

Valós analízis gyakorlat, 2009. február 16.

1. Deriváljuk a következő függvényeket.

$$e^x + 3 \ln x \quad x^2 3^x \quad \frac{\sin x}{x} \quad x^3 e^x \cos x; \quad x^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x; \quad \frac{x^2 \cdot \ln x \cdot 3^x \cdot \cos x}{\sqrt{x} - \frac{3 \sin x}{x^3}}.$$

2. Legyen n páratlan egész szám. Mi az $\sqrt[n]{x}$ függvény deriváltja? (Különös tekintettel az $x < 0$ esetre.)

3. Minek a deriváltja?

$$x^3; \quad \frac{1}{x^2} \sin \frac{1}{x};$$

4. Bizonyítsuk be, hogy a $\sqrt{4a(a-x)}$ és $\sqrt{4b(b+x)}$ függvények grafikonjai merőlegesen metszik egymást.

5. Legyen $f(x) = \frac{\{1/x\}}{x^2}$ ha $x \neq 0$ és $f(0) = 0$. Hol differenciálható a függvény? Mi a deriváltja?

6. $T'_n(1) = ?$ $U'_n(1) = ?$

Házi feladatok

7. Deriváljuk a következő függvényt.

$$\frac{\operatorname{tg} x}{x^2 + 1} \cdot \frac{\sqrt{x} \cdot 10^x}{\log_3 x + x \operatorname{ctg} x} \cdot \frac{1}{(x+1)(x^2 + x^e) \cos x}$$

8. Minek a deriváltja?

$$1 + x + x^2; \quad x + \frac{1}{x}; \quad \frac{x^2}{(x^3 + 1)^2}$$

9. Mutassuk meg, hogy az $1/x$ függvény bármely érintője a koordináta-tengelyekkel 2 területű háromszöget zár be.

10. Létezik-e olyan folytonos és monoton $\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ függvény, ami sehol sem differenciálható?