Valós analízis gyakorlat, 2009. február 12.

1. Ellenőrizzük a differenciálhatóság definícióját az $1/x$ függvényre az 1 pontban. Ellenőrizzük az $\varepsilon(x)$-es átfoglalmazást is.

2. Legyen a, b valós, $f(x) = \left|\sin|x|^a\right|^b$ ha $x \neq 0$ és $f(0) = 0$. Milyen a, b esetén lesz f folytonos a 0-ban? Mikor lesz differenciálható? Mikor lesz mindkét oldalról differenciálható, de nem differenciálható?

3. Legyen $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mindenhol differenciálható. Igazoljuk, hogy ha f páros, akkor f' páratlan, illetve ha f páratlan, akkor f' páros.

4. Igazoljuk, hogy ha f konvex, akkor f'_+ monoton nő.

5. A $\limsup$ és a $\liminf$ mintájára definiáljuk egy függvény alsó és felső differenciálhányadosát, továbbá az alsó és felső féloldai differenciálhányadosokat is.

6. Van-e olyan pont, ahol a Riemann-függvény differenciálható?

7. $T_n'(1) =$?

Házi feladatok

8. Hol differenciálható az $\big||x| - 1\big|$ függvény?

9. Igazoljuk, hogy az x tengely akkor és csak akkor érinti az $y = ax^2 + bx + c$ parabolát (ahol $a \neq 0$), ha $b^2 - 4ac = 0$.

10. Milyen p, q valós számok esetén érinti az $x^3 - px - q$ függvény az x-tengelyt?

11. Legyen $r(x)$ a Riemann-függvény. Milyen α esetén létezik olyan pont, ahol $r^\alpha(x)$ differenciálható?