

# Valós analízis ZH, 2009. május 4. $8^{15} - 10^{00}$

## Matematika BSC 1. évfolyam, emelt szint

Mindegyik lapra írjátok rá a neveketet.

Minden feladat legfeljebb 1 pontot ér. Részpontoszám is kapható.

Az osztályzat az elért pontok száma, kerekítve.

Az íróeszközökön kívül más segédeszköz nem használható. (Számológép, szögmérő és szuahéli szótár sem.)

Az előadáson és a gyakorlaton szerepelt állítások bizonyítás nélkül felhasználhatók, ha pontosan idézitek. (Pl. „Volt előadáson, hogy...”)

1.

$$\int x^2 \arctg x \, dx = ?$$

2. Mekkora az  $y^2 + z^2 \leq \frac{1}{3 + 5 \cos x}$ ,  $|x| \leq \pi/2$  forgástest térfogata?

3. Milyen hosszú az  $1/x$  függvény grafikonjának az  $(1, 1)$  és a  $(2, 1/2)$  pontok közötti íve?

4.

$$\int_0^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}} = ?$$

5. Igazold, hogy  $\int e^{x^3} dx$  nem elemi.

6. Bizonyítsd be, hogy ha  $0 < a < b$ , akkor

$$\left| \int_a^b \sin(x^2) \, dx \right| < \frac{1}{a}.$$

7. Legyen

$$G(s) = s^s \int_0^1 \left( t \cdot \log \frac{1}{t} \right)^{s-1} dt.$$

Bizonyítsd be, hogy tetszőleges  $s > 1$  valós számra

$$G(s+1) = G(s) \cdot s.$$