

## Valós analízis gyakorlat, 2009. április 2.

Déli Tömb 0-221, 12<sup>05</sup>-13<sup>00</sup>

1. Számítsuk ki az alábbi integrálokat.

$$\int_0^1 x e^x dx; \quad \int_0^\pi x^2 \cos x dx; \quad \int_1^e 1 \cdot \log^2(x) dx; \quad \int_1^e \frac{\log^2 x}{x} dx; \quad \int e^{ax} \cos(bx) dx.$$

2. Legyen  $\operatorname{li} x = \int_2^x \frac{dt}{\log t}$ . Igazoljuk, hogy  $\operatorname{li} x \sim \frac{x}{\log x}$  ha  $x \rightarrow \infty$ .

3. Számítsd ki parciális integrálással (helyettesítés nélkül!) a következő integrálokat:

$$\int \sqrt{1-x^2} \quad \int \sqrt{1+x^2} \quad \int \sqrt{x^2-1} \quad \int \sqrt{\frac{x+1}{x-1}} dx$$

### Házi feladatok

4. Igazoljuk integrálással, hogy  $\alpha > -1$  esetén

$$\sum_{k=1}^n k^\alpha \sim \frac{n^{\alpha+1}}{\alpha+1}.$$

5. Számítsuk ki az alábbi integrálokat.

$$\int_1^e \log^3(x) dx; \quad \int_{1/4}^{3/4} \sqrt{x} \arcsin \sqrt{x} dx; \quad \int \operatorname{ar} \operatorname{cth} x dx.$$

6. Számítsd ki az  $r$  sugarú,  $n$ -dimenziós gömb térfogatát parciális integrálással.