

1.

$$\int \operatorname{ctg}(2 - 3x) \, dx; \quad \int_0^{\pi^2} \sin \sqrt{x} \, dx; \quad \int_0^1 \sqrt{2^x - 1} \, dx = ?$$

2. (a) Bontsuk parciális törtekre a „határozatlan együtthatók” módszerével!

(b) Bontsuk parciális törtekre gyök behelyettesítésével!

$$\frac{x^3}{x^2 - 1} \quad \frac{1}{x^5 - 5x^3 + 4x} \quad \frac{x^4}{x^3 + x}$$

3.

$$\int \frac{x}{x^2 - 1} \, dx = ? \quad \int \frac{x^5 + 3}{x^4 + 4x^3 + 8x^2 + 8x + 3} \, dx = ?$$

4. Az $f : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$ folytonos függvényre $f(0) = 1$, $f'(0+0) = -\delta < 0$ és $x > 0$ esetén $f(x) < 1$. Bizonyítsd be, hogy az $a_n = n \cdot \int_0^1 f^n$ sorozat konvergens, és számítsd ki a határértékét.

Házi feladatok

5. Számítsd ki az alábbi integrálokat.

$$\int_0^{\pi/4} (\operatorname{tg} x)^2 \, dx = ? \quad \int_0^1 \sqrt{x^3 + x^2} \, dx; \quad \int \left(\operatorname{arc} \sin \frac{1}{x} \right) \, dx = ? \quad \int e^x \cdot \cos(\sqrt{2}x) \cdot \sin(\sqrt{3}x) \cdot dx.$$

6.

$$\int \frac{dx}{x^4 + x^2 + 1} = ? \quad \int \frac{dx}{(x^2 + x + 1)^2} = ? \quad \int \frac{dx}{(x^2 + x + 2)^3} = ?$$

7. (a) Legyen m és n pozitív egész. Számítsuk ki a $B(m, n) = \int_0^1 x^{m-1}(1-x)^{n-1} \, dx$ integrált.

(b) Hogyan általánosíthatnánk a binomiális együtthatókat valós számokra? Mi lenne a kiterjesztett binomiális együtthatók értelmezési tartománya?