

Kalkulus 1, 6. kiegészítő feladatsor

- (a) Határozzuk meg az  $\sqrt{x}$  függvény értelmezési tartományát és deriváltját!

(b) Mely intervallumokon nő, melyeken csökken a  $\sqrt{x}$  függvény?

(c) Melyik nagyobb:  $1000^{1001}$  vagy  $1001^{1000}$ ?
- Lehet-e az  $\ln(x^2 + 2x - 3)$  függvénynek lokális szélsőérték helye

(a)  $x_1 = -4$ -ben (b)  $x_2 = -1$ -ben?
- Határozzuk meg azokat az intervallumokat, ahol a függvények monoton nőnek, illetve csökkennek, és adjuk meg a lokális szélsőérték helyeket és lokális szélsőértékeket!

(a)  $2x^2 - \ln x$  (b)  $\ln|x|$  (c)  $x - 2 \sin x$  (d)  $e^x + 5x$

(e)  $x \ln x$  (f)  $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$  (g)  $x^x$  (h)  $\frac{x}{e^x}$
- Mely intervallumokon konvexek, melyeken konkávok az alábbi függvények?

(a)  $4x - \frac{x^3}{3}$  (b)  $\frac{1 + \ln x}{x}$  (c)  $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$  (d)  $x - \ln(1 + x^2)$

(e)  $x \ln x$  (f)  $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$  (g)  $e^{-x^2}$  (h)  $xe^x$

(i)  $3x^2 - x^3$  (j)  $\sqrt{1 + x^2}$  (k)  $\ln(1 + x^2)$  (l)  $\frac{x + 1}{x^2 + 1}$
- Végezzük el a következő függvények teljes függvényvizsgálatát!

(a)  $x^2 - x^3$  (b)  $x + \frac{1}{x}$  (c)  $x - \frac{1}{x^2}$  (d)  $\frac{1}{1 + x^2}$

(e)  $\frac{x}{1 + x^2}$  (f)  $\frac{x + 1}{1 + x^2}$  (g)  $\frac{x^3}{x^2 + 1}$  (h)  $\frac{x^3}{x^2 - 1}$

(i)  $x + \frac{2x}{x^2 - 1}$  (j)  $\frac{1}{x^2} - \frac{1}{(x - 1)^2}$  (k)  $\frac{x\sqrt{1 - x}}{1 + x}$  (l)  $\ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$

(m)  $\frac{1}{\cos x}$  (n)  $\frac{1}{\sin x}$  (o)  $x^x$  (p)  $x \cdot e^x$

(q)  $x \cdot e^{-x}$  (r)  $e^{-x^2}$  (s)  $\frac{e^x + e^{-x}}{2}$  (t)  $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$
- Van-e olyan függvény, amely

(a) szigorúan monoton nő  $\mathbb{R}$ -en, de a deriváltja nem mindenhol pozitív?

(b) nem szigorúan monoton növekvő  $\mathbb{R}$ -en, pedig a deriváltja mindenhol létezik és pozitív?

(c) monoton nő  $\mathbb{R}$ -en, de a deriváltja nem mindenhol nemnegatív?

(d) nem monoton növekvő  $\mathbb{R}$ -en, pedig a deriváltja mindenhol létezik és nemnegatív?

(e) konvex  $\mathbb{R}$ -en, de a második deriváltja nem mindenhol pozitív?

(f) nem konvex  $\mathbb{R}$ -en, pedig a második deriváltja mindenhol létezik és pozitív?

(g) konvex is és konkáv is  $\mathbb{R}$ -en?