** Az f függvény folytonos 3-ban. **Q:** Az f függvény differenciálható 3-ban.
 - P:** Az f függvény folytonos 3-ban. **Q:** Az f függvény nem differenciálható 3-ban.
 - P:** Az f függvény nem folytonos 3-ban. **Q:** Az f függvény differenciálható 3-ban.
 - P:** Az f függvény nem folytonos 3-ban. **Q:** Az f függvény nem differenciálható 3-ban.
- Hol folytonosak, és hol differenciálhatók a következő függvények?
 - $|x|$
 - $|x^3|$
 - $|x^2|$
 - $(|x|)^2$
- Milyen b és c esetén lesznek a következő függvények differenciálhatók 3-ban? Adjuk meg a deriváltakat!
 - $f(x) = \begin{cases} x, & \text{ha } x \geq 3 \\ bx^2 - c, & \text{ha } x < 3 \end{cases}$
 - $g(x) = \begin{cases} x^2, & \text{ha } x \leq 3 \\ b - cx, & \text{ha } x > 3 \end{cases}$
 - $h(x) = \begin{cases} (1-x)(2-x), & \text{ha } x \geq -3 \\ bx + c, & \text{ha } x < -3 \end{cases}$
- Deriváljuk a következő függvényeket!
 - $\frac{3^x}{5} - 7$
 - $4x^6 \sin x$
 - $x^2 \ln x$
 - $\log_3 x \cdot \cos x$
 - $e^x \cdot \cos x$
 - $\frac{\sin x}{3^x}$
 - $\frac{\sin x + 2 \ln x}{5^x + 1}$
 - $\sin x \cdot \cos x$
 - $\frac{x^2 e^x - 3^x \ln x + \cos \pi}{x^2 + 1}$
 - $\frac{2 \cos x + 3 \operatorname{tg} x + 4 \operatorname{ctg} x}{5}$
 - $\log_7(x) + e^7$
- Határozzuk meg a következő függvények értelmezési tartományát! Deriváljuk a függvényeket, és határozzuk meg a deriváltak értelmezési tartományát!
 - $\ln(\ln x)$
 - $\ln(\sin x)$
 - $\frac{1}{2} \ln \frac{x+1}{x-1}$
 - e^{-3x^2}
 - $\log_4 x$
 - $\log_x 4$

8. Melyik rajzon látjuk a x^3 függvény, és melyiken a $\operatorname{tg} x$ grafikonját?



9. Melyik rajzon látjuk a $\sin^2 x$ függvény, és melyiken a $|\sin x|$ grafikonját?



10. Egy rezgő test kitérés - idő függvénye: $y(t) = 5 \cos(2t)$. Adjuk meg a test sebesség - idő függvényét! Adjuk meg a test gyorsulás - idő függvényét! Mekkora a test maximális sebessége?

11. Deriváljuk a következő függvényeket!

- | | | | |
|------------------------------|---|-----------------|----------------------------|
| (a) $\sin(x^{22})$ | (b) $(\sin x)^{22}$ | (c) $e^{\ln x}$ | (d) $\sin(e^x)$ |
| (e) $\ln(\sin x + \cos^2 x)$ | (f) $\frac{\cos(3^x) + 5}{\ln(\sin x) + x^2}$ | (g) $\ln(e^x)$ | (h) $\ln(x^3) - (\ln x)^3$ |
| (i) $2^{\cos x^3}$ | (j) $\log_3(\sqrt{x}e^x)$ | (k) e^{e^x} | (l) x^x |

12. Határozzuk meg a következő függvények értelmezési tartományát! Deriváljuk a függvényeket, és határozzuk meg a deriváltak értelmezési tartományát!

- | | | | |
|---------------|---------------|---------------|---------------|
| (a) $\ln x^2$ | (b) $2 \ln x$ | (c) $\ln x^3$ | (d) $3 \ln x$ |
|---------------|---------------|---------------|---------------|

13. Deriváljuk a láncszabály segítségével a következő függvényeket!

- | | | | |
|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| (a) $\log_3 x$ | (b) $\log_3 2x$ | (c) $\log_3 5x$ | (d) $\log_3 8x$ |
|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|

Magyarázzuk meg a kapott eredményt!

14. Számítsuk ki a következő határértékeket, ha léteznek!

- | | |
|--|---|
| (a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$ | (b) $\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{2 \sin x - 1}{6x - \pi}$ |
| (c) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\sin x - \frac{2}{\pi x}}{\cos x}$ | (d) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$ |