

---

## Házi feladatok a szeptember 15-i komplex függvénytan gyakorlatra

- Tervezett órarendi módosítások:
  - Szeptember 8-án nem tartunk gyakorlatot, de lesznek házi feladatok a szeptember 15-i gyakorlatra.
  - November 5-én 10–12 között ZH (D-0-818 Soó Rezső terem), 12–14 között előadás (Déli ép 3-218 Turán terem)
  - December 10-én 10–12 között ZH (D-0-818 Soó Rezső terem).
  - A két ZH közös a két csoportnak.
- Jelenlét, készülés:
  - A gyakorlaton a részvétel kötelező. Aki négynél többször hiányzik, nem kaphat gyakorlati jegyet.
  - A házi feladatok megoldása, de legalább alapos gondolkodás a feladatokon szintén kötelező.
- Számonkérés:
  - A két ZH-n kívül
  - Minden gyakorlat elején véletlenszerűen vagy írunk, vagy nem írunk röpdolgozatot az egyik házi feladtból. A röpdolgozatokra 0–6 pontot lehet kapni. Aki hiányzik, vagy lekési a dolgozatírást, annak a pontszáma 0.
  - Lesznek valamivel gondolkodtatóbb szorgalmi feladatok, amelyekkel Pirospontokat lehet gyűjteni. Egy Pirospont értéke 0,2 gyakorlati jegy, de ezek csak az elégséges osztályzat megszerzése után használhatók fel.
- Várható osztályozás:
  - A gyakorlati jegy
$$\approx \frac{2 \cdot Z_1 + 2 \cdot Z_2 + \bar{R}}{5} + P \cdot 0,2,$$
ahol  $0 \leq Z_1, Z_2 \leq 7$  a két ZH pontszám,  $0 \leq \bar{R} \leq 6$  a röpdolgozatok átlaga a legrosszabbul sikerült dolgozat nélkül,  $P$  a megszerzett Pirospontok száma.
    - Javítási lehetőség: a pót ZH-n, ami a rosszabbul sikerült vagy elmulasztott ZH helyett számít.
- További gyakorló feladatok: Fehér–Kós–Tóth: Analízis feladatgyűjtemény II,  
<http://etananyag.ttk.elte.hu/request.php?101>

0.1.  $(1 + \sqrt{3}i)^{30} = ?$      $\sqrt[3]{i} = ?$      $\sqrt[4]{i} = ?$

0.2. Ábrázoljuk azoknak a  $z$  komplex számoknak a halmazát, amikre

(a)  $\left| \frac{z-1}{z+1} \right| = 1$ ;    (b)  $\left| \frac{z-1}{z+1} \right| = 2$ ;    (c)  $\arg(z+1) \equiv \arg(2z-i) \pmod{2\pi}$ .

---

0.3. Írjuk fel képlettel az  $1+i$  pont körüli 45 fokos, pozitív irányú forgatást.

0.4. Írjuk fel képlettel a 2,  $i$  pontokat összekötő egyenesre való tükrözést.

0.5. Jól ismerjük, hogy az  $\binom{n}{0} + \binom{n}{2} + \binom{n}{4} + \dots + \binom{n}{1} + \binom{n}{3} + \binom{n}{5} + \dots$  összegeket kiszámíthatjuk az  $(1+1)^n$  és  $(1-1)^n$  hatványoknak a binomiális tétel szerinti kifejtéséből.

$\binom{60}{0} + \binom{60}{3} + \binom{60}{6} + \dots + \binom{60}{60} = ?$      $\binom{60}{1} + \binom{60}{4} + \binom{60}{7} + \dots + \binom{60}{58} = ?$

---

### Szorgalmi ( Pirospontra beváltható) feladat, írásban beadható szept. 26-ig

**Sz0.** Legyen  $p(z)$  nem konstans, komplex együtthatós polinom. Bizonyítsd be a következő állításokat!

- Ha  $p$  minden gyökének nemnegatív a valós része, és  $\operatorname{Re} z < 0$ , akkor  $\operatorname{Re} \frac{p'(z)}{p(z)} < 0$ .
- Ha  $p(z)$  gyökei a  $\operatorname{Re} z \geq 0$  félsíkba esnek, akkor  $p'(z)$  gyökei is.
- (Gauss-Lucas tétel) Ha  $p(z)$  nem konstans komplex polinom, akkor  $p$  gyökeinek konvex burka tartalmazza  $p'$  gyökeit.