

Trigonometrikus és hiperbolikus függvények

$(\cos t, \sin t)$ kör

$(\operatorname{ch} t, \operatorname{sh} t)$ hiperbola jobb oldali
félgörbéje

Összefüggések:

$$\cos \alpha = \frac{e^{i\alpha} + e^{-i\alpha}}{2}, \quad \sin \alpha = \frac{e^{i\alpha} - e^{-i\alpha}}{2i}$$

$$e^{i\alpha} = \cos \alpha + i \sin \alpha \text{ (Euler-képlet)}$$

$$\operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad \operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$

$$e^x = \operatorname{ch} x + \operatorname{sh} x$$

Azonosságok:

$$\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$$

$$\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1$$

Összegzési képletek:

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\operatorname{ch}(x \pm y) = \operatorname{ch} x \operatorname{ch} y \pm \operatorname{sh} x \operatorname{sh} y$$

$$\operatorname{sh}(x \pm y) = \operatorname{sh} x \operatorname{ch} y \pm \operatorname{ch} x \operatorname{sh} y$$

Kétszeres szögek:

$$\cos(2\alpha) = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

$$\operatorname{ch}(2x) = \operatorname{ch}^2 x + \operatorname{sh}^2 x = 2 \operatorname{ch}^2 x - 1$$

$$\operatorname{sh}(2x) = 2 \operatorname{sh} x \operatorname{ch} x$$

Félszögek:

$$\cos^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 + \cos \alpha}{2}$$

$$\sin^2 \frac{\alpha}{2} = \frac{1 - \cos \alpha}{2}$$

$$\operatorname{ch}^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \operatorname{ch} x}{2}$$

$$\operatorname{sh}^2 \frac{x}{2} = -\frac{1 - \operatorname{ch} x}{2} = \frac{\operatorname{ch} x - 1}{2}$$