

Valós analízis gyakorlat, 2009. február 19.

1. Deriváljuk a következő függvényeket.

$$\sin x^2 \quad e^{\operatorname{tg} x} \quad \log_3(\operatorname{ctg}^2 x) \quad \sin \frac{\operatorname{ar\,ch}(\arccos x)}{x^2 \operatorname{tg}^2 x + 8}$$

2. Legyen $f(x) = \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2}$ ha $x \neq 0$, és legyen $f(0) = 0$. Hol differenciálható a függvény? Mi a deriváltja? Hol folytonos a derivált függvény?

3.

$$(f(x)^{g(x)})' = ?$$

4. Tudjuk, hogy

$$\sin((a+b)x) = \sin(ax) \cdot \cos(bx) + \cos(ax) \cdot \sin(bx).$$

Milyen azonosságot kapunk, ha mindkét oldalt differenciáljuk?

5.

$$1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1} = ?$$

Házi feladatok

6. Deriváljuk a következő függvényeket.

$$x^2 e^{x^2 + \cos x^2} \quad \log_{\operatorname{cth}^2 x + 1} \operatorname{ctg} \frac{5^{\operatorname{tg} x}}{\operatorname{ch} x} \quad \frac{2^{\ln x/2}}{x} + \operatorname{ar\,cth} x \frac{x}{\sqrt[3]{x} + \sqrt[5]{x}}$$

7.

$$(\log_{f(x)} g(x))' = ?$$

8. Bizonyítsd be, hogy ha $u \in (-1, 1)$ a $T_k(x)$ Csebisev-polinom egyik gyöke, akkor $|T'_k(u)| = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}}$.