Minden feladat 1 pontot ér, de csak teljes **indoklással**. Részpontszám is kapható. Ha egy megoldásban súlyos hiba van, a megoldásra akkor is nulla pontot adunk, ha a megoldásnak vannak helyes részei is. A dolgozat értéke osztályzatban körülbelül 1-gyel kevesebb az elért pontok számánál. A gyakorlatokon bizonyított állítások felhasználhatók bizonyítás nélkül az állítást pontosan idézve (például „Gyakorlaton bizonyítottuk, hogy...”), kivéve, ha a feladat éppen a szerepelt állítás bizonyítása. A feladatok nem nehézségi sorrendben vannak.

Semmilyen segédeszköz nem használható, **számológép sem** ! **Mobiltelefon nem lehet az asztalon, mobiltelefont használni tilos !**

1. Igaz-e hogy tetszőleges $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény esetén a

(a) $g(x) = f(x^2)$ függvény páros ?

(b) $h(x) = (f(x))^3$ függvény páratlan ?

2. Mely b valós számokra igaz, hogy minden $a > b$ valós számra teljesül, hogy $a > 10$?

3. Írjuk fel az alábbi állítás tagadását tagadószavak vagy a „hamis” szó használata nélkül, és döntsük el, hogy igaz-e az állítás, illetve igaz-e a tagadása !

Minden x racionális számhoz van olyan y irracionális szám, amelyre xy racionális.

4. Ábrázoljuk az $f(x) = \left[-\frac{x}{3}\right]$ függvényt ! Adjuk meg azokat az intervallumokat, ahol a függvény monoton nő, és adjuk meg azokat az intervallumokat, ahol a függvény monoton csökken !

5. Határozzuk meg az $f : [0,2] \to \mathbb{R},\ f(x) = 2x(6 - 2x)$ függvény minimumát és maximumát !

6. Adjunk meg olyan N számot, amelyre igaz, hogy minden $n > N$ esetén $17n^5 + 3n^2 - 2 > 1000n^3$.

7. Van-e olyan x valós szám, amelyikre igaz, hogy az $x,\ [x],\ \{x\}$ számok közül pontosan 2 racionális ?