KOMPLEX SOKASÁGOK
MSC-doktori iskola
2020. 2. félév.
1. gyakorlat

1. a) Számoljuk ki expliciten $\mathbb{P}^2$ ragasztófüggvényeit a standard koordinátákban.

   (b) Mutassuk meg, hogy $\mathbb{P}^n$ Hausdorff.

   (c) Mutassuk meg, hogy $\mathbb{P}^n$ egyszeresen összefüggő.

   (d) Legyen $A \in GL(n+1, \mathbb{C})$ mutassuk meg, hogy A indukál egy

   $\varphi_A : \mathbb{P}^n \to \mathbb{P}^n$ biholomorfizmust. Mi lesz φ_A az $n = 1$ esetben?

   (e) Igazoljuk, hogy $\mathbb{C}^{n+1} \setminus \{0\} \to \mathbb{P}^n$ egy holomorfan lokálisan triviális fibrálás.

2. (a) Számoljuk ki expliciten a Riemann gömbön a sztereografikus projekciókkal megadott térképeket és az így kapott ragasztófüggvényt.

   (b) Adjunk meg egy explicit biholomorfizmust a Riemann gömb és $\mathbb{P}^1$ között.

3. Mutassuk meg, hogy Q_3 és $SL(2, \mathbb{C})$ biholomorfak.

4. Mik lesznek a $\mathbb{P}^n \to T^2$ holomorf leképezések?

5. Az $f \in \mathcal{O}(\mathbb{C}^n)$ függvénynek c reguláris értéke. Mik lesznek a holomorf függvények az $X_c = \{f = c\}$ sokaságon?

6. Keressünk példát olyan komplex sokaságra, amelyben nincs minden pont körül $\mathbb{C}^n$-el biholomorf térkép.

7. M, N, P komplex sokaságok, N összefüggő, M kompakt, $\Phi : M \times N \to P$ holomorf. Tegyük fel, hogy van olyan $q_0 \in N$, hogy $\Phi(., q_0) \equiv$ konstans. Mutassuk meg, hogy akkor minden $q \in N$-re $\Phi(., q) \equiv$ konstans.